Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Ордена Трудового Красного Знамени
Научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 86

О ПОГЛОЩЕНИИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЛУЧАЙНО НЕОДНОРОДНОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ НА ЧАСТОТАХ ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА

Ю.А.Рыжов

Горький – 1976 г.

А н н о т а ц и я

В работе получено выражение для эффективного диэлектрического тензора случайно неоднородной плазмы в магнитном поле на частотах плазменного резонанса. Антиэрмитовская часть тензора определяет потери энергии волн, связанные с возбуждением необыкновенной волны в условиях, когда ее коэффициент преломления может стать бесконечным. Процесс трансформации энергии происходит в результате взаимодействия нормальных волн, возникающего из-за неоднородностей электронной концентрации. В условиях резонансного рессеяния в бесстолкновительной плазме возникает аномальное поглощение, которое исследовано для случая изотропных мелкомасштабных флуктуаций электронной плотности и для случая неоднородностей, вытянутых вдоль магнитного поля. Рассматриваемый механизм поглощения может представить интерес для проблемы нагревания плазмы до температуры термоядерных реакций.

1. В в е д е н и е

Хорошо известно, что даже слабые турбулентные возмущения электронной плотности в определенных условиях могут сильно влиять на процессы распространения и излучения в магнитоактивной плазме. В частности, рассеяние на пульсациях приводит к взаимодействию различных типов колебаний плазмы и трансформации энергии нормальных волн одного типа в другой. Здесь мы рассмотрим аномальное поглощение нормальных волн в магнитоактивной бесстолкновительной плазме, вызванное рассеянием в необыкновенные волны в условиях, когда коэффициент преломления необыкновенной волны может стать бесконечным ($n_1^2(\vartheta) \to \infty$ при $\vartheta \to \vartheta_p$) на резонансных направлениях, определяемых условием $N(\vartheta) = \varepsilon \sin^2\vartheta + \eta \cos^2\vartheta = 0$, $u < 1$ (ϑ – угол между осью z и волновым вектором рассеянной необыкновенной волны) Настоящую статью можно рассматривать как продолжение работы [1], в которой была найдена эффективная диэлектрическая проницаемость магнитоактивной плазмы в квазистатическом приближении. Необходимость вновь вернуться к проблеме резонансного поглощения диктуется появлением большого количества работ, в которых исследуются возмущения в ионосферной плазме под воздействием мощного электромагнитного излучения [2–4]. Результаты этих работ свидетельствуют о сильном влиянии возмущенных областей плазмы на распространение волн, уровень отражения которых попадает в возмущенную область. Авторы работ [5, 6] связывают наблюдавшееся на опыте аномальное поглощение обыкновенной волны с рассеянием последней на неоднородностях электронной концентрации, которые предполагаются сильно вытянутыми вдоль магнитного поля.

Существенным моментом электродинамики неоднородной магнитоактивной плазмы является то обстоятельство, что при некоторых значениях параметров плазмы не справедливо квазистатическое описание. В настоящей работе вычисляется антиэрмитовская часть тензора эффективной диэлектрической проницаемости для плазмы с мелкомасштабными флуктуациями числа электронов и выясняются условия, при которых волновые поправки малы, то есть потери на возбуждение плазменных колебаний вблизи резонансных направлений превосходят потери на возбуждение электромагнитных волн. Кроме того, вычислены потери в случае неоднородностей, вытянутых вдоль магнитного поля и произведено сравнение со случаем мелкомасштабных неоднородностей. Поскольку основные потери связаны с рассеянием в необыкновенную волну $\left(n_1^2(\vartheta) \gtrsim n_2^2(\vartheta) \right)$, то мы пренебрегли вкладом в $\mathrm{Im}\, \varepsilon^{ij}_{\text{эфф}}(\omega, \vec{k})$ из-за рассеяния в обыкновенные волны.

2. Тензор эффективной диэлектрической проницаемости магнитоактивной плазмы на частотах плазменного резонанса.

Эффективная диэлектрическая проницаемость для высокочастотных колебаний магнитоактивной плазмы с достаточно малыми флуктуациями электронной плотности имеет вид [7]:

$$\varepsilon^{\text{эфф}}_{np}(\omega, \vec{k}) = \varepsilon_{np}(\omega) - (2\pi)^{-3} k_0^2 B_{nlqp}(0) \int \Phi_\varepsilon(\vec{p} - \vec{k}) G^0_{lq}(\vec{p})\, d\vec{p}, \quad (1)$$

