

Министерство высшего и среднего специального образования  
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени  
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

Преприят № 7



ИРФИ

С.Н.Власов, В.А.Петришев, В.И.Таланов

НЕЛИНЕЙНЫЕ  
КВАЗИОПТИЧЕСКИЕ ВОЛНОВОДЫ

г. Горький  
1970 г.

При распространении мощных электромагнитных волн в средах, показатель преломления которых зависит от интенсивного поля, происходит самопроизвольное уменьшение дифракционной расходимости волновых пучков вследствие рефракции лучей в область сильного поля — явление, получившее название самофокусировки волн [1]. К числу известных механизмов, приводящих к самофокусировке, принадлежат высокочастотный (оптический) эффект Керра, электрострикция, нагрев среды при диссипации энергии волны, изменение электронной восприимчивости атомов и молекул в сильном поле и т.п.

Уже в первой работе [1] высказывалось предположение о возможности в результате эффекта самофокусировки направленной передачи электромагнитного излучения с малой расходимостью. Однако, позднейшие исследования показали, что здесь имеется ряд принципиальных трудностей, резко снизивших интерес к самофокусировке, как способу канализации электромагнитной энергии в сплошных средах. Эти трудности связаны с целым рядом особенностей явления самофокусировки: (1) наличием критической мощности  $P_{кр}$  при нелинейности типа керровской (пучки большей мощности "склопываются", меньшей — расходятся); (2) относитель-

но сильным затуханием в средах, где наблюдается эффект самофокусировки; (3) необходимостью пространственного согласования распределения входного пучка с параметрами канализируемого пучка той же мощности при тепловой нелинейности; (4) захватом в режим канализации лишь доли падающей энергии при импульсной генерации.

Тем не менее, неверно было бы утверждать, что явление самофокусировки не может быть использовано для передачи энергии оптического излучения. Дело в том, что наряду с внутренней самофокусировкой волновых пучков в сплошных средах известен эффект внешней самофокусировки [2,3]. Суть его состоит в том, что тонкие плоскопараллельные слои нелинейного диэлектрика (оптическое стекло, некоторые органические и неорганические жидкости и т.д.) под действием интенсивного поля пучка приобретают линзовые свойства. Эффект внешней самофокусировки позволяет осуществить построение периодических систем тонких самофокусирующих элементов, пригодных для канализации мощных световых пучков. По аналогии с хорошо известными квазиоптическими системами, они могут быть названы нелинейными линзовыми волноводами.

Задача о распространении волновых пучков через систему периодически расположенных самофокусирующих элементов возникает и при изучении открытых резонаторов с помещенными внутрь нелинейными элементами (просветляющие затворы на основе сильно самофокусирующих жидкостей, активные среды, тепловые линзы и т.д.). Наличие таких элементов должно оказывать влияние на пространственно-временную структуру генерации оптического излучения (автомодуляция, ограничение мощности, изменение расходимости и т.д.).

Настоящая работа посвящена более полному аналитическому и численному исследованию данного вопроса.

## § 1. Стационарные пучки в нелинейных лизовых волноводах. Безабберационное приближение.

Рассмотрим прохождение волновых пучков через периодически расположенные плоскопараллельные пластинки нелинейного диэлектрика (рис.1). Внутри такой пластинки распространение пучка описывается параболическим уравнением для комплексной амплитуды поля  $\mathcal{E}$ :

$$\Delta_{\perp} \mathcal{E} - 2ik \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + k^2 \hat{\chi} (|\mathcal{E}|^2) \mathcal{E} = 0. \quad (1.1)$$

Здесь  $\Delta_{\perp}$  — оператор Лапласа по поперечным координатам;  $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0}$ , а диэлектрическая проницаемость среды представляется в виде:

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \hat{\chi} (|\mathcal{E}|^2)).$$

В средах с кубической (керровской) нелинейностью  $\hat{\chi} (|\mathcal{E}|^2) = \epsilon' \cdot |\mathcal{E}|^2$ , где  $\epsilon' = \text{const}$  для данной среды. Если нелинейность вызвана нагревом, то

$$\hat{\chi} (|\mathcal{E}|^2) \approx \frac{\partial \epsilon}{\partial T} (T - T_0), \quad \text{где } (T - T_0)$$

есть решение уравнения теплопроводности (в установившемся режиме)

$$\kappa_T \Delta (T - T_0) + \alpha \frac{c \sqrt{\epsilon_0}}{8\pi} |\mathcal{E}|^2 = 0. \quad (1.2)$$

$\alpha$ ,  $\kappa_T$  — коэффициент поглощения и коэффициент теплопроводности среды, соответственно. Изменение поля световой волны в свободном пространстве между слоя-

ми нелинейного вещества подчиняется уравнению нелинейной квазиоптики:

$$\Delta_1 \xi - 2ik_0 \frac{\partial \xi}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

( $k_0 = \frac{\omega}{c}$  — волновое число в свободном пространстве),

Точное решение задачи в аналитическом виде не представляется возможным из-за нелинейности уравнения (1.1), однако, предварительные сведения о свойствах рассматриваемых систем могут быть получены в так называемом безабберационном приближении. В этом приближении поперечное распределение нелинейной части диэлектрической проницаемости считается квадратичным по координате, так что прохождение пучков гауссовой формы  $\xi = \xi_0 \exp(-r^2/2a^2)$  через нелинейную среду характеризуется лишь изменением их ширины  $a$ . В среде с керровской нелинейностью

$$\frac{d^2 a}{dz^2} = \frac{1 - P/P_{кр}}{\epsilon_0 a^3}, \quad (1.4)$$

где  $P$  — мощность пучка,  $P_{кр}$  — критическая мощность самофокусировки. В свободном пространстве ширина пучка изменяется в соответствии с уравнением<sup>+</sup>)

$$\frac{d^2 a}{dz^2} = \frac{1}{a^3}. \quad (1.5)$$

Уравнение, аналогичное (1.4) может быть записано и для случая диэлектрика с тепловой нелинейностью.

<sup>+</sup>) Все пространственные размеры в (1.4), (1.5) и ниже определены в единицах  $k_0^{-1}$ .

Вид этого уравнения будет зависеть от решения уравнений теплопроводности (1.2) при соответствующих граничных условиях. Укажем на два предельных случая:

1) толщина пластинки значительно превышает ширину пучка при слабом теплообмене на торцевых поверхностях; в этом случае в (1.2) остается лапласиан только по поперечным координатам, и решение системы (1.1) и (1.2) в безаберрационном приближении сводится к решению уравнения:

$$\frac{d^2 a}{dz^2} = \frac{1}{\epsilon_0 a^3} - \frac{\beta P}{a}, \quad (1.6)$$

где

$$\beta = \frac{\frac{\partial n}{\partial T} \alpha}{\pi \kappa_T}.$$

2) в случае очень тонких пластин при достаточно сильном теплообмене на поверхности поперечной диффузией температуры пренебрегается, и отклик среды на поле носит локальный характер, как и при керровской нелинейности. Ввиду волной аналогии между случаем керровской нелинейности и данным (критическая мощность здесь зависит от термических свойств диэлектрика и условий охлаждения на передней и задней поверхностях линзы) последний случай специально анализироваться не будет.

