Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р
Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт № 22

НИРФИ

А.М.Белянцев, В.А.Козлов, Б.А.Трифонов

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЧИСТЫХ ПОЛЯРНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

г.Горький,
1972

А н н о т а ц и я

В работе сравнивается вклад непараболичности зоны проводимости и разогрева электронов в нелинейную восприимчивость $InSb$ n-типа при $T=77^{o}K$. Рассмотрение ведется с использованием смещенной максвелловской функции распределения, при этом считается, что рассеяние электронов происходит на оптических фононах и примесях. Показано, что при высоких частотах нелинейная восприимчивость обусловлена непараболичностью зоны проводимости.

The contribution of the conductivity band nonparabolisity and that of the elctron heating into the nonlinear n-type InSb susceptibility at $T=77^{o}K$ are compared. The treatment are made with the help of the shifted Maxwell distribution function, in this case the electron scattering is considered to take place on optical phonons and impurities. It is shown that at high frequencies the nonlinear susceptibility is due to the nonparabolicity of the conductivity band.

В работах [1–6] рассматривается преобразование частоты электромагнитного излучения оптического диапазона в полупроводниках $A_{III}B_V$ с большой концентрацией донорных примесей. Нелинейные эффекты, связанные с разогревом электронов, в этих работах исследуются в предположении, что основную роль при рассеянии электронов играют примеси. Известно, что в чистых полярных полупроводниках при температурах порядка 80°K значительный вклад в рассеяние дают оптические фононы, столкновения с которыми являются неупругими. Строгое решение кинетического уравнения в этом случае представляет собой весьма сложную задачу. Вместе с тем некоторые закономерности интегральных характеристик таких как средний импульс $\vec{p}$, ток $\vec{j}$, средняя энергия ε могут быть выяснены из законов сохранения, в которых точная функция распределения заменена приближенной, зависящей от тех же интегральных характеристик $\vec{p}, \varepsilon$. В случае квадратичного закона дисперсии+) первые интегралы кинетического уравнения – законы сохранения импульса и энергии имеют вид:

$$\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} - e\vec{E} = -\int S\,\vec{p}'\,d^3\vec{p}' \qquad (1)$$

+) Для простоты при оценке нелинейных эффектов, связанных с разогревом электронов, закон дисперсии будем полагать квадратичным.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{e}{m^*}(\vec{E}\vec{p}) = -\int S \frac{\vec{p}'^2}{2m^*} d^3\vec{p}' \qquad (2)$$

где

$$\vec{p} = \frac{1}{n}\int \vec{p}' f(\vec{p}') d^3\vec{p}'$$

$$\varepsilon = \frac{1}{n}\int \frac{\vec{p}'^2}{2m^*} f(\vec{p}') d^3\vec{p}' \qquad n = \int f(\vec{p}') d^3\vec{p}'$$

m^* – эффективная масса, S – интеграл столкновений, учитывающий электрон-электронные столкновения, а также столкновения с решеткой и примесями. Вид интеграла столкновений для различных механизмов рассеяния приведен, например, в [7].

При оценке разогрева электронного газа в высокочастотном поле функцию распределения $f(\vec{p}')$ возьмем в виде смещенной максвелловской функции $f_M = A\exp -\frac{|\vec{p}' - \vec{p}|^2}{2m^*kT}$, которая при неупругих столкновениях дает хорошее приближение эффективной ширины истинной функции распределения и ее смещения в пространстве импульсов [8,9,10]. Уравнения (1) и (2) после замены $f(\vec{p}')$ на $f_M(\vec{p}')$ легко приводятся к виду:

$$\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} + \nu(T,p)\vec{p} = e\vec{E}, \qquad (4)$$

$$\frac{3}{2}k\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{2m^*}\frac{\partial \vec{p}^2}{\partial t} + W(T,p) = \frac{e}{m^*}(\vec{E}\vec{p}), \qquad (5)$$

где T – температура электронов, $\nu(T,p)=\nu_{opt}+\nu_{imp}$ – частота столкновений с оптическими фононами и примесями, $W(T,p)$ – скорость передачи энергии электронов решетке$^{+)}$. В чистых полярных полупроводниках, в частности в $InSb$, при температуре $T\sim 80^{o}K$ скорость передачи энергии от электронов решетке определяется рассеянием на оптических фононах [12], а время релаксации импульса рассеянием на оптических фононах и примесях [13].