где $\varepsilon_{np}(\omega)$ – среднее значение случайного тензора $\varepsilon_{np}(\omega, \vec{r})$, который предполагается статистически однородной функцией координат. В системе отсчета с осью z, направленной вдоль магнитного поля $(E \sim e^{i\omega t})$

$$\varepsilon_{np} = \begin{Vmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{Vmatrix},$$

$$\varepsilon = \frac{1-u-v}{1-u}, \quad \eta = 1-v, \quad g = \frac{\sqrt{u}\,v}{1-u}$$

$$u = \omega_H^2/\omega^2, \quad v = \omega_0^2/\omega^2, \quad \omega_0^2 = 4\pi e^2 \langle N \rangle / m,$$

$\omega_H = |e|H/mc$, $k_0 = \omega/c$, $\beta = 4\pi e^2/m\omega^2$. Флуктуационные отклонения тензора $\varepsilon_{np}(\omega)$ от среднего значения имеют корреляционную функцию $B_{nlqp}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \langle \Delta\varepsilon_{nl}(\vec{r}_1)\Delta\varepsilon_{qp}(\vec{r}_2)\rangle = B_{nlqp}(0)\Gamma(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ и спектр

$$\Phi_\varepsilon(\vec{p}) = \int \Gamma(\vec{r})\, e^{-i\vec{p}\vec{r}}\, d\vec{r}.$$

Функция Грина $G^0_{ij}(\omega, \vec{p})$ может быть записана в форме [7]

$$G^0_{ik}(\omega,\vec{p}) = \frac{1}{2} e_{k\alpha\beta} e_{imn} \frac{1}{\Delta(\vec{p})} \left(p_\alpha p_m p^2 \delta_{\beta n} + p_\beta p_n p^2 \delta_{\alpha m} - \right. \tag{2}$$

$$\left. - p^4 \delta_{\alpha m}\delta_{\beta n} + p^2 \alpha_{\beta n}\delta_{\alpha m} + p^2 \alpha_{\alpha m}\delta_{\beta n} - p_\alpha p_m \alpha_{\beta n} - p_\beta p_n \alpha_{\alpha m} - \alpha_{\alpha m}\alpha_{\beta n}\right),$$

$$\Delta(\vec{p}) = -k_0^2 N(\vartheta)(p^2 - k_1^2)(p^2 - k_2^2), \quad k_{1,2}^2 = k_0^2 n_{1,2}^2(\vartheta),$$

$\alpha_{\alpha m} = k_0^2 \varepsilon_{\alpha m}$, $n_{1,2}^2$ – волновые числа необыкновенной и обыкновенной волн, ϑ – угол между направлением распространения волны и магнитным полем.

Мнимая часть $\varepsilon^{эфф}_{ij}(\omega,\vec{k})$ в отсутствие соударений электронов с тяжелыми частицами определяется процессами рассеяния.

Формально антиэрмитовская часть тензора $\varepsilon^{эфф}_{ij}(\omega,\vec{k})$ связана с полюсами функции Грина $G^0_{ik}(\omega,\vec{k})$ в точках, определяемых уравнениями $p^2 = k^2_{1,2}(\vartheta)$. В резонансных условиях обращается в нуль выражение $N(\vartheta) = \varepsilon \sin^2\vartheta + \eta\cos^2\vartheta$, определяя резонансное направление $\vartheta = \vartheta_p$, при котором становится бесконечным коэффициент преломления необыкновенной волны. Несмотря на то, что точка $\vartheta = \vartheta_p$ не является, вообще говоря, полюсом функции Грина $G^0_{ik}(\omega,\vec{k})$, вклад окрестности точки $\vartheta = \vartheta_p$ является существенным при вычислении $\mathrm{Im}\,\varepsilon^{эфф}_{ij}$. Если исходить из теории излучения, то потери, связанные с вкладом окрестности точки $\vartheta = \vartheta_p$, соответствуют квазистатическому сопротивлению излучения изолированного тока в необыкновенную волну [9].

Существенно, что в ряде наиболее важных случаев эти резонансные потери преобладают над потерями, связанные с рассеянием в электромагнитные волны и могут быть формально выделены из общих потерь энергии волны, так как отвечают возбуждению квазипродольных колебаний поля вблизи резонансных направлений. На рис. 1 заштрихованы области плоскости (u , v), в которых возможен плазменный резонанс (то есть уравнение $N(\vartheta) = 0$ имеет действительные корни). Для дальнейшего полезно располагать следующей информацией. В области I выполнены неравенства: $u<1$, $v<1$, $u>1-v$, $\varepsilon<0$, $\eta>0$, $g>0$, $\eta-\varepsilon>0$. В области П: $u>1$, $v>1$, $u>1-v$, $\varepsilon>0$, $\eta<0$, $g<0$, $\eta-\varepsilon<0$. Условия резонанса можно записать в форме:

$$a = \frac{\eta-\varepsilon}{\varepsilon} < -1 . \qquad (3)$$

Области, где возможен плазменный резонанс, можно отобразить на шкале частот. На рис. 2 заштрихованы полосы резонансных частот. При этом резонансной области I соответствуют частоты, примыкающие к частоте $\omega = \omega_p$. В дальнейшем мы будем рассматривать только этот случай.

