Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р
Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт № 10

НИРФИ

А.Г.Литвак, В.Ю.Трахтенгерц

ОБ ИНДУЦИРОВАННОМ РАССЕЯНИИ ВОЛН И НАГРЕВЕ ПЛАЗМЫ КОГЕРЕНТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ. 1.

г.Горький,
1971 г.

А н н о т а ц и я

Предложен метод исследования нелинейного взаимодействия квазимонохроматических волн в плазме. На его основе проанализирован характер индуцированного рассеяния когерентного высокочастотного излучения на кинетической и гидродинамической стадиях. Рассмотрена возможность использования процессов рассеяния для бесстолкновительного нагрева плазмы.

Процессы нелинейного взаимодействия волн в плазме исследовались различными методами в большом числе работ. Однако результаты этих работ не всегда могут быть использованы для описания эффектов, возникающих при распространении в плазме мощных квазимонохроматических волн, имеющих фиксированную фазу колебаний. Вопросами теории взаимодействия квазимонохроматических волн в плазме и посвящена настоящая работа.

Характер процессов нелинейной трансформации квазимонохроматических волн в плазме можно наглядно проиллюстрировать, если воспользоваться понятием усредненной высокочастотной силы, действующей на заряженную частицу в переменном электромагнитном поле [1]. Известно [2], что в поле двух бегущих электромагнитных волн с близкими частотами

$$\vec{E}=\vec{E}_1 e^{i\omega_1 t-i\vec{k}_1\vec{r}}+\vec{E}_2 e^{i\omega_2 t-i\vec{k}_2\vec{r}} \qquad \omega_1-\omega_2 \ll \omega_1,\omega_2 \tag{1}$$

усредненная по периодам парциальных колебаний сила, действующая на одиночную заряженную частицу, оказывается потенциальной

$$\vec{F}=-\nabla\Phi \tag{2}$$

с бегущим рельефом высокочастотного потенциала

$$\Phi = \frac{e^2(\vec{E}_1\vec{E}_2^*)}{2m\,\omega_1\omega_2}\,e^{i\Omega t - i\vec{\varkappa}\vec{r}}, \quad \Omega=\omega_1-\omega_2, \quad \vec{\varkappa}=\vec{k}_1-\vec{k}_2, \qquad (3)$$

e и m – заряд и масса заряженной частицы.

Под действием этой силы в плазме возникают вынужденные продольные (в направлении $\vec{\varkappa}$) волновые движения. Если Ω и $\vec{\varkappa}$ удовлетворяют дисперсионному уравнению собственных колебаний плазмы, т.е. выполнены условия синхронизма между вынуждающей силой и одной из собственных волн плазмы, происходит резонансное возбуждение плазменных колебаний на разностной частоте (процессы распада и слияния волн). В том случае, когда распадные условия не выполнены, основным процессом, приводящим к трансформации спектров волн в плазме, является взаимодействие усредненной силы с резонансными частицами, скорость которых близка к фазовой скорости высокочастотного потенциала

$$\omega_1 - \omega_2 = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2, \vec{v}). \qquad (4)$$

Если исследование распадного взаимодействия волн с фиксированной фазой можно проводить на основе квазигидродинамического приближения, то для описания процессов нелинейного затухания Ландау в общем случае необходимо использование кинетических уравнений.

При обычной процедуре решения кинетических уравнений функции распределения заряженных частиц слаботурбулентной плазмы представляются в виде ряда [3-5] $f = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + \cdots$ в котором f_0 –невозмущенная функция распределения, f_1 – линейное по полю возмущение, определяющее тензор линейной диэлектрической проницаемости плазмы, f_2 –квадратичная по полю добавка, ответственная за процессы типа распада и дающая вклад в индуцированное рассеяние, f_3 – член с кубичной нелинейностью, ответственный за эффекты самовоздействия и индуцированного рассеяния волн. Для описания процессов индуцированного рассеяния на частицах волн со случайной фазой широко используется также метод пробных частиц [6-8] . Введение понятия усредненной высокочастотной силы, действующей на заряженную частицу, позволяет развить более компактный метод, особенно удобный для исследования взаимодействия квазимонохроматических волн.

С помощью этого метода в данной работе рассмотрена задача об индуцированном рассеянии в плазме интенсивной монохроматической электромагнитной волны. Показано, что в зависимости от интенсивности поля накачки существуют две стадии рассеяния; кинетическая и гидродинамическая.*) В случае малых амплитуд реализуется кинетическая стадия, на которой с полем взаимодействует небольшая группа резонансных частиц плазмы. При этом в достаточно плотной плазме происходит преимущественный разогрев ионов. На гидродинамической стадии, наступающей при амплитудах волн накачки, больших некоторой пороговой, в рассеянии участвуют все частицы плазмы, и в результате происходит эффективное увеличение температур ее компонент, причем при больших амплитудах высокочастотного поля, в основном, греются электроны. Это обстоятельство позволяет, в принципе, регулировать нагрев отдельных компонент

---

*)Ранее некоторые аспекты гидродинамической стадии индуцированного рассеяния рассматривались в [9] .

плазмы путем изменения амплитуды падающей на плазму электромагнитной волны.

В работе определена энергия, диссипируемая когерентным электромагнитным полем в плазме, и проведен анализ нелинейных инкрементов рассеяния. Показано, что на гидродинамической стадии рассеяния эти инкременты могут существенно превышать инкременты распадного взаимодействия. Приведенные оценки указывают, что процессы индуцированного рассеяния можно использовать для нагрева плотной плазмы когерентным излучением.

