

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени
Научно-исследовательский радиопизический институт (НИРФИ)

Препринт № 90

**НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН
С ВОЛНАМИ И ЧАСТИЦАМИ МОНОСКОРОСТНОГО
ПУЧКА В ПЛАЗМЕ**

В.П.Реутов

Горький - 1976 г.

А н н о т а ц и я

Рассматриваются элементарные нелинейные взаимодействия плазменных волн с моноскоростным электронным пучком малой плотности. Изучена стабилизация взрывной неустойчивости, возникающей при слабых начальных полях волн. Показано, что при увеличении начальной амплитуды плазменной волны представление о слабой связи с пучковыми модами теряет смысл и происходит переход к процессам нелинейного взаимодействия волн с частицами моноскоростного пучка. Найдены характеристики неустойчивости, развивающейся при таком взаимодействии, и построена теория ее стабилизации. Рассмотренные процессы обсуждаются как проявления нелинейной неустойчивости моноскоростного пучка в плазме,

Резонансные взаимодействия волн с детерминированными фазами в пучково-плазменных системах обычно изучаются в пределах общей теории взаимодействий слабо связанных нормальных волн в неравновесной плазме [1-3]. При этом основное внимание уделяется эффекту взрывной неустойчивости [1, 3-5]. Стабилизация взрывной неустойчивости в конкретных пучково-плазменных системах также обычно рассматривается в пределах теории слабо связанных нормальных волн [6, 7].

В настоящей работе прослеживается переход от взаимодействий волн с волнами к взаимодействиям волн с частицами слабого моноскоростного пучка в плазме. В рассмотренном случае взаимодействия двух плазменных волн с пучком в одномерной модели такой переход происходит при изменении начальных условий.

Рассмотрена стабилизация нелинейным смещением частот волн взрывной неустойчивости, развивающейся при малых начальных амплитудах. Изучены параметрические неустойчивости, возникающие при больших начальных амплитудах плазменной волны. Взаимодействие при таких неустойчивостях имеет характер нелинейного излучения плазменных волн частицами моноскоростного пучка. Для их описания используется метод интегрирования по усредненным траекториям частиц пучка.

1. Стабилизация взрывной неустойчивости. При малых начальных амплитудах волн и наличии синхронизма между плазменными волнами и пучковой волной с отрицательной энергией развивается взрывная неустойчивость.

На рис. 1 показаны резонансные тройки волн в одномерной модели. Резонанс типа (б) возможен также в сильно замагниченной системе пучок-плазма, находящейся в проводящем цилиндре, в которой при скоростях дрейфа $v_0 > v_{кр}$ отсутствует высокочастотная пучковая неустойчивость [8]. Стабилизация взрыва может происходить, в частности, из-за увеличения с ростом амплитуд роли нелинейных частотных сдвигов [9, 10, 3, 6, 7]. При анализе такого процесса обычно используются уравнения для амплитуд, полученные путем разложений по степеням поля (нелинейности). Как известно, при наличии лишь одного малого параметра, характеризующего малость амплитуд, в системе с квадратичной нелинейностью нелинейный сдвиг частоты появляется в следующем порядке теории возмущений после членов, описывающих резонансное взаимодействие волн. Поэтому стабилизация взрыва, предполагающая соизмеримость этих факторов, не описывается в приближении слабого поля. Ситуация, однако, меняется при наличии других малых параметров, от которых зависят инкременты взаимодействия и нелинейная расстройка частот. В последнем случае инкременты взаимодействия и фактор стабилизации могут оказаться соизмеримыми при малой нелинейности. Как показано ниже, в плазме со слабым пучком, когда малым параметром является

$$\alpha = N_{10} / N_0 \ll 1 \quad (1)$$

(N_{10} , N_0 - плотность пучка и плазмы), стабилизация "взрыва" происходит при малой нелинейности.

Для описания волновых взаимодействий воспользуемся уравнениями квазигидродинамики холодной плазмы [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{e}{m} E &= -\mu v \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{e}{m} E = -\mu v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x}, \\ \frac{\partial n}{\partial t} + N_0 \frac{\partial v}{\partial x} &= -\mu \frac{\partial n v}{\partial x}, \quad \frac{\partial n_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial n_1}{\partial x} + N_{10} \frac{\partial v_1}{\partial x} = -\mu \frac{\partial n_1 v_1}{\partial x}, \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= -4\pi e (n + n_1). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь v, n, v_1, n_1 - отклонения скорости и плотности частиц плазмы и пучка от статических значений $0, N_0, v_0, N_{10}$ соответственно, E - напряженность электрического поля, e, m - заряд и масса электрона, μ - формально введенный малый параметр, характеризующий малость нелинейности. Применяя асимптотический метод [12], ищем пространственно однородное решение (2) в виде

$$U = \sum_{s=0}^2 \frac{1}{2} a_s(\mu t) \psi_s e^{i\omega_s t - ik_s x + \kappa_s c + \mu U^{(1)}}, \quad (8)$$

где $U = (v, n, E, v_1, n_1)$,

$\psi_s = \left[\frac{ie}{m\omega_s}, \frac{ieN_0\kappa_s}{m\omega_s^2}, 1, \frac{ie}{m(\omega_s - \kappa_s v_n)}, \frac{ieN_{10}\kappa_s}{m(\omega_s - \kappa_s v_0)^2} \right]$,
 $a_s = A_s e^{i\phi_s}$ - медленно меняющиеся комплексные амплитуды волн; κ_s и $\omega_s = \omega(\kappa_s)$ связаны условиями резонанса: $\kappa_1 + \kappa_2 = \kappa_0$, $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$.

