Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт № 56

О МНОГОВОЛНОВЫХ РАСПАДНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

И.А.Кольчугина, А.Г.Литвак, И.В.Хазанов

Горький – 1974 г.

В ряде работ [1–4] рассматривалась стабилизация параметрической неустойчивости из-за спектральной перекачки плазменных колебаний из области неустойчивости в область столкновительной диссипации в предположении, что основным процессом перекачки плазмонов является индуцированное рассеяние на ионах. Известно, что в неизотермической плазме более низкопороговыми являются распадные процессы взаимодействия волн с участием слабозатухающих ионнозвуковых колебаний. В отличие от индуцированного рассеяния волн на частицах, при рассмотрении распадов в поле когерентной накачки необходимо учитывать фазовые соотношения взаимодействующих волн, т.е. взаимодействие, вообще говоря, имеет динамический характер. В данной работе исследуется возможность стабилизации параметрической неустойчивости когерентных плазменных колебаний в результате динамической распадной перекачки их энергии в область диссипации.

Рассмотрим тонкий слой плазмы, помещенный в однородное высокочастотное поле $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$, с вектором электрического поля, параллельным границе слоя, и частотой, близкой к плазменной, $\omega \simeq \omega_{pe}$. Если амплитуда внешнего поля больше порогового, в плазме в результате распадной неустойчивости возбуждаются высокочастотные ленгмюровские колебания с частотой ω_0 и волновым вектором $\vec{k}_0$ и низкочастотная ионнозвуковая волна (Ω_1 , $\vec{\varkappa}_1$), распространяющиеся в направлении $\vec{E}_0$, причем выполнены условия синхронизма

$$\omega = \omega_0 + \Omega_1 \,, \quad \vec{k}_0 = -\vec{\varkappa}_1 . \tag{1}$$

Нарастающая высокочастотная плазменная волна в свою очередь может распадаться на встречную ленгмюровскую (ω_1 , $\vec{k}_1$) и новую низкочастотную волну (Ω_2 , $\vec{\varkappa}_2$)

$$\omega_0 = \omega_1 + \Omega_2\,, \quad \vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \varkappa_2 \qquad (2)$$

Затем в результате последующих распадов и слияния высокочастотных и низкочастотных волн могут появиться волны с частотами $\omega_{\pm n} = \omega_0 \pm n\Omega$ (n – целое число) и соответствующими волновыми векторами $\vec{k}_{\pm n} = \vec{k}_0 \pm n\vec{\varkappa}_2$. Эти высокочастотные волны также являются собственными колебаниями плазмы+), если выполнено условие $k_0 r_d \gg \frac{2n}{3}\sqrt{m/M}$, т.е. при этом условии "распадная" перекачка плазмонов может осуществляться при посредстве одной низкочастотной волны.

Исходную систему уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн представим в виде

$$\begin{aligned}
\frac{da_0}{d\tau} &= -a_0 + F b_1^* + a_1 b_2^* - a_{-1} b_2\,, \\
\frac{da_n}{d\tau} &= -a_n + a_{n+1} b_2^* - a_{n-1} b_2\,, \\
\frac{db_1}{d\tau} &= -\delta_1 b_1 + F a_0^*\,, \\
\frac{db_2}{d\tau} &= -\delta_2 b_2 + \sum_n a_n^* a_{n+1}\,.
\end{aligned} \qquad (3)$$

Здесь $a_n = u_n \beta/\gamma_0$, $b_n = v_n \beta/\gamma_0$, $F = u_H \beta/\gamma_0$, u_n ; v_n и u_H – соответственно амплитуды высокочастотных и низкочастотных волн и волны накачки, $\tau = \gamma_0 t$ – безразмерное время, $\delta_n = \Gamma_n/\gamma_0$, $\gamma_n = \gamma_0$ и Γ_n – декременты затухания высокочастотных и низкочастотных волн $\beta_n = \beta$ – коэффициенты распадного взаимодействия, которые считаем не зависящими от номера n .

Система уравнений (3) отличается от консервативной системы, рассмотренной в [5] , наличием отрицательного поглощения в нулевой гармонике и диссипации во всех остальных волнах. Эту систему можно использовать как модельную и в других задачах о стабилизации неустойчивости когерентных колебаний путем "распадной" перекачки по спектру.