§ 1. Основные уравнения

При исследовании поведения плазмы в слабо неоднородном высокочастотном поле будем исходить из системы кинетических уравнений для функций распределения электронов и ионов бесстолкновительной плазмы

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + (\vec{v}\,\nabla) f + e_\alpha \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{v}\,\vec{B}\right] \right\} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}} = 0\,, \qquad (5)$$

где α – сорт частиц: e – электроны, i – ионы. Следуя [1], представим движение заряженных частиц в электромагнитном поле как суперпозицию осцилляторного $\vec{\rho}_\alpha$ и дрейфового усредненного $\vec{R}_\alpha$ движений

$$\vec{r}^{\,\alpha} = \vec{R}^{\alpha} + \vec{\rho}^{\,\alpha}\,, \qquad (6)$$
$$\vec{v}^{\,\alpha} = \vec{V}^{\alpha} + \dot{\vec{\rho}}^{\,\alpha}\,.$$

Такое представление справедливо, если выполнены критерий слабой неоднородности поля

$$\frac{|\vec{\rho}|}{L_E} << 1 \ , \ \frac{|\dot{\vec{\rho}}|}{c} << 1 \ , \tag{7}$$

где $L_E \sim |E/\nabla E|$ – характерный размер неоднородности поля (в бегущей волне $L_E \sim 1/\overline{K}$).
Произведем в кинетическом уравнении (5) замену переменных (6), эквивалентную переходу в осциллирующую систему координат. В результате получим уравнения [10]

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + V_j \frac{\partial f_\alpha}{\partial R_j} + \frac{1}{m} \langle F_j^\alpha \rangle \frac{\partial f_\alpha}{\partial V_j} = 0 , \tag{8}$$

в которых

$$\langle F_j^\alpha \rangle = F_j^\alpha - m\ddot{\rho}_j = e_\alpha \mathcal{E}_j + \frac{e_\alpha}{c} [\vec{V}_\alpha \vec{B}] + (\vec{\rho}_\alpha \nabla) F_{\sim j}^\alpha + + (\dot{\vec{\rho}}_\alpha \nabla_{\vec{v}}) F_{\sim j}^\alpha \tag{9}$$

– полная усредненная по периоду высокочастотных колебаний сила, $\overline{F}_\sim$ – сила Лоренца, действующая вдоль невозмущенных (в отсутствие высокочастотного поля) траекторий $\vec{r}_0(t)$, $\vec{\rho}(t)$ и $\dot{\vec{\rho}}(t)$ – решение уравнения осциллирующего движения (в первом приближении)

$$m\ddot{\vec{\rho}} = F_\sim (\vec{r}_0(t), t) , \tag{10}$$

$\vec{\mathcal{E}}$ и $\vec{B}$ – низкочастотные или статические ($\vec{B} = 0$) поля, возникающие в плазме под действим усреднен - ной высокочастотной силы.

2. Применим кинетические уравнения (8) для исследования процессов индуцированного рассеяния электромагнитных волн в изотропной плазме. В случае высокочастотного поля (1) уравнение (8) можно пред - ставить в виде

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{V}\frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{R}} + e_\alpha\left\{\vec{\mathcal{E}} - \frac{1}{e_\alpha}\nabla\Phi_\alpha\right\}\frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}} = 0, \tag{11}$$

где высокочастотный потенциал определяется выражением (3). Будем решать систему уравнений (11), считая возмущения малыми, т.е. представляя f_α в виде

$$f_\alpha = f_{\alpha 0} + f_{\alpha 2}, \tag{12}$$

$f_{\alpha 2}$ – возмущение, производимое усредненной силой.

Кроме того, перейдем к лагранжевым координатам R_0, V_0, t, определив связь между ними законом невозмущенного движения

$$\vec{R}(t) = \vec{R}_0(t) + \int_0^t \vec{V}_0(t')\,dt'.$$

Тогда для возмущения $f_{\alpha 2}$ получим уравнение

$$\frac{\partial f_{\alpha 2}}{\partial t} = -e_\alpha\left\{\vec{\mathcal{E}}(R(t),t) - \frac{1}{e_\alpha}\nabla\Phi_\alpha(R(t),t)\right\}\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \vec{p}_\alpha}. \tag{13}$$

Решением (13), удовлетворяющим условию $f_{\alpha 2}=0$ при $t\to-\infty$, является

$$f_{\alpha 2}=-e_\alpha\int_{-\infty}^{t}\left\{\vec{\mathcal{E}}(t')-\frac{1}{e_\alpha}\nabla\Phi_\alpha(t')\right\}\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial\vec{p}_\alpha(t')}\,dt'. \tag{14}$$

Далее, используя аналогию с линейной теорией электропроводности плазмы [11], с помощью (14) можно написать выражение для полного тока в плазме на разностной частоте

$$j_m=\sigma_{mn}\mathcal{E}_n-i\sum_\alpha\frac{\Phi_\alpha}{e_\alpha}K_n\sigma^\alpha_{mn}=\sigma_{mn}\mathcal{E}_n+j^{\,стор}_m. \tag{15}$$

Входящее в (15) поле $\vec{\mathcal{E}}$ – это поле, которое возбуждает в плазме сторонний ток $\vec{j}_{стор}$, обусловленный действием усредненной высокочастотной силы $-\nabla\Phi$. Согласно [11], в изотропной плазме это поле является чисто продольным электрическим полем, возникающим из-за разделения зарядов