Поскольку отдельные гармоники нелинейности $f_{ij}(U^{(1)}) \sim a_i a_j$ являются, вообще говоря, величинами разного порядка малости в каждом уравнении (2), будем считать μ величиной наибольшей нелинейности в системе. Сравнивая члены $\sim \mu^n$, мы учтем при этом малые величины, не нарушающие порядка μ^n , и в соответствующих уравнениях для амплитуд получим члены, которые имеет смысл учитывать лишь в уравнениях высших приближений. В частности, инкременты резонансной связи волн, появляющиеся формально в порядке μ , могут оказаться величинами более высокого порядка и быть соизмеримыми с нелинейным сдвигом частоты, возникающим в порядке μ^2 . Последнее не должно, естественно, противоречить условиям применимости приближения слабой связи волн.

Решая дисперсионное уравнение линеаризованной системы (2) (см. [11]), определим при $\alpha^{1/2} \ll 1$ дисперсию плазменной и пучковой волн вдали от резонанса их фазовых скоростей:

$$\omega \approx \omega_p \left[1 + \frac{\alpha \omega_p^2}{2(\omega_p - \kappa v_0)^2} \right], \quad \omega \approx \kappa v_0 - \left(1 - \frac{\alpha^{1/2} \omega_p}{\kappa^2 v_0^2} \right)^{1/2}.$$

Укороченные уравнения второго приближения имеют вид

$$\dot{a}_{1,2} = \beta a_{2,1}^* a_0 e^{i\Delta\omega t} + i\Delta_{1,2}^{NL} a_{1,2}, \quad \dot{a}_0 = \beta_0 a_1 a_2 e^{-i\Delta\omega t} + i\Delta_0^{NL} a_0, \quad (4)$$

где $\beta = \frac{3}{4} \frac{e}{m} \frac{\epsilon}{v_0}$, $\beta_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{e}{m} \frac{\epsilon}{v_0} \alpha^{1/2}$,

$$\epsilon = \frac{1}{2} (k_1 v_0 - 2\omega_p) k_1 v_0 / (k_1 v_0 - \omega_p)^2;$$

$\Delta_j^{NL} = \sum_{\ell=0}^2 \alpha_{j\ell} |a_\ell|^2$ - нелинейный сдвиг частоты j -й волны. Приведем порядковые оценки $\alpha_{j\ell}$ (малым параметром является $\alpha^{1/2} \ll 1$): $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{01}, \alpha_{02} \sim \omega_p / E_p^2$; $\alpha_{10}, \alpha_{20} \sim \omega_p / E_p^2 \alpha^{1/2}$, $\alpha_{00} \sim \omega_p / E_p^2 \alpha^{3/2}$, $E_p = m v_0 \omega_p / e$ - плазменное поле⁺).

Для действительных амплитуд получим систему

$$\dot{A}_{1,2} = \beta A_{2,1} A_0 \cos \Phi, \quad \dot{A}_0 = \beta_0 A_1 A_2 \cos \Phi \quad (5)$$

$$\dot{\Phi} = -\left(\beta \frac{A_2 A_0}{A_1} + \beta \frac{A_1 A_0}{A_2} + \beta_0 \frac{A_1 A_2}{A_0} \right) \sin \Phi + \sum_{\ell=0}^2 \alpha_\ell A_\ell^2 - \Delta\omega,$$

где $\Phi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_0 - \Delta\omega t$, $\alpha_\ell = \alpha_{1\ell} + \alpha_{2\ell} - \alpha_{0\ell}$. Используя интегралы (5), выделим класс решений с амплитудами, пропорциональными друг другу:

$$A_{1,2} = A(t), \quad A_0 = (12\alpha)^{1/4} \frac{2}{3} A(t). \quad (6)$$

При этом главный вклад в нелинейную расстройку частот вносит самовоздействие пучковой волны, определяемое коэффициентом

⁺) Отличные от нуля нелинейные сдвиги частот волн в холодной плазме обусловлены пространственной однородностью поля, приводящей к сохранению средней гидродинамической скорости частиц при взаимодействии.

$$\alpha_{00} \approx - \frac{87\sqrt{3}}{128} \frac{\omega_p}{\alpha^{3/2} E_p^2} . \quad (7)$$

После перехода к безразмерным переменным

$$C = A/\alpha^{5/4} \sigma \frac{16}{29} \left(\frac{3}{4}\right)^{1/4} E_p , \quad (8)$$

$$\tau = \frac{8\sqrt{3}}{29} \sigma \alpha^{3/2} \omega_p t , \quad \Delta_0 = \Delta\omega / \frac{8\sqrt{3}}{29} \sigma^2 \alpha^{3/2} \omega_p$$