Для высокочастотных полей, при которых выполняются условия $\Delta_1=\frac{T_\sim}{T_0}\ll 1$, $\Delta_2=\frac{|\vec{p}|^2}{2m^*kT_0}\ll 1$ (T_0 и $T_\sim$ соответственно постоянная и переменная составляющие электронной температуры), уравнения (4) и (5) с точностью до членов второго порядка по Δ_1 и Δ_2 могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial\vec{p}}{\partial t}+\left[\nu_0(T_0)+\alpha(T_0)\frac{T_\sim}{T_0}+\beta(T_0)\frac{p^2}{2m^*kT_0}\right]\vec{p}=e\vec{E}, \qquad (6)$$

$$\frac{3}{2}k\frac{\partial T_\sim}{\partial t}+\frac{1}{2m^*}\frac{\partial\vec{p}^{\,2}}{\partial t}=\frac{e}{m^*}(\vec{E}\vec{p})_\sim-\frac{3}{2}k\nu_3T_\sim-\beta_3\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m^*}, \qquad (7)$$

$$\left(\frac{e\vec{E}\vec{p}}{m^*}\right)_0=W(T_0)+\beta_3\left(\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m^*}\right)_0 \qquad (8)$$

$^{+)}$ Очевидно, что ν и W явно не зависят от времени. Вид $\nu(T,p)$ и $W(T,p)$ известен (см., например, [11]).

Здесь $\vartheta_0(T_0) = \vartheta_{opt}(T_0) + \vartheta_{imp}(T_0)$ (9)

$$\vartheta_{opt}(T_0) = \vartheta_{opt}(T_p)\left(\frac{\gamma}{\gamma_p}\right)^{3/2} \frac{K_0\left(\frac{\gamma}{2}\right) \operatorname{sh}\frac{\gamma_p-\gamma}{2} + K_1\left(\frac{\gamma}{2}\right) \operatorname{ch}\frac{\gamma_p-\gamma}{2}}{K_1\left(\frac{\gamma_p}{2}\right)}$$

$$\vartheta_{imp}(T_0) = \frac{8}{3}\sqrt{\pi}\,\frac{e^4 N}{\varepsilon^2 (\kappa T)^{3/2}(2m^*)^{1/2}}\left[-e^{\varkappa}(1+\varkappa)E_i(-\varkappa)-1\right]$$

$$\beta(T_0) = \beta_{opt}(T_0) + \beta_{imp}(T_0)$$

$$\beta_{opt}(T_0) = \frac{1}{5}\vartheta_{opt}(T_0)\,\frac{e^{\gamma_p-\gamma}\left[3K_0\left(\frac{\gamma}{2}-1\right)+K_1\left(5\frac{\gamma}{2}-1\right)\right]+3K_0\left(\frac{\gamma}{2}+1\right)-K_1\left(\frac{3}{2}\gamma+1\right)}{\left(e^{\gamma_p-\gamma}+1\right)K_1+\left(e^{\gamma_p-\gamma}-1\right)K_0}$$

$$\beta_{imp}(T_0) = \frac{1}{5}\vartheta_{imp}(T_0)\,\frac{5+2\varkappa+e^{\varkappa}Ei(-\varkappa)\left[3+7\varkappa+2\varkappa^2\right]}{-e^{\varkappa}(1+\varkappa)Ei(-\varkappa)-1}$$

$$W(T_0) = \frac{3}{2}\vartheta_{opt}(T_p)\,\frac{\gamma^{1/2}\left(e^{\gamma_p-\gamma}-1\right)e^{\gamma/2}K_0(\gamma/2)}{\gamma_p^{3/2}\,e^{\gamma_p/2}\,K_1(\gamma_p/2)}\,\kappa\theta$$

$$\beta_\partial = \vartheta_{opt}(T_p)\left(\frac{\gamma}{\gamma_p}\right)^{3/2}\frac{K_0(1+\gamma)-\gamma K_1+e^{\gamma_p-\gamma}\left(\gamma K_1+K_0(\gamma-1)\right)}{2e^{\gamma_p/2}\,K_1\left(\frac{\gamma_p}{2}\right)}$$

$$\alpha(T_0) = T_0\left.\frac{\partial\vartheta}{\partial T}\right|_{T=T_0,\,p=}\,, \qquad \vartheta_\partial = \frac{2}{3\kappa}\left.\frac{\partial W}{\partial T}\right|_{T=T_0,\,p=0}$$

$$\vartheta_{opt}(T_p) = \frac{4}{3}\,\frac{e^2(m^*\kappa\theta)^{1/2}\left(\frac{1}{\varepsilon_\infty}-\frac{1}{\varepsilon}\right)\gamma_p^{3/2}e^{\gamma_p/2}K_1\left(\frac{\gamma_p}{2}\right)}{\hbar^2\sqrt{2\pi}\left(e^{\gamma_p}-1\right)}$$

$$\gamma = \frac{\theta}{T_0}, \quad \gamma_p = \frac{\theta}{T_p}, \quad \varkappa = \frac{e^2\hbar^2 n\pi}{2\varepsilon m^*(\kappa T_0)^2}$$