Уравнения (1.4), (1.6) справедливы для достаточно тонких в сравнении с длиной самофокусировки слоев вещества [4]. Если слой настолько тонкий, что в них происходят только фазовые изменения, то их можно рассматривать как нелинейные линзы с фокусным расстоянием, зависящим от ширины  $a$  и мощности пучка  $P$ :

$$F_{\text{керр.}}^{\text{НЛ}} = \frac{n_0 a^4}{l (P/P_{\text{кр}} - 1)} \quad (1.7)$$

- для керровских линз, и

$$F_T^{\text{НЛ}} = \frac{a^2}{\beta P l} \quad (1.8)$$

- для тепловых. Соотношения (1.7), (1.8) являются решением уравнений (1.4), (1.6) в слое толщиной  $l$  в предположении, что ширина пучка постоянна, а изменяется только угол сходимости  $\dot{a} = da/dz$ . Действительно (покажем это на примере керровских линз), после двойного интегрирования (1.4) имеем:

$$a_2^2 = \frac{1}{n_0^2} \left( \dot{a}_1^2 + \frac{1 - \frac{P}{P_{\text{кр}}}}{a_1^2} \right) l^2 + 2 \frac{a_1 \dot{a}_1}{n_0} l + a_1^2, \quad (1.9)$$

$$\frac{a_2 \dot{a}_2}{n_0} = \frac{1}{n_0^2} \left( \dot{a}_1 + \frac{1 - \frac{P}{P_{\text{кр}}}}{a_1} \right) l + \frac{a_1 \dot{a}_1}{n_0},$$

где  $a_1, \dot{a}_1$  - ширина и угол сходимости пучка на входе в слой толщины  $l$ , соответственно;  $a_2, \dot{a}_2$  - то же самое на выходе из слоя в свободное пространство. Если на входе падает пучок с плоским фазовым фронтом  $\dot{a}_1 = 0$ , то

$$F_{\text{керр}}^{NL} = -\frac{a_2}{a_1^2} = n_0 \frac{\left(1 - \frac{p}{p_{\text{кр}}}\right) \frac{l^2}{n_0^2 a_1^2} + a_1^2}{\left(\frac{p}{p_{\text{кр}}} - 1\right) \frac{l}{a_1^2}} \quad (1.10)$$

при  $\left(1 - \frac{p}{p_{\text{кр}}}\right) \frac{l^2}{n_0^2 a_1^2} \ll a_1^2$ , что как раз означает  $a_2 \approx a_1$

$$F_{\text{керр}}^{NL} = \frac{n_0 a^4}{\left(p/p_{\text{кр}} - 1\right)}$$

К оптической системе с нелинейными корректорами можно применить некоторые соотношения теории квазиоптических линзовых волноводов. Так, ширина стационарного (повторяющегося от корректора к корректору) пучка определяется из условия:

$$a_0^2 = \frac{L}{(1-g^2)^{1/2}}, \quad (1.11)$$

где  $L$  - период системы,  $g = 1 - \frac{L}{2F^{NL}(a_0^2, p)}$  - параметр фокусировки, применяемый в теории лучевых волноводов [5]. Соотношение (1.11) является уравнением относительно  $a_0^2$  (поскольку  $g = g(a_0^2, p)$ ), из которого следует, что

$$a_0^2 = \frac{L}{2} \frac{\frac{p}{p_{\text{кр}}} - 1}{\sqrt{n_0 \gamma \left[ \left(\frac{p}{p_{\text{кр}}} - 1\right) - n_0 \gamma \right]}} \quad (1.12)$$



для керровских линз (здесь  $\gamma^{-1} = \frac{L}{L_c}$  - коэффициент заполнения пространства нелинейным диэлектриком), и

$$\alpha_0^2 = \frac{L}{2} \left( \frac{P}{\bar{P}} + \frac{\bar{P}}{P} \right); \quad P = \frac{2}{\beta L} \quad (1.13)$$

для тепловых. Стационарное решение в волноводах с керровскими линзами существует в области

$$P \geq P_{\text{пор}} = P_{\text{кр}} (1 + n_0 \gamma), \quad (1.14)$$

а в волноводах с тепловыми линзами при

$$P \geq 0. \quad (1.15)$$

Минимум ширины пучка  $\alpha_0 = \sqrt{L}$ , соответствующий конфокальному волноводу ( $F^{NL} = \frac{L}{2}$ ), достигается при  $P = P_{\text{конф}} = P_{\text{кр}} (1 + 2n_0 \gamma)$  - в первом случае, и при  $P = P_{\text{конф}} = \bar{P}$  - во втором (при  $n_0 \gamma \gg 1$ ,  $P_{\text{конф}} \approx 2P_{\text{пор}}$ ).

Всей области существования стационарного решения соответствует изменение  $F^{NL}$  в пределах

$$\frac{L}{4} < F^{NL} < \infty \quad (1.16)$$

Зависимости (1.12) и (1.13) графически представлены на рис. 2. На плоскости переменных  $(\alpha, \alpha)$  стационарному пучку соответствует замкнутая фазовая

траектория, представляющая собой, по сути дела, разрывный предельный цикл, составленный из кусков фазовых траекторий уравнений (1.5) и (1.4) (или 1.6).

## § 2. Устойчивость стационарных пучков в нелинейных линзовых волноводах.

Условие (1.16) существования стационарных пучков в нелинейных волноводах совпадает с соответствующим условием для линейных линзовых систем. Специфика нелинейных оптических систем проявляется при рассмотрении вопроса об устойчивости стационарного решения.

Как известно, в линейных линзовых волноводах область устойчивости стационарных пучков по отношению к возмущениям их параметров совпадает с областью существования самого стационарного решения ( $\infty > F > \frac{1}{4}$ ). Пучок с параметрами, отличными от стационарных в данной системе ( $a \neq a_0; \dot{a} \neq \dot{a}_0$ ), совершает колебания в ограниченной области вблизи оси волновода. Исследование нелинейных линзовых волноводов приводит к иному условию устойчивости стационарного решения.

Будем рассматривать малые отклонения от стационарного решения в оптических волноводах, образованных тонкими нелинейными линзами. При этом введем следующие переменные, имеющие простую физическую интерпретацию:

$$c_{\text{стар}}^{(N)} = \frac{1}{a^{(N)2}} + \dot{a}^{(N)2} \quad (2.1)$$

$$d_{\text{стар}}^{(N)} = - \frac{a^{(N)} \dot{a}^{(N)}}{\dot{a}^{(N)2} + 1/a^{(N)2}}$$

$c^{(N)}$  имеет смысл полной (геометрической и дифракционной) расходимости пучка, эта величина есть инвариант для гауссовых пучков в свободном пространстве и для стационарного пучка в нелинейном волноводе:  $c_{\text{стар}}^{(N)} = \frac{1}{\alpha_{\text{пер}}^{(N)2}}$ , где  $\alpha_{\text{пер}}^{(N)}$  — ширина пучка в "перетяжке" после  $N$ -ой нелинейной линзы,  $d_{\text{стар}}^{(N)}$  — расстояния от  $N$ -ой линзы до "перетяжки".

Используя (2.1), уравнения (1.5) и условие преобразования сходимости пучка тонкой линзой, находим соотношения, описывающие трансформацию пучка на одном периоде волновода:

$$c^{(N+1)} = c^{(N)} - \frac{2h^{(N)}}{F^{(N)} \left( \frac{1+h^{(N)2}}{c^{(N)}}, p \right)} - \frac{1+h^{(N)2}}{c^{(N)} F^{(N)2}} = c^{(N)} + f_1(c^{(N)}, h^{(N)}) \quad (2.2)$$

$$h^{(N+1)} = h^{(N)} + c^{(N+1)} - (1+h^{(N)2})/c^{(N)} F^{(N)} = h^{(N)} + f_2(c^{(N)}, h^{(N)}).$$

Здесь  $c^{(N)} = 2c_{\text{стар}}^{(N)}$ ;  $h^{(N)} = (L - d^{(N)})c_{\text{стар}}^{(N)}$ ;

а  $\sqrt{L} F^{(N)} \left( \frac{1+h^{(N)2}}{c^{(N)}}, p \right) = F_{\text{стар}}^{(N)} = F^{NL}(a^2, p)$  — фокус-