запишем уравнения (5) окончательно в форме

$$\frac{dC}{d\tau} = C^2 C \cos \Phi , \quad \frac{d\Phi}{d\tau} = -3C \sin \Phi + C^2 - \Delta_0 . \quad (9)$$

Система (9), описывающая стабилизацию взрыва нелинейной расстройкой, содержит один параметр Δ_0 . Развертка ее фазового цилиндра при $\Delta_0 = 0$, построенная с помощью интеграла $\int \sin \Phi = (C^4 + K)/4C^3$ ($K = \text{const}$), приведена на рис. 2 (см. также [3]). Дуговая фазовая траектория ($K = 0$) отвечает решению, найденному в [10]:

$$C = \left[(\tau - \tau_0)^2 + \frac{1}{16} \right]^{-1/2} . \quad (10)$$

Как следует из рис. 2 формула (10) хорошо описывает форму пучка насыщения при $C(0) = 1$. Решение лучкового типа, отвечающее "сквозной" траектории, приведено на рис. 3. Из (10) получаются следующие оценки для максимального инкремента и поля плазменных волн:

$$\Gamma_{\max} = \left(\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} \right)_{\max} \approx \sigma^2 \alpha^{3/2} \omega_p , \quad A_{\max} \approx 2\sigma E_p \alpha^{5/4} . \quad (11)$$

Условия применимости найденных решений имеют вид

$$\frac{n_{1k0}}{N_{10}} \sim \alpha^{1/2} |\sigma| \ll 1 ; \quad \frac{n_{1k1,2}}{N_{10}} , \frac{n_{k1,2}}{N_0} \sim \alpha^{5/4} \ll 1 , \quad (12)$$

$$\Gamma_{\max} / \omega_{p1} \sim \alpha \sigma^2 \ll 1 .$$

Первые два из них означают "линейность" отдельных волн, третье — малость инкремента по сравнению с частотным разбросом пучковых мод ($\omega_{p1} = \omega_p \alpha^{1/2}$ — плазменная частота пучка). Из (12) видно, что малый параметр $\alpha^{1/2} \ll 1$ обеспечивает стабилизацию взрыва при малой нелинейности.

2. Параметрическое взаимодействие нормальных волн.

Рассмотрим теперь взаимодействия, происходящие в условиях преобладания слабонелинейной плазменной волны

$$\varepsilon = \frac{A_1}{E_p} \ll 1 \quad (13)$$

При не слишком больших $A_1(0)$ такие процессы описываются уравнениями (5) для амплитуд нормальных волн.

При этом изменения сильной волны определяются интегралом (5): $A_1^2 = A_2^2 + A_{10}^2$ ($A_{10} = \text{const}$). Когда $A_2^2 \ll A_{10}^2$ и $A_{2,0}$ пропорциональны друг другу (см. (6)), после введения безразмерных переменных

$$C = A/\alpha^{5/8} \left(\frac{8\sqrt{12}}{29} \varepsilon |\sigma| \right)^{1/2} E_p, \quad \tau = \varepsilon \left(\frac{3}{4} \alpha \right)^{1/4} |\sigma| \omega_p t \quad (14)$$

получим следующие уравнения ($\Delta\omega' = \Delta\omega - \alpha_1 A_{10}^2 = 0$):

$$\frac{dC}{d\tau} = \cos \Phi, \quad \frac{d\Phi}{d\tau} = -2 \sin \Phi + C^2. \quad (15)$$

Система (15), описывающая насыщение слабых волн, имеет интеграл $\sin \Phi = (C^4 + K)/4C^2$, и развертка ее фазового цилиндра качественно не отличается от приведенной на рис. 2. Дуговая траектория ($K=0$) в данном случае отвечает решению

$$C = 2 [\text{ch}(2(\tau - \tau_0))]^{-1/2} \quad (16)$$

Формула (16) позволяет оценить максимальный инкремент и уровень насыщения слабых волн

$$\Gamma_{\max} \approx \alpha^{1/4} \varepsilon |\sigma| \omega_p, \quad A_{\max} \approx 1,4 \alpha^{5/8} E_p (\varepsilon |\sigma|)^{1/2}. \quad (17)$$

Условие применимости приближения заданного поля принимает вид

$$\alpha^{5/4} |\sigma| / \epsilon \ll 1 \quad (18)$$

и соответствует преобладанию накачки по сравнению с уровнем стабилизации взрыва (11). Величина накачки ограничена сверху условиями применимости использованного описания типа (12), наиболее жесткие из которых

$$\frac{n_{1k0}}{N_{10}} \sim \left(\frac{\epsilon |\sigma|}{\alpha^{1/4}} \right)^{1/2} \ll 1, \quad \frac{\Gamma_{\max}}{\omega_{p1}} \sim \frac{\epsilon |\sigma|}{\alpha^{1/4}} \ll 1. \quad (19)$$

Таким образом, при не слишком сильных накачках можно говорить о взаимодействии нормальных волн, при котором все волны нарастают одновременно, причем изменение накачки в результате насыщения такой неустойчивости, обусловленного выходом волн из резонанса, невелико.