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{R},t)=\frac{4\pi i}{\Omega}\,\frac{\vec{j}^{\,ст.}(\Omega,\vec{\varkappa})}{\varepsilon_l(\Omega,\vec{\varkappa})}\,e^{i\Omega t-i\vec{\varkappa}\vec{R}}= \tag{16}$$
$$=i\vec{\varkappa}\,\frac{\varepsilon_l}{1+\varepsilon_l+\varepsilon_i}\,\frac{\Phi_e}{e}\,e^{i\Omega t-i\vec{\varkappa}\vec{R}}.$$

Здесь мы пренебрегли усредненной силой, действующей со стороны высокочастотного поля на ионы, и ввели обозначение $\varepsilon_\alpha=4\pi i\sigma_{\alpha l}/\Omega$, $\sigma_{\alpha l}$ – продольная проводимость, обусловленная частицами сорта α. Из (16), в частности, следует условие для распадов

$$\varepsilon_e(\Omega,\vec{\varkappa}) = 1 + \varepsilon_e + \varepsilon_i = 0.$$

Полный ток, создаваемый частицами сорта α, равен $\vec{j}_\alpha = \sigma_{\alpha e}\vec{\mathcal{E}}^{\alpha}_{эфф}$, где $\vec{\mathcal{E}}^{\alpha}_{эфф}$ – эффективное электрическое поле, действующее в плазме на частицу сорта α:

$$\vec{\mathcal{E}}^{e}_{эфф} = -i\vec{\varkappa}\,\frac{\Phi_e}{e}\left(\frac{1+\varepsilon_i}{1+\varepsilon_e+\varepsilon_i}\right)e^{i\Omega t - i\vec{\varkappa}\vec{R}}, \quad \vec{\mathcal{E}}^{i}_{эфф} = \vec{\mathcal{E}}. \tag{17}$$

В выражении (16), (17) входят величины ε_e и ε_i, хорошо известные из линейной теории плазмы (см. [9]):

$$\varepsilon_\alpha = \frac{4\pi e_\alpha^2 N_\alpha}{m_\alpha \Omega}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{m_\alpha v_z^2}{T_\alpha}\,\xi(\Omega - \varkappa v_z) f_0(\vec{p})\,d\vec{p}, \tag{18}$$

$$\xi(x) = i\int\limits_0^{\infty} e^{-ixt}\,dt = \frac{P}{x} + i\pi\delta(x).$$

Чтобы определить мощность, диссипируемую высокочастотным полем в плазме, найдем среднюю за период $2\pi/\Omega$ работу, производимую электромагнитным полем над электронами и ионами плазмы

$$Q=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\sum_{\alpha}\vec{j}_{\alpha}\vec{\mathcal{E}}^{*}_{\alpha}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\vec{j}_{e}\vec{\mathcal{E}}^{*}_{e\,\text{эфф}}+\vec{j}_{i}\vec{\mathcal{E}}^{*}_{i\,\text{эфф}}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\sigma^{e}_{e}\,|\mathcal{E}^{e}_{\text{эфф}}|^{2}+\sigma^{i}_{e}\,|\mathcal{E}^{i}_{\text{эфф}}|^{2}\right)= \tag{19}$$

$$=\frac{1}{2}\left|\frac{\varkappa\Phi_{e}}{e}\right|^{2}\left(\left|\frac{1+\varepsilon_{i}}{1+\varepsilon_{e}+\varepsilon_{i}}\right|^{2}\mathrm{Re}\,\sigma^{e}_{e}+\left|\frac{\varepsilon_{e}}{1+\varepsilon_{e}+\varepsilon_{i}}\right|^{2}\mathrm{Re}\,\sigma^{i}_{e}\right).$$

Из (19), в частности, следует, что при рассеянии на электронах происходит компенсация вкладов нелинейного и комптоновского рассеяния [6], приводящая к значительному уменьшению поперечника рассеяния на электронах, окруженных дебаевскими облачками пространственного заряда (возникающее из-за разделения зарядов кулоновское поле почти полностью компенсирует усредненную силу, действующую на электроны). Формально эта компенсация выражается через множитель $K=|(1+\varepsilon_i)/(1+\varepsilon_i+\varepsilon_e)|^2$, который может быть очень малой величиной. Компенсация исчезает вблизи плазменного резонанса $1+\varepsilon_e+\varepsilon_i=0$ и при $\varepsilon_e \ll 1$. Первый случай соответствует приближению к условию распадного трехволнового взаимодействия, когда при исследовании нелинейных процессов необходимо одновременно учитывать и распады, и рассеяние. Второй случай комптоновского рассеяния на свободных электронах ($\varepsilon_e \sim 1$) реализуется, если пространственный период мал по сравнению с дебаевским радиусом электронов $\varkappa r_{de} \gg 1$ либо частота биений велика по сравнению с обратным временем релаксации экранирующего заряда $\Omega \gg \omega_{0e}$. В остальных случаях основной вклад в индуцированное рассеяние дают ионы, находящиеся в сильном кулоновском поле.