ное расстояние тонкой нелинейной линзы. Из (2.2) с использованием условия повторяемости  $c^{(N+1)} = c^{(N)}$ ,  $h^{(N+1)} = h^{(N)}$  могут быть найдены стационарные пучки в виде (1.12) и (1.13). Положим

$$\begin{aligned} c^{(N)} &= c_0 + \alpha_1^{(N)}; & \alpha_1^{(N)} &\ll c_0, \\ h^{(N)} &= h_0 + \alpha_2^{(N)}; & \alpha_2^{(N)} &\ll h_0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где  $c_0$  и  $h_0$  соответствуют стационарному режиму нелинейного волновода:  $h_0 = \frac{1}{2} c_0$ , а  $c_0$  есть решение уравнения

$$c_0 = \frac{4}{4F\left(\frac{1 + 1/4 c_0^2}{c_0}, p\right) - 1} \quad (2.4)$$

Подставляя (2.3) в систему (2.2) и линеаризуя ее вблизи стационарного значения  $(c_0, h_0)$ , получим связь между малыми отклонениями  $\alpha_{1,2}^{(N+1)}$  и  $\alpha_{1,2}^{(N)}$ :

$$\alpha_1^{(N+1)} = \alpha_1^{(N)} + \frac{\partial f_1}{\partial c^{(N)}} \Big|_{c_0, h_0} \cdot \alpha_1^{(N)} + \frac{\partial f_1}{\partial h^{(N)}} \Big|_{c_0, h_0} \cdot \alpha_2^{(N)}, \quad (2.5)$$

$$\alpha_2^{(N+1)} = \alpha_2^{(N)} + \frac{\partial f_2}{\partial c^{(N)}} \Big|_{c_0, h_0} \cdot \alpha_1^{(N)} + \frac{\partial f_2}{\partial h^{(N)}} \Big|_{c_0, h_0} \cdot \alpha_2^{(N)}$$

\* Матрица линейного преобразования (2.5)

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\partial f_1(c_0, h_0)}{\partial c^{(N)}} & \frac{\partial f_1(c_0, h_0)}{\partial h^{(N)}} \\ \frac{\partial f_2(c_0, h_0)}{\partial c^{(N)}} & 1 + \frac{\partial f_2(c_0, h_0)}{\partial h^{(N)}} \end{pmatrix}$$

осуществляет устойчивое преобразование, если модуль ее собственного значения не больше единицы. Полагая

$$\begin{pmatrix} \alpha_1^{(N+1)} \\ \alpha_2^{(N+1)} \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} \alpha_1^{(N)} \\ \alpha_2^{(N)} \end{pmatrix}$$

получим характеристическое уравнение для коэффициента трансформации  $\mu$

$$(1-\mu)^2 - (f'_{1c^{(N)}} + f'_{2h^{(N)}})(1-\mu) + f'_{1c^{(N)}} f'_{2h^{(N)}} - f'_{2c^{(N)}} f'_{1h^{(N)}} = 0 \quad (2.6)$$

откуда

$$\mu = 1 + \frac{f'_{1c^{(N)}} + f'_{2h^{(N)}}}{2} \pm \sqrt{\frac{(f'_{1c^{(N)}} + f'_{2h^{(N)}})^2}{4} - (f'_{1c^{(N)}} f'_{2h^{(N)}} - f'_{2c^{(N)}} f'_{1h^{(N)}})} \quad (2.7)$$

Нетрудно показать, что

$$f'_{1c^{(N)}} = \left. \frac{\partial f_1(c^{(N)}, h^{(N)})}{\partial c^{(N)}} \right|_{c_0, h_0} = - \frac{1 - 2h_0 \frac{\partial F^{NL}(a_0^2, p)}{\partial (a^2)}}{F^{NL}(a^2, p)},$$

$$f'_{1h^{(N)}} = \left. \frac{\partial f_1(c^{(N)}, h^{(N)})}{\partial h^{(N)}} \right|_{c_0, h_0} = - \frac{2}{F^{NL^2}(a^2, p)} (F^{NL}(a_0^2, p) + h_0 \frac{\partial F^{NL}(a_0^2, p)}{\partial (a^2)}) + \frac{1}{F^{NL}(a_0^2, p)},$$

$$g'_{2c^{(N)}} = 1 - \frac{(1 - F^{NL})(1 - 2h_0 \frac{\partial F^{NL}(a_0^2, p)}{\partial (a^2)})}{F^{NL}(a_0^2, p)},$$

$$g'_{2h^{(N)}} = -\frac{3}{F^{NL}} + \frac{2h_0 \frac{\partial F^{NL}(a_0^2, p)}{\partial (a^2)}}{F^{NL^2}} (1 - F^{NL}) + \frac{1}{F^{NL^2}}. \quad (2.8)$$

Тогда неравенство  $|\mu| = 1$  приводит к следующему условию устойчивости стационарного решения

$$-g^2 - 2g(1-g) \left( \frac{1-g}{1+g} \right)^{1/2} \frac{\partial F^{NL}(a_0^2, p)}{\partial (a^2)} < 1 - g^2, \quad (2.9)$$

где  $g$  определяется из уравнения

$$g = 1 - \frac{L}{2F^{NL} \left( \frac{L}{\sqrt{1-g^2}}, p \right)}. \quad (2.10)$$

Если условие (2.9) не выполняется, то модуль, по крайней мере, одного из корней характеристического уравнения больше единицы  $|\mu| > 1$ , и стационарный режим неустойчив<sup>+</sup>.

<sup>+</sup>) По аналогии с динамическими системами второго порядка (считается, что роль времени играет параметр  $N$  — номер нелинейного корректора) можно сказать, что устойчивому стационарному режиму соответствует особая точка состояния равновесия типа центра, а неустойчивому — типа неустойчивого фокуса.

Из (2.9) видно, что точка  $g=0$ , соответствующая конфокальной системе, лежит на границе области устойчивости стационарного пучка. В применении к керровским и тепловым линзам условие (2.9) переходит в

$$\infty > F^{Nl}(\alpha^2, p) > \frac{L}{2}, \quad (2.11)$$

что соответствует лишь доконфокальным (длиннофокусным) системам. Законфокальные (короткофокусные :

$\frac{L}{2} > F^{Nl} > \frac{L}{4}$  ) системы неустойчивы. Это накладывает ограничение на величины мощностей, которые могут быть переданы по нелинейному волноводу:

$$P_{\text{пор}} < P < 2P_{\text{пор}} = P_{\text{конф}}. \quad (2.12)$$

для керровских линз, и

$$0 < P < \bar{P} = P_{\text{конф}}. \quad (2.13)$$

для тепловых линз.

Приведем некоторые численные оценки граничных мощностей. Например, для кубет с сероушлеродом ( $P_{\text{кр}} = 10$  кВт) толщиной 0,1 см, расположенных на расстоянии 100 см друг от друга,  $P_{\text{пор}} = 16,7$  Мвт,  $P_{\text{конф}} = 33,4$  Мвт. Для волновода, образованного пластинками оптического стекла толщиной 1 см, помещенными на расстоянии 100 см друг от друга. ( $P_{\text{пор}} = 1 - 10$  Мвт для самофокусировки, определяемой нелинейностью электронной поляризуемости)  $P_{\text{пор}} = 150 - 1500$  Мвт;  $P_{\text{конф}} = 300 - 3000$  Мвт. В случае

волновода из тепловых линз с параметрами  $L = 100 \text{ см}$ ,  
 $l = 1 \text{ см}$ ,  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ ,  $\frac{dn}{dT} = 10^{-5} \text{ град}^{-1}$ ,  
 $\alpha = 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ ,  $\varepsilon_T = 10^{-2} \frac{\text{вт}}{\text{см} \cdot \text{град}}$ ,  $P_{\text{комф}} = 5 \text{ вт}$ .

В заключение данного параграфа отметим, что проведенное здесь рассмотрение устойчивости стационарного решения относилось лишь к пучкам, повторяющимся от корректора к корректору с периодом  $\Delta N = 1$ . В принципе можно допустить, что существуют стационарные решения уравнений (2.2) с периодами в два, три и т.д. элементов с отличными от (2.9) областями устойчивости. Анализ такой возможности на основе уравнений (2.2) требует привлечения численных методов и нами не проводился. Заметим только, что результаты абберационной теории нелинейного волновода (§ 4) находятся в хорошем согласии с выводами настоящего параграфа.