3. Нелинейное взаимодействие плазменных волн с частицами холодного пучка. При дальнейшем увеличении $A_1(0)$ инкремент неустойчивости $\Gamma \approx \omega_{p1}$ и для ее описания необходимо выйти за рамки представления о взаимодействии плазменных волн с нормальной волной пучка. В этом случае плазму будем описывать уравнениями квазигидродинамики (см. (2)). Для электрического поля и частиц запишем уравнения вида

$$\frac{\partial E}{\partial x} + 4\pi en = -\mu 4\pi en_1, \quad n_1 = \int f(x, u, t) du - N_{10} \quad (20)$$

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{du}{dt} = -\mu \frac{e}{m} E(x, t), \quad (21)$$

где x , u , f - координата, скорость и функция распределения частиц пучка соответственно. Решение ищем в виде

$$\psi = \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} a_j \xi_j \exp(i\omega_p t - ik_j x) + \text{к.с.} + \mu \eta^{(1)} + \dots, \quad (22)$$

$$u = u_0 + G(t) + \mu u^{(1)} + \dots, \quad x = u_0 t + R(t) + \mu x^{(1)} + \dots \quad (23)$$

Здесь $\eta = (E, \nu, n)$, $\xi_i = (1; \frac{ie}{m\omega_p}; \frac{ie N_0 k_i}{m\omega_p^2})$; u_0 - средняя индивидуальная скорость частиц в начальный момент; R , G - усредненные по времени координата и скорость в системе отсчета, движущейся со скоростью u_0 . Малыми предполагаются колебания частиц в переменном поле ($k\lambda_D \ll 1$) и влияние пучка на плазменные волны ($|a_i, a_j| \ll \omega_p$). Решение задачи сводится к определению движения частиц в осциллирующем поле и последующему отысканию $a_{1,2}$ из условия ограниченности $\eta^{(j)}$.

Для вычислений необходимо в явном виде получить разложение

$$n_1 = n_1^{(0)} + \mu n_1^{(1)} + \mu^2 n_1^{(2)} + \dots \quad (24)$$

Применим для этого метод интегрирования по усредненным траекториям. Подсбная задача решалась в [13] в случае индуцированного рассеяния электромагнитных волн на частицах в горячей плазме. Приводимый ниже вариант, в отличие от [13], позволяет исключить явные преобразования функций распределения.

При явном определении быстроосциллирующих величин (23) дает связь между координатами частицы в фазовом пространстве (x, u) и фазовом пространстве усредненных движений (R, G) в момент t . Кроме того, положение частицы в пространстве (R, G) в момент t определяется ее начальными координатами R_0, G_0 . При этом можно преобразовать выражение для амплитуды фурье-гармоники колебаний плотности, заменяя дважды переменные в двойном интеграле

$$\begin{aligned} n_{1\omega k} &= \langle \int du f(x, u, t) \exp(-i\omega t + ikx) \rangle_{t, x} = \\ &= \langle \int dG \Phi(R, G, t) \exp(-i\omega t + ikx) \rangle_{t, R} = (25) \\ &= \langle \int dG_0 \Phi(R_0, G_0, 0) \exp(-i\theta + \mu ikx^{(1)} + \dots) \rangle_{t, R_0} \end{aligned}$$

где $\langle \dots \rangle_{t_x} = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} dt \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} (\dots) dx$; $\Phi(R, G, t) =$

$= \left\{ (x, u, t) \left| \frac{D(x, u)}{D(R, G)} \right. \right\}$ - функция распределения в пространстве R, G ; $G = (\omega - k u_0)t - kR$. Если пучок моноскоростной и отсутствует его начальная модуляция (не осциллирующая во времени), то $\Phi(R_0, G_0, 0) = N_{10} \delta(G_0)$. При вычислении $n_1 \omega k$ следует учесть, что смещение $R - R_0$ - периодическая функция R_0 с периодом $\lambda = 2\pi / (k_1 + k_2)$. Тогда справедливо соотношение вида

$$\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} dR_0 \exp(i k R) = 0 \text{ при } k \neq \ell(k_1 + k_2), \quad (26)$$

где $\ell = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. При этом в главном порядке находим

$$n_1^{(0)} = \sum_{\ell \geq 1} \frac{1}{2} N_{10} \rho_\ell \exp[i \ell k_0 (u_0 t - x)] + \text{к.с.} \quad (\rho_\ell = \frac{2}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} dR_0 e^{i k_0 \ell R}). \quad (27)$$

Формула (27), естественно, справедлива для гармоник $\ell k_0 x \ll 1$, определяющих крутизну профиля $n_1(x, t)$, для которой не существенны колебания частиц в переменном поле. Для вычисления $n^{(1)}$ находим вначале $x^{(1)}$

$$x^{(1)} = \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} a_j \frac{e}{m(\omega_j - k_j u_0)^2} e^{i \theta_j} + \text{к.с.} \quad (28)$$