Мелкомасштабные изотропные флуктуации электронной плотности.

Рассмотрим выражение (1) для случая мелкомасштабных неоднородностей $\Delta N(\vec{r})$, предполагая, что выполнены неравенства:

$$k\ell \ll 1 , \quad k_0 \ell \ll 1. \qquad (4)$$

При $k\ell \ll 1$ можно пренебречь пространственной дисперсией, связанной с макроскопической неоднородностью среды, и при вычислении $\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k})$ положить $k = 0$.

Зададим функцию корреляции $\Gamma_\varepsilon(\vec{r})$ в виде:

$$\Gamma_\varepsilon(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\ell^2}\right), \quad \Phi_\varepsilon(\vec{p}) = \pi^{3/2}\ell^3 \exp\left(-\frac{p^2\ell^2}{4}\right). \qquad (5)$$

Подставляя (5) в (1) и произведя интегрирование по φ и

ρ получим:

$$\varepsilon^{\text{эфф}}_{np}(\omega) = \varepsilon_{np}(\omega) + \mathrm{Re}\,\xi_{np}(\omega) + i\,\mathrm{Im}\,\varepsilon_{np}(\omega),$$

где ξ_{np} – тензор вида:

$$\xi_{np}(\omega) = \begin{Vmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & 0 \\ \xi_{21} & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{Vmatrix}, \qquad (8)$$

$$\xi_{11} = \xi_{22}, \quad \xi_{12} = -\xi_{21}.$$

$$\xi_{11}(\omega) = -\frac{1}{8\sqrt{\pi}} D_1[I_1(n_1) + I_1(n_2)] + \frac{k_0^2 \ell^2}{4} D_3[I_3(n_1) + I_3(n_2)] +$$

$$+ \frac{k_0^2 \ell^2}{4} D_4[I_4(n_1) + I_4(n_2)] + \frac{k_0^2 \ell^2}{8\sqrt{\pi}} D_5[I_5(n_1) + I_5(n_2)],$$

$$\xi_{12} = -\frac{B_{1112}}{4\sqrt{\pi}}[I_1(n_1) + I_1(n_2)] - k_0^2 \ell^2 \eta B_{1112}[I_4(n_1) + I_4(n_2)] +$$

$$+ i\frac{k_0^2 \ell^2}{2} D_1\left[\frac{(\eta - 2\varepsilon)\sqrt{u}}{1+u} - g\right][I_3(n_1) + I_3(n_2)] + i\frac{k_0^2 \ell^2}{4\sqrt{\pi}} \eta D_1\left(\frac{2\varepsilon\sqrt{u}}{1+u} + g\right)[I_5(n_1) + I_5(n_2)],$$

$$\xi_{33} = -\frac{D_2}{4\sqrt{\pi}}[I_2(n_1) + I_2(n_2)] - \frac{k_0^2 \ell^2}{2} \varepsilon D_2 \{2[I_4(n_1) + I_4(n_2)] - [I_3(n_1) +$$

$$+ I_3(n_2)]\} + \frac{k_0^2 \ell^2 (\varepsilon^2 - g^2)}{4\sqrt{\pi}} D_2[I_5(n_1) + I_5(n_2)],$$

$$D_1 = \frac{\beta^2 \sigma^2 (1+u)}{(1-u)^2}, \quad D_3 = D_1\left(\eta - 2\varepsilon - \frac{4g\sqrt{u}}{1+u}\right), \quad D_2 = \beta^2 \sigma^2,$$

$$D_4 = -\frac{2\eta \beta^2 \sigma^2 (1+u)}{(1-u)} = -2\eta D_1, \quad D_5 = 2\eta D_1\left(\varepsilon + \frac{2g\sqrt{u}}{1+u}\right),$$

$$B_{1112} = \frac{i\beta^2 \sigma^2 \sqrt{u}}{(1-u)^2}, \qquad \sigma^2 = \langle \Delta N^2 \rangle,$$

$$I_1(n_1) = \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta)\sin^3\vartheta\, d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[4\sqrt{\pi} + 2k_1^2 \ell^2 \sqrt{\pi} - k_1^3 \ell^3 I_-\left(\frac{k_1 \ell}{\sqrt{2}}\right)\right],$$

$$I_2(n_1) = \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta)\sin\vartheta\cos^2\vartheta\, d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[4\sqrt{\pi} + 2k_1^2 \ell^2 \sqrt{\pi} - k_1^3 \ell^3 I_-\left(\frac{k_1 \ell}{\sqrt{2}}\right)\right],$$

$$I_3(n_1) = \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta)\sin^3\vartheta\, d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[J_-\left(\frac{k_1 \ell}{\sqrt{2}}\right) - 1\right],$$

$$I_4(n_1) = \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[J_-\left(\frac{k_1 \ell}{\sqrt{2}}\right) - 1\right],$$

$$I_5(n_1) = k_0 \ell \int_0^{\pi/2} \frac{n_1(\vartheta)\sin\vartheta\, I_-(k_1 \ell/\sqrt{2})}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)}\, d\vartheta. \qquad (7)$$

