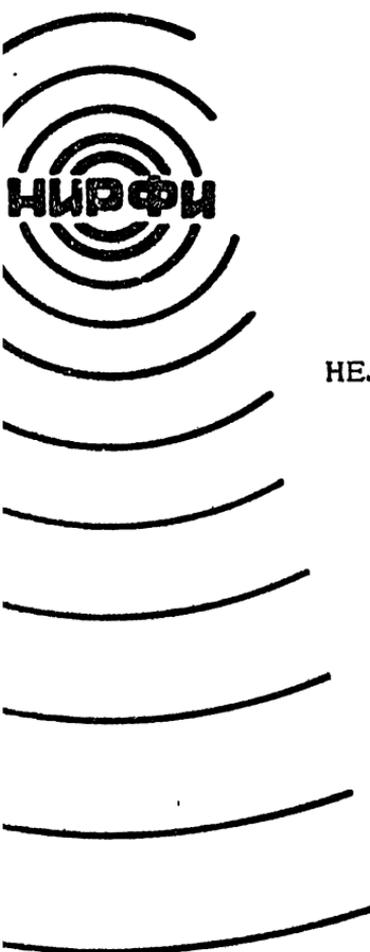


Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт № 38



ИИРФИ

В.А.Красильников

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

г.Горький,
1973

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА ТВЕРДЫХ ТЕЛ⁺

Теперь уже хорошо известно, что при распространении в маловязких жидкостях упругих волн даже сравнительно небольшой интенсивности, благодаря нелинейности уравнения состояния и уравнений движения, принцип независимого распространения волн нарушается и возникает целый ряд нелинейных явлений. К таким явлениям относятся, например, искажение формы волны, возникновение гармоник и образование слабых периодических ударных волн, появление т.н. нелинейного затухания. В случае взаимодействия нескольких волн — образование комбинационных частот и т.д.

Имеется ли в твердых телах нелинейное искажение и взаимодействие упругих волн?

Работы последнего времени в существенной мере продвинули эту область исследования (1,2). Оказалось, что в твердых телах нелинейные эффекты искажения и взаимодействия волн имеются и хотя они слабее, чем в жидкостях, зато значительно разнообразнее. Это объясняется тем, что в твердых телах кроме продольных упругих волн могут распространяться еще поперечные волны и поверхностные волны.

Уравнения движения и уравнение состояния для твердого тела также нелинейны, как для газа и жидкости, однако нелинейность уравнения движения сказывается в меньшей мере. Что такое уравнение состояния применительно к твердому телу? Это основной закон теории упругости — закон Гука, по которому деформация тела пропорциональна приложенному к нему напряжению. При больших напряжениях и вызываемых ими больших деформациях, как мы знаем, происходят существенные откло-

⁺Прочитано на Республиканской школе по нелинейным колебаниям и волнам в распределенных системах. (Горьковская обл., март 1972 г.).

нения от закона Гука, возникают (после снятия нагрузки) остаточные деформации, и при еще больших напряжениях тело разрушается. Однако, строго говоря, и при малых деформациях твердого тела закон Гука не выполняется; между напряжениями и деформациями вообще нет строгой прямой пропорциональности, как бы малы не были напряжения. Отклонение от прямой пропорциональности (или нелинейность) невелико, но оно существенно для распространения в твердом теле упругих волн. Феноменологически эта нелинейность определяется так называемыми модулями упругости третьего порядка, являющимися коэффициентами при кубичных членах в разложении свободной энергии по компонентам тензора деформации.

Обычные (линейные) модули упругости представляют собой коэффициенты при квадратичных членах и их называют поэтому модулями упругости второго порядка.

Упругие свойства твердого тела связаны с характером взаимодействия между атомами в зависимости от расстояния между ними образует так называемую потенциальную яму. Эта яма несимметрична; увеличение потенциальной энергии взаимодействия в случае сближения двух соседних атомов происходит в значительно большей степени, чем уменьшение этой энергии при удалении атомов друг от друга. Это так называемая агармоничность решетки — явление, обуславливающее очень важные особенности поведения твердых тел. Им, например, объясняется эффект теплового расширения твердых тел, в значительной степени особенности явления теплопроводности и целый ряд других кинетических явлений, например поглощение звука.

Генерация гармоник в твердых телах. Асимметрия потенциальной ямы приводит к неэквивалентности сжатия и расширения, и это объясняет отклонение от линейности в законе Гука. Если в твердом теле распространяется продольная упругая волна, то грубо говоря, она как бы "пересчитывает" нелинейность упругой связи между отдельными атомами. Хотя эта нелинейность и мала, она

накапливается на огромном числе атомов на пути распространения продольной волны и ее можно наблюдать сравнительно несложными средствами. Для этого следует, например, изучать изменение амплитуды второй гармоники с изменением расстояния. Для поперечных волн асимметрия потенциальной ямы не имеет существенного значения. В этом случае смещения частиц происходит в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны, и расстояния между атомами почти не изменяются. Таким образом, искажения поперечных волн с этой точки зрения быть не должно.

Генерация гармоник в поперечных волнах тем не менее происходит, поскольку в кристаллической решетке всегда имеются дефекты или дислокации и возникает неэквивалентность сдвига в одном и в другом направлениях (3).

Так, например, в кристалле алюминия (99,95% Al), где затухание упругих волн мало, при распространении звука в направлении $[100]$ возникает вторая поперечная гармоника, хотя она и меньше на один-два порядка, чем вторая продольная гармоника, возникающая в продольной волне. Эксперимент показывает, что амплитуда второй поперечной гармоники сильно зависит от слабых внешних локальных воздействий — действия силы или небольшого нагревания. В поликристалле алюминия таких зависимостей не обнаруживается. Такой характер поведения амплитуды второй гармоники качественно может быть объяснен влиянием остаточных внутренних напряжений, создаваемых дислокациями.