Согласно (28) $n^{(1)}$ содержит гармоники $\omega = \pm(\omega_p + \ell k_0 u_0)$, $k = \pm(k_{1,2} + \ell k_0)$. Приведем выражение для гармоники $n_1^{(1)}$, дающей вклад в инкремент волны a_2 :

$$n_{1\omega_p k_2}^{(1)} = \frac{1}{4} \frac{i k_2 e N_{10}}{m(\omega_p - k_1 u_0)^2} \rho_1 a_1^* e^{i(\Delta \omega_0 t)}, \quad (29)$$

где $\Delta \omega_0 = (k_1 + k_2) u_0 - 2 \omega_p$. Дальнейшие вычисления проводятся стандартным образом. Отметим, лишь, что нелинейные токи пучка и плазмы, возбуждающие плазменные волны - величины одного порядка.

Постоянные сдвиги частот плазменных волн ($\Delta c_{1,2}$), вносимые сильным полем $a_1(0)$ и фоновой плотностью пучка N_0 , можно исключить из уравнений, пере-

определив амплитуды ($a_{j \text{ с т а р}} = a_j \exp(i \Delta c_j t)$). Система уравнений, описывающих нелинейное взаимодействие волн с частицами, принимает при этом вид

$$\dot{R} = G, \quad \dot{G} = \operatorname{Re} [i \sigma_2 a_1 a_2 e^{-i \Delta \omega t - i k_0 R} + \sum_{\ell > 1} i \gamma_\ell \rho_\ell e^{-i k_0 \ell R}], \quad \dot{a}_{1,2} = i \sigma_1 \rho_1 a_{2,1}^* e^{i \Delta \omega t}, \quad (30)$$

где $\sigma_1 = -\frac{1}{2} \alpha \beta \omega_p$, $\sigma_2 = -\frac{e^2}{m^2} \frac{2 \beta}{\omega_p u_0}$, $\gamma_\ell = \alpha u_0 \omega_p \frac{2 \ell}{4 \ell^2 - 1}$ +), $\Delta \omega = (k_1 + k_2) u_0 - (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2)$ — расстройка от резонанса частиц и комбинационной волны в среде с накачкой ($\tilde{\omega}_{1,2} = \omega_p + \Delta c_{1,2}$). Из (30) следует, что

$$A_1^2 - A_2^2 = A_{10}^2, \quad (31)$$

т.е. как и при взрывной неустойчивости плазменные волны нарастают одновременно.

Рассмотрим начальную стадию развития неустойчивости в заданном поле $a_1(0)$. Положим в (30) $R = R_0 + R_w$, $G = G_w$ ($R_w, G_w \rightarrow 0$) и введем амплитуды малых колебаний скорости и безразмерной плотности в пучке

$$\frac{1}{2} \rho_1 = \frac{i k_0}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} dR_0 e^{i k_0 R_0} R_w, \quad \frac{1}{2} g = \frac{1}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} dR_0 e^{i k_0 R_0} G_w.$$

Тогда система (30) преобразуется к виду +)

$$\dot{a}_2 = i \sigma_1 a_1^* \rho_1 \exp(i \Delta \omega t), \quad \dot{\rho}_1 = i \gamma_0 g, \quad (32)$$

$$\dot{g} = i \gamma_1 \rho_1 + i \sigma_2 a_1 a_2 \exp(-i \Delta \omega t),$$

где $\gamma_0 = 2 \omega_p / u_0$. Как следует из (32) при инкрементах $\Gamma \gg \omega_p$ теряет смысл представление о взаимодействии плазменных волн с "линейными" модами пучка. Полагая в (32) $\rho_1, g \sim \exp(i \delta t)$, $a_2 \sim \exp(i \Delta \omega t + i \delta t)$ получим следующее характеристическое уравнение:

+) Выражения для γ_ℓ справедливы при $\ell k_0 x_w \ll 1$.

$$\left(\Omega^2 - \frac{4}{3}\right)(\Omega + \Delta) = f_0, \quad (33)$$

где $\Omega = \delta/\omega_{p1}$, $\Delta = \Delta\omega/\omega_{p1}$, $f_0 = 26^2 \epsilon^2 / \alpha^{1/2}$
(см. (13)). Для интерпретации решений (24) удобен параметр

$$\gamma = E_{k_0} / E_{k_1+k_2}^{\text{эфф}} = \frac{3/4}{\Omega^2 - 3/4},$$

где $E_{k_0} = -\frac{i}{3} \alpha E_p \rho_1$ — фурье-гармоника поля пространственного заряда в сносных колебаниях, $E_{k_1+k_2}^{\text{эфф}} = i b a_1 a_2 / E_p$ включает комбинационное электрическое поле и пересчитанную нелинейную ВЧ силу, действующую на частицы пучка в поле плазменных волн. Рассмотрим решения (33).
а) $\epsilon |\sigma| \sqrt{2} \ll \alpha^{1/4}$ — слабые накачки. Полагая $\Delta = 2/\sqrt{3}$ (резонанс комбинационной ВЧ силы с полем отрицательной энергии), находим

$$|\text{Im } \delta| \approx \alpha^{1/4} \epsilon |\sigma| \left(\frac{3}{4}\right)^{1/4} \omega_p \ll \omega_{p1}, \quad \gamma \sim f_0^{-1/2} \gg 1. \quad (34)$$

В данном случае развивается параметрическая неустойчивость, исследованная в п. 1, 2.

