Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Ордена Трудового Красного Знамени
Научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 95

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВИБРАТОРА ТИПА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ НЕСБАЛАНСИРОВАННОЙ МАССЫ

В.В. Гущин,

Ю.М. Заславский,

И.Д. Конюхова

Горький – 1976 г.

Развитие сейсмологии, в частности, активных методов вибрационного просвечивания земли, поставило задачу разработки сейсмических вибраторов различного типа. Используемые в промышленности и разрабатываемые сейсмические вибраторы различаются как по принципу действия (с реактивной массой, пресс, пульсирующая полость), так и по принципу преобразования энергии (механические, электромагнитные, электродинамические, гидравлические, реактивные). При разработке сейсмического вибратора важной проблемой является согласование вибратора с грунтом, условия оптимального излучения вибратора в грунт [1], [2].

При расчете вибраторов, работающих на поверхности земли и использующих для просвечивания объемные упругие волны, излучаемые вглубь земли, обычно не учитываются возбуждаемые ими поверхностные или рэлеевские волны. Однако, в некоторых режимах работы вибратора поверхностные волны могут достигать значительной интенсивности, превышающей интенсивность объемной волны. Учет поверхностного излучения вибратора существенно меняет условия согласования вибратора с грунтом. Кроме того, в некоторых задачах сейсмологии поверхностное излучение является не побочным эффектом, а основным излучением, необходимым для просвечивания поверхностных слоев.

Учет поверхностного излучения вибратора встречает некоторые трудности, поскольку задача об излучении поверхностной волны решена только для точечного источника гармонической силы [3] и для двумерного случая бесконечно вытянутого лентообразного излучателя [4].

В настоящей работе решена задача определения поля поверхностной волны, возбуждаемой гармонической вертикальной силой равномерно распределенной по площади в форме круга на границе твердой среды с воздухом, получено выражение для сопротивления излучения такого источника и проведен расчет сейсмического вибратора типа вращающейся несбалансированной массы+). Следует отметить, что результаты такого расчета могут быть использованы при исследовании колебаний различных станков и механизмов с вращающимися дисками, валами и т.п. и передачи этих колебаний на соседние конструкции и механизмы.

Вибратор состоит из вращающегося диска (массы M) с неуравновешанной массой m, расположенной на расстоянии d от оси вращения.

При вращении диска с частотой ω на опоры действует сила $\mathfrak{F} = m\omega^2 d$. Амплитуда скорости колебаний опор определяется соотношением [5]:

$$v = \frac{m\omega^2 d}{\sqrt{\left(\omega(M+m) - \frac{c}{\omega}\right)^2 + r^2}}, \qquad (1)$$

где c – жесткость крепления опор, r – активное сопротивление, определяемое добротностью механической системы.

Эквивалентная электрическая схема [3], отвечающая уравнению (1), имеет вид, представленный на рис. I. Здесь действующая сила эквивалентна генератору напряжения с э.д.с. равной $\omega^2 m d$, влияние массы учитывается введением индуктивного сопротивления $\omega(M+m)$, жесткость обеспечивает емкостное сопротивление схемы величиной $c/i\omega$ (эквивалентная емкость обратно про-

+) Вибраторы такого типа применяются в сейсмологии с конца 50-х годов для глубинного просвечивания Земли.[2](стр. 41) .

порциональна жесткости).

Если вибратор стоит на поверхности земли, то необходимо учесть энергию, идущую на излучение, и включить в схему сопротивление излучения. Поскольку вибратор не закреплен, то жесткостью "C" можно пренебречь. Собственным сопротивлением в системе R также пренебрегаем, считая, что оно существенно меньше сопротивления излучения. Сила $\mathcal{F}$ имеет две составляющие (амплитудой $\omega^2 m d$), смещенные по фазе на $\pi/2$, одна из них перпендикулярна поверхности земли, другая направлена вдоль поверхности, перпендикулярно оси вращения. Считаем, что горизонтальная составляющая приводит к свободному скольжению вибратора по поверхности и не дает излучения. Вертикальная составляющая силы вызывает рэлеевскую волну вдоль поверхности земли и продольную волну вглубь земли (в первом приближении).

Тогда эквивалентная электрическая схема вибратора имеет вид, изображенный на рис. 2, где обозначено: R_R – активная составляющая сопротивления излучения поверхностной волны, X_R – реактивная составляющая сопротивления излучения поверхностной волны. R_ℓ и X_ℓ – активная и реактивная составляющие сопротивления излучения продольной волны.

