

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт №28



ИИРФИ

В.А.Зверев, Е.Ф.Орлов

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МУАРОВЫХ СТРУКТУР

г. Горький
1972

А н н о т а ц и я

Рассматриваются возможности повышения разрешающей способности анализаторов спектра с использованием муаровых структур.

1. Значение, которое имеет возможность быстрого получения преобразования Фурье сигналов по выборкам большой длительности трудно переоценить [1]. В ряде работ используются оптические аналоговые вычислительные системы с некогерентным источником света, которые в принципе позволяют выполнять преобразование Фурье оптических изображений [2], [3]. Особенностью некогерентных или "модуляционных" систем обработки сигналов является то, что в них измеряется интенсивность света, пропорциональная величине корреляции оптического изображения сигнала с набором эталонных структур, вид которых определяется алгоритмом обработки. При спектральном анализе таковым является набор синусоидальных пространственных структур. Удачным техническим решением задачи получения синусоидальных пространственных эталонов является использование муара при наложении двух оптических решеток одинакового периода [4]. В этом случае "частота" муара может изменяться путем изменения угла относительного поворота решеток, а фаза - смещением одной из решеток в направлении поперек штрихов решетки. С большой степенью точности прозрачность пары решеток можно представить в виде (см. [4, 5]).

$$\beta(x, y) = \beta_0 + \beta_1 \cos\left(\frac{4\pi}{d} \sin \varphi \cdot x + 2\pi \frac{y}{d}\right) \quad (1)$$

Здесь β_0 , β_1 - константы, d - период решетки, φ - угол поворота, l - величина смещения одной из решеток.

Оптический анализатор спектра с эталонной структурой вида (1), построенный по схеме, изображенной на рис. 1а), обладает довольно высокими параметрами [3]. Объем обрабатываемой выборки

$N = 10^3$, число точек в спектре на выходе анализатора 500. Динамический диапазон ~ 50 дБ (см. рис. 1б, в). Время, необходимое на получение 500 точек в спектре - 0,5 сек.

Схема рис. 1а позволяет вычислять не только амплитуды спектральных компонент, но и Фурье-спектр сигнала, что открывает возможность фазовых измерений. На рис. 2 приведен пример записи скользящего Фурье-спектра синусоидального сигнала, модулированного по амплитуде по синусоидальному закону. Соотношение фаз "боковых" составляющих сигнала и несущей наглядно отображаются в виде относительного изменения почернения рисунка. Повторное преобразование Фурье позволяет восстановить исходную функцию. Достигнутые параметры спектрального анализа позволяют широко использовать оптические схемы указанного типа в экспериментальных исследованиях в различных областях [3].

Однако область применения оптических анализаторов Фурье модуляционного типа может быть существенно расширена путем улучшения параметров анализа и в первую очередь увеличением объема выборки входного сигнала, повышением разрешающей способности и ширины полосы анализа.

2. Разрешающая способность Фурье-анализа одномерных процессов может быть существенно повышена путем повторного Фурье-анализа результата первой обработки сигнала. Пусть необходимо выполнить преобразование

$$F(\omega) = \operatorname{Re} \int_0^{T_0} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2)$$

Здесь T_0 - время интегрирования, $f(t)$ - исследуемый сигнал, имеющий полосу $\Delta\nu$. Рассмотренный ранее метод обработки позволял проводить интегрирование за время не более, чем длительность 10^3 точек отсчета сигнала, т.е.

$$N = 2T_0 \Delta\nu \leq 10^3.$$

Если $N > 10^3$, то интеграл (2) представим в виде суммы

$$F(\omega) = \operatorname{Re} \sum_{m=0}^M \int_{mT}^{(m+1)T} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (3)$$

Здесь $T = T_0 / M$, такое, что $2T\Delta\nu \leq 10^3$. Перепишем (3) в виде:

$$F(\omega) = \operatorname{Re} \sum_{m=0}^M \left\{ \int_0^T f(t' + mT) e^{-i\omega t'} dt' \right\} e^{-i\omega mT} \quad (4)$$