Интегралы $I_K(n_2)$ получаются из $I_K(n_1)$ заменой $(n_1 \leftrightarrow n_2)$. Здесь $I_-(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-z)^{-1} \exp(-x^2/2)\, dx$; $\operatorname{Im} z < 0$; $J_-(z) = (z/\sqrt{2\pi})\, I_-(z)$.

Вычислить точно интегралы (7) не представляется возможным из-за сложности функций $n_{1,2}^2(\vartheta)$. Однако здесь можно достаточно эффективно использовать малость параметра $k_0 \ell$. Кроме того, нас будет интересовать лишь мнимая часть тензора $\xi_{np}(\omega)$, определяющая затухание поля. При вычислении $\operatorname{Im} \xi_{np}(\omega)$ следует учесть, что

$$\operatorname{Im} z^3 I_-(z) = \begin{cases} i\pi z^3 \exp(-z^2/2), & z^2 > 0, \ (\operatorname{Im} z = 0) \\ 0, & z^2 < 0, \ (\operatorname{Re} z = 0) \end{cases}$$

так что, например,

$$i\,\mathrm{Im}\,I_1(n_1) = -i\pi k_0^2 \ell^3 \int\limits_{\vartheta_p}^{\pi/2} \frac{n_1^5(\vartheta)\sin^3\vartheta\,\exp\{-k_0^2\ell^2 n_1^2(\vartheta)/4\}}{N(\vartheta)(n_1^2-n_2^2)}\,d\vartheta. \quad (8)$$

В интересующей нас области параметров резонансной плазмы $n_1^2(\vartheta) \gg n_2^2(\vartheta)$ для любых углов ϑ. Это позволяет произвести упрощение (8). Вводя переменную интегрирования $x = n_1^{-2}(\vartheta)$, можно привести (8) к виду:

$$i\,\mathrm{Im}\,I_1(n_1) = \frac{i\pi k_0^3 \ell^3}{2(\eta-\varepsilon)} A_1, \quad A_1 = (1-\alpha)\int\limits_0^{\alpha} \frac{x^{-5/2}\exp(-k_0^2\ell^2/4x)\,dx}{(1-x)^{1/2}(\alpha-x)^{1/2}},$$

$$\alpha = \frac{1}{|a|} = \frac{|\varepsilon|}{\eta-\varepsilon}, \quad 0 \le \alpha < 1.$$

Функцию $(1-\alpha)(1-x)^{-1/2}$ с большой степенью точности можно заменить на прямую $y = \alpha^{-1}(1-\alpha)^{1/2}(1-\sqrt{1-\alpha})x + 1 - \alpha$, после чего получаем:

$$A_1 = (1-\alpha)\sqrt{\pi}\,|a|^{3/4}\left(\frac{k_0^2\ell^2}{4}\right)^{-5/4}\exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2|a|}{8}\right\}W_{3/4,3/4}\left(\frac{k_0^2\ell^2}{4\alpha}\right) +$$

$$+\frac{(1-\alpha)^{1/2}(1-\sqrt{1-\alpha})}{\alpha^{3/2}}\sqrt{\pi}\,\frac{2}{k_0\ell}\exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2|a|}{4}\right\}, \quad (9)$$

где $W_{\lambda,\mu}$ – функция Уиттекера.

Рассмотрим различные частные случаи формулы (9).

1) $\alpha \ll 1$. Можно оставлять лишь первое слагаемое в (9).

2) $\dfrac{k_0^2\ell^2}{4\alpha} \ll 1$.

$$A_1 = \frac{4(1-\alpha)\sqrt{\pi}\,|a|^{1/2}}{k_0^3\ell^3}\left(1+\frac{k_0^2\ell^2|a|}{2}+\dots\right) +$$

$$+2\sqrt{\pi}\,\frac{(1-\alpha)^{1/2}}{\alpha^{3/2}}(1-\sqrt{1-\alpha})\frac{|a|^{3/2}}{k_0\ell}. \quad (10)$$

В частности, при $\alpha \to 1$ становится существенным второе слагаемое.