Для получения выражений сопротивления излучения поверхностной волны решим задачу определения поля рэлеевской волны, возбуждаемой синусоидальной силой, равномерно-распределенной по площадке S, расположенной на поверхности земли. В [3] решена задача определения поля рэлеевской волны для точечного гармонического источника силы. При решении задачи для распределенной силы ограничимся случаем, когда площадка имеет форму круга радиуса a. В этом случае цилиндрические функции являются собственными функциями волнового уравнения, и решение может быт, записано в виде [3]:

$$\xi_R = \frac{P}{2\pi\mu} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{k_t^2 \nu k}{\mathcal{F}(k)} H_0^{(1)}(kr)\psi(k)dk \,, \qquad (2)$$

$$\mathcal{F}(k) = (2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \nu \nu' \,,$$

где ξ_R – смещение в поверхностной волне на расстоянии r от источника, μ – модуль сдвига твердой среды, $k_t = \omega / c_t$ – волновое число сдвиговой волны $\nu = \sqrt{k^2 - k_\ell^2}$, $\nu' = \sqrt{k^2 - k_t^2}$, k_R и k_ℓ – волновые числа рэлеевской, продольной волн, $k_R = \omega / c_R$, $k_\ell = \omega / c_\ell$, c_t, c_R, c_ℓ – скорости распространения сдвиговой, рэлеевской и продольной волн, причем полная сила, равномерно распределенная по площади S, меняется по закону $P = P_0 e^{i\omega t}$.

$H_0^{(1)}(kr)$ – функция Ханкеля нулевого порядка

$$H_0^{(1)}(kr) = J_0(kr) + iN_0(kr)$$

$J_0(kr)$, $N_0(kr)$ – функции Бесселя и Неймана нулевого порядка.

$\psi(k)$ – пространственный спектр напряжения по Фурье–Бесселю.

Для силы, равномерно распределенной по площади πa^2 напряжение определяется функцией

$$\sigma(r) = \begin{cases} \dfrac{P}{\pi a^2}, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases}$$

Спектр напряжения определяется соотношением

$$\psi(k) = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a r J_0(kr)\, dr = \frac{1}{\pi a k} J_1(ka), \qquad (3)$$

где $J_1(ka)$ – функция Бесселя первого порядка.
При подстановке (3) в (2), получаем

$$\xi_R = \frac{P}{2\pi^2 \mu a} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_t^2 \nu}{F(k)} J_1(ka)\left[J_0(kr) + iN_0(kr)\right] dk. \qquad (4)$$

Корень уравнения $F(k) = 0$ равный k_R соответствует рэлеевской волне.

Вычисляя интеграл (4) методами теории вычетов 7, получаем:

$$\xi_R = \frac{p}{\pi\mu a}\,\frac{k_t^2\,\nu\,J_1(k_R a)}{\mathcal{F}'(k_R)}\left[N_0(k_R r) - i\,J_0(k_R r)\right]. \qquad (5)$$

Для определения сопротивления излучения нужно знать поле рэлеевской волны непосредственно под поверхностью S. Однако, в точке $r = 0$ функция $N_0(kr)$ имеет особенность, и выражение (5) справедливо только для области $r > a$. Представим смещение при $r < a$ в виде $(A + iB)J_0(kr)$, где A и B постоянные коэффициенты, определяемые из условия равенства смещений на границе $r = a$. При $r = a$ выполняется соотношение:

$$(A + iB)J_0(ka) = \frac{p}{\pi\mu a}\,\frac{k_t^2\,\nu\,J_1(k_R a)}{\mathcal{F}'(k_R)}\left[N_0(k_R a) - iJ_0(k_R a)\right]. \qquad (6)$$

Отсюда для A и B получаем выражения

$$A = \frac{p\,k_t^2\,\nu\,J_1(k_R a)\cdot N_0(k_R a)}{\pi\mu a\,\mathcal{F}'(k_R)\cdot J_0(k_R a)} \qquad (7)$$

$$B = \frac{p\,k_t^2\,\nu\,J_1(k_R a)}{\pi\mu a\,\mathcal{F}'(k_R)}\,. \qquad (8)$$

Скорость смещения частиц поверхности при $r < a$ определяется соотношением

$$v = i\omega\,(A + iB)\,J_0\,(k_R r)\,. \qquad (9)$$

В качестве точки приведения [6] выбираем точку $r = 0$. Скорость точки приведения определяется выражением

$$v_0 = i\omega (A + iB).$$ (10)

Распределение амплитуды скорости по поверхности

$$D_n = \frac{v}{v_0} = J_0(k_R r).$$ (11)

Реакция звукового поля на излучающую поверхность вычисляется на основании соотношения

$$R = -\int_S \sigma_n D_n \, dS,$$ (12)