Уравнения для плотностей энергии взаимодействующих волн можно получить, если воспользоваться законами сохранения. При рассеянии электромагнитных волн с положительными энергиями выполняется закон сохранения полного числа квантов

$$\frac{d(N_1+N_2)}{dt}=0, \tag{20}$$

и закон сохранения полной энергии системы плазма–поле

$$\frac{d(W_1+W_2)}{dt}=-Q, \tag{21}$$

$W_i=\left(\partial\left[\varepsilon(\omega)\omega^2\right]/\omega\,d\omega\right)_{\omega=\omega_i}E_i^2/16\pi$. В результате имеем

$$\frac{dW_1}{dt}=-\frac{\omega_1}{\Omega}Q=-\alpha_1 W_1 W_2, \tag{22}$$

$$\frac{dW_2}{dt}=\frac{\omega_2}{\Omega}Q=\alpha_2 W_1 W_2.$$

3. Результаты, полученные для случая взаимодействия двух квазимонохроматических волн, справедливы, либо если начальные амплитуды взаимодействующих волн существенно превышают уровень шумов

в плазме, либо если волна накачки обладает узким спектром, а инкремент рассеяния имеет резкий максимум в малой области частот – например, на гидродинамической стадии индуцированного рассеяния (см. § 2). В общем случае при рассмотрении индуцированного рассеяния волн в плазме необходимо учитывать взаимодействие волн с широкими спектрами. Обобщение теории на этот случай не содержит принципиальных трудностей.

Представим электромагнитное поле в виде интеграла Фурье

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\int d\vec{k}\,d\omega\,\vec{E}(\vec{k},\omega)\exp(i\omega t-i\vec{k}\vec{r}) . \qquad (23)$$

и рассмотрим случай, когда корреляционная функция электрического поля в нулевом приближении имеет вид

$$\langle E_m(\omega_1,\vec{k}_1)E_n(\omega_2,\vec{k}_2)\rangle=I_0(\vec{k},\omega)\delta_{mn}\delta(\omega_1-\omega_2)\delta(\vec{k}_1-\vec{k}_2). \qquad (24)$$

Усредненную силу, действующую на заряженную частицу в поле (23), можно представить в виде

$$\vec{F}=i\int\vec{\varkappa}\,\Phi_0\,dk_1dk_2\exp(i\Omega t-i\vec{\varkappa}\vec{r}) . \qquad (25)$$

Здесь мы ввели обозначения $dk_i=d\vec{k}_i\,d\omega_i$,

$$\Phi_0=e^2\vec{E}_1\vec{E}_2^*/2m\omega_1\omega_2 .$$

Действуя аналогично случаю квазимонохроматических волн, можно определить выражение для стороннего тока, обусловленного действием усредненной силы, вычислить поля, возбуждаемые этим током, и определить среднюю по времени и макроскопическому объему работу, совершаемую высокочастотным полем над плазмой. Проведя несложные преобразования, получим

$$Q_{\Sigma} = \int Q(k_1, k_2)\, dk_1 dk_2 , \tag{26}$$

где $Q(k_1, k_2)$ – энергия, диссипируемая в плазме парой монохроматических волн с частотами ω_1 и ω_2 (см. соотношение (19)).

Чтобы найти искомые уравнения для спектральной плотности энергии взаимодействующих волн, как и ранее воспользуемся законами сохранения. В результате получим уравнение, описывающее перекачку в изотропной плазме

$$\frac{dW_{\vec{k}_1}}{dt} = W_{\vec{k}_1} \int G(\vec{k}_1, \vec{k}_2) W_{\vec{k}_2}\, dk_2 . \tag{27}$$

где ядро G определяется выражением

$$G(\vec{k}_1,\vec{k}_2) = \frac{16\pi^2 e^2 (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2}{m^2 \omega_1^2 \omega_2 \Omega} \left\{ \left| \frac{1+\varepsilon_i(\Omega,\vec{\varkappa})}{1+\varepsilon_i(\Omega,\vec{\varkappa})+\varepsilon_e(\Omega,\vec{\varkappa})} \right|^2 \mathrm{Re}\, \sigma_e^e(\Omega,\vec{\varkappa}) + \right. \tag{28}$$

$$\left. + \left| \frac{\varepsilon_e(\Omega,\vec{\varkappa})}{1+\varepsilon_i(\Omega,\vec{\varkappa})+\varepsilon_e(\Omega,\vec{\varkappa})} \right|^2 \mathrm{Re}\, \sigma_e^i(\Omega,\vec{\varkappa}) \right\} \left[\frac{\partial(\omega^2\varepsilon)}{\omega\,\partial\omega} \right]^{-1}_{\omega=\omega_1} \left[\frac{\partial(\omega^2\varepsilon)}{\omega\,\partial\omega} \right]^{-1}_{\omega=\omega_2}$$

Соотношения (27),(28) совпадают с полученными в [6,7] при помощи других методов уравнениями, описывающими индуцированное рассеяние волн со случайными фазами.

§ 2. Кинетическая и гидродинамическая стадии индуцированного рассеяния

Проиллюстрируем применение полученных соотношений на некоторых примерах, позволяющих выяснить особенности процесса индуцированного рассеяния когерентного излучения в плазме.

1. В качестве простейшего примера рассмотрим рассеяние квазимонохроматической электромагнитной волны на электронном потоке с низкой концентрацией электронов (выполнено условие $\Omega \gg \omega_{0s}$, где ω_{0s} – ленгмюровская частота электронов потока). В этом случае можно пренебречь эффектами компенсации рассеяния из-за возникновения сильного кулоновского поля пространственного заряда, и для потока с максвелловской функцией распределения, сдвинутой на среднюю скорость $\vec{V}_0$, выражение для энергии, диссипируемой полем, имеет вид

$$Q=-\left(\frac{\varkappa \Phi_0}{e}\right)^2 \frac{\omega_{0s}^2}{8\pi} \frac{\Omega}{\varkappa^2 V_{Ts}^2} \operatorname{Im}\left\{z\left(\frac{\Omega-\vec{\varkappa}\vec{V}_0}{\varkappa V_{Ts}}\right)-1\right\}, \tag{29}$$

$$z(x)=X(x)-iY(x)\,, \quad X(x)=2xe^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}dt\,, \tag{30}$$
$$Y(x)=\sqrt{\pi}\, x e^{-x^2}.$$