3) $\frac{k_0^2 \ell^2}{4\alpha} \gg 1 \qquad (\alpha \to 0).$

$$A_1 = \frac{2\sqrt{\pi}\,|a|^{3/2}}{k_0 \ell} \exp\left\{-\frac{k_0^2 \ell^2 |a|}{4}\right\}\left(1 + \frac{2}{k_0^2 \ell^2 |a|}\right). \qquad (11)$$

Приведенные формулы позволяют выяснить, в каких условиях применимо квазистатическое рассмотрение [1, 8]. Первое слагаемое в (10) соответствует квазистатическим потерям отдельного излучателя, погруженного в плазму, и может быть получено в рамках квазистатического рассмотрения [8]. Условия применимости последнего ясны из формул (9)-(11): $k_0^2 \ell^2/4\alpha \ll 1$, $k_0^2 \ell^2 (1-\alpha)^{-1/2} \ll 1$. Характерным свойством квазистатических потерь является то обстоятельство, что соответствующий вклад в $\operatorname{Im} \varepsilon_{ij}^{эфф}$ не зависит от спектра и масштабов неоднородностей (от параметра $k_0 \ell$):

$$\operatorname{Im} I_1(n_1) = \frac{2i\pi^{3/2}}{\eta - \varepsilon} \cdot \frac{1}{|a|^{1/2}} \cdot \frac{\eta}{|\varepsilon|}. \qquad (12)$$

Для интеграла $I_2(n_1)$ получим:

$$i \operatorname{Im} I_2(n_1) = \frac{2i\pi^{3/2}}{(\eta - \varepsilon)|a|^{1/2}} \exp\left(-\frac{k_0^2 \ell^2 |a|}{4}\right). \qquad (13)$$

При $k_0^2 \ell^2 |a| / 4 \ll 1$ справедливо квазистатическое решение:

$$i \operatorname{Im} I_2(n_2) = \frac{2i\pi^{3/2}}{\eta - \varepsilon} \cdot \frac{1}{|a|^{1/2}}. \qquad (14)$$

Аналогично для интегралов $I_3(n_1)$ и т.д., которые определяют волновые потери, имеем:

$$i \operatorname{Im} I_3(n_1) = -\frac{i\pi |a|^{1/2}(1-\alpha)}{2(\eta - \varepsilon)} \exp\left(-\frac{k_0^2 \ell^2 |a|}{4}\right) - \frac{i\pi (1-\alpha)^{1/4}(1-\sqrt{1-\alpha})|a|^{3/4}}{2(\eta - \varepsilon)} \left(\frac{k_0^2 \ell^2}{4}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{k_0^2 \ell^2 |a|}{8}\right) W_{-1/4, 1/4}\left(\frac{k_0^2 \ell^2}{4\alpha}\right),$$

$$i \operatorname{Im} I_4(n_1) = -\frac{i\pi |a|^{1/4}}{2(\eta - \varepsilon)} \left(\frac{k_0^2 \ell^2}{4}\right)^{-1/4} \exp\left(-\frac{k_0^2 \ell^2 |a|}{8}\right) W_{1/4, 1/4}\left(\frac{k_0^2 \ell^2}{4\alpha}\right). \qquad (15)$$

Выражение для $I_5(n_1)$ дает вклад в $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}} \sim (k_0 \ell)^3$ и здесь мы его не выписываем. Не выписываем также выражений для $I_k(n_2)$, определяющих вклад в $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}$ за счет рассеяния в обыкновенную волну. Вклад этих членов $\sim (k_0 \ell)^3$ и мал по сравнению с рассмотренными интегралами.

Мелкомасштабные анизотропные неоднородности. Рассмотрим поглощение волн из-за рассеяния на неоднородностях, вытянутых вдоль магнитного поля. Корреляционную функцию флуктуаций электронной плотности положим равной $\Gamma(\rho, z) = \exp\left\{-\frac{\rho^2}{\ell^2} - \frac{z^2}{L^2}\right\}$ со спектром $\Phi(\bar{p}) = \pi^{3/2} \ell^2 L \exp\left\{-p_\perp^2 \ell^2/4 - p_3^2 L^2/4\right\}$.

Считая по-прежнему kL, $k\ell \ll 1$ и пренебрегая пространственной дисперсией, связанной с макроскопической неоднородностью среды, легко получить, что справедливы выражения (7), в которых вместо маштаба ℓ следует поставить эффективный масштаб $\ell_{\text{эфф}} = (\ell^2 \sin^2\vartheta + L^2 \cos^2\vartheta)^{1/2}$. Для сравнения с изотропными флуктуациями мы выпишем здесь в квазистатическом приближении $\mathrm{Im}\, I_1(n_1)$. Отношение $R = \frac{(\mathrm{Im}\,\varepsilon)_{\text{ан}}}{(\mathrm{Im}\,\varepsilon)_{\text{из}}}$ является функцией отношения ℓ/L:

$$R = \left[(\ell/L)^{2/3}(1-\alpha) + (L/\ell)^{4/3}\alpha\right]^{-3/2}. \tag{16}$$

Поскольку при резонансе $0 \le \alpha \le 1$, то величина R удовлетворяет неравенству:

$$\frac{\ell^2}{L^2} \le R \le \frac{L}{\ell}. \tag{17}$$

Кроме того, существует экстремум величины R по параметру ℓ/L.