θ – температура Дебая; ε_∞, ε – соответственно высокочастотная и низкочастотная диэлектрические проницаемости, N – концентрация примесей; K_0, K_1 – модифицированные функции Бесселя; E_i – интегральная показательная функция.

Определяя постоянную составляющую температуры из уравнения (8), можно, пользуясь (9), найти зависимость частоты соударений от высокочастотного поля. Полученная таким образом зависимость $\nu(E^2)$ согласуется с измерениями, проведенными в работе [14] для чистого полупроводника $InSb$ n – типа вплоть до полей, для которых $\Delta_2 \sim 0{,}2$.

Из уравнений (6) и (7) легко получить нелинейную часть тока $\vec{j} = en\frac{\vec{p}}{m^*}$ в поле $\vec{E} = \sum\limits_k \vec{E}_k e^{i\omega_k t} + k.c.$

а. Утроение частоты (случай $k=1$, $\omega_1 \neq 0$)

$$\dot{j}^{(N)}_{3\omega_1} = \frac{e^4 n E_1^3 e^{i3\omega_1 t}}{2kT_0 m^{*2}(3i\omega_1+\nu_0)(i\omega_0+\nu_0)}\left[\beta+\frac{4}{3}\alpha\frac{(\nu_0-\beta_3/2)}{(2i\omega_1+\nu_3)}\right]+k.c.$$

б. Смешение частот (случай $k=1,2$; $\omega_1 \neq 0$; $\omega_2 \neq 0$)

$$\dot{j}^{(\nu)}_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{3e^4 n E_1^2 E_1 e^{i(2\omega_1-\omega_2)t}\left[\beta+\frac{\cdot}{9}\alpha\frac{(2\nu_0-\beta_3)(3\nu_3+i(5\omega_1-\omega_2))}{(2i\omega_1+\nu_3)(\nu_3-i(\omega_1-\omega_2))}\right]}{2kT_0 m^{*2}\left[i(2\omega_1-\omega_2)+\nu_0\right](i\omega_1+\nu_0)^2(\nu_0-i\omega_2)}+k.c.$$

в. Смешение частот (случай $k=1,2,3$; $\omega_1\neq 0$; $\omega_2\neq 0$; $\omega_3=0$)

$$j^{(\nu)}_{\omega_1-\omega_2}=\frac{6e^4 n E_1E_2E_3 e^{i(\omega_1-\omega_2)t}}{kT_0 m^{*2}\nu_0[i(\omega_1-\omega_2)+\nu_0]\,(\nu-i\omega_2)(\nu_0+i\omega_1)}\times$$

$$\times\left[\beta+\frac{4}{9}\alpha\left(\frac{1}{i\omega_1+\nu_3}+\frac{1}{\nu_3-i\omega_2}+\frac{1}{i(\omega_1-\omega_2)+\nu_3}\right)\right]+\text{к.с.}$$

В этих выражениях содержится температурная и частотная зависимость нелинейного тока, связанного с разогревом. Следует отметить, что при $T_p\sim 80^\circ K$ инерционность этого нелинейного отклика незначительна вплоть до частот ω_1, ω_2, $\omega_1-\omega_2$, $2\omega_1-\omega_2$ порядка $\nu_3\sim\nu\sim$ 10^{11}сек$^{-1}$ [15] .