Анализ решений (3) , выполненный с помощью метода производящей функции показывает, что упрощенная система (3) не имеет стационарных решений, т.е. суммарная энергия высокочастотных волн неограниченно растет во времени $\sum_n |a_n|^2 \to \infty$.

+) Мы не учитываем вынужденных плазменных колебаний, возникающих при взаимодействии с низкочастотной волной $(\Omega_1, \varkappa_1)$.

Поэтому для выяснения возможности стабилизации параметрической неустойчивости необходимо учесть дополнительные факторы, такие как зависимость коэффициентов взаимодействия β_n от номера гармоники n, нарушение синхронизма взаимодействующих волн, зависимость декрементов затухания волн от амплитуд и т.д. Какой из этих факторов является определяющим, зависит от конкретной физической системы, которой сопоставлены модельные уравнения. В рассматриваемом нами случае распадной неустойчивости ленгмюровских колебаний наиболее существенным оказывается учет взаимодействия низкочастотных волн, т.к. в силу кинематических условий (1), (2), ионнозвуковая волна b_2 является второй гармоникой волны b_1: $\varkappa_2 = 2\varkappa_1$, $\Omega_2 = 2\Omega_1$. Учитывая это взаимодействие и вводя производящую функцию $\Phi = \sum_n a_n e^{in\varphi}$, получаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}
\frac{d\Phi}{d\tau} &= -\Phi + F b_1^* + b_2^* \Phi e^{-i\varphi} - b_2 \Phi e^{i\varphi}, \\
\frac{d b_1}{d\tau} &= -\delta_1 b_1 + F\langle \Phi^* \rangle - \mu_1 b_1^* b_2, \\
\frac{d b_2}{d\tau} &= -\delta_2 b_2 + \langle \Phi\Phi^* e^{-i\varphi} \rangle + \mu_2 b_1^2.
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь скобки $\langle\ \rangle$ обозначают усреднение по φ.

Аналитические выражения для стационарных состояний системы (3) можно получить лишь в некоторых предельных случаях.

1. При условии $\mu_1 F^2/2\delta_1^2 \ll 1$ имеем

$$|b_1|^2 = \frac{\delta_2}{\mu_2}\,\frac{\sqrt{F^4-\delta_1^2}}{2\delta_1}, \quad |b_2|^2 = \frac{F^4-\delta_1^2}{4\delta_1^2}, \tag{5}$$

$$|a_n|^2 = \frac{\delta_1\delta_2}{2\mu_2}\,\frac{\sqrt{F^4-\delta_1^2}}{F^2}\left(\frac{F^2-\delta_1}{F^2+\delta_1}\right)^{|n|},$$

$\mu_2 = \frac{1}{16}\mu_1$, $\mu_1 = k_0 r_d \sqrt{m/M}$

т.е. спектр симметричен относительно нулевой гармоники $n=0$ и быстро спадает при увеличении $|n|$. При амплитуде накачки, близкой к пороговой ($F^2 - \delta_1 \ll \delta_1$) можно получить следующее выражение для полной энергии высокочастотных волн

$$\frac{W_\Sigma}{N T_e} = 16\pi \cdot \frac{m}{M} \left(\frac{E_{нак} - E_{пор}}{E_{пор}} \right)^{1/2} \qquad (6)$$

2. При сильном превышении порога ($F^2 \gg \delta_1$) и дополнительных условиях $\sqrt{\mu_1}\, F/\delta_1 \gg 1$, $F^2 \gg \mu_1$ получаем

$$|a_n|^2 = \delta_2 \sqrt{\mu_1}\, \frac{F}{2\sqrt{2}\,\mu_2} \left(1 - \sqrt{2\mu_1}/F\right)^{|n|}, \qquad (7)$$

$$\frac{W_\Sigma}{N T_e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \frac{\omega_{pe}}{\gamma_0} \cdot \sqrt{\frac{m}{M}}\, \frac{E^2_{нак.}}{2\pi N T_e}.$$

Численное исследование решений системы (4) показало, что с течением времени решения приближаются к найденным выше стационарным состояниям.

ЛИТЕРАТУРА

1. E.J.Valeo, W.L.Kruer, Phys.Fluids, 16, 675 (1973).
2. Н.А.Митяков, В.О.Рапопорт, В.Ю.Трахтенгерц, Геомагнетизм и аэрономия, 4, вып.1 (1974).
3. В.Е.Захаров, С.Л.Мушер, А.М.Рубенчик, Письма в ЖЭТФ, 19, Вып. 5, (1974).
4. Н.Е.Андреев, В.В.Пустовалов, В.П.Силин, В.Т.Тихончук, Письма в ЖЭТФ, 18, 624 (1973).
5. А.С.Бакай, ЖЭТФ, 55, 266 (1968).