Если начальные плотности энергий взаимодействующих волн удовлетворяют соотношению $W_{10} \gg W_{20}$, то уравнения (22) можно линеаризовать и получить соотношение для инкремента нарастания γ волны с частотой ω_2 в предположении $W_1=W_{10}=const$:

$$\gamma = \alpha_2 W_{10} . \tag{31}$$

При этом следует различать две предельных (по величине инкремента) стадии индуцированного рассеяния. В пределе малых инкрементов ($\gamma \ll \varkappa V_{Ts}$) величина инкремента определяется мнимой частью функции $\chi(\varkappa)$, вычисленной при действительном Ω . По аналогии с теорией обычной потоковой неустойчивости назовем этот случай кинетической стадией процесса индуцированного рассеяния волн. Величина Q в этом случае равна

$$Q = \left(\frac{\varkappa \Phi_0}{e}\right)^2 \frac{\omega_{0s}^2}{8\sqrt{\pi}} \frac{(\Omega - \vec{\varkappa}\vec{V_0})\Omega}{\varkappa^3 V_{Ts}^3} \exp\left[-\left(\frac{\Omega - \vec{\varkappa}\vec{V_0}}{\varkappa V_{Ts}}\right)^2\right]. \tag{32}$$

Из (32) следует, что рассеяние на пучке может идти как с понижением, так и с повышением частоты, в зависимости от соотношения между $\Omega / \varkappa$ и V_0 . Максимальный инкремент при условии $\omega_1, \omega_2 \gg \omega_{0s}$ равен

$$\gamma_{кин} = \sqrt{\frac{2\pi}{e}} \frac{\omega_{0s}^2}{\omega_1} \frac{V_\sim^2}{V_{Ts}^2} \tag{33}$$

и достигается при условии $|\Omega - \vec{\varkappa}\vec{V_0}| \simeq \varkappa V_{Ts}/\sqrt{2}$. Здесь $V_\sim = eE_{10}/\sqrt{2}m\omega_1$ – скорость осцилляций электронов в волне накачки.

Рассмотрим далее случай больших инкрементов $\gamma \gg \varkappa V_{Ts}$, в котором можно пренебречь мнимой частью функции f и тепловым разбросом скоростей электронов. Диссипируемая мощность при этом определяется выражением+)

$$Q=\left(\frac{\varkappa\Phi_0}{e}\right)^2 \frac{\omega_{0s}^2}{8\pi} \, Im\left\{\frac{\Omega}{(\Omega-\vec{\varkappa}\vec{V}_0)^2}\right\}. \quad (34)$$

Из (34), в частности, следует, что работа высокочастотного поля над электронным потоком отлична от нуля, если Ω имеет мнимую часть, т.е. если взаимодействующие волны нарастают или затухают.

Опуская подробности, приведем выражение для максимального инкремента нарастания слабой волны на гидродинамической стадии рассеяния

$$\gamma_{гид}=\frac{\sqrt{3}}{2}\,\omega_1\left(\frac{2V_\sim}{c}\,\frac{\omega_s}{\omega_1}\right)^{2/3}, \quad (35)$$

который достигается при $|\Omega-\vec{\varkappa}\vec{V}_0|=\gamma_{гид}/\sqrt{3}$, $\gamma_{гид}\gg\omega_{0s}$. Интересно, что так же, как и при обычной потоковой неустойчивости плазменных колебаний, на кинетической стадии инкремент $\gamma_{кин}\sim W_{10}N_s$, а на гидродинамической стадии $\gamma_{гид}\sim(W_{10}N_s)^{1/3}$

+) Соотношение (34) можно также получить на основе квазигидродинамических уравнений. В такой постановке задача о взаимодействии заданного квазимонохроматического поля с потоком заряженных частиц впервые рассматривалась в [10].

2. Исследуем с помощью соотношений (22), (23) зависимость интенсивности квазимонохроматического высокочастотного излучения ($\omega_1 \gg \omega_{0e}$) инкрементов рассеяния в изотропной плазме. В отличие от линейных индуцированных процессов, при индуцированном рассеянии и в равновесной плазме возможны две стадии взаимодействия: гидродинамическая, когда инкремент $\gamma \gg \varkappa v_{T\alpha}$, и кинетическая, когда $\gamma \ll \varkappa V_{T\alpha}$, причем в равновесной плазме рассеяние волн идет с понижением частоты (из (22) следует, что при максвелловских функциях распределения электронов и ионов $Q > 0$). При условии $\Omega/\varkappa V_{Te} \ll \Omega/\varkappa V_{Ti} \simeq 1/\sqrt{2}$ рассеяние в основном определяется ионами, причем инкремент нарастания слабой волны с частотой ω_2 на кинетической стадии рассеяния равен [6]

$$\gamma_{ik} = \sqrt{\frac{2\pi}{e}}\ \frac{\omega_{0i}^2}{\omega_2}\left(\frac{V_\sim}{V_{Ti}}\right)^2 a^2, \tag{36}$$

где

$$a = \begin{cases} 4(\varkappa r_{de})^{-2} & \text{при } \varkappa r_{de} \gg 1, \\ (1+T_e/T_i)^{-1} & \text{при } \varkappa r_{de} \ll 1. \end{cases}$$