Приведенные здесь качественные соображения о распространении нелинейных упругих волн в твердых телах в настоящее время достаточно подробно разработаны теоретически на основе пятиконстантной нелинейной теории упругости для изотропных твердых тел⁺. Однако,

⁺) Кроме двух независимых линейных модулей упругости в изотропном теле, в нелинейной теории упругости присутствуют еще три модуля третьего порядка. Естественно, что генерация гармоник в поперечной волне за счет дислокаций не может быть объяснена в рамках пятиконстантной теории упругости. — 3 —

для кристаллов эта работа еще только начинается.

Измерение содержания гармоник в твердых телах дает в принципе возможность определения адiabатических-модулей третьего порядка сравнительно простыми средствами. Следует отметить, что эти модули, кроме того, что они необходимы в физике твердого тела, в ближайшем будущем по-видимому будут играть все большую роль в технических приложениях, в том числе в техническом материаловедении.

Можно проводить исследование генерации гармоник в твердом теле чисто акустическими методами, аналогично тому как это делается при измерениях гармоник в жидкостях, т.е. используя спектральный метод. Именно этим методом и были выполнены первые работы по исследованию нелинейностей упругих волн в твердых телах (2, 4). На рис. 1 показана блок-схема измерений амплитуды второй гармоники таким спектральным методом. С генератора импульсов, продолжительностью несколько мсек с несущей $f = 5$ мгц через фильтр пробку, не пропускающей частоту $2f$, напряжение порядка нескольких сот вольт подается на кварцевую пластинку, имеющую резонансную частоту f , которая излучает продольные упругие волны в исследуемый образец. Возникающая в процессе распространения вторая гармоника $2f$ далее принимается кварцевой пластинкой, имеющей резонансную частоту $2f$. После фильтра-пробки, не пропускающего основную частоту f , резонансный усилитель, настроенный на частоту $2f$ выделяет искомую вторую гармонику продольных волн, возникающих в образце. На рис. 2 представлен результат измерений амплитуды второй гармоники в алюминиевых стержнях различной длины. При соблюдении одинаковых условий эксперимента видно, как V_2 сначала увеличивается, затем достигает максимума и далее уменьшается. На частотах СВЧ диапазоном некоторыми преимуществами обладают оптические методы изучения нелинейных акустических явлений в твердых прозрачных телах. На

рис. 3 изображена схема установки для исследования генерации гармоник продольных волн в кристалле кварца (5). Свет от неподвижного гелий-неонового лазера 4 на исследуемый прозрачный кристалл 2, который может передвигаться вдоль направления распространения звука, сохраняя брэгговский угол θ_B неизменным (используется брэгговская дифракция света на ультразвуке). Этот свет дифрагирует на продольной ультразвуковой волне (использовались частота от 500 Мгц и выше; применялся импульсный метод) под углом θ_B , удовлетворяющим условию Брэгга $\sin \theta_B = \lambda / 2\Lambda$, где λ - длина волны света и Λ - длина волны звука. Поскольку угол θ_B зависит от Λ , возникающие при распространении ультразвуковые волны гармоники могут быть исследованы независимо, если производить измерения под углами $\theta_B(\omega)$, $\theta_B(2\omega)$, ... Изменение амплитуды гармоники с расстоянием находится путем передвижения резонатора 1 с кристаллом 2 относительно неподвижных источника света 4 и фотоумножителя 3. При малом отношении дифрагированного света по отношению к падающему; интенсивность дифрагированного света прямо пропорциональна интенсивности падающего света I_D и не зависит от частоты акустических гармоник (U' и U'' амплитуды смещения основной частоты и второй гармоники соответственно). Поэтому такой метод дает прямое определение относительной интенсивности гармоник и отпадают многие трудности, связанные с настройкой и калибровкой преобразователей. На рис. 4 представлены результаты измерения содержания гармоник при распространении продольной волны основной частоты $f = 62$ Мгц в кристалле кварца по оси Z в зависимости от расстояния. Как видно из приведенных экспериментальных данных, амплитуда 2-й гармоники достигает (при электрической мощности в импульс 1-10 вт) около 20% от амплитуды основной частоты, т.е. форма волны существенно искажена. (L - расстояние образования разрыва).

Комбинационное рассеяние звука на звуке. Фонон-фононные взаимодействия. Мы пока имели дело с нелинейным искажением и взаимодействием волн, распространяющихся в одном направлении.

В твердых телах, в отличие от газов и жидкостей, кроме параллельного взаимодействия, возможны взаимодействия при пересечении плоских волн под углом. При выполнении определенных условий, которые называют резонансными, из области взаимодействия двух плоских волн (или, точнее говоря, двух ультразвуковых пучков) с частотами ω_1 и ω_2 излучается волна комбинационной частоты ω_3 , направление распространения которой определяется этими условиями, — иначе говоря, возникает комбинационное рассеяние звука на звуке. Эти резонансные условия, или правила отбора, легко получаются, если представить взаимодействующие три волны как фононы, т.е. если вести разговор на квантово-механическом языке.

На рис. 5. приведены возможные трехфононные взаимодействия; законы сохранения энергии и квазиимпульса фононов. Условиями резонанса будут выполнение законов сохранения энергии $\hbar\omega$ и квазиимпульса $\hbar|\vec{k}| = \frac{\hbar\omega}{c}$ взаимодействующих фононов. Из рассмотрения треугольников, образованных волновыми векторами \vec{k}_1 , \vec{k}_2 и $|\vec{k}_3| = \omega_3/c_3$ получается выражение (3).