### § 3. Оптические линзовые волноводы с комбинированными (линейными и нелинейными) корректорами.

При распространении мощных световых пучков в оптических системах существенным может оказаться проявление нелинейных свойств материала корректоров. Нелинейное самовоздействие интенсивных волн (вследствие оптического эффекта Керра или нелинейности электронной поляризуемости в стекле линзы, вследствие тепловой самофокусировки при нагреве в поглощающих элементах) приводит к дополнительной коррекции пучков на преобразователях и изменению



режима работы оптической системы. Приближенно можно считать, что мощный световой пучок создает в материале корректора дополнительную нелинейную линзу с фокусным расстоянием  $F^{N\ell}(\alpha^2, \rho)$ . Полное фокусное расстояние преобразователя  $F_{\Sigma}$  в этом случае находится из соотношения:

$$(F_{\Sigma})^{-1} = (F^L)^{-1} + (F^{N\ell})^{-1}; \quad (3.1)$$

где  $F^L$  — фокусное расстояние фазового корректора в слабом поле.

Рассмотрим прохождение пучков через волновод, образованный комбинированными линзами с фокусным расстоянием (3.1) (рис. 3а). Задача в такой постановке охватывает довольно широкий круг оптических систем, включающий волновод с совмещенными в одной плоскости линейной и нелинейной линзами как частный случай. Действительно, рассмотрим оптический волновод, образованный периодически повторяющимися парами несовмещенных друг с другом преобразователей  $\tilde{F}^L$  и  $\tilde{F}^{N\ell}(\alpha^2, \rho)$  (рис. 3). Известно [6], что одиночный (линейный) преобразователь  $\tilde{F}^L$  осуществляет такую же трансформацию пучка из некоторого сечения  $0$  в сечение  $0'$ , как и два преобразователя с фокусным расстоянием  $\tilde{F}_{13}^L$  и  $\tilde{F}_{23}^L$ , расположенные в сечениях  $0$  и  $0'$ , раздвинутых на расстояние  $L_3$  одно от другого. Заменяв каждый из преобразователей  $\tilde{F}^L$  эквивалентной ему парой преобразователей, расположенных в плоскостях нелинейных корректоров, приходим к системе, условно изображенной на рис. 3а, в которой

$$F_{\Sigma}(a^2, p) = \frac{\tilde{F}_3^L \tilde{F}^{NL}(a^2, p)}{\tilde{F}_3^L + \tilde{F}^{NL}(a^2, p)}, \quad (3.2)$$

$$\tilde{F}_3^{-1} = \tilde{F}_{13}^{-1} + \tilde{F}_{23}^{-1} \quad ; \quad L = L_3 = L_1 + L_2 - \frac{L_1 L_2}{\tilde{F}^L}$$

Как и раньше, введем параметр фокусировки

$$g_{\Sigma} = 1 - \frac{L}{2F_{\Sigma}(a^2, p)} = 1 - \frac{L}{2F^L} - \frac{L}{2F^{NL}(a^2, p)} \quad (3.3)$$

Ширина стационарного пучка в волноводе находится из уравнения

$$a_0^2 = L [1 - g_{\Sigma}^2(a_0^2, p)]^{-1/2}$$

которое в случае керровского механизма нелинейности имеет решение

$$a_0^2 = \pm L \frac{Q}{\sqrt{2} \sqrt{g_L Q - 1 \pm \sqrt{(g_L Q - 1)^2 + (1 - g_L)^2 Q^2}}}; \quad (3.4)$$

$$Q = \frac{1}{n_0 \gamma} \left( \frac{p}{p_{кр}} - 1 \right)$$

Для тепловой нелинейности

$$a_0^2 = L \frac{\frac{p}{p} \left( \pm \sqrt{(1 - g_L^2) \left( \frac{p}{p} \right)^2 + 1} - g_L \right)}{1 - g_L^2} \quad (3.5)$$

В формуле (3.4) и (3.5)  $g_L = 1 - \frac{L}{2F^2}$ , а знаки выбираются так, чтобы величина  $g_L^2$  была положительной. Соотношения (3.4) и (3.5) содержат два предельных случая: а) случай линейной системы  $F \rightarrow \infty$ ; б) ранее рассмотренный случай только нелинейных линз  $F \rightarrow \infty$ . Графически зависимость ширины стационарного пучка от мощности для случая керровской нелинейности показана на рис. 4 для различных значений параметра фокусировки линейной системы. Из соотношений (3.4) и (3.5) видно, что стационарное решение в рассматриваемом линзовом волноводе не меняется при одновременной смене знаков  $g_L$  и  $Q$  для керровской нелинейности и  $g_L$  и  $P/\bar{P}$  для тепловой. Поэтому графики рисунка 4 могут быть применены и к области расфокусирующей нелинейности:  $Q < 0$  и  $P/\bar{P} < 0$ .

Минимум ширины пучка  $Q_{\min} = \sqrt{L}$  соответствует конфокальному волноводу и достигается при помощи пучка, определяемой из условия

$$g_{\Sigma} = 1 - \frac{L}{2F^N} - \frac{L}{2F^{N_L}} = 0; \quad (3.6)$$

откуда

$$Q_{\text{конф}} = 2g_L; \quad \left(\frac{P}{\bar{P}}\right)_{\text{конф}} = g_L.$$

Стационарное решение в области  $|g_L| > 1$  существует при

$$|Q| \geq |g_L + \sqrt{g_L^2 - 1}| \quad (3.7a)$$

$$|P/\bar{P}| \geq \sqrt{g_L^2 - 1} \quad (3.7b)$$

для волноводов с керровской и тепловой нелинейностью, соответственно, и является неоднозначным (при заданных  $g_L$  и  $P$ ). Однако, как будет

показано ниже, одна из ветвей  $\alpha_0^2(P)$ , соответствующая большему значению  $\alpha_0$ , неустойчива.

Область устойчивости стационарного пучка в линейном волноводе с корректорами (3.1) относительно малых возмущений параметров пучка определяется из условия (2.9), в котором вместо  $F^{NL}(\alpha^2, P)$  надо поставить  $F_{\Sigma}(\alpha^2, P)$ . На плоскости параметров  $g_L$  и  $\alpha = \frac{L}{2FNL}$  (рис. 5) устойчивая область изображается заштрихованной частью. Аналитически она определяется следующими неравенствами:

1. Керровская нелинейность

$$\begin{array}{ll}
 g_L \leq -1 & 2g_L - Q < g_L - \sqrt{g_L^2 - 1} \\
 -1 < g_L \leq -\frac{1}{2} & 2g_L - Q < +\infty \\
 -\frac{1}{2} > g_L \geq 0 & 2g_L - Q < -\frac{2g_L}{1-4g_L^2} \\
 0 > g_L > \frac{1}{2} & -\frac{2g_L}{1-4g_L^2} < Q < 2g_L \\
 -\frac{1}{2} > g_L > -1 & -\infty < Q < 2g_L \\
 1 > g_L & g_L + \sqrt{g_L^2 - 1} < Q < 2g_L
 \end{array} \quad (3.8)$$

2. Тепловая нелинейность

$$\begin{array}{ll}
 g_L \leq -1 & g_L - \left(\frac{P}{P}\right) < -\sqrt{g_L^2 - 1} \\
 -1 < g_L \leq 0 & g_L - \left(\frac{P}{P}\right) < +\infty \\
 0 > g_L > -1 & -\infty < \left(\frac{P}{P}\right) < g_L \\
 1 > g_L & \sqrt{g_L^2 - 1} < \frac{P}{P} < g_L
 \end{array} \quad (3.9)$$

На рис. 4 устойчивым стационарным пучкам соответствуют сплошные отрезки кривых  $Q^2(P)$ , неустойчивое решение изображается пунктирной линией.

Укажем на некоторые особенности рассматриваемых линзовых волноводов.

1°. Стационарные пучки в волноводах с дополнительной нелинейностью устойчивы в суженной по сравнению с линейным волноводом  $(-1 - g_L - 1)$  области изменений параметра  $g_\Sigma$ .

2°. Стационарное решение и его устойчивость не меняются при одновременной смене знаков  $g_L$  и  $Q$  (или  $P/\bar{P}$ ). Оптические системы с фокусирующей нелинейностью при некотором  $g_L = \bar{g}_L$  ведут себя так же, как системы с дефокусирующей нелинейностью и  $g_L = -\bar{g}_L$ .

