

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт № 58



ИРФ

ДЕФОРМАЦИЯ ОБЛАСТИ
ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА
В СИЛЬНОМ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

В.Б.Гильденбург, Г.М.Фрайман

Многие физические процессы в неоднородной плазме, взаимодействующей с переменным электромагнитным полем, — такие как линейная трансформация и поглощение волн, параметрическая неустойчивость и т.д. — существенно зависят от структуры области плазменного резонанса ($\omega_p \approx \omega$) и поэтому весьма чувствительны к ее нелинейной деформации. Усиленную роль этой деформации и связанных с ней нелинейных эффектов способствует к тому же наличие в резонансной области резкого максимума компоненты электрического поля $\vec{E} e^{i\omega t}$, параллельный градиенту плотности плазмы $N(\vec{r})$ [1].

В качестве конкретного и имеющего достаточную общность примера рассмотрим стрикционное самовоздействие поля в одномерной системе с линейным профилем невозмущенной плотности $N_0(x)$ и заданным однородным вектором электрической индукции $\vec{D} = \bar{x}_0 D e^{i\omega t}$. В предположении слабой пространственной дисперсии и малых относительных возмущений плотности $N(x)$ (но не ее градиента) уравнения самосогласованного стационарного состояния для диэлектрической проницаемости $\epsilon(x) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{N}{N_c}$ и амплитуды электрического поля $E(x)$ в области $|E| \ll 1$ имеют вид

$$\epsilon = \epsilon_0 + \alpha |E|^2 \quad (1)$$

$$D^2 \frac{d^2 E}{dx^2} + \left(-\frac{x}{l} + \alpha |E|^2 \right) E = D \quad (2)$$

Здесь $\epsilon_0(x) = 1 - N_0/N_c = -x/l$, $N_c = \frac{m\omega^2}{4\pi e^2}$, $D^2 = \frac{3T_e}{m\omega^2}$,

$\alpha = e^2 [4m\omega^2(T_e + T_i)]^{-1}$ — параметр стрикционной нелинейности, T_e , T_i — температуры электронов и ионов; предполагается $D \ll l$, $\alpha |E|^2 \ll 1$.

Поскольку нас интересуют состояния, в которых возмущения плотности сосредоточены в основном в некоторой огра-

ниченной области, в качестве краевых условий для уравнения (2) естественно принять те же условия излучения (при $x \rightarrow -\infty$) и ограниченности (при $x \rightarrow +\infty$) для асимптотики плазменной волны $E - \frac{D}{\epsilon_0}$, что и в линейном случае (при $\alpha = 0$) [2]:

$$x \rightarrow -\infty \left(\sigma \frac{d}{dx} - i\sqrt{\epsilon_0} \right) \left(E - \frac{D}{\epsilon_0} \right) = 0 \left(\frac{1}{x^2} \right), \quad (3)$$

$$x \rightarrow +\infty \left(\sigma \frac{d}{dx} + \sqrt{|\epsilon_0|} \right) \left(E - \frac{D}{\epsilon_0} \right) = 0 \left(\frac{1}{x^2} \right). \quad (4)$$

В отсутствие пространственной дисперсии ($\sigma = 0$) распределения $E(x)$ и $\xi(x)$, как было показано в [3] при $\epsilon_0(x) < \epsilon_c = -3(\alpha D^2/4)^{1/3}$ являются неоднозначными и разрывными (рис. 1, пунктир). При $\sigma \neq 0$ решение непрерывно и, вместе с координатой разрыва, может быть охарактеризовано координатой \tilde{x} качественного изменения его структуры: в области $x < \tilde{x}$ действительная и мнимая части комплексной амплитуды $E(x)$ осциллируют, а в области $x > \tilde{x}$ монотонно убывают. Весьма сложно ответить на вопрос о числе решений. Со всей строгостью можно утверждать лишь, что набор решений должен быть дискретным. Это следует из единственности решения линейной задачи ($\alpha = 0$) и аналитичности решения задачи Коши для уравнения (2) как функции начальных условий и параметра α . Будем рассматривать как "основное" состояние такое решение $E(x)$, $\xi(x)$, которое при $\alpha \rightarrow 0$ равномерно непрерывно переходит в линейное во всем пространстве. По-видимому, наряду с этим основным состоянием существуют и высшие состояния, характеризуемые большими значениями координаты \tilde{x} , т.е. более глубокой деформацией закритической области.