Из (3) вместе с (1) следует, что если скорость распространения плоских волн или фононов всех трех частот ω_1 , ω_2 и ω_3 одинакова (это выполняется в газах и жидкостях), то возможен только один тип взаимодействия — когда волны распространяются в одном и том же направлении (параллельное взаимодействие). В твердом теле могут распространяться по крайней мере два типа волн (продольные и поперечные), имеющие разные скорости. В зависимости от соотношения этих скоростей, а также в зависимости от частот волн ω_1 и ω_2 , возможны также направления распространения волны с частотой ω_3 , которые составляют определенный угол α относительно

двух исходных волн с частотами ω_1 и ω_2 . На рис.8 показана схема эксперимента по наблюдению рассеяния звука на /в.7/ звуке. На пьезокварцевую пластинку I_1 подается напряжение от генератора Γ импульсов с частотой повторения импульсов 50 гц и частотой заполнения импульсов (несущей частотой) ω_1 . Пусть пластинка излучает в образец, имеющий вид круглого диска, поперечные ультразвуковые волны с частотой ω_1 ; обозначим их через $T(\omega_1)$. На пластинку I_2 с генератора Γ_2 подается напряжение частоты ω_2 , и она излучает непрерывно поперечные волны $T(\omega_2)$. Волны от излучателей I_1 и I_2 пересекаются под углом α , и между ними в области пересечения пучков происходит взаимодействие. Из законов сохранения импульса и энергии следует, что в данном материале возможен такой угол взаимодействия β , под которым может распространяться продольная волна с частотой $\omega_1 + \omega_2$, которую мы назовем $L(\omega_1 + \omega_2)$. Таким образом, в принятых нами обозначениях процесс взаимодействия волн будет записываться в виде $T(\omega_1) + T(\omega_2) = L(\omega_1 + \omega_2)$ - два "поперечных" фонона аннигилируют, в результате чего рождается "продольный" фотон суммарной частоты. Опыт показывает, что такой тип взаимодействия действительно есть и он хорошо наблюдается. Пластинка Π принимает продольную волну суммарной частоты $L(\omega_1 + \omega_2)$. Конечно, амплитуда этой волны очень мала по сравнению с амплитудами исходных волн $T(\omega_1)$ и $T(\omega_2)$, поэтому на опыте приходится встречаться с определенными трудностями при ее обнаружении. Однако амплитуда волны $L(\omega_1 + \omega_2)$ быстро увеличивается с ростом ω_1 и ω_2 и с ростом области взаимодействия волн этих частот.

Кроме указанного типа косоугольного трехфононного взаимодействия могут быть в принятых обозначениях еще другие, например:

$$L(\omega_1) + T(\omega_2) = L(\omega_1 + \omega_2); \quad L(\omega_1) + T(\omega_2) = T(\omega_1 - \omega_2)$$

Таким образом, возможно появление и разностной частоты (в этом случае можно сказать, что фонон с большей энергией, имеющей частоту ω_1 , расщепляется на два фонона меньшей энергии - с частотами ω_2 и $\omega_1 - \omega_2$). Теория комбинационного рассеяния ультразвуковых поперечных и продольных волн друг на друге /8/ хорошо подтверждается экспериментально. Явление нелинейного взаимодействия упругих волн достаточно большой амплитуды в твердом теле, по-видимому, может быть использовано для осуществления так называемого параметрического усиления, которое с успехом применяется для нелинейно взаимодействующих электромагнитных волн.

Пусть две волны идут вместе в одном направлении и между ними существует нелинейное взаимодействие. При этом одна волна слабая (малой амплитуды) с частотой ω - это слабый сигнал, который требуется усилить. Другая волна с частотой 2ω имеет большую амплитуду; эта волна накачки. В результате указанного нелинейного взаимодействия волны накачки с волной сигнала возникают комбинационные частоты, в том числе частота $2\omega - \omega = \omega$ т.е. волна, частота которой равна частоте сигнала. Если слабая волна сигнала и сильная волна накачки идут вместе достаточно долго, энергия волны накачки передается в волну сигнала и последний заметно усиливается.

Если в среде нет изменения скорости звука с частотой, т.е. нет дисперсии, то сильная волна накачки, как мы знаем, будет искажаться, превращаясь постепенно в пилообразную волну, которая сильно затухает. Поэтому параметрическое усиление затруднено и возможно только на участке, где волна накачки еще незначительно искажилась. Чтобы волна накачки не искажалась и энергия накачки не просачивалась через гармоники, как сквозь сито, используют естественную или создают искусственную дисперсию. Тогда гармоники распространяются с другой скоростью, чем основная частота ω , и между этой частотой и гармониками не будет синхронизма, волна

накачки не искажается и затухает незначительно.

К сожалению, акустический параметрический усилитель создать труднее, чем электромагнитный, так как естественная дисперсия упругих волн незначительна, а искусственную дисперсию трудно создать. Впрочем, одним из обещающих методов /9,10/, который возможно позволит это сделать, может служить метод с использованием дисперсии в граничных условиях (при отражении на концах нелинейного элемента). Кроме того, в твердых телах имеется целый ряд нелинейных взаимодействий волн L и T . Возможно, по-видимому, (при существовании дисперсии) создание таких параметрических усилителей в области гиперзвуковых частот, где нелинейное взаимодействие велико.

Мы ограничивались только трехфононными взаимодействиями. Ясно, что при большем числе исходных фононов (или плоских волн) число возможных комбинаций для направлений и частот рождающихся фононов будет все больше.

Здесь мы рассматривали взаимодействие искусственных (ультразвуковых) фононов. Но в любом теле происходит тепловое движение и всегда есть тепловые фононы, или дебаевские волны. Описанные эксперименты с "искусственными" или ультразвуковыми фононами непосредственно доказывают, что и эти тепловые фононы непрерывно и нелинейно взаимодействуют между собой. Именно так могут быть объяснены особенности в явлении теплопроводности: тепловые фононы, нелинейно взаимодействуя между собой, осуществляют установление теплового равновесия. Такое же взаимодействие между тепловыми фононами и ультразвуком очень высоких частот объясняет поглощение волн этих частот.

Нелинейные резонансы в акустических резонаторах.

При вынужденных колебаниях нелинейных резонаторов, если одна из возникающих в результате нелинейности частот совпадает с одной из собственных частот резо-

натора, можно ожидать возникновения некоторых особенностей нелинейных резонансов /11,12/.

На рис. 7 приведена блок-схема для наблюдения явления "детектирования" модулированного акустического сигнала нелинейной упругостью резонатора в виде металлического стержня. Модуляционный метод наблюдения нелинейностей в образцах из твердых тел в виде стержней с большой акустической добротностью весьма чувствителен и позволяет наблюдать нелинейное взаимодействие упругих волн при таких интенсивностях звука и ультразвука, которые еще недавно считались исключительно областью линейной акустики.