На гидродинамической стадии при рассеянии на ионах $\gamma \gg \varkappa v_{Ti}$ максимальный инкремент определяется выражением

$$\gamma_{i2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{2V_\sim}{V_\phi}\ \frac{\omega_{0i}}{\omega_1}\ b\right)^{2/3}\omega_1, \tag{37}$$

$$\beta = \begin{cases} 4(\varkappa r_{de})^{-2} & \text{при } \varkappa r_{de} \gg 1 \\ \left(1 + \dfrac{T_e}{T} \dfrac{\varkappa^2 V_{Ti}^2}{\Omega^2}\right)^{-1} & \text{при } \varkappa r_{de} \ll 1 \end{cases}$$

и достигается при $\Omega \simeq \gamma$. Для поперечных волн с частотой $\omega_1 \gg \omega_{0e}$ фазовая скорость волн $V_\phi \simeq c$, однако выражения для инкрементов рассеяния справедливы и для других типов волн (с учетом коэффициента $[\partial(\varepsilon\omega^2)/\omega\partial\omega]_{\omega=\omega_1}[\partial(\varepsilon^2\omega)/\omega\partial\omega]_{\omega=\omega_2}$), если только скорость частиц, на которых происходит рассеяние, не превышает V_ϕ. В противном случае (например, при рассеянии ионно-звуковых волн на электронах или при рассеянии волн на релятивистских пучках) необходимо учитывать доплеровские поправки.

При рассеянии на электронах на кинетической стадии ($\gamma_e \ll \varkappa V_{Te}$) в плотной плазме инкремент рассеяния мал по сравнению с "ионным" инкрементом (36) из-за эффектов компенсации. Гидродинамическая стадия наступает, если $\gamma \gg \varkappa V_{Te}$, причем при условии $\gamma \gg \omega_{0e}$ компенсация отсутствует даже в плазме с $\varkappa r_{de} \ll 1$ и индуцированное рассеяние на электронах является определяющим. Соответствующий нелинейный инкремент равен

$$\gamma_e = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{4V_\sim^2}{V_\phi^2}\,\frac{\omega_{0e}^2}{\omega_1^2}\right)^{1/3}\omega_1 . \qquad (38)$$

В приближении слабой турбулентности $V_\sim / V_\phi \simeq V_\sim / c \ll 1$ соотношение (38) справедливо при условии

$$\frac{\omega_{0e}}{\omega_1} << \left(\frac{V_\sim}{c}\right)^2 << 1. \qquad (39)$$

Качественная зависимость $\gamma_{i,e}$ от амплитуды падающей волны изображена на рис. 1 (сплошная линия соответствует случаю $\varkappa r_{de} >> 1$, а пунктирная $-\varkappa r_{de} << 1$).

Чтобы сравнить роль распадных эффектов и процессов индуцированного рассеяния волн с точки зрения их использования для бесстолкновительного нагрева плазмы необходимо решить задачу с одновременным учетом обоих процессов. Очевидно, что в сильных полях при условии $\gamma >> \varkappa V_{Ts}$) ионнозвуковые колебания не являются резонансным состоянием системы (инкремент порядка или больше частоты) и гидродинамическое индуцированное рассеяние оказывается единственным типом нелинейного взаимодействия волн.

В частности, из таких соображений в работе [14] был определен инкремент рассеяния на ионах (37) при рассмотрении предельного случая распадной неустойчивости.

Отметим, что аналогичные процессы могут иметь место при вынужденном рассеянии света в нелинейных диэлектриках, если интенсивность накачки такова, что инкремент рассеяния превышает частоту звука $\gamma >> \varkappa V_s$. Чтобы получить выражение для инкремента, можно воспользоваться результатами работы [19] , в которой рассматривалось рассеяние сверхкоротких импульсов света

$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} k_1 v_{gr} \left[\frac{E^2}{4\pi v_{gr}^2} \rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_s^2 \right]^{1/3}$$

$v_{гр}$ – групповая скорость волны накачки.
Обсуждавшуюся выше аналогию с теорией неустойчивости колебаний плазмы, пронизываемой потоком заряженных частиц, можно проиллюстрировать наиболее наглядно, если записать полученное в гидродинамическом приближении дисперсионное уравнение для слабой волны с частотой ω_2 в присутствии волны накачки на частоте ω_1. Если обе волны являются поперечными, а рассеяние идет на ионах, это уравнение с точностью до членов $\sim O\,(\Omega/\omega_1)$ имеет вид

$$1-\frac{\omega_{0e}^2+k_2^2c^2}{\omega_2^2}-\frac{\omega_{0i}^2\,\varkappa^2V_\sim^2\cdot(\alpha_1\alpha_2^*)}{2\omega_2^2(\omega_2-\omega_1)^2}=0, \tag{40}$$

полностью аналогичный хорошо известному дисперсионному соотношению для колебаний в плазме с пучком, причем роль потока играет волна накачки (потока фотонов).

Приведенные выше выражения для инкрементов справедливы для описания индуцированного рассеяния волн любых типов. При этом в разреженной плазме при рассеянии происходит трансформация поперечной волны в поперечную, причем инкремент максимален в случае обратного рассеяния. Если же частота накачки ω_1 близка к ω_{0e}, то существенным становится рассеяние поперечной волны в продольную плазменную, а инкремент максимален для углов рассеяния, близких к $\pi/2$ +), и равен

$$\gamma\simeq\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{V_\sim^2}{V_{фр}^2}\,\frac{m}{M}\right)^{1/3}\omega_{0e}, \tag{41}$$

+) При рассеянии поперечной волны в продольную $k_2/k_1\simeq c/V_{Te}\gg 1$.