б) при $\epsilon |\sigma| \sqrt{2} \sim \alpha^{1/4}$ инкремент $|\text{Im } \delta| \sim \omega_{p1}$ и $\gamma \sim 1$, т.е. плазменные волны взаимодействуют с само-согласованно движущимися частицами пучка.

в) $(\epsilon \sigma)^{4/3} \gg \alpha^{1/3}$ — сильные накачки. Перепишем (33) в виде $(b^2 - \xi)(b + q) = \frac{1}{4} f_0^{-2/3}$, где $b = \Omega f_0^{-1/3}$, $q = \Delta f_0^{-1/3}$, $\xi = \frac{1}{3} f_0^{-2/3} \ll 1$. Границы области непрозрачности можно найти как точки ветвления функции $\delta(q)$ ($d\delta/dq = \infty$). С помощью теории возмущений при $\xi \ll 1$ находим правую и левую границы:

$$\Delta\omega_r = \frac{3}{4^{1/3}} f_0^{1/3} \omega_{p1}, \quad \Delta\omega_l = -\frac{3}{4} f_0 \omega_{p1}. \quad (35)$$

Из (35), в частности, следует, что $|\Delta\omega_l| \gg \Delta\omega_r$. Когда $\xi = 0$ максимум инкремента достигается при $\Delta = 0$ (резонанс ВЧ силы с частицами пучка). При $\xi \ll 1$ находим

$$\text{Im } \delta = -\frac{\sqrt{3}}{2^{2/3}} (\alpha \epsilon^2 \epsilon^2)^{1/3} \omega_p, \quad \Delta\omega_{\text{max}} \approx \frac{4}{3} f_0^{-1/3} \omega_{p1} \ll \Delta\omega_r.$$

Инкремент нелинейной неустойчивости, как следует из (36), меньше пучкового [11]. В данном случае $\gamma \sim \gamma_0^{2/3} < 1$ и движение частиц пучка является по существу кинематическим. На рис. 4 приведены результаты численного решения (33) при различных γ_0 ^{*)}. Виден переход от резонанса комбинационного поля с волной отрицательной энергии к резонансу со сносными колебаниями пучка при увеличении γ_0 .

Рассмотренная неустойчивость согласно (31) приводит к одновременному нарастанию плазменных волн и может быть интерпретирована как нелинейное излучение плазменных волн частицами холодного пучка. В то же время максимальное изменение амплитуды сильной волны оказывается малым (см. ниже), т.е. эта неустойчивость является по существу параметрической на всех стадиях.

Рассмотрим насыщения нелинейной неустойчивости в случае сильных накачек ($G^{4/3} \epsilon^{4/3} \gg \alpha^{1/3}$), когда можно пренебречь в (30) влиянием самосогласованного поля пространственного заряда пучка и плазмы. Пренебрегая изменениями накачки на всех стадиях процесса, перейдем в (30) к безразмерным переменным,

$$\tau = (4\epsilon^2 \epsilon^2 \alpha)^{1/3} \omega_p t, \quad \nu = G/U_0 \left(\frac{G^2 \epsilon^2 \alpha}{2} \right)^{1/3},$$

$$\delta = i a_2 / \left(\frac{\alpha^2 \epsilon \epsilon}{4} \right)^{1/3} E_p \frac{a_{10}^*}{A_{10}}, \quad \xi = R/\lambda. \quad (37)$$

В результате получим уравнения вида

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{\nu}{2\xi}, \quad \frac{d\nu}{d\tau} = -Re \delta e^{-i\Delta\tau - 2\pi i \xi}$$

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi_0 e^{i\Delta\tau + 2\pi i \xi} (\nu(0) = 0, \xi(0) = \xi_0), \quad (38)$$

где $\Delta = \Delta\omega/\omega_p (4\epsilon^2 \epsilon^2 \alpha)^{1/3}$. Система (38) совпадает

^{*)} Кривые 1-7 инкременты неустойчивости при $\gamma_0 = 0,04; 0,5; 1; 2,5; 10; 18,5$ соответственно.