На примере антимонида индия рассмотрим относительную роль нелинейности из-за разогрева и непараболичности зоны проводимости в рассмотренных выше случаях. Соответствующие нелинейные части тока, обусловленные непараболичностью зоны (без учета разогрева), имеют вид: [2]

а. Утроение частоты ($k=1$, $\omega_1\neq 0$)

$$j^{(m^*)}_{3\omega_1}=\frac{e^4 n E_1^3 e^{i3\omega_1 t}}{m^{*2}\,\mathcal{E}_g(i\omega_1+\nu_0)^3}+\text{к.с}$$

б. Смешение частот ($k=1,2$; $\omega_1\neq 0$, $\omega_2\neq 0$)

$$j^{(m^*)}_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{3e^4 n E_1^2 E_2 e^{i(2\omega_1-\omega_2)t}}{\varepsilon_g m^{*2}(i\omega_1+\nu_0)^2(\nu_0-i\omega_2)} + k.c$$

в. Смешение частот ($k=1,2,3$; $\omega_1 \neq 0$, $\omega_2 \neq 0$, $\omega_3 = 0$)

$$j^{(m^*)}_{\omega_1-\omega_2} = \frac{12 e^4 n E_1 E_2 E_3 e^{i(\omega_1-\omega_2)t}}{m^{*2}\varepsilon_g \nu_0 (i\omega_1+\nu_0)(\nu_0-i\omega_2)}$$

Об относительном вкладе механизмов разогрева и непараболичности в нелинейный отклик в каждом конкретном случае можно судить по отношению токов $\eta = j^{(m^*)}/j^{(\nu)}$

При утроении, для частот $\omega_1 \gg \nu_0$

$$\eta_{3\omega_1} = \frac{j^{(m^*)}_{3\omega_1}}{j^{(\nu)}_{3\omega_1}} = \frac{6\omega_1 k T_0}{\beta \varepsilon_g} \qquad (10)$$

Для полупроводников $InSb$ при $T_p \sim 80^\circ K$ $\varepsilon_g = 0{,}23\,ev$, $\beta_1 \alpha \lesssim \nu_0$

Из выражения (10) видно, что для частот $\omega > \nu_0$ определяющим механизмом является непраболичность зоны проводимости. Это согласуется с экспериментальными данными работы [14].

В случае смешения частот без постоянного поля, когда ω_1 и $\omega_2 \gg \nu_0$ отношение токов

$$\eta_{2\omega_1-\omega_2} = \frac{\dot{j}^{(m^*)}_{2\omega_1-\omega_2}}{\dot{j}^{(\nu)}_{2\omega_1-\omega_2}} = \frac{2\sqrt{(2\omega_1-\omega_2)^2+\nu_0^2}}{\beta}\,\frac{kT_0}{\varepsilon_g}\,.$$

Если $2\omega_1-\omega_2 \gg \nu_0$, как это имеет место в эксперименте [1], то доминирующим механизмом является непараболичность зоны, а не разогрев, как это утверждают авторы работ [5,6].

Если же $2\omega_1-\omega_2 \lesssim \nu_0$, то нелинейные отклики, обусловленные непараболичностью и разогревом, одного порядка. Здесь следует отметить, что выражения для токов, связанных с разогревом являются лишь приближенными, поэтому для выяснения доминирующего механизма в этом случае необходимо точное знание функции распределения или экспериментальное исследование температурной и частотной зависимости нелинейного отклика.

ЛИТЕРАТУРА

1. C.K.N.Patel, R.E.Slusher, P.A.Fleury
   Phys.Rev.Letters, 17, 1011 (1966).
2. P.A.Wolff, G.A.Pearson
   Phys.Rev.Letters, 17, 1015 (1966).
3. L.J.Wynne, Phys.Rev., 178, 1295 (1969).
4. K.C.Rustogi, S.S.Iha
   Phys.Letters, 30A, 518 (1969).
5. M.S.Sodha, P.K.Dubey, S.K.Sharma, P.K.Kaw
   Phys.Rev., 1B, 3426 (1970).
6. P.K.Kaw, Phys.Rev.Letters, 19, 539 (1968).
7. E.M.Conwell. High Field Transport in Semiconductors, New York and London, 1967.
8. Glicksman, W.A.Hicinbothem
   Phys.Rev., 129, 1572 (1963).
9. G.Jones, G.Smith, A.R.Beattie
   Phys.Stat.Sol., 20, K 135 (1967).
10. H.Hillbrand, D.Kranzer
    Phys.Stat.Sol., 42, K 79 (1970).
11. E.De Alba, J.Warman
    J.Phys.Chem.Solids, 29, 69 (1968).
12. M.A.Kinch, Brit.J.Appl.Phys., 17, 1257 (1966).
13. H.I.Tolpygo, Phys.Stat.Sol., 42, 155 (1970).
14. А.М.Белянцев, В.Н.Генкин, В.А.Козлов, В.И.Пискарев,
    ЖЭТФ 59, 654 (1969).
15. C.Dattareyan, H.Hartnagel
    Phys.Stat.Sol., 32, K 45 (1969).