Выражение в фигурных скобках представляет собой скользящий спектр сигнала с усреднением за время T при смещении сигнала относительно "окна" интегратора дискретно на величину T за один шаг. Таким образом, выражение (4) есть ни что иное, как преобразование Фурье скользящего спектра на частоте ω . Операция (4) над сигналом $f(t)$ может быть выполнена в оптической схеме рис. 1. Вначале получаем транспарант с записью скользящего спектра, затем помещаем его на место фотопленки с записью сигнала, предварительно поставив перед ним непрозрачный экран с щелевой диафрагмой, вырезающей функцию при заданном значении ω . Фурье-анализ полученного изображения позволяет получить спектр $F(\omega)$ с усреднением за время $T_0 \sim 10^3 T$, по выборке объемом $\sim 10^6$. На рис. 3 представлен образец результатов повторного спектрального анализа скользящей Фурье-спектрограммы.

3. Спектральный анализ с высокой разрешающей способностью ($N \sim 10^6$) возможен в один этап в оптической схеме рис.1, если исходный одномерный временной сигнал представить в виде двумерной растровой записи. В растровой записи координаты x , y связаны с временной координатой исследуемого процесса следующим образом:

$$x = \frac{D_x}{T_p} (t - mT_p) = v_x (t - mT_p), \quad (5)$$

$$y = d \frac{t'}{T_p} = v_y t' = v_y mT_p.$$

Здесь D_x - размер транспаранта по x , T_p - время записи одной строки раstra, m - целое число, d - шаг раstra, расстояние по оси y между строками. Можно записать:

$$t = \frac{1}{v_x} x + \frac{1}{v_y} y. \quad (6)$$

Синусоидальный сигнал на плоскости x, y будет представляться в виде плоской волны (суммы плоских волн). Действительно:

$$e^{i\omega t} = e^{i(k_x x + k_y y)}.$$

Здесь $k_x = \omega/v_x$; $k_y = \omega/v_y$.

Оптическая схема получения двумерного спектра не отличается от приведенной выше на рис. 1. При анализе двумерных транспарантов, помещаемых вместо фотозаписи одномерного сигнала, меняется только вид движения решеток, образующих муар. В работе [4] использовался механизм, при котором модуль $|K| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ менялся со временем по пилообразному закону, а фазовый угол $\varphi = \arctg \frac{k_x}{k_y}$ - изменялся линейно со временем. Конечный результат представлялся на плоскости $|K|, \varphi$. Это представление спектра одномерного процесса имеет недостаток, связанный с тем, что точка на плоскости $|K|, \varphi$, отображающая синусоидальный сигнал, при плавном изменении частоты сигнала описывает на плоскости

сложную траекторию. Запись Фурье-спектра в указанных координатах не может быть использована при измерении корреляции Фурье образов сигналов, в частности, для сигналов, имеющих относительный доплеровский сдвиг частот. Желательно иметь возможность представить спектр на выходе как функцию координаты, линейно связанной с частотой сигнала на входе. В случае спектрального анализа растровых записей одномерных сигналов необходимо, чтобы:

$$k_x = \frac{2\pi}{v_x} v_c = at \quad (8)$$

$$k_y = \frac{2\pi}{d} (T_p v_c - m) = c(bt - m),$$

где m - целое число, номер строки. Независимое изменение k_x и k_y по линейному и пилообразному закону можно осуществить, если использовать для получения муара кольцевые решетки, прозрачность которых имеет вид:

$$\beta_1 = \beta_{01} + \beta_{11} \cos \alpha z_1^2 \quad (9)$$

$$\beta_2 = \beta_{02} + \beta_{22} \cos \alpha z_2^2.$$

Здесь α_{ij} - константы, $z_{1,2}$ - радиус-вектор точки на плоскости решеток. Муаровая структура при наложении двух кольцевых решеток будет:

$$\beta_1 \beta_2 = \beta_{01} \beta_{02} + \beta_{11} \beta_{22} \cos \alpha \left(\xi x_1 + \eta y_1 - \frac{\xi^2 + \eta^2}{2} \right). \quad (10)$$

Здесь $\xi = x_1 - x_2$, $\eta = y_1 - y_2$.
Для муаровой структуры (10) получаем:

$$K_x = \alpha \xi, \quad K_y = \alpha \eta. \quad (11)$$

Изменяя расстояние между центрами кольцевых решеток так, что

$$\xi = at; \quad \eta = c(bt - m), \quad m - \text{целое} \quad (12)$$

получим равномерную во времени перестройку оптического фильтра анализатора в диапазоне частот от $\nu_1 = 1/T_0$ до $\nu_{\max} \sim 10^6 \nu_1$.