где $V_{\phi p}$ – фазовая скорость плазменной волны. Как и следовало ожидать, в этом предельном случае выражение (41) совпадает с инкрементом, описывающим параметрическую неустойчивость в однородном высокочастотном поле [15] .

3. Рассмотрим переход от гидродинамической стадии рассеяния к кинетической в случае индуцированного рассеяния пакета волн конечной ширины $\Delta\omega$. Будем исходить из уравнения (27). Предположим, что $\Omega = \omega_2 - \omega_1 >> \varkappa V_{T\alpha}$. Тогда

$$\mathrm{Re}\,\varepsilon_e^{\alpha} = -\mathrm{Im}\frac{\Omega}{4\pi}\,\frac{\omega_{0\alpha}}{\varkappa^2 V_{T\alpha}^2}\left[Z\left(\frac{\Omega-\varkappa V_0}{\varkappa V_{T\alpha}}\right)-1\right] \simeq \frac{\omega_{0\alpha}^2}{4\pi}\,\mathrm{Im}\frac{\Omega}{(\Omega-\varkappa V_0)^2}. \qquad (42)$$

В пределе $\Delta\omega \to 0$ из (27), (42) получаются выражения для инкрементов на гидродинамической стадии рассеяния. В случае $\Delta\omega >> \gamma$, $\varkappa V_{T\alpha}$

$$\frac{1}{\Delta\omega}\,\mathrm{Im}\frac{\Delta\omega + i\gamma}{(\Omega - \varkappa V_0)^2} = -\pi\,\delta'(\Omega - \vec{\varkappa} V_0)\,. \qquad (43)$$

Подставляя (43) в (27), получим уравнение, описывающее дифференциальную перекачку по спектру [13]

$$\frac{dW_{k_1}}{dt} = W_{k_1}\int \frac{\partial}{\partial\omega_2}\left[\tilde{G}\, W_{k_2}(\omega_2,\varphi,\theta)\right]_{\omega_2=\omega_1-\varkappa V_0} \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\,, \qquad (44)$$

где

$$\tilde{G}=\frac{16\pi^2 e^2 \varkappa^2}{m^2\omega_1\omega_2^2}\left\{\left|\frac{1+\varepsilon_i}{1+\varepsilon_e+\varepsilon_i}\right|^2\omega_{0e}^2+\left|\frac{\varepsilon_e}{1+\varepsilon_e+\varepsilon_i}\right|^2\omega_{0i}^2\right\}\times$$

$$\times\left(\frac{\partial(\omega^2\varepsilon)}{\omega\,\partial\omega}\right)^{-1}_{\omega=\omega_1}\left(\frac{\partial(\omega^2\varepsilon)}{\omega\,\partial\omega}\right)^{-1}_{\omega=\omega_2}.$$

Таким образом, можно выделить три стадии индуцированного рассеяния:

1) Гдиродинамическая стадия с инкрементом, определяемыми выражениями (37), (38), наступает при достаточно больших амплитудах волн, когда $\gamma_н(W_k) > max\,(\Delta\omega, \varkappa V_0\Delta\cos\theta, \varkappa V_{T\alpha})$.

2) Кинетическая стадия (интегральная перекачка) (см.[6]), когда γ , $\Delta\omega < \varkappa V_{T\alpha}$ с инкрементом (36).

3) Кинетическая стадия (дифференциальная перекачка), когда $\Delta\omega > \gamma, \varkappa V_{T\alpha}$.

4. Возможность использования процессов индуцированного рассеяния волн для бесстолкновительного+) нагрева плазмы обсуждалась в работах[16, 17], в которых рассматривался нагрев плазмы в заданном поле встречных электромагнитных волн, имеющих широкий частотный спектр. Важная особенность процессов индуцированного рассеяния заключается в существенном возрастании их инкрементов при увеличении мощности накачки (переход от кинетической стадии к гидродинамической). При этом даже в случае узкого спектра волны накачки во взаимодействии с высокочастотным излучением участвуют все части-

---

+) Столкновениями в плазме можно пренебречь, если эффективные частоты столкновений малы по сравнению с инкрементом рассеяния $\gamma \gg \nu_{эфф}$.

цы плазмы, в отличие от кинетической стадии, на которой высокочастотное поле ускоряет малую группу частиц. Это обстоятельство позволяет применять для нагрева плазмы когерентное высокочастотное излучение.

Для определения эффективности данного метода нагрева плазмы необходимо рассмотреть нелинейную стадию индуцированного рассеяния. И в этом случае очень полезной оказывается аналогия с теорией пучковой неустойчивости. На гидродинамической стадии наиболее важный эффект насыщения, приводящий к уменьшению скорости индуцированного рассеяния, связан с колебаниями частиц, захваченных в высокочастотной потенциальной яме. Он становится существенным, если частота колебаний частицы в яме сравнима с инкрементом рассеяния. Условие, при котором этим нелинейным эффектом можно пренебречь $(\Omega_{зах} \ll \gamma)$, в случае рассеяния на ионах имеет вид

$$\frac{V_{\sim}}{c} \ll \left(\frac{\omega_{0e}}{\omega}\right)^2 \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} \qquad (45)$$

и выполняется практически при любых значениях концентрации плазмы. При рассеянии на электронах удовлетворить неравенству, аналогичному (45)

$$\frac{V_{\sim}}{c} \ll \frac{\omega_{0e}^2}{\omega^2} \qquad (46)$$

не удается (в силу соотношения (39)). Следовательно, указанный эффект насыщения должен приводить к ограничению усиления рассеянного излучения на уровнях $W_2 \ll W_{10}$ и на гидродинамической стадии изменения амплитуды накачки можно не учитывать. Сис тема уравнений, описывающих индуцированное рассеяние, при этом оказывается математически тождественной системе уравнений нелинейной теории пучковой неустойчивости [18], и можно воспользоваться некоторыми результатами этой теории. В частности монотонный рост интенсивности рассеянной волны должен смениться периодическими осцилляциями около некоторого среднего значения.

