Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р
Ордена Трудового Красного Знамени
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Препринт №60

САМОФОКУСИРОВКА ЛЕНГМЮРОВСКИХ КОЛЕБАНИЙ

А.Г.Литвак, Г.М.Фрайман, А.Д.Юнаковский

Горький - 1974 г.

В работе [1] В.Е.Захаровым выдвинута интересная гипотеза о возможности коллапса ленгмюровских колебаний, приводящего к их эффективной диссипации. Эта гипотеза обсуждалась в ряде работ [2–4], содержащих попытки аналитического и численного решения проблемы. На основе проведенных исследований можно сделать вывод, что коллапс как возникновение за конечное время области с особенностью электрического поля, содержащей конечную энергию, может реализоваться лишь при каких-то специальных начальных условиях, класс которых пока не определен. В то же время очевидно, что и в отсутствие коллапса при самофокусировке ленгмюровских колебаний возможно достижение столь малых масштабов, при которых становится существенным затухание Ландау. Для определения критериев этого механизма диссипации необходимо знание закономерностей процесса самофокусировки. Ниже обсуждаются некоторые особенности самофокусировки неодномерных колебаний.

Рассмотрим эволюцию трехмерных сферически симметричных стоячих распределений колебаний, которые в общем случае обладают двумя масштабами – шириной области локализации поля a и ее расстоянием до центра R. Самовоздействие одномасштабных распределений ($a \sim R$), которые могут возникать в случае изотропной турбулентности, было исследовано нами в [2], где показано, что "схлопыванию" таких распределений препятствует накопление возмущений плотности в центре $r = 0$. В результате происходит разбиение области ленгмюровских колебаний на узкие сферические слои (двухмасштабные), которые самофокусируются как в одномерном случае без изменения координаты максимкма. Аналогичные численные результаты получены и в [4].

Самофокусировка двухмасштабных распределений типа одномерных солитонов исследовалась в [3,4], причем результаты численных "экспериментов" противоречат, на первый взгляд, количественному анализу, показывающему возможность "дозвукового" коллапса. Ниже этот вопрос рассмотрен более детально.

Предположим, как и в [3], что распределение электрического поля и возмущений плотности плазмы+) по форме близко к распределению в одномерном солитоне

$$A(r,t)=\frac{A_m(t)}{\mathrm{ch}\left\{\frac{1}{a}\left[r-\left(R_0+\int_0^t \dot{R}\,dt\right)\right]\right\}}\exp\left[\int_0^t \beta\,dt+\varphi_1(t)r+\varphi_2(t)r^2\right] \qquad (1)$$

$$n(r,t)=-\frac{|A|^2}{1-\dot{R}^2},$$

$a \ll R$, A_m, a, $\dot{R}$, β, φ_1, φ_2 – медленные функции времени. Здесь, как и в [1,2], использованы безразмерные переменные

$$r_н = r/3r_d\sqrt{g}, \quad t_н=\omega_p t/3g, \quad A=E\left(16\pi N T_e/3g\right)^{-1/2}, \qquad (2)$$

$$n=3g\frac{\delta n}{N}, \quad g=\frac{T_e}{T_e+T_i}\,\frac{M}{m}u^2, \quad \Delta_r=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r}.$$

Уравнение для медленных амплитуд получим с помощью усредненного вариационного принципа [5], используя выражение для лагранжиана $\mathcal{L}$ исходных уравнений (параболического уравнения для амплитуды поля колебаний и волнового – для возмущений плотности). В результате имеем следующее уравнение для интегральных кривых на фазовой плоскости $\dot{R}$, R, описывающей движение квазисолитона

$$\mathcal{J}=\frac{W}{3}\left[\left(\frac{W}{16\pi}\right)^2\frac{5\dot{R}^2-1}{(1-\dot{R}^2)^3R^4}-11\dot{R}^2\right]=\mathrm{const}. \qquad (3)$$

+) Это предположение, вообще говоря, противоречит закону сохранения полного числа частиц, но для узкого солитона ($a \ll R$) отклонения малы.

Здесь $W = 4\pi \int r^2 |A|^2 dr = 4\pi A_m R^2 (1-\dot{R}^2)^{1/2}$ – полная энергия квазисолитона, которая предполагается сохраняющейся, ширина солитона $a = R^2(1-\dot{R}^2)\left(\frac{W}{16\pi}\right)^{-1}$. Хотя соотношение (3) несколько отличается от аналогичного соотношения работы [3], качественные выводы, следующие из анализа этих соотношений, совпадают.