ON MULTI-MODE DECAY INTERACTIONS

I.A.Kol'chugina, A.G.Litvak, I.V.Khazanov

Scientific Research Institute (NIRFI), Gorkii, U.S.S.R.

In some papers[1-4] the saturation of the parametric instability due to the spectral pumping of plasma oscillations out of the instability region into the region of collision dissipation was investigated on the assumption that the nonlinear Landau damping of electron plasma waves on the ions was the dominant process of pumping. But the electron-plasma ion-acoustic decay instability is known to be the more low-threshold in nonisothermal plasma. In contrast to the induced wave scattering on the particles, considering the decays in the pump field, the phase relations of interacting waves are to be taken into account, i.e. the interaction, generally speaking, is of the dynamic character. The possibility to suppress the parametric instability of coherent plasma oscillations as a result of their coupling to the other damped modes is investigated in this paper.

Let us consider a thin plasma layer, placed in a uniform high-frequency field $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$,with an electric field vector, parallel to the layer boundary, and the frequency near the electron plasma one $\omega \simeq \omega_{pe}$. If the amplitude of the external field is greater than the threshold one, the h.f.Langmuir oscillations with the frequency ω_0 and the wave vector $\vec{k}_0$ and the l.f. ionsound wave (Ω_1, $\vec{\varkappa}_1$), propagating in $\vec{E}_0$ direction, are excited in plasma due to decay instability, the synchronism conditions being satisfied:

$$\omega = \omega_0 + \Omega_1 \ , \qquad \vec{k}_0 = - \vec{\varkappa}_1 \ . \tag{I}$$

An increasing h.f.plasma wave may decay in its turn into an opposite Langmuir wave (ω_1, $\vec{k}_1$) and a new low frequency wave (Ω_2 , $\vec{\varkappa}_2$)

$$\omega_0 = \omega_1 + \Omega_2 \ , \qquad \vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \vec{\varkappa}_1 \ . \tag{2}$$

Then, due to the subsequent decays and the merging of h.f. and l.f. waves, the waves with the frequencies $\omega_{\pm n} = \omega_0 \pm n\Omega$ (n is the integer) and the corresponding wave vectors $\vec{k}_{\pm n} = \vec{k}_0 \pm n\,\vec{\varkappa}_2$ may appear. These h.f.waves are also the plasma self-oscillations+), if the condition $k_0 r_d \gg \frac{2n}{3}\sqrt{m/M}$ is fulfiled, i.e.under this condition the "decay" pumping of plasmons may be realized by one l.f.wave.

The initial system of equations for the complex amplitudes of interacting waves is of the form:

$$\frac{da_0}{dt} = - a_0 + F b_1^* + a_1 b_2^* - a_{-1} b_2 \tag{3}$$

+) We do not take into account the forced plasma oscillations, arising from the interaction with the l.f.wave (Ω_1, $\vec{\varkappa}_1$).

$$\frac{da_n}{d\tau} = -a_1 + a_{n+1} b_2^* - a_{n-1} b_2$$

$$\frac{db_1}{d\tau} = -\delta_1 b_1 + F a_0^*$$

$$\frac{db_2}{d\tau} = -\delta_2 b_2 + \sum_n a_n^* a_{n+1}$$

Here $a_n = u_n \beta / \gamma_0$, $b_n = v_n \beta / \gamma_0$, $F = u_p \beta / \gamma_0$, u_n, v_n and u_p are the amplitudes of h.f. and l.f. waves and the pump wave, respectively; $\tau = \gamma_0 t$ is the dimensionless time, $\delta_n = \Gamma_n / \gamma_0$, $\gamma_n = \gamma_0$ and Γ_n are the damping decrements of the h.f. and l.f. waves, $\beta_n = \beta$ are the coefficients of decay which are independent of n -number.

The system of equations (3) differs from the conservation system considered in[5] by the presence of the negative absorption in the zero harmonic and the dissipation in all the rest waves. This system may be used as a model one in other problems on the instability saturation of the coherent oscillations due to the "decay" pumping over the spectrum.