В безразмерных переменных $\xi = \frac{E}{D} \left(\frac{\sigma}{\ell} \right)^{2/3}$, $\lambda = x \left(\sigma^2 \ell \right)^{1/3}$ уравнение (2) принимает вид

$$\frac{d^2 \xi}{d\lambda^2} + (-\lambda + \eta |\xi|^2) \xi = 1, \quad \eta = \alpha D^2 \ell^2 / \sigma^2 \quad (5)$$

из которого ясно, что характер решения определяется единственным параметром нелинейности η . При $\eta \ll 1$ основное решение всюду близко к линейному и может быть найдено методом возмущений. При $\eta \gg 1$ характерный масштаб осцилляций поля в области $x < \tilde{x}$ равен $\sigma^2 (\alpha D^2)^{1/6}$, т.е. в $\eta^{1/6}$ раз меньше, чем в области $N_0 = N_c$ линейной задачи.

Структура основного состояния рассчитывалась с помощью ЭВМ [4]. Было найдено, что при возрастании η переход $\xi(x)$ через нуль становится все более крутым и его координата \bar{x} приближается к точке $x_c = 3\ell(\omega D^2/4)^{1/3}(\xi_0(x_c) = \xi_c)$, где при $\theta = 0$ $\frac{d\xi}{dx} = \infty$ (рис. 1, сплошная кривая).

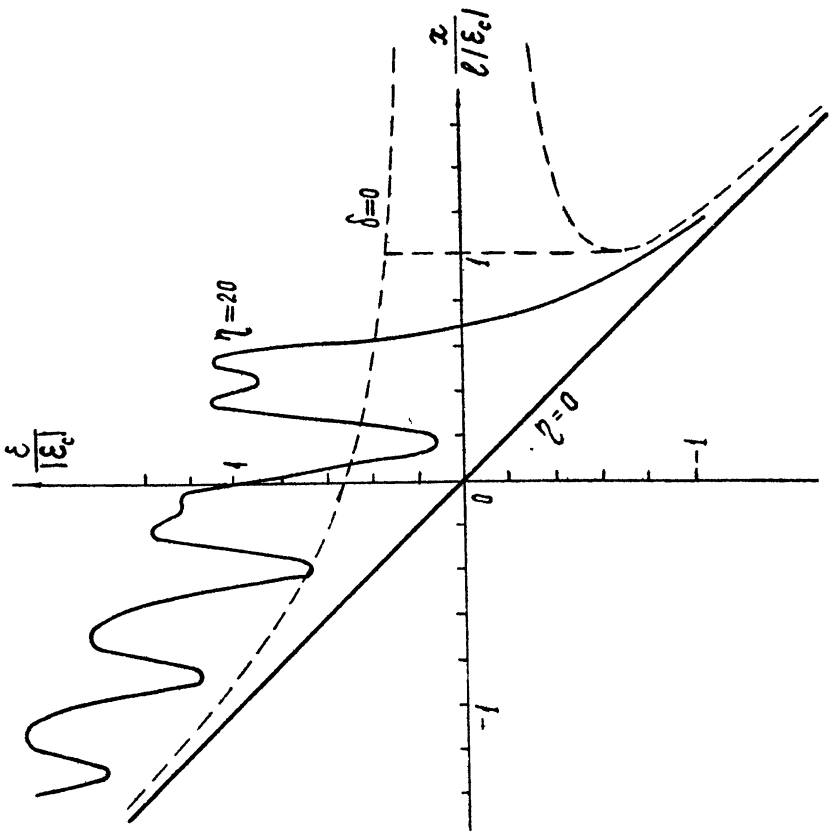
Вместе с профилем $\xi(x)$ меняется и плотность потока энергии $\$$, уносимого от области резонанса плазменной волной. В линейном приближении ($\eta \ll 1$) $\$ = \$_0 = \omega \ell D^2 / 8$ [2]. При $\eta > 1$ зависимость $\$(\eta)$, найденная на основании выполненных численных расчетов, хорошо аппроксимируется функцией $\frac{\$}{\$_0} = \frac{0,63}{\sqrt{\eta}}$ откуда $\$ = 0,79 \omega \ell^2 D / \sqrt{\omega}$, т.е. эффективность трансформации энергии в продольную волну с ростом η снижается и перестает зависеть от ℓ . Заметим, что закон убывания $\$ \sim \frac{1}{\sqrt{\eta}}$ можно получить непосредственно на основании простых модельных соображений, рассматривая генерацию продольной волны на скачке "холодного" ($\theta = 0$) распределения $\xi(x)$ в точке $x = x_c$.