На приведенной блок-схеме 1 - низкочастотный модулятор-генератор с большой стабильностью частоты. Сигнал с модулятора подается на генератор высокой частоты 2. Модулированный сигнал далее проходит через фильтр-пробку 3, настроенный на частоту модуляции. После этого фильтра сигнал подается на пьезопреобразователь (кварцевая пластинка среза), приклепленный к стержню 6. В этом стержне, таким образом, распространяются компоненты спектра модулированного сигнала ω , $\omega \pm \Omega$ и т.д. В результате нелинейного взаимодействия этих компонент спектра между собой выделяется низкая частота (частота модуляции), т.е. происходит детектирование на нелинейной упругости стержня. Если частота модуляции совпадает с одной из собственных частот стержня - имеет место резонанс. На блок-схеме 7 - ферромагнитная тонкая пластинка, приклеенная к стержню (если этот стержень немагнитен), 8 - бесконтактный магнитоэлектрический приемник, 9 - усилитель, 10 - осциллограф, 4 и 11 - вольтметры. При большой добротности стержня детектированный сигнал достаточно велик.

Амплитуда акустически детектированного сигнала зависит не только от совпадения частоты модуляции с собственной частотой стержня, но в случае, если затухание несущей частоты на длине стержня мало, также и от этой несущей частоты.

На рис. 8 показана зависимость амплитуды продольных колебаний стержня на частоте Ω от несущей частоты $\omega/\omega_1 = 3$ МГц для двух алюминиевых стержней, 25 см (кривая I) и 75 см (кривая II), пунктирные кривые — экспериментальные результаты.

Виден характерный тройной "резонанс", что связано с тем, что в спектре излучения есть три частоты — несущая и две боковые; максимумы соответствуют условию, когда стержень кроме резонанса на частоте Ω , резонирует еще на несущей или боковых частотах.

Приведенные здесь результаты соответствуют числу Рейнольдса $R = U_0 k_1^2 / \alpha \approx 0,05$ (здесь U_0 — амплитуда смещения, k_1 — волновое число основной волны ω_1 и α — коэффициент затухания)⁺⁾ . Обнаружение нелинейных эффектов при такой малой нелинейности оказывается возможным благодаря резонансному методу измерений и высокой добротности стержня ($\sim 10^5$).

Следует думать, что изложенная методика благодаря своей простоте и высокой чувствительности, найдет применение для изучения нелинейных свойств твердых тел и измерения модулей упругости третьего порядка.

Подобные измерения были сделаны и на стоячих поперечных волнах.

Нелинейные эффекты при распространении упругих волн в сегнетоэлектрике вблизи фазового перехода второго рода. Известно, что при изучении фазовых переходов второго рода существенный интерес имеют сведения о

⁺⁾ Число Рейнольдса для жидкостей $R = \frac{P}{\eta \omega}$, где P — акустическое давление и η — эффективная вязкость (сдвиговая и объемная); оно представляет собой отношение инерционных (нелинейных) сил к вязким. Если $R > 1$, диссипация не может препятствовать развитию нелинейных процессов, если $R < 1$, диссипация играет преобладающую роль и нелинейность не развивается. Аналогичное положение имеет место для твердого тела.

поведении скорости и затухания звука вблизи температуры Кюри; эти сведения позволяют с достаточно большой точностью определить параметры перехода. Представляется интересным провести изучение поведения эффективных упругих модулей 3-го порядка в области фазового перехода, второго рода. В /13/ проводились эксперименты в кристаллах титаната бария и стронция и исследовалась вторая гармоника на продольных волнах; измерения производились только в парафазе.

В /14/ изучалось взаимодействие двух акустических волн (продольных) с образованием суммарной частоты в кристалле триглицинсульфата (ТГС), имеющего фазовый переход 2-го рода при температуре $49,5^{\circ}\text{C}$. Исследовалось распространение квазипродольной волны, волновой вектор которой направлен вдоль оси Z . Для этого направления в сегнетофазе нет пьезоэлектрических добавок к упругим модулям 2-го и 3-го порядка и поведение модулей вблизи точки Кюри связано с электрострикцией.

Эксперимент проводился так, что в образце ТГС длиной 20 мм вдоль оси Z возбуждались две продольные волны с частотами 8,5 мгц и 22 мгц при поглощении двух кварцевых пластин, имеющих резонансные частоты 8 мгц и 22 мгц. На другом конце кристалла имелась приемная кварцевая пластинка с резонансной частотой 30 Мгц. Импульсы имели продолжительность 2-3 мксек. Измерялась амплитуда первого звукового импульса, прошедшего расстояние, равное длине кристалла. Образец вместе с держателем находился в термостате, устройство которого позволяло изменять температуру со скоростью не более $5 \cdot 10^{-3}$ град/мин. На рис. 9 приведен результат измерений для поведения эффективного нелинейного параметра Γ , который представляет собой некоторую комбинацию модулей упругости второго и третьего порядка, в окрестности температуры Кюри ($T - T_0 \approx 0$). При построении кривой для Γ учитывался характер поведения коэффициента затухания в окрестности точки Кюри. Следует обратить внимание на чрезвычайно большие значения

Г вблизи температуры Кюри. Дальнейшие исследования в этом направлении представляют большой интерес.

Роль дисперсии в нелинейных волновых процессах.

Дальнейшее усложнение проблемы нелинейного распространения интенсивных упругих волн будет, если учесть дисперсию. При наличии дисперсии скорости волн основной частоты ω_1 и гармонических составляющих ω_2 ,

ω_3, \dots отличны и условия постоянства фазы между отдельными волнами нарушаются, а это тормозит развитие нелинейного процесса. В отличие от оптики и электродинамики, упругие волны за рядом исключений распространяются без дисперсии. Однако, в ряде случаев дисперсия имеется и в акустике. Так, имеется дисперсия в случае процессов релаксации, дисперсия при фазовых переходах второго рода в твердых телах, имеется квазидисперсия ("геометрическая") при распространении упругих волн в волноводах, например, в стержне, когда длина волны сравнима с поперечными размерами стержня.