с уравнениями, описывающими резонансное взаимодействие холодного пучка с плазменной волной, подробно исследованными в [14, 15]. Резонанс комбинационного поля с частицами пучка ($\Delta = 0$) соответствует максимуму неустойчивости. Нарастание волны A_2 приводит к захвату частиц комбинационным полем и биениям амплитуды $|\xi|$ между значениями 0,5 и 1,5 с периодом $\Delta\tau = 6$ (при $\Delta = 0$). Эти биения не затухают в виду отсутствия размешивания в моноскоростном пучке. Максимальный уровень плазменного поля

$$A_{2max} \approx 1,5 \left(\frac{\alpha^2 \xi^2}{4} \right)^{1/3} < \xi^2 \xi^2 A_{10} \quad (39)$$

Оправдывает приближение заданного поля на всех стадиях процесса (неравенство в (39) отвечает случаю $|\xi| \xi > \alpha^{1/4}$). Можно показать также, что смещение частот плазменных волн, не связанное с резонансным взаимодействием, и темп изменения накачки $|\dot{a}_1, \dot{a}_2^{-1}|$ малы в сравнении с инкрементом неустойчивости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные резонансные взаимодействия характеризуются одновременным нарастанием плазменных волн и могут быть истолкованы как проявления нелинейной неустойчивости моноскоростного пучка в плазме. В этом смысле они являются аналогом отрицательного нелинейного поглощения Ландау на резонансных частицах в горячей плазме [1].

В области слабых начальных полей неустойчивость пучка проявляется как взрывное взаимодействие плазменных волн с пучковой модой. При этом энергия у потока отбирается посредством возбуждения в нем моды с отрицательной энергией. Стабилизация этой неустойчивости связана с выходом волн из резонанса. Изменение амплитуд волн носит периодический характер во времени и уровень их насыщения слабо зависит от начальных условий. При достаточно сильной амплитуде одной из плазменных волн представление о слабой связи с нормальной волной пучка

становится непригодным и имеет место нелинейное взаимодействие плазменных волн с частицами холодного потока, движущимися самосогласованно или кинематически. В рассмотренной системе роль пространственного заряда пучка настолько значительна, что в той области начальных амплитуд, в которой происходит взаимодействие волн с частицами, изменение начальной амплитуды сильной волны, ограниченное энергетическими возможностями пучка, оказывается малым (параметрическая неустойчивость). Насыщение неустойчивости в последнем случае наступает при захвате частиц пучка полем комбинационной силы. Изменение амплитуды слабой плазменной волны при этом происходит так же как при нелинейной стабилизации пучковой неустойчивости [14].

Автор благодарен А.В.Гапонову и М.И.Рабиновичу за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

B. Coppi, M. N. Rosenbluth, R. N. Sudan. Ann. Phys., 55, 207 (1969).

H. Wilhelmsson. J. Plasma Phys., 3, part 2 215 (1969).

М.И. Рабинович, В.П. Реутов. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 16, 6, 815 (1973).

H. Wilhelmsson, L. Steneflo, J. Math. Phys. II, n.5 (1970).

М.И. Рабинович, В.П. Реутов, А.А. Цветков, ЖЭТФ, 67, 525 (1974).

С.М. Файнштейн, ЖТФ, 45, 1334 (1975).

T. A. Davydova, V. P. Pavlenko, K. P. Samrai. Plasma Phys., 17, n.9 (1975).

Р. Дж. Бриггс. Сб. Достижения физики плазмы. Мир, М., 1974.

J. Fukai, S. Krishan, E. J. Harris. Phys. Rev. Lett., 23, 910 (1969).

V. N. Oraevskii, V. P. Pavlenko, H. Wilhelmsson, E. Ya. Kagan. Phys. Rev. Lett., 30, 49 (1973).

А.Б. Михайловский. Теория плазменных неустойчивостей, 1, Атомиздат, М., 1970.

А.В. Гапонов, Л.А. Островский, М.И. Рабинович. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 13, 163 (1970).

Л.Г. Литвак, В.И. Петрухина, В.Ю. Трахтенгерц. Письма в ЖЭТФ, 18, 190 (1973).

И.Н. Онищенко, А.Р. Линецкий, Н.Г. Мациборко, В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко, Письма в ЖЭТФ, 12, 407 (1970).

В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко. Препринт ХФТИ 72-74, Харьков, 1972.