Найденная зависимость $\frac{\$}{\$_0}(\eta)$ определяет относительное уменьшение коэффициента трансформации R в задаче о наклонном падении поперечной волны: $\frac{R}{R_0} \approx \frac{\$}{\$_0} \sim \frac{1}{\sqrt{\eta}}$; входящая в η индукция D может быть выражена через амплитуду падающей волны в вакууме E_0 , в частности, при $k\ell \gg 1$ ($k = \frac{\omega}{c}$) для оптимального угла падения $\theta \approx (k\ell)^{-1/3}$ (когда $R_0 = 0,5$) $D \approx E_0 / \sqrt{2\pi k\ell}$

Приведенные результаты (для основного стационарного состояния) существенно отличаются от качественных построений работы [5], согласно которым координата перехода через плазменный резонанс непрерывно перемещается вглубь плазмы (далеко за точку x_c), а коэффициент трансформации R непрерывно возрастает (вплоть до значений $R \sim 1$).

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Л.Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, "Наука", М., 1967.
2. В.Б.Гильденбург, ЖЭТФ, 45, 1978 (1963).
3. В.Б.Гильденбург, ЖЭТФ, 46, 2156 (1964).
4. V.B.Gildenburg, URSI Symposium 1971, Preprints, p.174.
5. Р.З.Сагдеев, В.Д.Шаширо, ЖЭТФ, 66, 1651 (1974).



DEFORMATION OF PLASMA RESONANCE REGION

IN A STRONG H.F.FIELD

V.B.Gil'denburg, G.M.Fraiman

Radiophysical Research Institute (NIRFI),

Gorkii, U.S.S.R.

Many physical processes in inhomogeneous plasma interacting with an alternating electromagnetic field, such as the linear transformation and the wave absorption, the parametric instability etc, depend essentially upon the structure of the plasma resonance region ($\omega_p \approx \omega$) and therefore are rather sensitive to its nonlinear deformation. This deformation and the nonlinear effects associated with it are of great importance due to the presence in the resonance region of the sharp maximum of the electric field component $\vec{E} e^{i\omega t}$ parallel to the gradient of the plasma density N [1].

As a concrete example, having the sufficient generality, we consider the self-action of ac field in one-dimensional system with the linear profile of the nonperturbed density $N_0(x)$ and the given uniform vector of electric induction $\vec{D} = \vec{E} e^{i\omega t}$. On the assumption of a weak spatial dispersion and small relative

density perturbations $N(x)$ (but not its gradient), the equations of the self-consistent stationary state for the permittivity $\varepsilon(x) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{N}{N_c}$ and the electric field amplitude $E(x)$ in the region $|x| \ll \ell$ have the form:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \alpha |E|^2, \quad (1)$$

$$\delta^2 \frac{d^2 E}{dx^2} + \left(-\frac{x}{\ell} + \alpha |E|^2 \right) E = 0 \quad (2)$$

Here $\varepsilon_0(x) = 1 - N_0/N_c = -x/\ell$, $N_c = \frac{m\omega^2}{4\pi e^2}$, $\delta^2 = \frac{3T_e}{m\omega^2}$, $\alpha = e^2/4m\omega^2(T_e + T_i)$ is the parameter of the striction non-linearity, T_e , T_i are the temperatures of electrons and ions; it is assumed that $\delta \ll \ell$, $\alpha |E|^2 \ll 1$.

Since we are interested in the states in which the density perturbations are mainly concentrated in some limited region, it is naturally the boundary conditions for equation (2) to be the same radiation (at $x \rightarrow -\infty$) and limitation (at $x \rightarrow +\infty$) conditions for the plasma wave asymptotics $E_p = E - \frac{\partial}{\partial x}$ as in a linear case (at $\alpha = 0$) [2]:

$$x \rightarrow -\infty \quad \left(\delta \frac{d}{dx} - \sqrt{\varepsilon_0} \right) E_p = 0 \left(\frac{1}{x^2} \right) \quad (3)$$

$$x \rightarrow +\infty \quad \left(\delta \frac{d}{dx} + \sqrt{|\varepsilon_0|} \right) E_p = 0 \left(\frac{1}{x^2} \right). \quad (4)$$