Вытянутые неоднородности. Случаи сильной анизотропии.

В отличие от предыдущего случая мы будем предполагать размер L (вдоль магнитного поля $\vec{H} \parallel \vec{z}$) большим по сравнению с длиной распространяющейся рассеиваемой волны: $kL \gg 1$, $k_0 L \gg 1$, $k\ell$, $k_0\ell \sim 1$. При вычислении $\varepsilon_{ij}^{эфф}(\omega,\vec{k})$ в этом случае нельзя пренебречь зависимостью от $\vec{k}$. Однако расчеты с произвольным $\vec{k}$ весьма громоздки. Поэтому мы поступим следующим образом. Рассмотрим дисперсионное уравнение для волн среднего поля:

$$\det\| k^2\delta_{ij} - k_i k_j - k_0^2 \varepsilon_{ij}^{эфф}(\omega,\vec{k})\| = 0, \tag{18}$$

где $\varepsilon_{ij}^{эфф}(\omega,\vec{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \delta\varepsilon_{ij}(\omega,\vec{k})$. Считая $\delta\varepsilon_{ij}$ малой добавкой к среднему значению $\varepsilon_{ij}(\omega)$, будем решать (18) методом возмущений, положив $\vec{k} = \vec{k}_{00} + \delta\vec{k}$, $\delta\vec{k} \parallel \vec{k}_{00}$. В $\delta\varepsilon_{ij}(\omega,\vec{k})$ можно подставить невозмущенный волновой вектор $\vec{k}_{00}$. В итоге уравнение (18) приобретает вид:

$$\det\| k^2\delta_{ij} - k_i k_j - k_0^2 \varepsilon_{ij}^{эфф}(\omega,\vec{k}_{00})\| = 0. \tag{18'}$$

Другими словами, для $(n_{1,2}^2)^{эфф}$ мы в этом приближении получим обычные формулы холодной плазмы, в которых однако компоненты тензора $\varepsilon_{ij}^{эфф}(\omega,\vec{k}_{00})$ будут функциями волнового вектора невозмущенной волны:

$$\varepsilon_{np}^{эфф}(\omega,\vec{k}) = \varepsilon_{np}(\omega) - \frac{k_0^2 \ell^2 L}{8\pi^{3/2}} B_{n\ell q p}(0) \int \exp\left\{-\frac{(\vec{p}_\perp - \vec{k}_\perp)^2 \ell^2}{4} - \frac{(p_3-k_3)^2 L^2}{4}\right\} G_{\ell q}^0(\vec{p})\, d\vec{p}. \tag{19}$$

Формулы для $\operatorname{Im}\xi_{n_0}(\omega)$, получающиеся из (19) после интегрирования по p, можно записать, используя (7) и соответствие, которое легко усмотреть из формулы для $\operatorname{Im} I_1(n_1)$:

$$i \operatorname{Im} I_1(n_1) = -\frac{i k_0^2 \ell^2 L}{2} \int_0^{2\pi}\int_{\vartheta_p}^{\pi-\vartheta_p} \frac{n_1^5(\vartheta)\sin^3\vartheta\, d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \cdot \tag{20}$$

$$\cdot \exp\left\{\left(-\frac{k_0^2\ell^2}{4}\right)\left[n_1^2(\vartheta)\sin^2\vartheta + n_2^2(\chi)\sin^2\chi - 2n_1(\vartheta)n_2(\chi)\sin\vartheta\sin\chi\cos\varphi\right]\right\} \cdot$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{k_0^2 L^2}{4}\left[n_1(\vartheta)\cos\vartheta - n_2(\chi)\cos\chi\right]^2\right\}\cos^2\varphi\, d\varphi.$$

Здесь $n_1(\vartheta)$, $n_2(\chi)$ – коэффициенты преломления необыкновенной и обыкновенной волны, χ – угол между волновым вектором $\vec{k}_2$ и магнитным полем $\vec{H}$.