С явлением квазидисперсии мы встречаемся при распространении в изотропном твердом теле интенсивной поперечной волны. Теория нелинейных волн для этого случая приводит к тому, что под действием поперечной волны возникают продольные волны удвоенной частоты. Так как, однако, скорость вынужденного процесса (продольной волны), то здесь мы имеем дело с несинхронным эффектом. Отсутствие синхронизма при такой квазидисперсии приводит к тому, что возникающая гармоника модулирована в пространстве по амплитуде с периодом модуляции $\Delta_2 = 2\pi (2k_1 - k_2)^{-1}$, где $k_1 = \frac{\omega_1}{c_1}$ - волновое число поперечной волны и $k_2 = \frac{\omega_2}{c_2}$ волновое число продольной волны и нарастающего решения в пространстве для продольной волны ω_2 нет. С "модулированными" гармониками часто приходится встречаться в нелинейной оптике, где имеет место сильная дисперсия.

Несколько ближе к рассматриваемым здесь эффектам случай для капиллярных волн на поверхности жидкости

где дисперсия довольно сильна. Скорость распространения капиллярной волны $c = \sqrt{gk/\rho}$, где g — поверхностное натяжение, ρ — плотность и k — волновое число. На рис. 10 приведен пример пространственных биений второй гармоники из-за дисперсии в случае распространения плоской капиллярной волны на поверхности воды с частотой 80 Гц /15/. Когда в среде имеются и диссипация и дисперсия одновременно, к безразмерным числам M и R добавляется так называемое дисперсионное число $D = \frac{c_2 - c_1}{c_1}$, где c_1 — скорость волны основной частоты и c_2 — скорость волны удвоенной частоты. Для капиллярных волн $D = 0,26$ и дисперсия, как мы видим, оказывает существенное влияние на нелинейное распространение. Отметим, что при значительной дисперсии нелинейное затухание даже при больших M невелико (в отличие от случая $D = 0$), поскольку в этом случае энергия из основной волны, хотя и перекачивается в высшие гармоники, но и переходит обратно из высших гармоник в основную волну.

На рис. 11 показано поведение основной поверхностной волны Рэлея $f = 1,68$ ГГц, распространяющейся по поверхности кристалла $LiNbO_3$ по оси Z в плоскости YZ и поведение второй гармоники (измерения проведены оптическим методом, используя Брегговскую дифракцию на рэлеевских волнах) /16/. Как видно из рис. 11, 2-я гармоника рэлеевской волны испытывает пространственные биения, аналогичные рис. 10.

Как известно, волны Рэлея распространяются без дисперсии. Поэтому для объяснения этого результата приходится предположить наличие дисперсии в самой среде. Подсчет Δ_2 показывает для условий эксперимента, что для объяснения полученного значения Δ_2 следует предположить, что в кристалле имеется дисперсия, при которой $\Delta c/c \approx 0,01\%$. Для такого сегнетоэлектрического кристалла как $LiNbO_3$ дисперсия в области частот гигагерцевого диапазона вполне может существовать благодаря дисперсии диэлектрической проницаемости ϵ и

влиянию ξ на величину скорости распространения волны. Волна Рэлея представляет собой комбинацию продольной и поперечной волн и для того чтобы более строго решить вопрос о влиянии дисперсии, необходим теоретический расчет, который пока отсутствует. В работе /16/ объяснение поведения волны второй гармоники отлично от того, которое мы здесь привели. Отметим, что измерения, выполненные в /17/, показали, что для направления z в LiNbO_3 действительно имеется дисперсия продольных упругих волн в диапазоне частот 300-1400 мгц (см. рис.12), что стоит в полном согласии с имеющейся теорией.

Характерные черты нелинейных волновых процессов.

Хотя нелинейные проблемы обладают своими специфическими особенностями и вообще говоря, каждый раз требуют для своего решения специальных методов, тем не менее в решении нелинейных проблем имеются и характерные черты, позволяющие выработать более или менее общий подход к решению проблемы.

Первое, на что следует обратить внимание - это использование законов сохранения. Как мы видели, законы сохранения могут упростить нелинейную задачу и дать ответ на некоторые вопросы не прибегая к решению самих уравнений. Так, в задаче о рассеянии звука на звуке законы сохранения дают ответ на вопрос о возможности данного процесса и о величине угла комбинационного рассеяния. Другим важным обстоятельством при рассмотрении нелинейных проблем служит использование методов подобия и размерностей. Мы видели, в частности, что числа M , R и D в нелинейных волновых процессах определяют характер протекания этих процессов.

Третьей характерной чертой теоретического подхода к решению задач является применение приближенных методов, которые сводятся к той или иной возможной линеаризации задачи.

Наконец, в целом ряде задач мы имеем дело с ансамблем взаимодействующих волн. Это может быть

искусственный ансамбль волн, в котором благодаря нелинейным взаимодействиям происходит трансформация начального спектра, как это имеет место, например, в пространстве интенсивного шума в нелинейной среде. Это может быть взаимодействие ансамбля искусственных фононов (или когерентного звука) с ансамблем тепловых фононов или шума с полем пульсации турбулентного потока; и т.д.

Во всех этих случаях приходится прибегать к статистическому описанию задачи⁺⁾. В такого рода задачах существенно отметить, что нелинейные взаимодействия между отдельными волнами протекают в таком направлении, что устанавливается динамическое равновесие. Так обстоит дело с установлением теплового равновесия в твердом теле благодаря нелинейным взаимодействиям между тепловыми фононами, динамического равновесия при взаимодействии тепловых и когерентных фононов при поглощении звука, динамического равновесия волн на поверхности жидкости.