3°. Характерным является поведение нелинейных волноводов при  $g_L = 0$ . При построении линейных линзовых волноводов считалось, что наиболее пригодным для канализации световых пучков является конфокальный волновод:  $g_L = 0$ , как обеспечивающий наилучшую локализацию пучка ( $Q_0 = Q_{min}$ ) и минимальные дифракционные потери в диафрагмированных системах. Однако, как теперь видно из неравенств (3.8) и (3.9) и рис. 7, даже слабая нелинейность типа керровской делает конфокальную систему полностью неустойчивой, а тепловая нелинейность сдвигает ее на границу устойчивого и неустойчивого режима, что практически тоже может сделать систему непригодной для работы, т.к. приведет к увеличению потерь. По-видимому, влияние тепловой нелинейности следует учитывать, в частности, в вопросах использования квазиоптических линий передачи с термогазовыми линзами: так, пучок, диаметром 0,8 см создает в слое

воздуха толщиной 100 см (при  $dn/dT = 2 \cdot 10^{-6}$ ,  $\alpha_T = 2,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{вт}}{\text{см.град}}$  и  $\alpha = 10^{-6} \text{см}^{-1}$ ) нелинейную линзу с отрицательным фокусным расстоянием  $-f^{NL} = 10 \text{ м}$  при мощности пучка  $P \approx 310 \text{ вт}$ .

4°. Используя наличие узких областей устойчивости (в особенности при  $|g_L| > 1$ ) можно построить системы с узким диапазоном пропускаемых мощностей, что может оказаться полезным для ряда приложений.

5°. Расчеты, проведенные для линзовых волноводов, непосредственно применимы к кольцевым резонаторам бегущей волны с нелинейным элементом внутри (см. замечание в начале этого параграфа, относящееся к приведению системы к эквивалентному виду (3,2)). Аналогичные расчеты (более громоздкие) могут быть проделаны для резонаторов стоячей волны. В применении к резонаторам с нелинейными элементами отмеченные выше особенности могут быть использованы для модуляции добротности, автомодуляции излучения, ограничения или селекции импульсов по мощности и т.д.

#### § 4. Волновые пучки, несогласованные со стационарными. Учет aberrаций нелинейных линз.

Интересен вопрос о возможности канализации волновых пучков с учетом aberrаций нелинейных линз, а также о захвате нелинейным волноводом пучков, сильно несогласованных со структурой стационарного пучка (устойчивость в большем). Рассмотрение этих вопросов требует привлечения численных мето-

дов. Такое рассмотрение было проведено для двухмерного и трехмерного аксиально симметричного диафрагмированного волновода из 50 нелинейных элементов керровского типа. Определялась последовательность функции  $u_1^{(N)}$ ,  $u_2^{(N)}$  ( $N=1,2,\dots,50$ ), описывающих поле соответственно на входе и выходе нелинейных элементов. Эти функции удовлетворяют уравнениям<sup>+</sup>)

$$|u_2^{(N)}(\xi)| = |u_1^{(N)}(\xi)|; \operatorname{arg} u_2^{(N)}(\xi) = \operatorname{arg} u_1^{(N)}(\xi) - |u_1^{(N)}(\xi)|^2$$

$$u_1^{(N+1)}(\xi) = c \int_0^1 u_2^{(N)}(\xi') J_0(c \xi \cdot \xi') \exp\left(-i \frac{c}{2} (\xi^2 + \xi'^2)\right) \xi' d\xi'$$
(4.1)

$J_0(t)$  — функция Бесселя

при начальных условиях (гауссов пучок)

$$|u_1^{(0)}(\xi)| = u_0 e^{-c \xi^2 / 2 c_L}; \operatorname{arg} u_1^{(0)} = \frac{1}{2} |u_1^{(0)}(\xi)|^2, \quad (4.2)$$

где  $\xi = \frac{r}{a_s}$ ;  $u = \sqrt{n^2 l} E_0$ ;  $c = \frac{a_s^2}{L}$ ;  $c_L = -\frac{a^2}{L}$

$2a_s$  — ширина ограничивающей диафрагмы,  $2a$  — ширина начального гауссова пучка. В безабберационном приближении расчет, подобный вышеописанному, дает следующую связь между параметрами стационарного

---

<sup>+</sup>) Данные расчеты двухмерных волноводов приводились в работе [7]. Здесь речь пойдет преимущественно о трехмерных аксиально-симметричных пучках. Качественно приводимые результаты согласуются с данными для двухмерных волноводов.

пучка<sup>+</sup>)

$$C_L = \frac{1 + \left(\frac{U_0}{2}\right)^4}{2 \left(\frac{U_0}{2}\right)^2}. \quad (4.3)$$

Соответствующая зависимость изображена на рис. 6 (1). Она была использована для ориентировки в выборе начальных условий в численных расчетах. Пунктиром на этом рисунке изображены кривые, на которых выбирались параметры входного распределения.

Одним из показателей, характеризующих поведение пучков в диафрагмированных квазиоптических системах, является величина дифракционных потерь. На рис. 7 показана зависимость коэффициента потерь  $\delta = -\ln T$  ( $T$  – энергетический коэффициент передачи) от номера корректора для пучков фиксированной ширины ( $C_L = 4$ ), но различной амплитуды (а следовательно, и мощности) при размере диафрагмы  $C = 36$ . В согласии с безабберационным расчетом с ростом  $U_0$  дифракционные потери сначала уменьшаются, а затем начинают расти, достигая больших величин при значениях  $U_0$ , лежащих за границей области устойчивости стационарного решения ( $U_0 > U_{0 \text{ конф}}$ ). Для сравнения на том же рисунке пунктиром изображена величина коэффициента потерь в диафрагмированном волноводе без нелинейных элементов при том же значении  $C = 36$ . В соответствии с величиной потерь и ходом зависимости  $\delta(N)$  на рисунке можно выделить три характерные группы кривых.

1°. Начальные параметры пучков соответствуют

---

<sup>+</sup>) В формуле (4.3) учтено 4-х кратное превышение истинной критической мощности самофокусировки над критической мощностью т.н. приосевого приближения, принятого в [8].



устойчивому доконфокальному режиму:  $c_L u_0^2 - (c_L u_0^2)_{\text{квиф}} = 4$ .

В этом случае потери малы (на порядок меньше потерь в диафрагмированном волноводе без нелинейных элементов). Ход зависимости  $\sigma(N)$ , близкий к линейному в конце волновода, а также характер поперечной структуры пучка на этом участке указывают на выход на квазистационарный режим с малым коэффициентом погонных потерь  $\frac{\partial \sigma(N)}{\partial N}$ , т.е. на захват пучка нелинейным волноводом.

2°. Начальные параметры пучков отвечают мощностям, сильно превышающим предельные. В этом случае большие дифракционные потери приводят к тому, что пучок уже на начальном участке волновода теряет большую часть мощности на излучение из системы, вследствие чего волновод становится практически линейным. Этот результат находится в согласии с бездифракционным приближением, поскольку начальные параметры пучков принадлежат области неустойчивости стационарного режима. Сильные дифракционные потери являются следствием этой неустойчивости (ухода пучка из приосевой области).

3°. Начальная мощность также принадлежит области неустойчивости, но лишь незначительно превышает конфокальную. Распространение пучков на начальном участке, как и в случае 2°, сопровождается большими дифракционными потерями. Однако, в этом случае диафрагмирование системы оказывает стабилизирующее действие, уменьшая мощность пучков до значений, соответствующих устойчивому режиму, вследствие чего происходит захват пучка нелинейным волноводом и выход на стационарный режим.

Особенно показательна сравнительная зависимость коэффициента потерь от  $N$  при различных начальных мощностях (рис. 8): при мощности, соответ-

ствующей доконфокальному режиму  $c_L u_0^2 = 2,56$ , потери малы (группа кривых I), а законфокальному  $c_L u_0^2 = 5$  - велики (группа II).

Структуры стационарных (точнее квазистационарных) из-за постепенного уменьшения мощности) пучков показаны на рис. 9. На плоскости параметров  $c_L, u_0$  им отвечает левая ветвь стационарного режима (рис. 6 кривая II)  $c_L(u_0)$ , что полностью согласуется с безабберационным приближением, по которому устойчивыми является лишь доконфокальные системы.

