

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт № 59



ИРФИ

О ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ
ТУРБУЛЕНТНОСТИ
ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

А.Г. Литвак, В.Ю. Трахтенгерц, Т.Н. Федосеева,
Г.М. Фрайман

Горький - 1974 г.

В последнее время широко обсуждаются возможные режимы сильной ленгмюровской турбулентности [1-6], реализуемые при достаточно большом отношении плотности энергии волн W к плотности тепловой энергии плазмы

$$\frac{W}{NT_e} > (kr_{de})^2. \quad (1)$$

Здесь N , T_e , r_{de} - плотность, температура и дебаевский радиус электронов. В случае выполнения неравенства (1) появляется возможность нелинейного стока энергии ленгмюровской турбулентности в мелкие масштабы.

В данной работе исследуются динамические режимы одномерной ленгмюровской турбулентности, когда определяющим является взаимодействие сфазированных пространственных гармоник. Аналогичные вопросы рассматривались в работах [2,3]; здесь приводятся некоторые новые результаты численного счета, а также аналитические выражения, позволяющие оценить основные параметры турбулентности. Исходная система состоит из параболического уравнения для амплитуды поля плазменных колебаний $E(x,t)e^{i\omega_p t}$ и волнового уравнения для малых возмущений плотности плазмы.

В одномерном случае эта система при заданном в плазме внешнем однородном электрическом поле $E = E_0 \exp(i\omega_e t)$ имеет вид

$$\begin{aligned} -2i \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} - nA_1 &= nA_0 \exp\{i\Omega t\}, \\ \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - \Gamma \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 |A_1|^2}{\partial x^2} + A_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{A_1 e^{i\Omega t} + \text{к.с.}\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь введены безразмерные переменные $\alpha_m = \alpha(3r_{de}\sqrt{g})^{-1}$; $t_m = \omega_p t / 3g$; $A_{1,0} = E_{1,0} (16\pi N T_e / 3g)^{-1/2}$; $n = 3g \delta n / N_e$; $g = (T_e / (T_e + T_i)) \cdot (M/m) U^2$, T_e и T_i — температура электронов и ионов, u — параметр подобия (безразмерная скорость звука), Γ — коэффициент, введенный для удобства вычислений ($\Gamma = 0; 1$), $A_0 = \text{const}$, $\Omega = \omega_0 - \omega_p$. Система уравнений (2), вообще говоря, не консервативна за исключением случая нулевой расстройки $\Omega = 0$ и описывает как модифицированные распады, так и модуляционную неустойчивость в плазме. Уравнения (2) при $\Omega = 0$ соответствуют также и задаче с начальными условиями в отсутствие внешнего источника, если под A_1 понимать амплитуду плазменных колебаний за вычетом заданной в начальный момент однородной составляющей поля A_0 . Система (2) решалась на ЭВМ с периодическими краевыми условиями.

Численные эксперименты проводились при довольно широком наборе значений параметров и начальных условий задачи.

Обсудим решение задачи с начальными условиями в отсутствие внешнего источника ($\Omega = 0$). Начальное поле представлялось в виде суммы однородного высокочастотного поля относительно большой амплитуды A_0 и пространственно периодических кратных гармоник с малой энергией и произвольными начальными фазами. Типичные результаты решения приведены на рис. 1-3. Сначала происходит экспоненциальный рост пространственных гармоник поля, соответствующий формированию ~~который сменяется~~ ^{мелочесными} сильно квазипериодическим режимом относительно некоторого стационарного уровня (рис. 2). На фазе насыщения формируется универсальный спектр пространственных масштабов плазменных волн $|A_{1k}|^2 \sim k^{-2}$ (рис. 3) с резким обрезанием при некотором k_{max} .

+) Важные характеристики решения для случая начальной задачи могут быть найдены и аналитически, при использовании интегралов движения системы (2) ($\Omega = 0$)

$$J_1 = \int_{-e}^e |A_1 + A_0|^2 dx, \quad (4)$$

$$J_2 = \int_{-e}^e \left\{ \left| \frac{\partial A_1}{\partial x} \right|^2 + n |A_1 + A_0|^2 + \frac{n^2}{2} + \frac{v^2}{2} \right\} dx, \quad (5)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

+) Сюда же относится случай с отличной от нуля накачкой $A_0 \neq 0$ при нулевой отстройке $\Omega = 0$ в (2).