Заключительные замечания. Мы кратко рассмотрели лишь один аспект нелинейной акустики, связанный с вопросами распространения нелинейных упругих волн в твердых телах. Этот раздел нелинейной акустики, наряду с нелинейной акустикой газов и жидкостей, является промежуточным между линейной акустикой и ударными волнами и естественным образом заполняет долгое время отсутствующую связь между этими важными областями механики сплошных сред. Его можно назвать нелинейной акустикой в узком смысле, подразумевая под этим, то, что он относится к изучению взаимодействий только между одними упругими волнами и не охватывает изучения взаимодействий между упругими волнами и волнами другой природы. Не хватывает он также нелинейных взаимодействий между звуковой модой и модой завихренности (аэрогидродинамическая генерация звука), между звуковой модой и модой

^{+) См. по этому поводу лекции Б.В.Чирикова и Г.М.Заславского в этом сборнике лекций.}

энтропии (термоакустика), а также вторичных нелинейных явлений, возникающих в интенсивных звуковых полях (радиационное давление, акустические течения, кавитация). В целом, изучение всех этих нелинейных явлений составляет предмет нелинейной акустики в общем смысле. Говоря на квантовом языке — к нелинейной акустике в узком смысле относятся лишь фонон-фононные взаимодействия, тогда как к нелинейной акустике в широком смысле следует отнести также и взаимодействия фононов с фотонами, электронами, квантами магнитной энергии или магнонами и т.д. Такого рода взаимодействия в настоящее время интенсивно изучаются и в этой области, в особенности за последние 10–15 лет, получены важные результаты.

Но и из раздела нелинейной акустики в узком смысле мы обсуждали лишь немногие проблемы распространения нелинейных волн. Конечно, эта проблема в целом очень важна и имеет общий характер. Закономерности этого раздела нелинейной акустики важны для самых разнообразных разделов акустики — в области изучения шумов и вибраций, в гидроакустике, в акустике и физике твердого тела, в теории слуха и речи и т.д. Уже в настоящее время успехи этого раздела нелинейной акустики заметно изменили наши представления о жидкостях и твердых телах как о линейных средах, уточнили пределы применимости линейного подхода к решению по существу нелинейных проблем.

То немногое, о чем было рассказано, дает, как я думаю, некоторые представления о том, что уже сделано и что надлежит сделать в этой быстро развивающейся области акустики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.К.Зарембо, В.А.Красильников, Введение в нелинейную акустику, М., Наука, (1966).
2. А.А.Гедройц, В.А.Красильников, ЖЭТФ, 43, 1592 (1962).
3. А.А.Гедройц, Л.К.Зарембо, В.А.Красильников, ДАН СССР, 180, 518 (1963).
4. Л.К.Зарембо, В.А.Красильников, Успехи физ. наук, 102, 549 (1970).
5. B. A. Richardson, R. B. Thompson, C. D. W. Willison, J. Acoust. Soc. Am., 44, 1608 (1968).
6. F. R. Rollins, L. H. Taylor, P. H. Todd, Phys. Rev., 136, A597 (1964).
7. Гунь-Си-Фэнь, Л.К.Зарембо, В.А.Красильников, ЖЭТФ, 48, 1599 (1966).
8. G. L. Jones, D. R. Kobbet, J. Acoust. Soc. Am., 35, 5 (1963).
9. Л.К.Зарембо, О.Ю.Сердобольская, И.П.Чернобай, Акуст. журн. (в печати).
10. Л.К.Зарембо, О.Ю.Сердобольская, Акуст. журн., (в печати).

11. Л.К.Зарембо, В.А.Красильников, В.Н.Случ, О.Ю.Сухаревская, Акуст. журн., 12, 486 (1966).
12. Л.К.Зарембо, О.Ю.Сердобольская, Вестн.Моск. Ун. сер. физ. и астр № 1, 62, 1970.
13. L.L.Meeks and R.T.Arnold, Phys.Rev.B, I,n.3,982 (1970).
14. О.Ю.Сердобольская, Куак Тхи Там, Физ. тв. тела (в печати).
15. Л.К.Зарембо, В.А.Красильников, Тхай Тхань, Лонг, ДАН СССР, 192, № 3, 548 (1970).
16. E.G.Lean and C.C.Tseng, J.Appl.Phys., 41,n.10,3912 (1970).
17. К.К.Ермилин, В.А.Красильников, В.А.Прохоров, Физ. тв. тела, 14, 300, (1972).