На рис. 4 приведен результат экспериментальной проверки возможности получения высокой разрешающей способности при спектральном анализе временных сигналов, представленных в виде растровой записи на плоском прозрачном. Рис. 4а - растровая запись суммы двух синусоидальных сигналов с частотами 250 гц и 250, 05 гц. Рис. 4б - спектр сигнала рис.4а. Отчетливо видно расщепление точки, соответствующее анализу с разрешающей способностью 10^{-2} гц. Полоса частот анализа в данном случае равна 10^3 гц.

Повышение разрешающей способности спектрального анализа до 10^{-6} от общей ширины полосы поз-

Воляет использовать оптические схемы модуляционного типа при анализе тонкой структуры спектра в акустике, в задачах технической диагностики, в радиотехнике, в радиоастрономических задачах и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.W.Cooley, J.W.Tukey, *Math.of Comput.*, 19, 297-301, 1965.
2. В.А.Зверев, Е.Ф.Орлов, *Изв.высш.уч.зав. - Радиофизика*, 10, 1305-1319 (1967).
3. В.А.Зверев, Е.Ф.Орлов, *Оптические анализаторы*, Сов. радио, М., 1971.
4. В.А.Зверев, И.В.Мосалов, Е.Ф.Орлов, В.Л.Сибиряков, *ПТЭ*, № 1, 110 (1982).
5. Н.А.Валюс, *Растровые оптические приборы*, Изд. Машиностроение, М., 1968.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

- Рис.1а - Оптическая схема анализатора спектра,
1 - источник света, 2 - линза-коллиматор,
3 - фотопленка с записью сигнала, 4,5 - решетки, образующие муаровую структуру,
6 - линза-конденсор, 7 - фотоэлемент,
б - калибровочный сигнал,
в - спектр калибровки.
- Рис. 2 - а - скользящий Фурье-спектр колебания, модулированного по амплитуде, б - энергетический спектр того же колебания.
- Рис. 3 - Результат повторного анализа скользящего спектра сигнала рис.2а с целью получения повышенной разрешающей способности.
- Рис. 4 - а - растровая запись суммы двух синусоидальных сигналов на частотах 250 гц и 250,06 гц, б - спектр растровой записи, представленный на плоскости $|k|$, ψ , разрешающая способность 10^{-2} гц в полосе 10^3 гц.

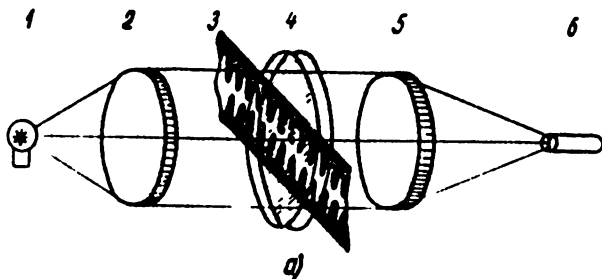


Рис. 1а.