С целью выяснения влияния разъюстировки нелинейного волновода на его характеристики нами были проведены численные расчеты для пучков с начальным профилем, отличным от симметричного гауссового распределения (на примере двухмерного волновода с  $C = 20$ ). Аберрации в начальном распределении были двух видов:

1) гауссовский пучок был смещен относительно оси системы

$$|u^{(0)}| = u_0^{(0)} \exp \left\{ -\frac{C(\xi - \xi_0)^2}{2c_L} \right\} \quad (4.4)$$

2) пучок с максимумом амплитуды поля на оси имел несимметричное амплитудное распределение:

$$|u_0^{(0)}| = u_0^{(0)} \cdot \begin{cases} \exp \left( -\frac{C\xi^2}{2c_{L1}} \right); & \xi \leq 0 \\ \exp \left( -\frac{C\xi^2}{2c_{L2}} \right); & \xi \geq 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

Для сравнения с условиями прохождения симметричных пучков (4.4) и (4.5) задавались как (1) в обла-

сти устойчивости стационарного режима  $\sqrt{C_L} u_0^2 = 0,96$ , так и (2) в области неустойчивости  $\sqrt{C_L} u_0^2 = 2,56$ . Как показали расчеты, в первом случае абберации в распределении пучка приводят к некоторому увеличению обших потерь и "гулянию" пучка около оси системы. Однако, в конце волновода профиль пучка выравнивается в соответствии с рис. 9, и качественно результат остается прежним даже при довольно сильных абберациях: происходит захват пучка нелинейным волноводом.

Во втором случае потери могут как превышать, так и быть меньше потерь в пучках с симметричным гауссовым начальным распределением той же мощности и ширины. При этом общий характер поведения пучков не меняется: распространение пучков с параметрами, соответствующими области неустойчивости нелинейного волновода сопровождается большими дифракционными потерями.

Таким образом, проведенные расчеты подтверждают возможность использования явления внешней самофокусировки для канализации волновых пучков. Вместе с тем в системах с линейной коррекцией фазы это явление может существенно повлиять на характеристики волновода на больших уровнях мощности. Приведенные выше результаты можно использовать и при анализе резонаторов с нелинейными элементами. Важно, что основные характеристики всех этих систем могут быть получены на основе безабберационного приближения.

## Подпись к рисункам

- Рис. 1. Оптический волновод с нелинейными линзами.
- Рис. 2. Зависимость ширины стационарного пучка от мощности в волноводах с керровской (а) и тепловой (б) нелинейностью.
- Рис. 3. Схематическое изображение волноводов с комбинированными (линейными и нелинейными) корректорами.
- Рис. 4. Зависимость ширины стационарного пучка от мощности в волноводах с комбинированными корректорами (керровская нелинейность).
- Рис. 5. Диаграмма областей устойчивости волновода с комбинированными корректорами:  
(а) - тепловая нелинейность,  
(б) - керровская нелинейность.
- Рис. 6. (I) - Связь между параметрами стационарного пучка в безабберационном приближении.  
(II) - Связь между параметрами квазистационарного пучка в конце нелинейного волновода, полученная в результате численных расчетов.  
(Пунктирные кривые соответствуют начальным пучкам в численных расчетах).
- Рис. 7. Зависимость коэффициента потерь  $\beta = -\ln T$  от номера корректора  $N$  для пучков фиксированной ширины ( $\sigma_L = L$ ) и различ-

ной амплитуды. Пунктиром изображен коэффициент потерь в диафрагменном волноводе при том же значении  $C = 36$ .

Рис. 8. Зависимость коэффициента потерь от номера нелинейного корректора для пучков с различной начальной мощностью: группа кривых I соответствует докюфокальному режиму, группа кривых II — законфокальному.

Рис. 9. Поперечная структура квазистационарных пучков в конце нелинейного волновода

————— — амплитуда,  
----- — фаза.

1.  $C_L = 1,3$  ;  $u_0 = 1,4$  ;  $C_L \cdot u_0^2 \approx 2,56$
2.  $C_2 = 1$  ;  $u_0 = 2,25$  ;  $C_L \cdot u_0^2 \approx 5$

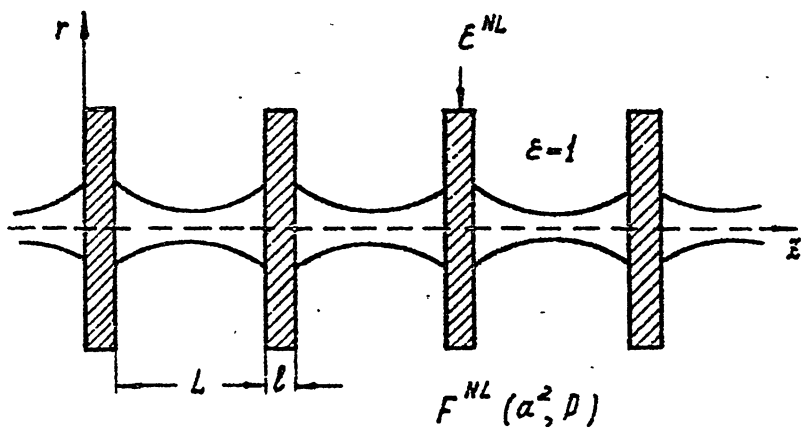


Рис. 1

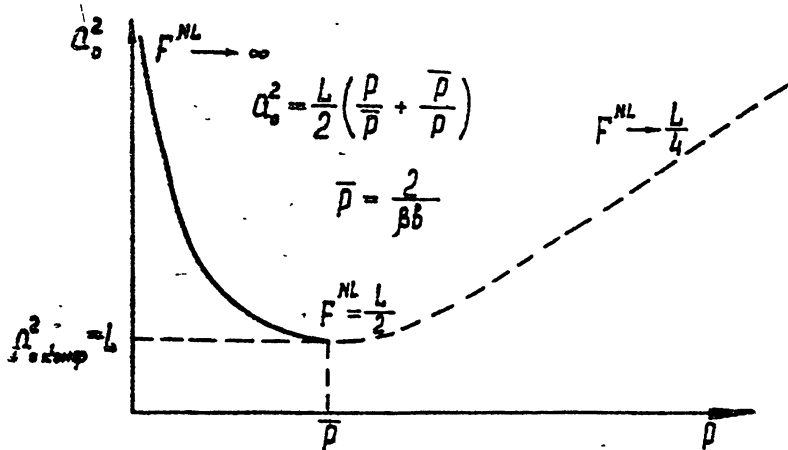
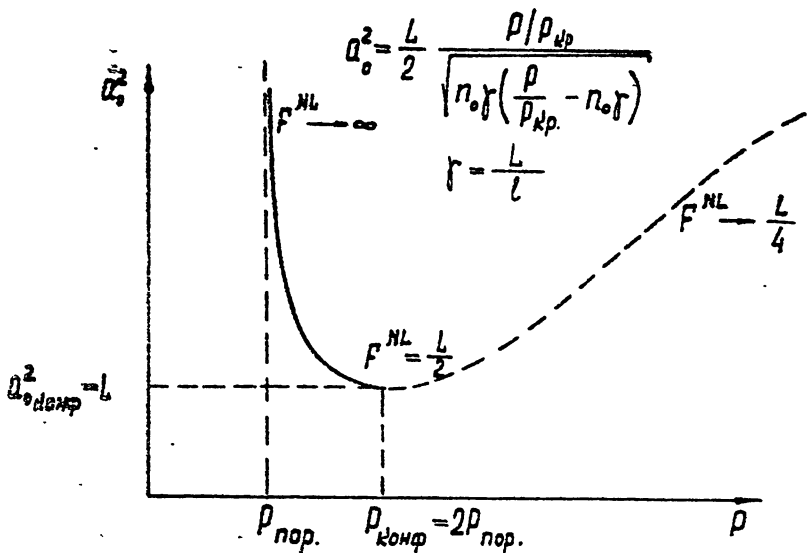
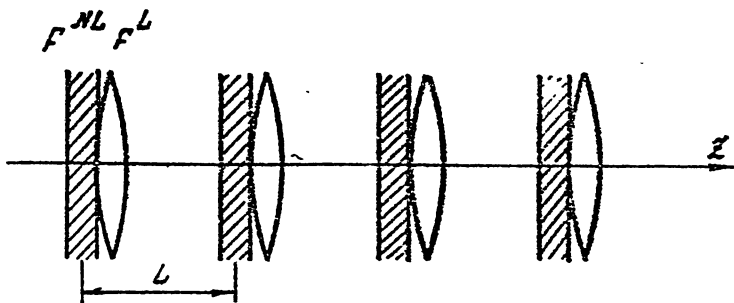