Первый интеграл позволяет оценить сверху среднюю плотность энергии возмущения ($\bar{W} = \frac{1}{2e} \int_{-e}^e |A_1|^2 dx$)

$$\bar{W} \approx 4A_0^2. \quad (6)$$

Из второго можно получить строгую оценку для максимальной амплитуды поля колебаний

$$|A_1|_{\max}^2 \approx 2A_0^4 \ell^2 \left[1 + O\left(\frac{1}{A_0^2 \ell^2}\right) \right]. \quad (7)$$

Из (6) и (7) значение максимального волнового числа в спектре ленгмюровских волн

$$\frac{k_{\max}}{k_0} \sim \frac{\ell}{\ell_{\min}} \sim \frac{A_0^2 \ell^2}{2}. \quad (8)$$

Результаты численного счета по порядку величины согласуются с оценками (6)–(8).

В случае, когда энергия J_1 полного поля не сохраняется, например, при параметрической неустойчивости в поле внешней волны с $\Omega \neq 0$, оценки (6) и (7) не справедливы. Однако численные расчеты (на конечном промежутке времени $t \sim 6(M/m)u^2(T_e/(T_e+T_i))^{1/2}/\omega_0$) свидетельствуют, что и здесь развитие неустойчивости происходит аналогично, т.е. на некоторой стадии источник как бы "отключается", и в дальнейшем распределение поля и плотность энергии волн осциллируют около средних величин.

ЛИТЕРАТУРА

1. W.L.Kruer, R.K.Kaw, J.M.Dawson and C.Oberman, Phys.Rev.Letters, 24, 987 (1970).
2. J.J.Thomson, R.J.Faehl and W.L.Kruer, Phys.Rev.Lett., 31, 918 (1973).
3. G.J.Morales, Y.C.Lee and R.B.White, Phys. Rev.Lett., 32, 457 (1974).
4. В.Е.Захаров, ЖЭТФ, 62, 147 (1972).
5. А.Г.Литвак, Г.М.Фрайман, А.Д.Юнаковский, Письма в ЖЭТФ, 19, 23 (1974).
6. A.S.Kingsep, L.I.Rudakov and R.N.Sudan, Phys.Rev.Lett., 31, 1482 (1973).