When the spatial dispersion is absent ($\delta = 0$), distributions $E(x)$ and $\varepsilon(x)$, as it is shown in [3], at $\varepsilon_0(x) < \varepsilon_c = -3(\alpha \delta^2/4)^{1/3}$ are ambiguous and discontinuous (Figure I, a dotted line). At $\delta \neq 0$ the solution is

continuous, and instead of the discontinuity coordinate it may be characterized by the coordinate \tilde{x} of the qualitative change of its structure: in the region $x < \tilde{x}$ the real and the imaginary parts of the complex amplitude $E(x)$ oscillate, and in the region $x > \tilde{x}$ decrease monotoneously. It is difficult to answer the question concerning the number of solutions. Strictly, we state only that the set of solutions must be discrete. It follows from the uniqueness of the linear problem solution ($\alpha = 0$) and the analyticity of Cauchy problem solution for equation (2), as a function of the initial conditions and the parameter α . We consider as the "main" state such a solution of (2) $E(x)$, $\xi(x)$, which is uniformly-continuously transformed at $\alpha \rightarrow 0$ into the linear one all through the space. Alongside with this main state the highest states are seemed to exist characterized by the greater values of the coordinate \tilde{x} , i.e. by the deeper deformation of the plasma.

In dimensionless variables $\xi = \frac{E}{\mathcal{D}} \left(\frac{\delta}{l} \right)^{2/3}$, $\tilde{x} = x (\delta^2 l)^{-1/3}$ equation (2) takes the form:

$$\frac{d^2 \xi}{d\tilde{x}^2} + (-\tilde{x} + \eta |\xi|^2) \xi = 1, \quad \eta = \alpha \mathcal{D}^2 l^2 / \delta^2 \quad (5)$$

from which it is clear that the character of the solution is determined by the only parameter of nonlinearity η . At $\eta \ll 1$ the main solution is everywhere close to the linear one and may be found by the perturbation method. At $\eta \gg 1$ the characteristic scale of the field oscillations in the region $x \approx \tilde{x}$ is equal to

$\delta(\alpha \mathcal{D}^2)^{1/6}$, i.e. it is $\eta^{1/6}$ times less than that in the region $N_0 = N_c$ of the linear problem.

The structure of the main state is investigated by numerical computation (see also [4]). It is found (Figure I, a solid curve), that with the increase of η the transition of $\epsilon(x)$ through the null becomes more steep and its coordinate \tilde{x} approaches the point $x_c = 3l(\alpha \mathcal{D}^2/4)^{1/3}$ ($\epsilon_0 = \epsilon_c$) where at $\delta = 0$ $\frac{d\epsilon}{dx} = \infty$.

The density of the energy flux S carried out of the resonance region by plasma wave varies with the profile $\epsilon(x)$. In the linear approximation ($\eta \ll 1$) $S = S_0 = \omega l \mathcal{D}^2 / 8$ [2]. At $\eta > 1$ the dependence $S(\eta)$ found by the numerical calculations is well approximated by the function $\frac{S}{S_0} = \frac{0,63}{\sqrt{\eta}}$; then $S = 0,79 \omega l \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{\alpha}}$, i.e. the transformation efficiency of the energy into the longitudinal wave decreases with the increase of η and becomes independent of l . We note that the law of decreasing of $S \sim 1/\sqrt{\eta}$ may be obtained directly on the basis of the simple model speculations, considering the generation of the longitudinal wave at the jump of a "cold" ($\delta = 0$) distribution of $\epsilon(x)$ in the point of $x = x_c$.

The dependence of $\frac{S}{S_0}(\eta)$ determines the relative decrease of the transformation coefficient R in the problem on the oblique incidence of a transverse wave with E-polarization: $\frac{R}{R_0} = \frac{S}{S_0} \sim \frac{1}{\sqrt{\eta}}$; induction \mathcal{D} being a member of η may be expressed by an amplitude of an incident wave in the vacuum E_0 ,

in particular, at $k\ell \rightarrow 1$ ($k = \frac{\omega}{c}$) for the optimal angle of incidence $\theta \approx (k\ell)^{-1/3}$ (when $R_c = 0,5$)
 $\mathcal{D} = E_0 / \sqrt{2\pi k\ell}$.

We note in conclusion that the results above (for the main stationary state) differ essentially from the qualitative constructions of paper^[5], according to which the coordinate of transition through the plasma resonance migrates continuously deep into the plasma (far beyond the point x_c) and the transformation coefficient R increases continuously (up to the value $R \sim 1$).

REFERENCES

1. V.L.Ginzburg. Propagation of electromagnetic waves in plasma. "Nauka", M., 1967.
2. V.B.Gil'denburg. JETP, 45, 1978 (1963).
3. V.B.Gil'denburg. JETP, 46, 2156 (1964).
4. V.B.Gil'denburg. URSI Symposium 1971, Preprints, p.174.
5. R.Z.Sagdeev, V.D.Shapiro. JETP, 66, 1651 (1974).