При рассеянии на ионах гидродинамические эффекты насыщения не играют роли, и большинство квантов накачки должно претерпеть однократное рассеяние за время $\sim \gamma^{-1}$. При этом в плазму поступит энергия $Q \simeq W_{10}\gamma/\omega_1$. В дальнейшем следует ожидать резкого уменьшения скорости рассеяния, т.к. в результате первого этапа взаимодействия ширина спектра излучения может стать сравнимой с величиной гидродинамического инкремента $\Delta\omega \approx \gamma_{max}$ ($\gamma \sim \gamma_{max}$ в области частот $\Delta\omega \sim \gamma_{max}$) и наступит кинетическая стадия, на которой будет происходить квазилинейная релаксация распределений частиц и фотонов по энергиям. Возможно, однако, что нелинейные эффекты взаимодействия спектральных составляющих рассеянного излучения приведут к обужению ширины линии и сохранению интегрального характера последующей трансформации спектра излучения. Переход к кинетической стадии рассеяния может также произойти, если в результате нагрева ионов будет нарушено условие $V_{Ti} << \gamma/\varkappa$.

Заметим, наконец, что эффективность передачи энергии когерентного излучения плазме зависит от соотношения между ω_{0e} и ω_1 и максимальна при $\omega_{0e} \simeq \omega_1$, т.к. в этом случае происходит трансформация падающей электромагнитной волны в продольные ленгмюровские колебания, которые, в свою очередь, могут поглощаться плазмой. При этом основная доля энергии излучения будет передана электроном. Для нагрева ионов необходимо обеспечить возможность многократного прохождения рассеянного излучения через плазму.

Разумеется, приведенные выше соображения могут быть использованы лишь для построения качественной картины явления и должны быть дополнены количественной нелинейной теорией индуцированного рассеяния.

В заключение, чтобы проиллюстрировать важность рассмотренных процессов для различных приложений, приведем некоторые численные оценки. Выражение (37) для максимального инкремента рассеяния на ионах можно представить в виде (в случае водородной плазмы)

$$\gamma = 10^{6}\left[\frac{20 N_e \tilde{P}\,(\text{вт/см}^2)}{\omega_1}\right]^{1/3}, \qquad (47)$$

где $\tilde{P}$ (вт/см^2) – плотность потока энергии когерентного излучения. Например, для оптического пробоя при атмосферном давлении $N_e = 3\cdot 10^{19}$ см$^{-3}$, $\lambda = 10^{-4}$ см получаем, что при реальных в настоящее время значениях $\tilde{P} = 10^{16}$ вт/см^2 инкремент равен $\gamma_i = 10^{13}$ сек$^{-1}$, а, следовательно, рассмотренные процессы оказываются существенными, если длина плазменного образования превышает величину $c/\gamma = 3\cdot 10^{-3}$ см. Аналогично в СВЧ-диапазоне получаем для волн с $\lambda = 1$ см, $\tilde{P} = 10^{6}$вт/см^2 при $N_e = 10^{12}$см$^{-3}$ инкремент $\gamma = 3\cdot 10^{8}$ сек$^{-1}$.

Авторы благодарны А.А.Андронову за интерес к работе и многочисленные полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.В.Гапонов, М.А.Миллер, ЖЭТФ, 34, 242 (1958).

2. А.Г.Литвак, Ив. ВУЗ'ов – Радиофизика, 7, 562 (1964).

3. Б.Б.Кадомцев, В.И.Петвиашвили, ЖЭТФ, 43, 2234 (1962).

4. В.И.Карпман, ДАН СССР, 152, 587 (1963).

5. Л.М.Горбунов, В.В.Пустовалов, В.П.Силин, ЖЭТФ, 47, 1437 (1964).

6. В.Н.Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, Наука, М., 1967.

7. Л.М.Коврижных, Труды ФИАН, 32, 173 (1966).

8. B.Coppi, M.N.Rosenbluth, R.N.Sudan, Annals of Phys., 55, 207 (1969).

9. В.Н.Цытович, Препринт № 12, ФИАН, 1968.

10. А.Г.Литвак, М.И.Петелин, Е.И.Якубович, ЖЭТФ, 35, 108 (1965).

11. В.В.Шафранов, Вопросы теории плазмы, Вып. 3, Госатомиздат, 1964.

12. М.А.Миллер, Изв, ВУЗ'ов – Радиофизика, 5, 929 (1962).

13. А.А.Галеев, В.Н.Карпман, Р.З.Сагдеев, Ядерный синтез, 5, 20 (1965).

14. Л.М.Горбунов, ЖЭТФ, 55, 2298 (1968).

15. В.П.Силин, ЖЭТФ, 48, 1679 (1965).

16. Л.М.Коврижных, ЖЭТФ, Письма, 2, 142 (1965).

17. Я.Б.Зельдович, Е.В.Левич, ЖЭТФ, Письма, 11, 497 (1970).

18. Л.А.Вайнштейн, Радиотехника и электроника, 2, 1027 (1957).

19. В.И.Беспалов, Г.А.Пасманик, ЖЭТФ, 58, 309 (1970).