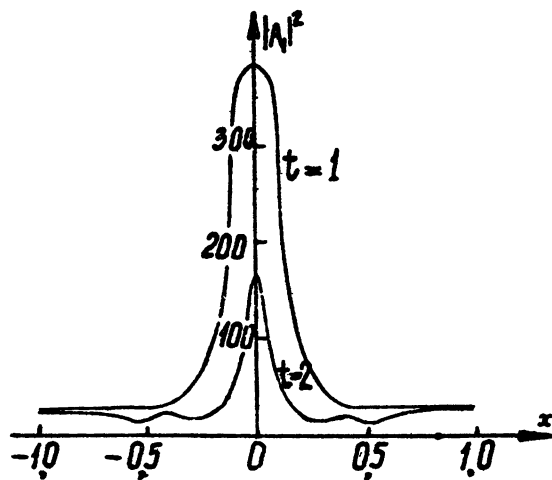


Рис. 1

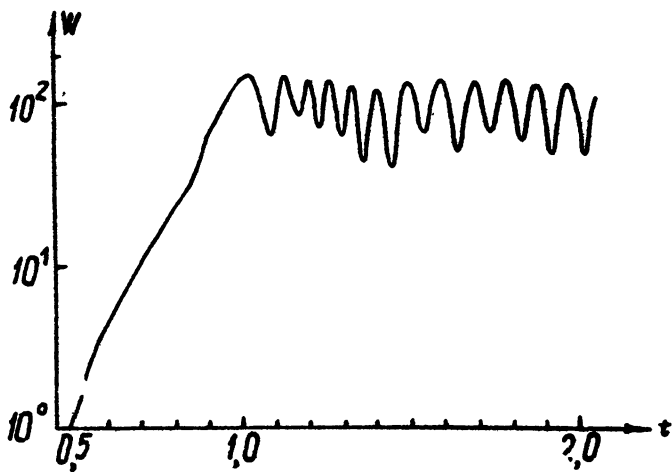


Рис. 2

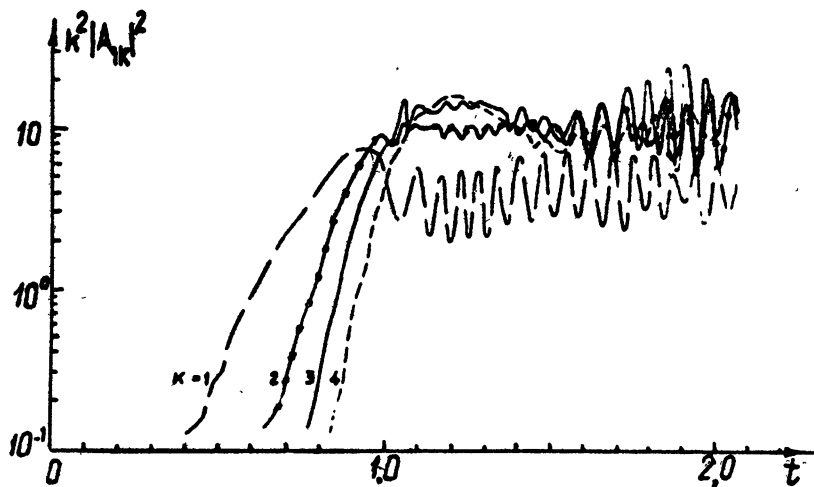


Рис. 3а

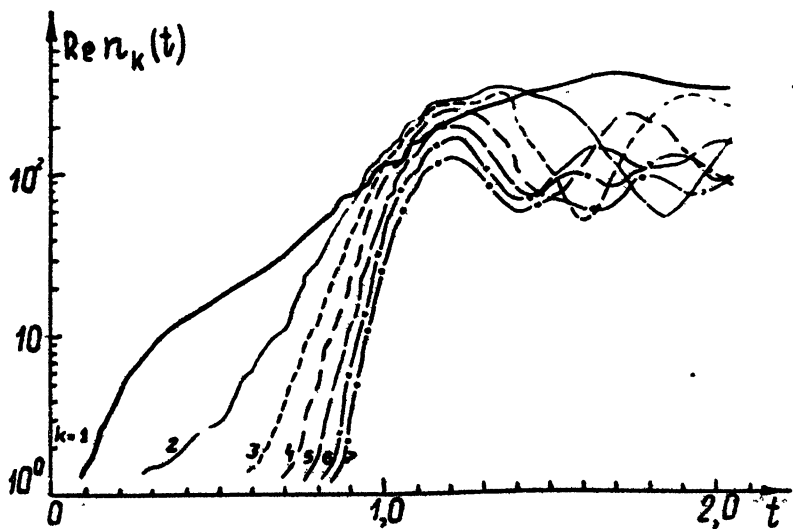


Рис. 3б

ON DYNAMIC REGIMES OF PLASMA TURBULENCE

A.G.Litvak, V.Yu.Trakhtengerts, T.N.Fedoseeva,

G.M.Fraiman

Radiophysical Research Institute, Gorkii, U.S.S.R.

Recently, the possible regimes of strong Langmuir turbulence have been widely discussed^[1-6]. They are realized at sufficiently great ratio of the wave energy density W to the density of the thermal plasma energy:

$$\frac{W}{N T_e} > (k r_{de})^2 \quad (I)$$

Here N , T_e , r_{de} are the density, temperature and Debye radius of electrons. If inequality (I) is fulfilled the possibility of nonlinear energy sink of Langmuir turbulence into the small scales appears.

The dynamic regimes of one-dimensional Langmuir turbulence, when the interaction of the phased spatial harmonics prevails, are investigated in this paper. Some new results of numerical calculations as well as the analytical expressions permitting to estimate the main parameters of turbulence are given. The initial system consists of a parabolic equation for the field amplitude of plasma

oscillations $E(x, t) e^{i\omega_p t}$ and a wave equation for small plasma density perturbations.