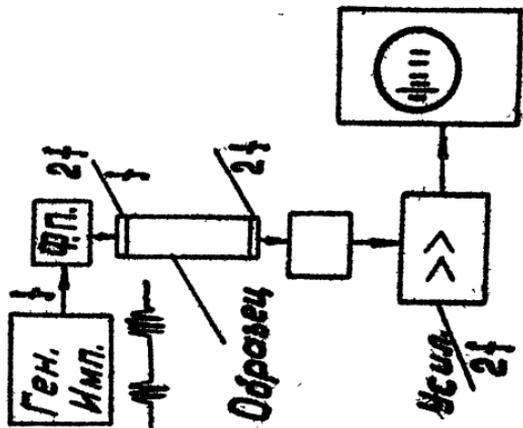


Рис. 1

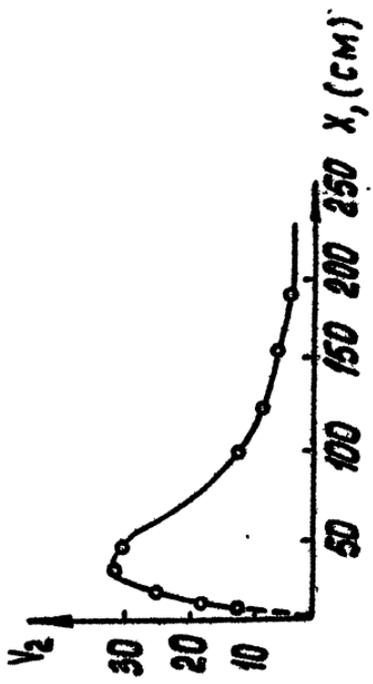


Рис. 2

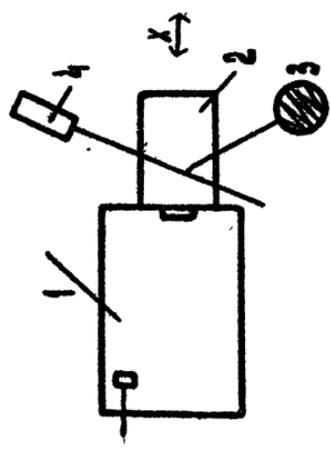
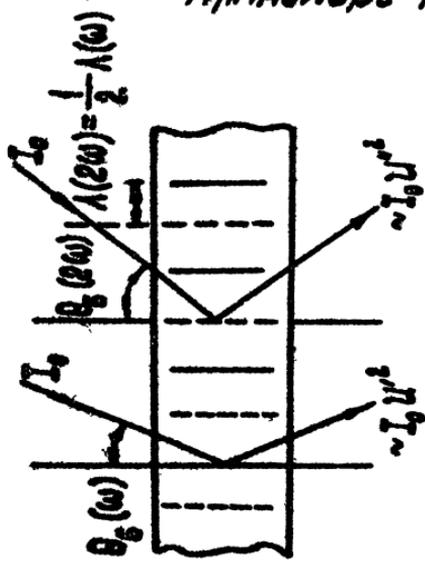
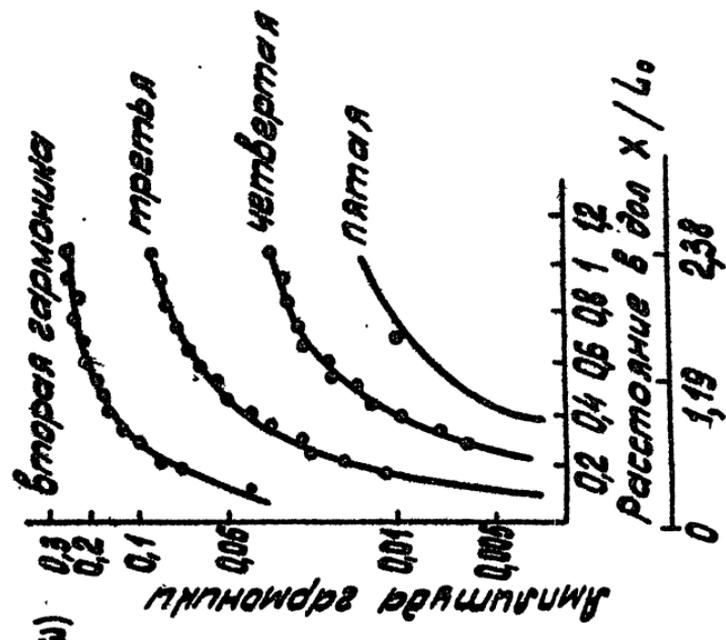


Рис. 3.



Расстояние от излучателя, см.
 Рис. 4.



$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$$

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_3 \quad (1)$$

$$\vec{K}_1 + \vec{K}_2 = \vec{K}_3$$

$$\vec{K}_1 - \vec{K}_2 = \vec{K}_3 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\omega_1}{C_1}\right)^2 = \left(\frac{\omega_2}{C_1}\right)^2 + \left(\frac{\omega_3}{C_2}\right)^2 = 2 \left(\frac{\omega_1}{C_1}\right) \left(\frac{\omega_2}{C_2}\right) \cos \alpha \quad (3)$$

Рис. 5.

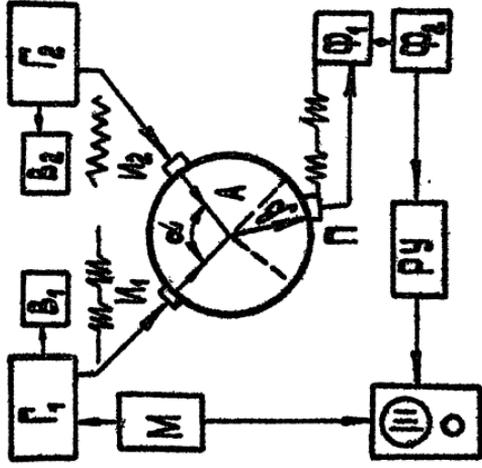
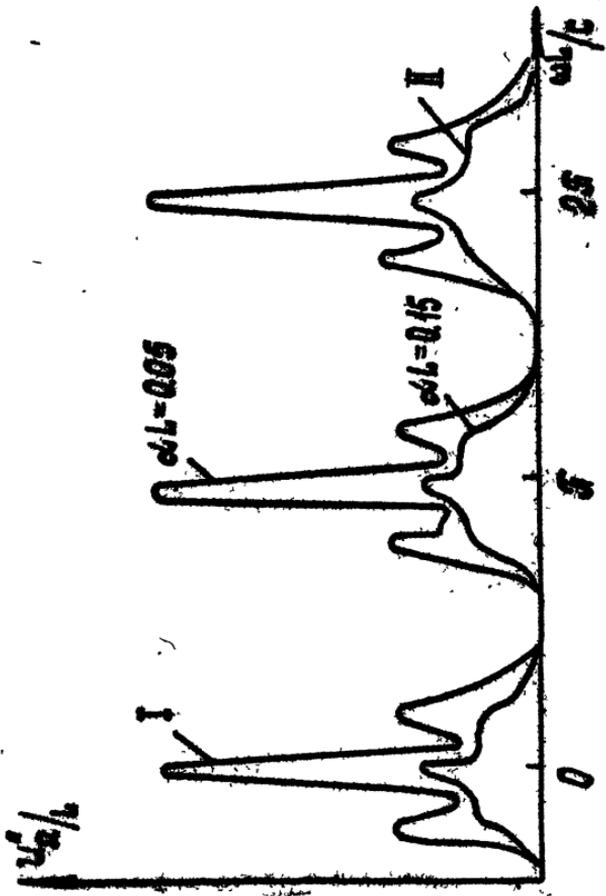
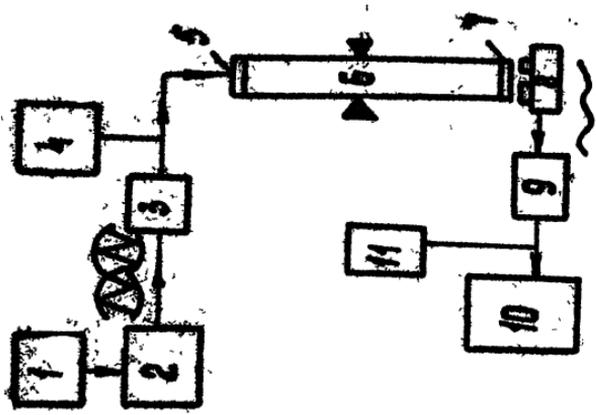