The analysis of solutions (3) carried out by the method of the generating function shows that the simplified system (3) does not contain the stationary solutions, i.e. the total energy of the h.f.waves increases unlimitedly in time $\sum_n |a_n|^2 \longrightarrow \infty$. Therefore, to investigate the possibility of saturation of the parametric instability the additional factors are to be taken into account such as: the dependence of the interaction coefficients β_n on the harmonic number n, the synchronism discontinuity of the interacting waves, the amplitude dependence of the wave damping decrements etc. Which of these factors is the determining one depends on the concrete physical system, that the model equations are corresponded with. In the decay instability of Langmuir oscillations considered by us, the account of interaction of l.f.waves is more essential, as in virtue of the kinematic conditions (I), (2), the ion-sound wave b_2 is the second wave harmonic b_1: $\varkappa_2 = 2\varkappa_1$, $\Omega_2 = 2\Omega_1$. Taking this interaction into account and introducing the generating function $\Phi = \sum_n a_n e^{in\varphi}$, we obtain the following system of equations:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{d\tau} &= -\Phi + F b_1^* + b_2^* \Phi e^{-i\varphi} - b_2 \Phi e^{i\varphi}, \\ \frac{d b_1}{d\tau} &= -\delta_1 b_1 + F\langle \Phi^* \rangle - \mu_1 b_1^* b_2, \\ \frac{d b_2}{d\tau} &= -\delta_2 b_2 + \langle \Phi \Phi^* e^{-i\varphi} \rangle + \mu_2 b_1 \end{aligned} \qquad (4)$$

Here the braces are the averaging over φ.

Analytical expressions for the stationary conditions of system (3) may be obtained in some limiting cases only.

I. Under the condition $\frac{\mu_1 F^2}{2\delta_1^2} \ll 1$ we have:

$$\begin{aligned} |b_1|^2 &= \frac{\delta_2}{\mu_2} \frac{\sqrt{F^4 - \delta_1^2}}{2\delta_1}, \qquad |b_2|^2 = \frac{F^4 - \delta_1^2}{4\delta_1^2}, \\ |a_n|^2 &= \frac{\delta_1 \delta_2}{\mu_2} \frac{\sqrt{F^4 - \delta_1^2}}{F^2} \left(\frac{F^2 - \delta_1}{F^2 + \delta_1} \right)^{|n|}, \end{aligned} \qquad (5)$$

$\mu_2 = \frac{1}{16}\mu_1$, $\mu_1 = K_0 r_d \sqrt{m/M}$

that is the spectrum is symmetrical relative to the zero harmonic $n = 0$ and decreases quickly with an increase of $|n|$. When the pump amplitude is close to the threshold one $(F^2 - \delta_1 \ll \delta_1)$ the following expression may be obtained for the total energy of the h.f.waves:

$$\frac{W_\Sigma}{N T_e} = 16\pi \frac{m}{M}\left(\frac{E_{pump} - E_{thresh}}{E_{thresh}}\right)^{1/2} \quad (6)$$

2. At strong increase of the threshold ($F^2 \gg \delta_1$) and under the additional conditions $\frac{\sqrt{\mu_1} F}{\delta_1} \gg 1$, $F^2 \gg \mu_1$ one obtains:

$$|a_n|^2 = \frac{\delta_2 \sqrt{\mu_1} F}{2\sqrt{2}\,\mu_2}\left(1 - \frac{\sqrt{2\mu_1}}{F}\right)^{|n|},$$

$$\frac{W_\Sigma}{N T_e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\omega_{pe}}{\delta_0} \cdot \sqrt{\frac{m}{M}}\,\frac{E^2_{pump}}{2\pi N T_e}. \quad (7)$$

Computer calculation shows that in due course the solutions of system (4) approach the stationary states found above.

REFERENCES

I. E.J.Valeo, W.L.Kruer, Phys.Fluids, 16, 675(1973)
2. N.A.Mityakov, V.O.Rapoport,V.Yu.Trakhtengerts, Geomagnetizm and aeronomiya, 4, vyp.I (1974).
3. V.E.Zakharov, S.L.Musher, A.M.Rubinchik,Letters to JETP, 19, vyp.5 (1974).
4. N.E.Andreev, V.V.Pustovalov, V.P.Silin,V.T.Tikhonchuk, Letters to JETP, 18, 624 (1973).
5. A.S.Bakay, JETP, 55, 266 (1968).