Рис. 2



$$F_{\Sigma}(\alpha^2 \rho) = \frac{F^L \cdot F^{NL}(\alpha^2 \rho)}{FL + F^{NL}(\alpha^2 \rho)}$$

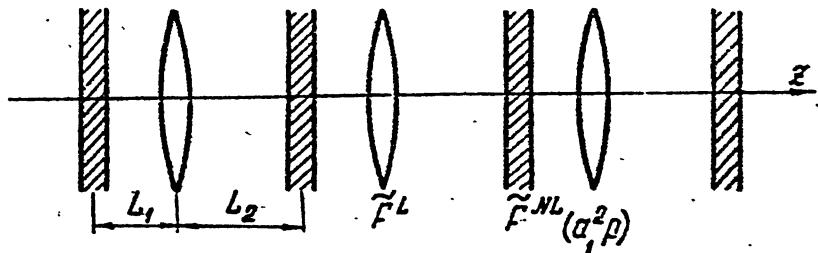
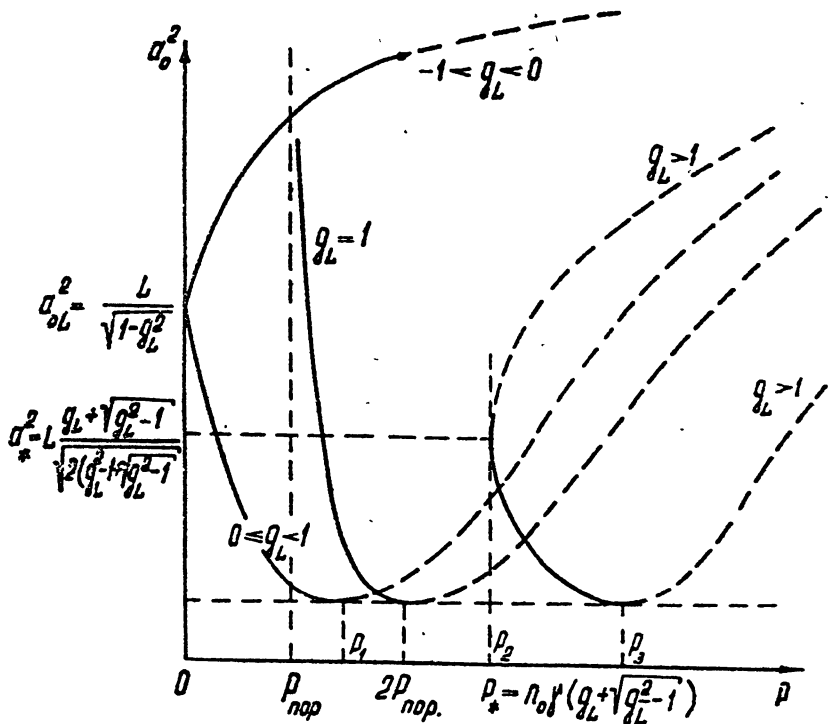


Рис. 3





$$a_0^2 = \pm L \frac{Q}{\sqrt{2} \sqrt{g_L Q - 1 \pm \sqrt{(g_L Q - 1)^2 + (1 - g_L^2) Q^2}}}$$