Рис. 6



PUC.8



PUC.7

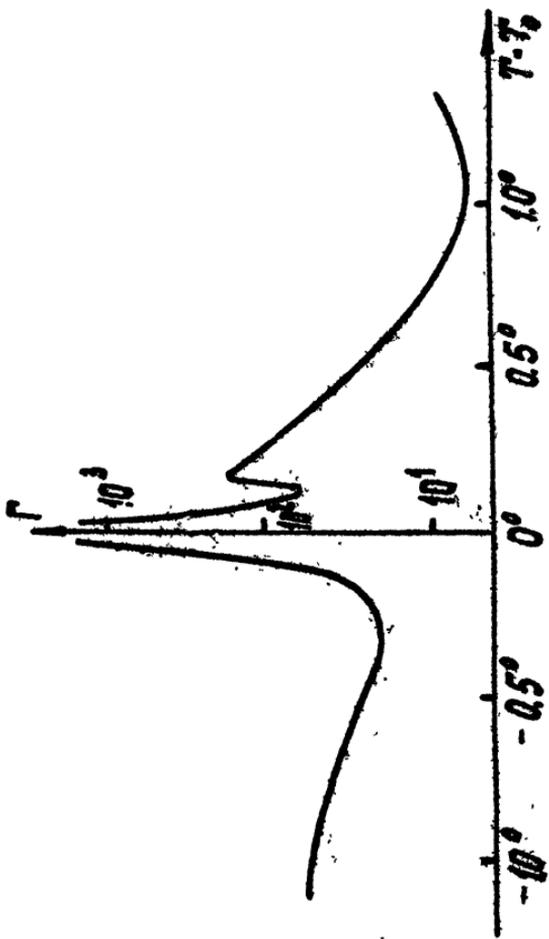


Fig. 9.

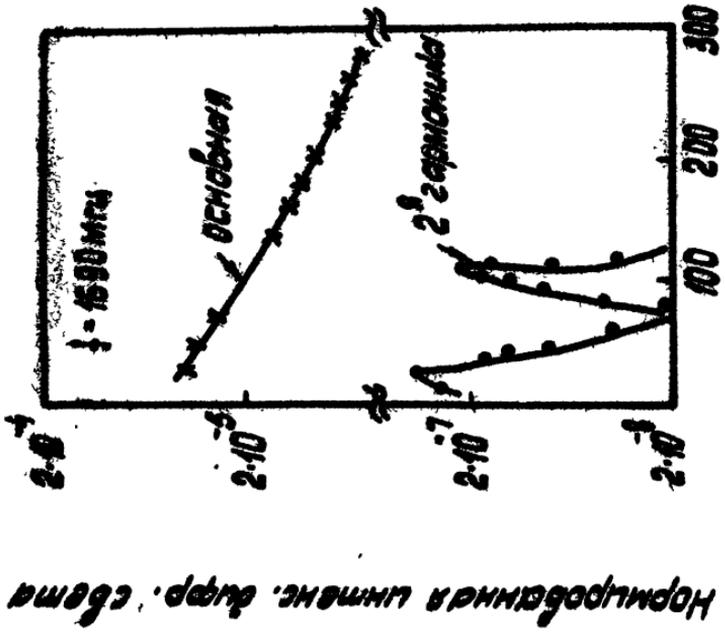


Рис. 11

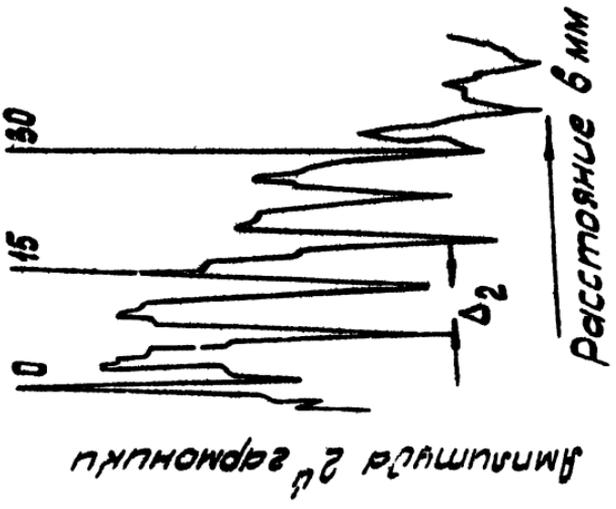
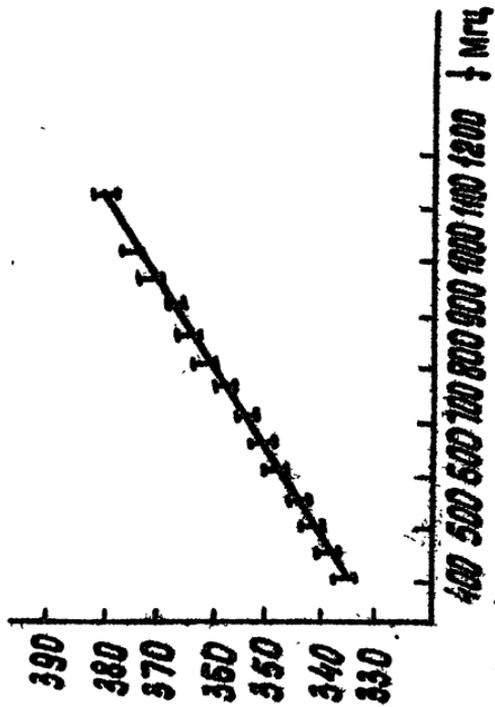


Рис. 10.



$$\frac{dC_p}{dMTC} = (3.6 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} ; \frac{dC_p}{dMTC} = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{\Delta C_p}{C_p} = 0.01\%$$

Рис. 12.