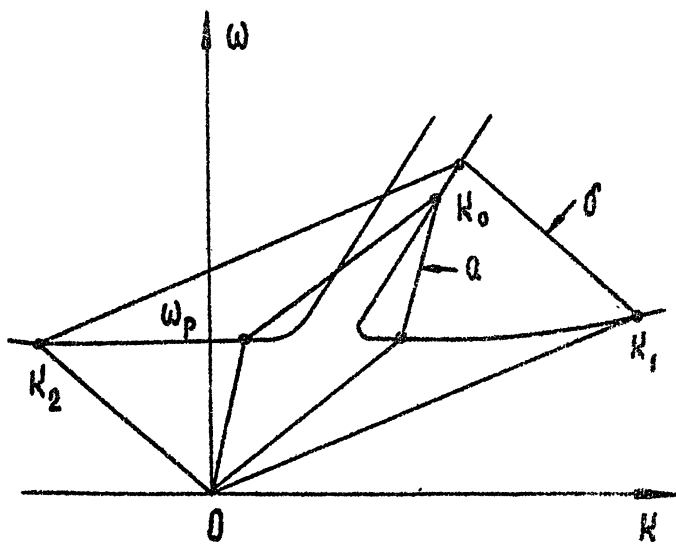


Рис. 1

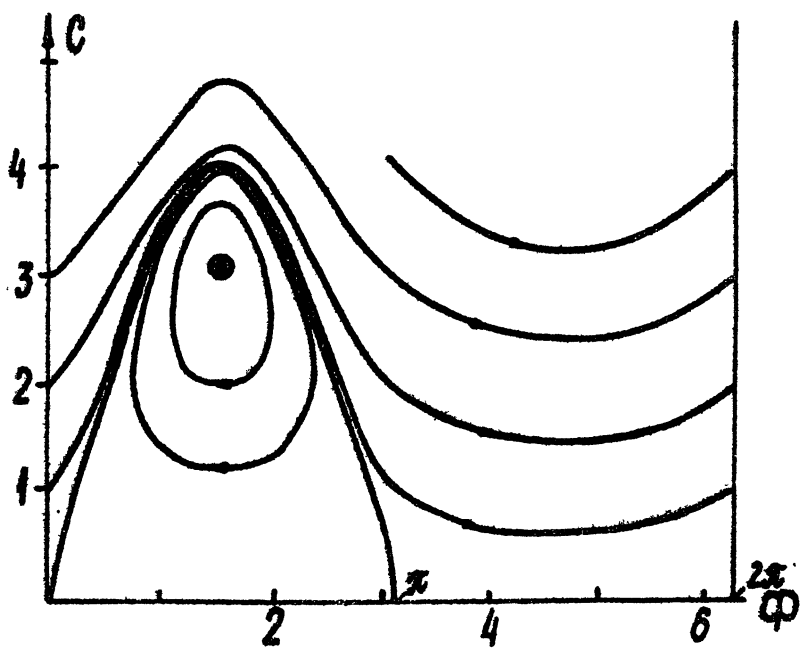


Рис. 2

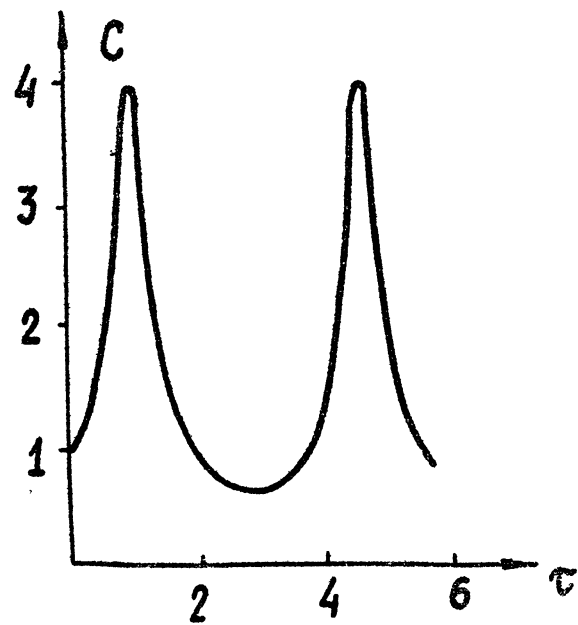


Рис. 3

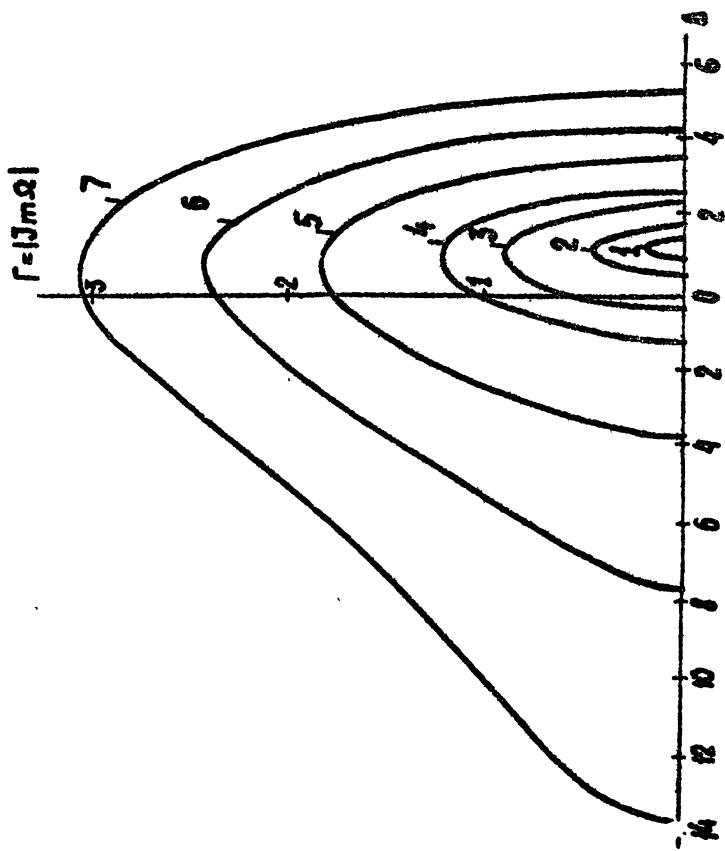


Рис. 4