Область, существенная для интегрирования, весьма узка (благодаря условию $k_0 L \gg 1$) и сосредоточена вблизи $\vartheta = \pi/2$. Поэтому вместо (20) имеем:

$$i\,\mathrm{Im}\, I_1^0(n_1) = -\frac{i\pi k_0^3 \ell^2 L}{2} \int_{\vartheta_p}^{\pi-\vartheta_p} \frac{n_1^5(\vartheta)\sin^3\vartheta\, d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2-n_2^2)} \exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2 n_1^2 \sin^2\vartheta}{4}\right\} \cdot \tag{20'}$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{k_0^2 L^2}{4}\left[n_1(\vartheta)\cos\vartheta - n_2(\chi)\cos\chi\right]^2\right\}.$$

Первый член асимптотического разложения по степеням $(k_0 L)^{-1}$ можно получить, используя соотношение

$$\lim_{L\to\infty} k_0 L \exp\left\{-\frac{k_0^2 L^2}{4}\left[n_1(\vartheta)\cos\vartheta - n_2(\chi)\cos\chi\right]^2\right\} = 2\sqrt{\pi}\,\delta\left[n_1\cos\vartheta - n_2\cos\chi\right].$$

Таким образом, получаем:

$$i\,\mathrm{Im}\, I_1^0(n_1) = \frac{i\pi^{3/2} k_0^2 \ell^2 |a|^2}{\eta-\varepsilon} \exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2|a|}{4}\right\},$$

$$i\,\mathrm{Im}\, I_2^0(n_1) = \frac{i\pi^{3/2} k_0^2 \ell^2 |a|}{\eta-\varepsilon} n_2^2(\chi)\cos^2\chi \exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2|a|}{4}\right\}, \tag{21}$$

$$i\,\mathrm{Im}\, I_3^0(n_1) = i\,\mathrm{Im}\, I_4^0(n_1) = -\frac{i\pi|a|}{2(\eta-\varepsilon)} \exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2|a|}{4}\right\},$$

$$i\,\mathrm{Im}\, I_5(n_1) = \frac{i\pi^{3/2}}{\eta-\varepsilon} \exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2|a|}{4}\right\}.$$

С точки зрения ионосферной плазмы поглощение необыкновенной волны обычно не представляет интереса, поскольку при зондировании с поверхности Земли необыкновенная волна отражается ниже области, в которой возможен плазменный резонанс. Однако для излучателей, находящихся внутри резонансной области, а также для проблем нагрева плазмы за счет энергии электромагнитного излучения существенно располагать формулами для поглощения необыкновенной волны. Здесь мы приведем выражения для $i\,\mathrm{Im}\, I_1^\ell(n_1)$ и $i\,\mathrm{Im}\, I_2^\ell(n_1)$, определяю–

щие затухания необыкновенной волны из-за рассеяния в необыкновенные же волны

$$i\operatorname{Im} I_1^e(n_1) = -\frac{2ik_0^2\ell^2\pi^{3/2}n_1^3(\chi)\sin^3\chi}{N(\chi)\left|\frac{\partial(n_1\cos\chi)}{\partial\chi}\right|}\exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2n_1^2(\chi)\sin^2\chi}{2}\right\}\left[I_0(z)-\frac{I_1(z)}{z}\right],$$

$$i\operatorname{Im} I_2^e(n_1) = -\frac{2ik_0^2\ell^2\pi^{3/2}n_1^3(\chi)\sin\chi\cos^2\chi}{N(\chi)\left|\frac{\partial(n_1\cos\chi)}{\partial\chi}\right|}\cdot \tag{22}$$

$$\cdot\exp\left\{-\frac{k_0^2\ell^2n_1^2(\chi)\sin^2\chi}{2}\right\}\left[I_0(z)-\frac{I_1(z)}{z}\right],$$

где $z=\frac{k_0^2\ell^2}{2}n_1^2(\chi)\sin^2\chi$, I_0 и I_1 – функции Бесселя мнимого аргумента. В частности, при $\chi = \pi/2$, $k_0^2\ell^2|a|/2 \ll 1$: $n_1^2(\chi)=|a|$,

$$i\operatorname{Im} I_1^e(n_1) = \frac{ik_0^2\ell^2\pi^{3/2}|a|}{2-\varepsilon}, \quad \operatorname{Im} I_2^e(n_1) = 0 .$$

Остальные члены $\operatorname{Im}\varepsilon_{ij}^{эфф}$ могут быть легко получены аналогичным образом, и здесь мы их не приводим.

3. Выводы.

Формулы (6)–(15) определяют диэлектрическую проницаемость (в пренебрежении вкладом флуктуаций в действительную часть) случайно неоднородной магнитоактивной плазме со слабыми мелкомасштабными флуктуациями электронной плотности. Формулы (21), (22) носят менее общий характер, поскольку получены для фиксированных значений волнового вектора $\vec{k} = \vec{k}_{1,2}$. Найденные выражения позволяют получить достаточно полное представление о диссипативных процессах в бесстолкновительной плазме, вызванных рассеянием на неоднородностях. Существенно подчеркнуть, что потери энергии волн на возбуждение необыкновенных резонансных волн по существу являются истинными потерями в ряде важнейших практических случаев. Например, в ионосферной плазме рассеянные необыкновенные волны в силу условий распространения не могут выйти за пределы резонансной области и их энергия идет на нагрев плазмы.