In one-dimensional case this system at the given external uniform electric field $E = E_0 \exp(i\omega_0 t)$ is:

$$\begin{aligned}
 -\Omega i \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} - n A_1 &= n A_0 \exp\{i\Omega t\}, \\
 \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - \Gamma \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 |A_1|^2}{\partial x^2} + A_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{A_1 e^{i\Omega t} + \text{c.c.}\}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

The dimensionless variables are derived here $x_m = x(3n_{de} \sqrt{q})^{-1/2}$; $t_m = \omega_p^{-1/2} / 3q$; $A_{1,0} = E_{1,0} (16\pi N T_e / 3q)^{-1/2}$; $n = 3q \delta n / n_e$; $q = (T_e / (T_e + T_i)) \frac{M}{m} u^2$; T_e and T_i are the temperature of electrons and ions, u is the parameter of similarity (dimensionless velocity of sound), Γ is the coefficient, derived for the simplicity of calculations ($\Gamma = 0$), $A_0 = \text{const}$, $\Omega = \omega_0 - \omega_p$. The system of equations (2) is generally nonconservative (with the exception of zero deviation $\Omega = 0$) and describes both the modified decays and the modulational instability in plasma. Equations (2) at $\Omega = 0$ correspond also to the problem with the initial conditions without the external source if A_1 is assumed to be the amplitude of plasma oscillations minus the initial uniform field component A_0 .

System (2) is solved (with the periodic boundary conditions) by the electronic computer. The numerical experiment is made at sufficiently wide range of parameters and the initial conditions.

Let us discuss the solution in the absence of the external source ($\Omega = 0$). The initial field is represented as the sum of the uniform h.f. field with a large amp-

litude A_0 and spatially periodic multiple harmonics with small energy and arbitrary initial phases. Figures I-3 give the typical results of solutions. Firstly there occurs an exponential increase of spatial field harmonics corresponding to the formation of the strong non-linear plasma waves (Fig.1). Then, the increase turns into the quasi-periodic regime relative some stationary level (Fig.2). The universal wave number spectrum $|A_{1k}|^2 \sim k^{-2}$ (Fig.3) with sharp cut off at some k_{max} is formed at the saturation phase.

Important solution characteristics for the case of initial problem ($\Omega = 0$) may be analytically found using the integrals of system (2):

$$J_1 = \int_{-l}^l |A_1 + A_0|^2 dx,$$

$$J_2 = \int_{-l}^l \left\{ \left| \frac{\partial A_1}{\partial x} \right|^2 + n |A_1 + A_0|^2 + \frac{n^2}{2} + \frac{v^2}{2} \right\} dx, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

The first integral permits to estimate the mean density of plasma wave energy ($\bar{W} = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l |A_1|^2 dx$)

$$\bar{W} \approx 4 A_0^2 \quad (6)$$

The strict estimation for the maximum amplitude of A_1 may be obtained from the second integral:

$$|A_1|_{max}^2 \approx 2 A_0^4 l^2 \left[1 + O \left(\frac{1}{A_0^2 l^2} \right) \right] \quad (7)$$

From (6) and (7) the value of the maximum wave number in the spectrum of Langmuir waves is:

$$\frac{k_{max}}{k_0} \sim \frac{l}{l_{min}} \sim \frac{A_0^2 l}{2} \quad (8)$$

The results of numerical calculation agree with estimations of (6)-(8) over the order of value.

When the energy J_1 of the total field is not conserved ($\Omega \neq 0$), estimations of (6) and (7) are not valid. Yet, the numerical calculations (at the finite interval of time $t \sim 6 \frac{M}{m} u^2 \frac{T_e}{T_e + T_i} \frac{1}{\omega_p}$) testify that in this case the development of instability occurs similarly, i.e. at some stage the source is "switched off" as it were and later on the field distribution and the energy wave density oscillate near the mean values.

REFERENCES

1. W.L.Kruer, R.K.Kaw, J.M.Dawson and C.Oberman, Phys. Rev.Letters, 24, 987 (1970).
2. J.J.Thomson, R.J.Faehl and W.L.Kruer, Phys.Rev.Lett., 31, 918 (1973).
3. G.J.Morales, Y.C.Lee and R.B.White, Phys.Rev.Lett., 32, 457 (1974).
4. V.E.Zakharov, JETP, 61, 147 (1972).
5. A.G.Litvak, G.M.Fraiman, A.D.Yunakovskii, Letters to JETP, 19, 23 (1974).
6. A.S.Kingsep, L.I.Rudakov and R.N.Sudan, Phys.Rev.Lett., 31, 1482 (1973).