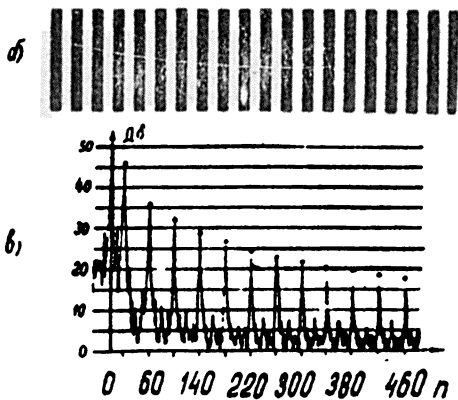


Рис. 1б, в

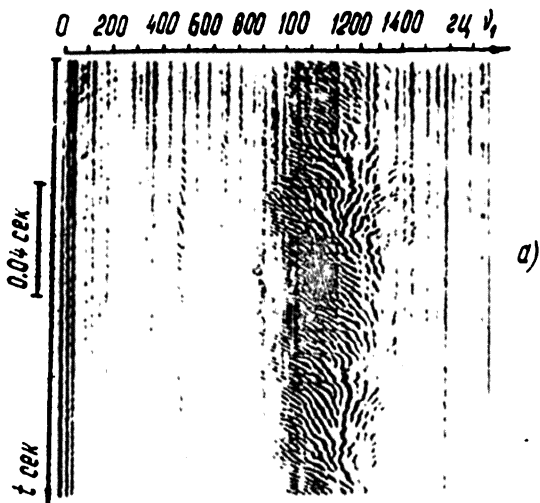


Рис 2а

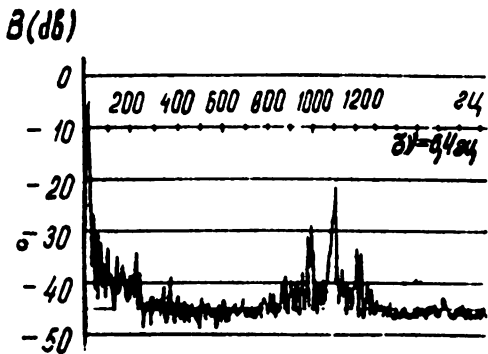


Рис 2б

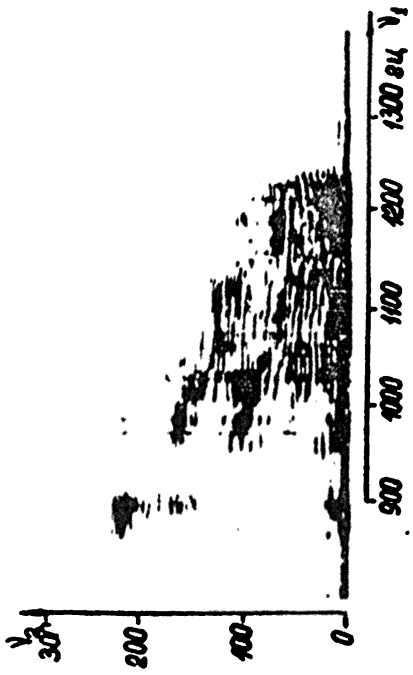


Рис. 3

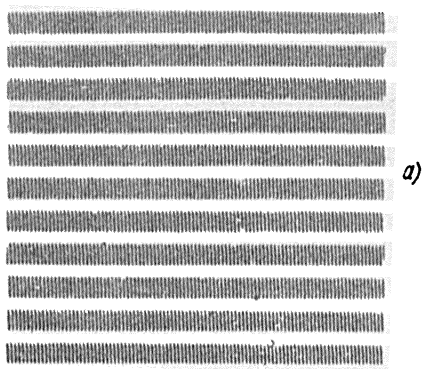


Рис 4а

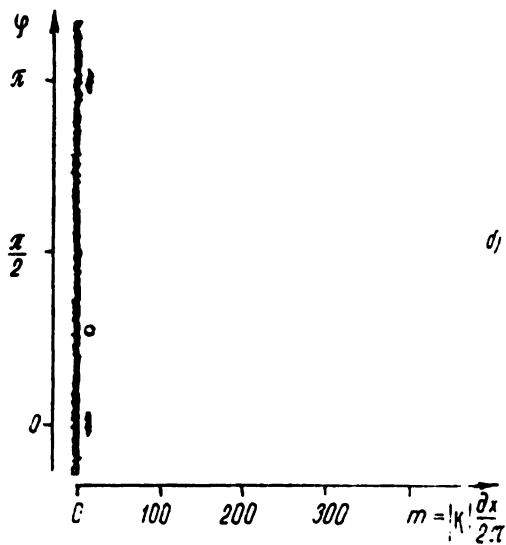


Рис 4б