Мы надеемся обсудить в отдельном сообщении все следствия формул для $\operatorname{Im}\varepsilon_{ij}^{эфф}$ для ионосферного распространения радиоволн. Здесь мы ограничимся лишь отдельными замечаниями. Анализируя выражения для антиэрмитовских частей в случае мелкомасштабных и крупномасштабных (в направлении магнитного поля) неоднородностей, мы видим, что в зависимости от параметров плазмы существенными могут быть неоднородности того или иного сорта. В частности, в узкой области вблизи $\varepsilon = 0$ (когда $\vartheta_p \sim \pi/2$) более существенны потери, связанные с рассеянием на вытянутых неоднородностях, тогда как вне этой области потери на возбуждение необыкновенных волн при рассеянии на мелкомасштабных неоднородностях значительно превосходят первые. Существенно, что потери на возбуждение квазистатических плазменных колебаний вблизи $\vartheta = \vartheta_p$ не зависят от масштаба неоднородностей ℓ. В частности, причиной заметного поглощения волн могут тепловые флуктуации электронной плотности.

Литература

1. Ю.А.Рыжов, ЖЭТФ, 62,(3), 924 (1972).
2. В.Ютло, Р.Коэн, УФН, 109, 371 (1973).
3. W.F.Utlaut, Proc.IEEE,63,1022(1975).
4. В.В.Беликович, Е.А.Бенедиктов, Г.Г.Гетманцев и др., УФН, 113, 732 (1975).
5. В.В.Васьков, А.В.Гуревич, ЖЭТФ, 69, 1(7), 176(1975).
6. Н.А.Митяков, В.О.Рапопорт, В.Ю.Трахтенгерц, Изв.ВУЗов, Радиофизика, 18 9, 1273 (1975).
7. Ю.А.Рыжов, Изв.ВУЗов, Радиофизика, 9, 1, 39 (1966).
8. А.А.Андронов, Ю.В.Чугунов, УФН, 116, 1, 79 (1975).

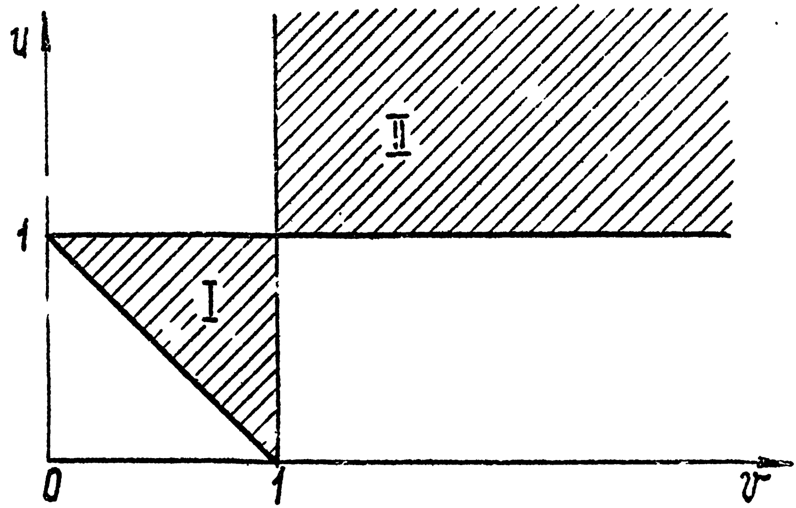

Рис. 1
(пояснение в тексте)

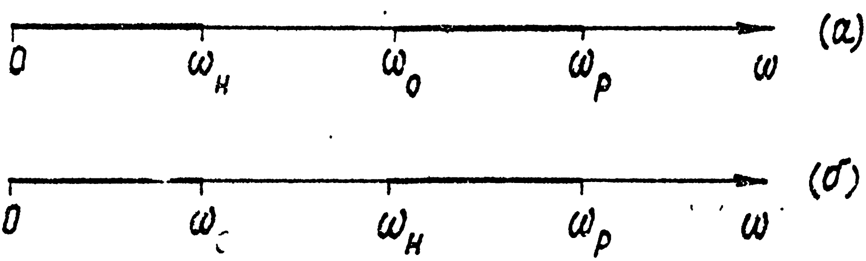

Рис. 2

Частоты, на которых возможен плазменный резонанс:

а – при $\omega_0 > \omega_н$,

б – при $\omega_н > \omega_0$.