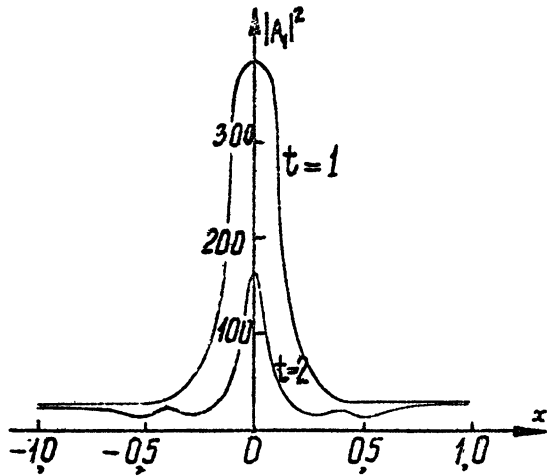


Fig. 1

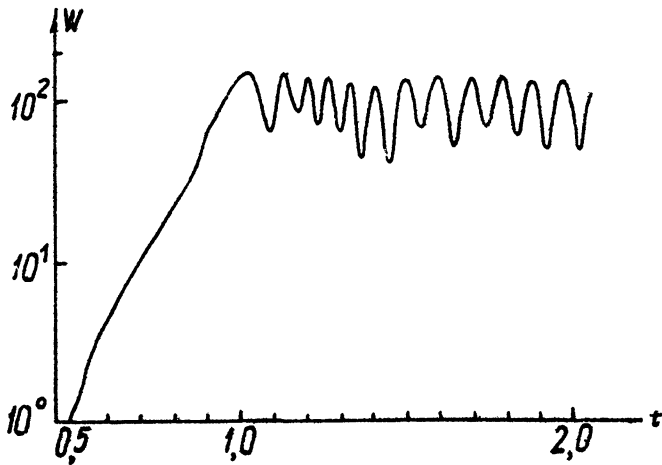


Fig. 2

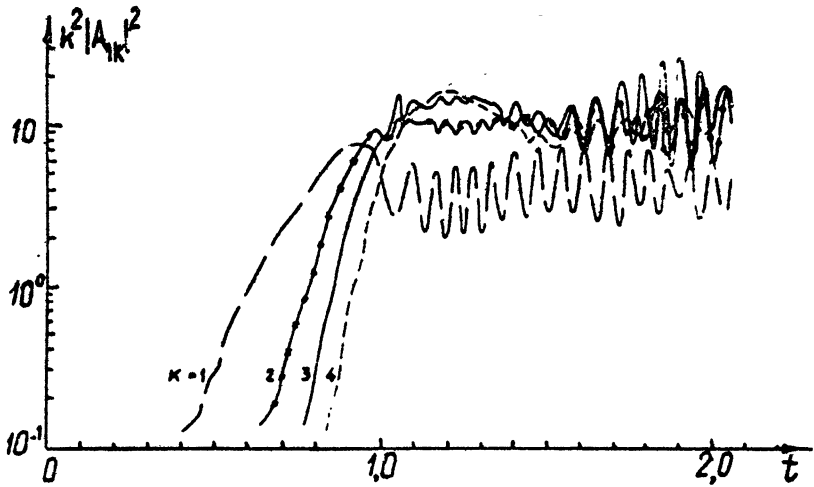


Fig. 3a

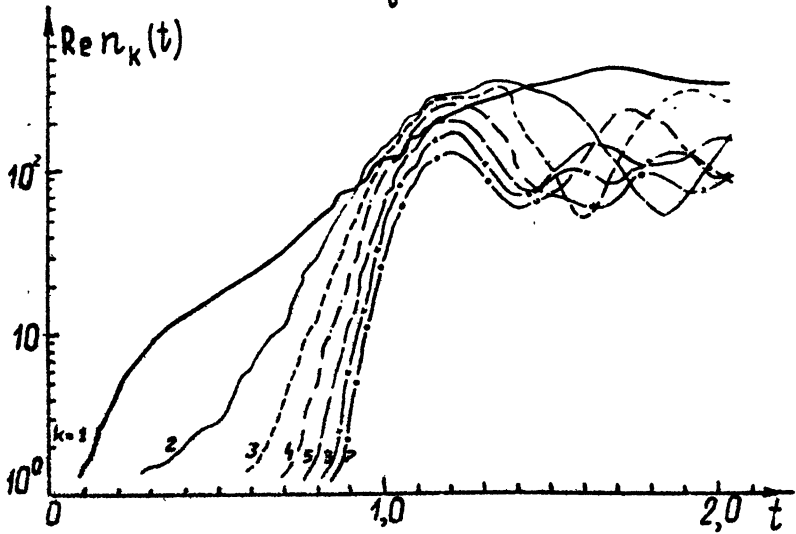


Fig. 3b