$$Q = \frac{\rho / \rho_{nop}}{n_0 \gamma} = \frac{\rho}{\rho_{nop}}$$

Рис. 4

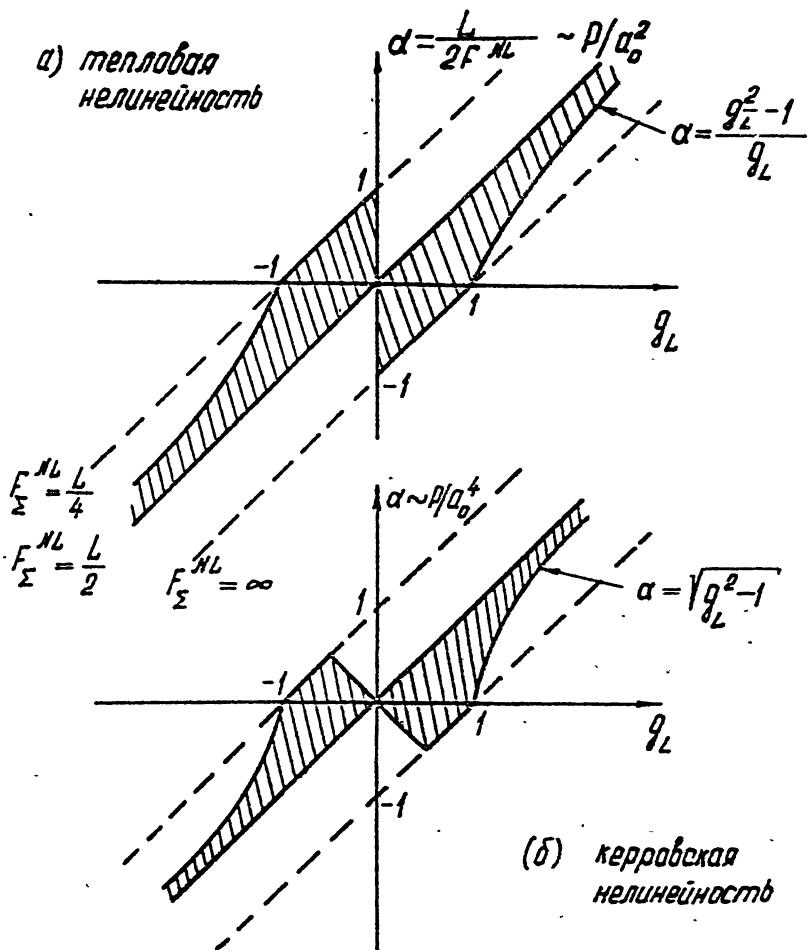


Рис. 5

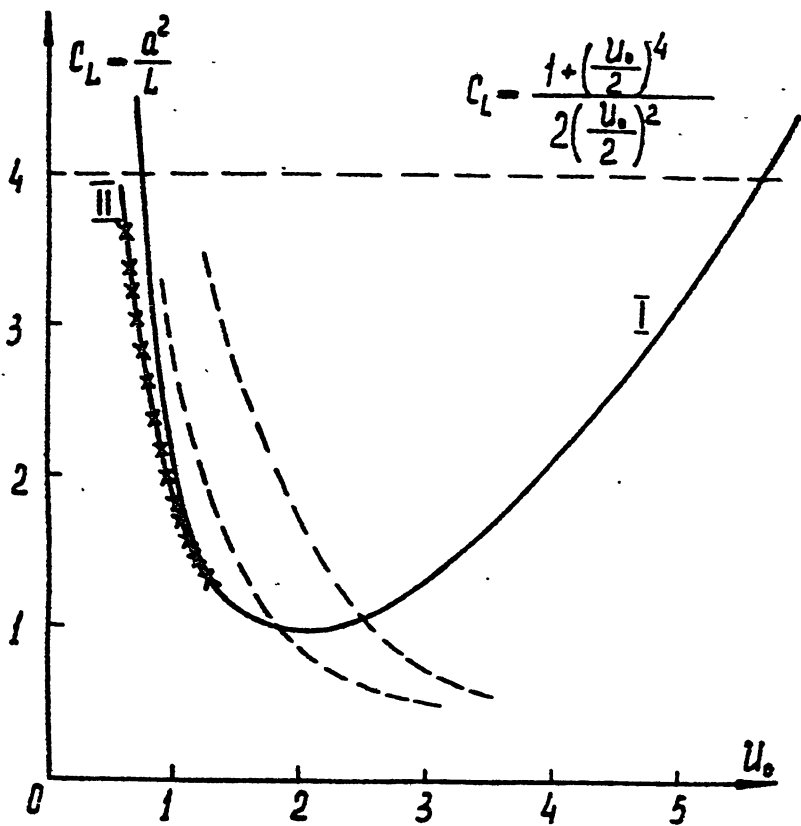
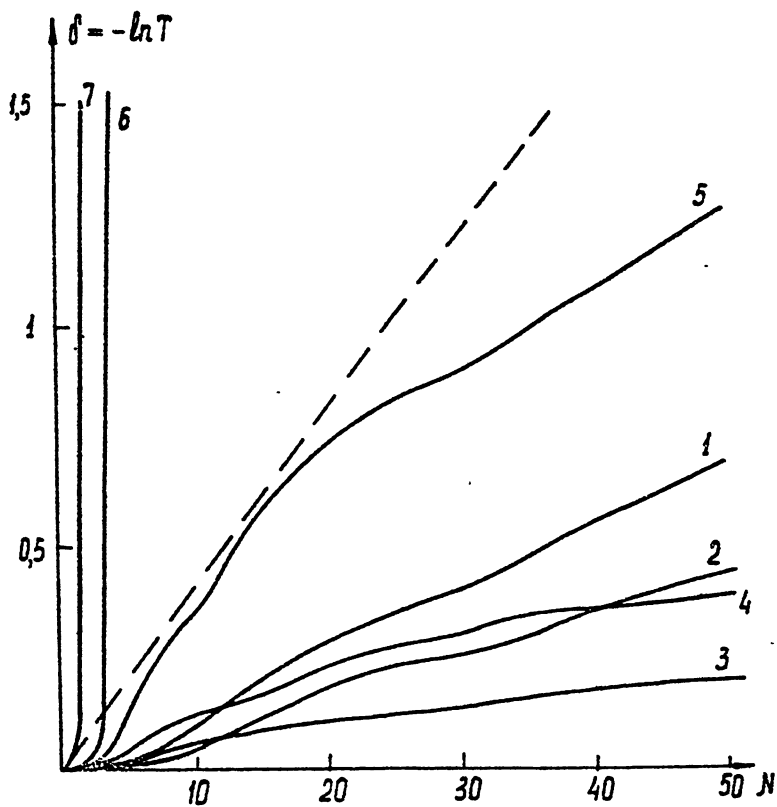


Рис. 6

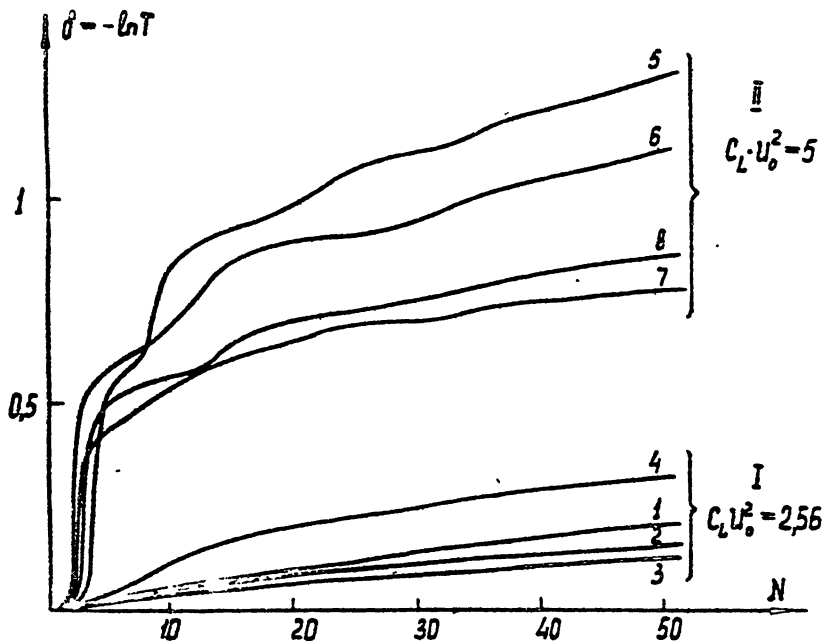


$$c_L = 4$$

$$u_0 = 0,45(1); \quad u_0 = 0,6(2); \quad u_0 = 0,8(3);$$

$$u_0 = 0,95(4); \quad u_0 = 1,1(5); \quad u_0 = 1,5(6); \quad u_0 = 1,9(7)$$

Рис. 7



$$I. C_L \cdot U_0^2 = 2,56 \begin{cases} C_L = 4, & U_0 = 0,8 & (1) \\ C_L = 1,77, & U_0 = 1,2 & (2) \\ C_L = 1,15, & U_0 = 1,5 & (3) \\ C_L = 1,05, & U_0 = 1,56 & (4) \end{cases}$$

$$II. C_L \cdot U_0^2 = 5 \begin{cases} C_L = 2, & U_0 = 1,58 & (5) \\ C_L = 1,65, & U_0 = 1,75 & (6) \\ C_L = 1, & U_0 = 2,25 & (7) \\ C_L = 0,8, & U_0 = 2,5 & (8) \end{cases}$$

Doc. 8

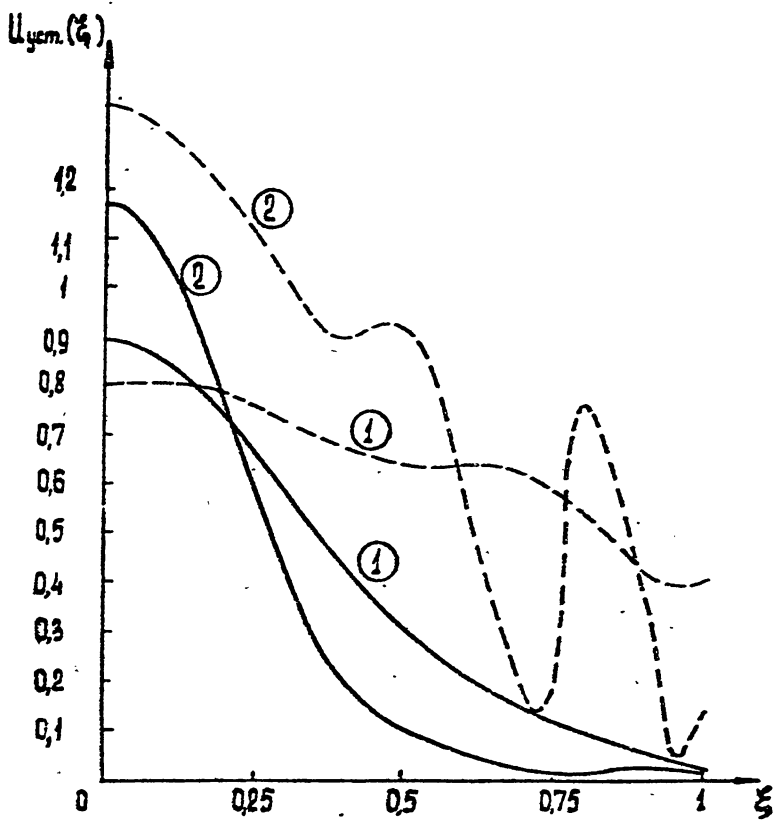


Рис. 9

## Л и т е р а т у р а

1. Г.А.Аскерьян, ЖЭТФ, 42, 1567 (1962).
2. P.D.McWane, Nature, 211, 1031 (1966).
3. А.В.Кашлан, Изв. ВУЗов, Радиофизика, 12, 839 (1969).
4. В.И.Таланов, Письма ЖЭТФ, 2, № 5, 218 (1965)
5. H.Kogelnik, T.Li, Proc.of the IEEE, 54, N 10, 1312 (1966).
6. В.И.Таланов, Радиофизика, 8, № 2, 260 (1965).
7. С.Н.Власов, В.А.Петрищев, В.И.Таланов, Изв. ВУЗов, Радиофизика, 13, № 6, (1970).
8. С.А.Ахманов, А.П.Сухоруков, Р.В.Хохлов, УФН, 93, 19 (1987).