Необходимым условием самофокусировки первоначально покоящегося квазисолитона является требование $J < 0$. Характер самофокусировки зависит от величины параметра $\alpha = |J|/W$. Если $\alpha < 1$, или начальная координата солитона $R_0 > R_{кр} \simeq \left(\frac{5}{11}\right)^{1/4} \left(\frac{W}{16\pi}\right)^{1/2}$, солитон начинает двигаться к центру, ускоряясь, и достигает координаты $R_{min}(\alpha) > R_{кр}$, в которой его ускорение $\ddot{R} \to \infty$. Условия применимости адиабатического описания при этом нарушаются, и необходимо интегрировать точные уравнения. Далее, квазисолитон останавливается и излучает звук, как наблюдалось в численном эксперименте [4], в котором было выполнено условие $\alpha < 1$. Если же в начальном состоянии $\alpha > 1$ (или $R_0 < R_{кр}(W)$), то квазисолитон движется к центру с дозвуковой скоростью $\dot{R} < 1$, причем при $R \to 0$ $\dot{R} \to \frac{1}{\sqrt{5}}$ [3]. Однако последний режим неустойчив относительно азимутальных возмущений [6] и в результате модуляционной неустойчивости узкий сферический слой должен разбиваться на сферически симметричные одномасштабные распределения с характерным размером $a \sim (W/16\pi)^{1/2}$, эволюция которых описана выше.

Таким образом, хотя стационарные трехмерные распределения ленгмюровских колебаний не существуют, в процессе эволюции произвольных сферически симметричных распределений образуются нестационарные захваченные распределения (с параметром $\alpha < 1$), которые, по-видимому, устойчивы относительно азимутальных возмущений и слабо затухают[+)] из-за потерь энергии на излучение ионного звука. Можно построить трехмерную модель сильной ленгмюровской турбулентности как газа таких нестационарных квазичастиц.

+) Очевидно, время жизни квазичастиц с масштабами порядка дебаевского радиуса мало.

Более сложным является исследование самовоздействия двухмерных и трехмерных несимметричных распределений ленгмюровских колебаний. При самовоздействии таких распределений неизбежным является переход на "сверхзвуковую" стадию, при которой возмущений плотности не успевают выноситься из области сильного поля. Поскольку в настоящее время отсутствуют результаты, свидетельствующие в пользу образования на этой стадии за конечное время сингулярности электрического поля, а локализованных автомодельных "сверхзвуковых" решений сконструировать не удается [2] , вопрос о возможности коллапса несимметричных распределений плазменных колебаний остается пока открытым.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Е.Захаров, ЖЭТФ, 62, 174 (1972).

2. А.Г.Литвак, Г.М.Фрайман, А.Д.Юнаковский, Письма в ЖЭТФ, 19, 23 (1974).

3. Л.М.Дегтярев, В.Е.Захаров, Л.И.Рудаков, ЖЭТФ, 67, вып. 9 (1974).

4. И.Л.Боголюбский, Р.Г.Маханьков, ЖЭТФ, 67, вып. 12 (1974).

5. Л.А.Островский, Изв.высш.уч.зав. - Радиофизика, 17, 454 (1974).

6. В.Е.Захаров, А.М.Рубенчик, ЖЭТФ, 6, 907 (1973).

SELF-FOCUSING OF LANGMUIR OSCILLATIONS

A.G.Litvak, G.M.Fraiman, A.D.Yunakovskii
Radiophysical Research Institute(NIRFI),
Gorkii, U.S.S.R.

An interesting hypothesis proposed by Zakharov [1] on the collapse of the Langmuir oscillations as a dissipation mechanism has been investigated recently in some papers [2-4] both analytically and numerically. It has been established that the collapse (as the formation of the region, during the finite time, with the singularity of the electric field containing nonzero energy) may be realized under some special initial conditions only. The class of such conditions is not yet determined. At the same time it is evident that in the absence of collapse the usual self-compression (or self-focusing) may bring the Langmuir oscillations to so small scales at which an effective Landau damping joins in. To determine the criteria of the dissipation mechanism the regularity of the self-focusing process is to be known. Some peculiarities of self-focusing of nonone -dimensional oscillations are discussed below.

Let us consider the evolution of three-dimensional spherically-symmetrical standing distributions of oscillations which in the general case possess two scales: the width of the field localization region a and its interval up to the centre R . The self-action of one-scale distributions ($a \sim R$) which may arise at isotropic turbulence has been investigated by us in [2], where it is shown that the storage of density perturbations in the centre $r = 0$ prevents from the "collapse" of such distributions. As a result, the Langmuir oscillation region is splitted into the narrow spherical layers (double-scales) which self-focuses without variation of the maximum coordinate as in a one-dimensional case. The similar numerical results are obtained in [4].

Self-focusing of two-scale distribution of one-dimensional soliton-type is considered in [3,4] , the results of numerical "experiments" contradict at first the quantitative analysis, revealing the possibility of "subsonic" collapse. Below this question is considered in more detail.

Let us assume as in [3] that the distribution of the electric field and the plasma density perturbations+) is similar in form to the distribution in one-dimensional soliton

$$A(r,t) = \frac{A_m(t)}{ch\left\{\frac{1}{a}\left[r - \left(R_0 + \int_0^t \dot{R}\,dt\right)\right]\right\}} \exp\left[\int_0^t \beta\,dt + \varphi_1(t)r + \varphi_2(t)r^2\right] \quad (I)$$

+) This assumption contradicts in general the conservation law of full particle number, but for a narrow soliton ($a << R$) the deviations are small.

$$n(r,t) = -\frac{|A|^2}{1-\dot{R}^2}$$

$a \ll R,\ A_m,\ a,\ \dot{R},\ \beta,\ \varphi_1,\ \varphi_2$ are slow time functions. Here, as in [I,2], the dimensionless variables are used:

$$r_H = r/3r_d\sqrt{g}\,,\ t_H = \omega_p t/3g\,,\ A - E\left(16\pi N T_e/3g\right)^{1/2}$$
$$n = 3g\frac{\delta n}{N}\,,\ g = \frac{T_e}{T_e+T_i}\,\frac{M}{m}\,u^2,\ \Delta_r = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r} \qquad (2)$$

Equation for slow amplitudes is obtained by the averaged variational principle [5] using the expression for Lagrangian $\mathcal{L}$ of the initial equations (the parabolic equation- for the oscillation field amplitude, and the wave one- for the density perturbations). As a result we have the following equation for the integral curves at the phase plane $\dot{R}$, R describing the motion of quasi-soliton:

$$J \quad \frac{W}{3}\left[\left(\frac{W}{16\pi}\right)^2 \frac{5\dot{R}^2}{(1-\dot{R}^2)^3}\frac{1}{R^4} - 11\dot{R}^2\right] = \mathrm{Const}\,. \qquad (3)$$

Here $W = 4\pi\int r^2|A|^2 dr = 4\pi A_m R^2(1-\dot{R}^2)^{1/2}$ is the full energy of quasi-soliton which is supposed to be conserved, the soliton width is $a = \left(\frac{W}{16\pi}\right)^{-1} R^2(1-\dot{R}^2)$. Though the relation (3) differs in some way from the similar relation of paper [3] the qualitative conclusions, following from the analysis of these relations, coincide.

The necessary condition for self-focusing of the initially rest quasi-soliton is the requirement that $J < 0$. The character of the self-focusing depends on the parameter value $\alpha = |J|/W$. If $\alpha < 1$ or the initial soliton coordinate $R_0 > R_{кр} \approx \left(\frac{5}{11}\right)^{1/4}\left(\frac{W}{16\pi}\right)^{1/2}$ the soliton begins to move to the centre accelerating and reaches the coordinate $R_{min}(\alpha) > R_{кр}$ in which its acceleration $\ddot{R} \to \infty$. The applicability conditions of the adiabatic description are violated in this case and the exact equations are to be integrated. Further, the quasi-soliton stops and radiates the sound-wave, as observed in numerical experiment[4], where the condition $\alpha < 1$ is fulfiled. If in the initial state $\alpha > 1$ (or $R_0 < R_{кр}(W)$) the quasi-soliton moves to the centre with the subsonic velocity $\dot{R} < 1$, at $R \to 0$, $\dot{R} \to \frac{1}{\sqrt{5}}$ [5]. This regime is yet unstable relative to the azimuth perturbations[6] and due to the modulation instability the narrow spherical layer must be splitted onto the spherically-symmetrical one-scale distributions with the characteristic size $a \sim (W/16\pi)^{1/2}$ the evolution of which is desctibed above.

Thus, though the stationary three-dimensional distributions of Langmuir oscillations do not exist in the process of evolution of the arbitrary spherically-symmetrical distributions, the nonstationary trapped distributions (with the parameter $\alpha < 1$) are formed, which are apparently steable relative to the azimuth perturbations and attenuate+) weakly due to the energy radiation losses of the ion sound. Three-dimensional model of strong Langmuir turbulence as the gas of these nonstatio-

+) Apparently the life time of quasi-particles with the scales of the order of Debye radius is small.

nary quasi-particles may be constructed.

An investigation of the self-action of two and three dimensional nonsymmetrical distributions of Langmuir oscillations is the more complex. The transition to the "supersonic" stage, at which the density perturbations fail to escape the strong field region, is inevitable at the self-action of such distributions. As the results are absent in the present, that testify in favour of the formation of the electric field singularity during the finite time at this stage the localized automodel "supersonic" solutions cannot be constructed too[1].
Therefore, the problem to collapse the nonsymmetrical distributions of plasma oscillations remains opened for the time being.

REFERENCES

I. V.E.Zakharov, JETP, 62, 174 (1972)

2. A.G.Litvak, G.M.Fraiman, A.D.Yunakovskii, Letters to JETP, 19, 23 (1974)

3. L.M.Degtyarev, V.E.Zakharov, L.I.Rudakov, JETP, 67, vyp.9 (1974)

4. I.L.Bogolyubskii, V.G.Makhan'kov, JETP,67,vyp.12(1974)

5. L.A.Ostrovskii, Izv.VUZov, Radiofizika, 17,454(1974)

6. V.E.Zakharov, A.M.Rubenchik, JETP, 6 , 907 (1973).