где σ_n – давление на поверхности

$$\sigma_n = \frac{P}{\pi a^2}, \quad dS = 2\pi r \, dr.$$

При этом

$$R = -\frac{2P}{a^2}\int_0^a r J_0(k_R r)\, dr = -\frac{2P}{a k_R} \cdot J_1(k_R a).$$ (13)

Сопротивление излучения определяется соотношением

$$Z_R = \frac{R}{v_0}.$$ (14)

С учетом (13) и (10) получаем

$$Z_R = -\frac{2P J_1(k_R a)}{i\omega a k_R (A+iB)}.$$ (15)

Из (15) для активной и реактивной составляющих сопротивления излучения получаем

$$R_R = \frac{2P J_1(k_R a) B}{\omega k_R a (A^2+B^2)}$$ (16)

$$X_R = \frac{2P J_1(k_R a) A}{\omega k_R a (A^2+B^2)}$$ (17)

Подставляя (7) и (8) в (16) и (17), получаем

$$R_R = -\frac{2\pi\mu \mathcal{F}'(k_R) J_0^2(k_R a)}{k_R k_t^2 \nu \omega \left[J_0^2(k_R a) + N_0^2(k_R a)\right]} \quad (18)$$

$$X_R = \frac{2\pi\mu \mathcal{F}'(k_R) N_0(k_R a) J_0(k_R a)}{k_R k_t^2 \nu \omega \left[J_0^2(k_R a) + N_0^2(k_R a)\right]} \quad (19)$$

$$\mathcal{F}'(k_R) \cong k_t^3 \left\{ \frac{2\frac{C_R}{C_t}\left[4\left(\frac{C_t}{C_R}\right)^4 - 1\right] - 16\left[2\left(\frac{C_t}{C_R}\right)^2 - \left(\frac{C_t}{C_R}\right)^2\right]}{\left(\frac{C_R}{C_t}\right)^5 \left[2\left(\frac{C_t}{C_R}\right) - 1\right]^2} \right\} \quad (20)$$

Для идеальной среды при $\lambda = \mu$,(где λ – модуль сжатия), т.е. $C_\ell / C_t = \sqrt{3}$, коэффициент $\mathcal{F}'(k)$ получается равным $-3{,}5\,k_t^3$. Средой, близкой к идеальной, является металл. В более мягких по сравнению с металлом средах, модуль сдвига μ меньше модуля сжатия λ . В пределе для жидкой и газообразной сред можно считать модуль сдвига равным нулю. Для грунта получаем $\lambda = \xi\mu$, где $\xi \gg 1$.

Используя экспериментально определенные C_R и C_ℓ для песчаного грунта C_ℓ = 2000 м/сек, C_R = 300 м/сек, получаем ξ = 38, при этом $\mathcal{F}'(k_R) \cong -9{,}5 K_t^3$. Можно представить функцию $\mathcal{F}'(k_R)$ в виде

$$\mathcal{F}'(k_R) = -D(\xi)\, k_t^3 , \quad (21)$$

где $D(\xi)$ – постоянный множитель, определяемый свойствами грунта, а именно отношением модулей упругости $\lambda / \mu = \xi$.

Подставляя (21) в (18) и (19) и учтя, что $\mu = \rho c_t^2$, получаем

$$R_R = \frac{2D(\xi)\rho c_R S}{\frac{c_R}{c_t}\sqrt{1-\left(\frac{c_R}{c_\ell}\right)^2}} \cdot \frac{J_0^2(k_R a)}{(k_R a)^2\left[J_0^2(k_R a)+N_0^2(k_R a)\right]} \tag{22}$$

$$X_R = -\frac{2D(\xi)\rho c_R S}{\frac{c_R}{c_t}\sqrt{1-\left(\frac{c_R}{c_\ell}\right)^2}} \cdot \frac{N_0(k_R a)\, J_0(k_R a)}{(k_R a)^2\left[J_0^2(k_R a)+N_0^2(k_R a)\right]} \tag{23}$$

или

$$R_R = C(\xi)\rho c_R S \frac{J_0^2(k_R a)}{(k_R a)^2\left[J_0^2(k_R a)+N_0^2(k_R a)\right]} \tag{24}$$

$$X_R = -C(\xi)\rho c_R S \frac{N_0(k_R a)\, J_0(k_R a)}{(k_R a)^2\left[J_0^2(k_R a)+N_0^2(k_R a)\right]}, \tag{25}$$

где $C(\xi)$ – постоянная, определяемая отношением констант упругости $C(\xi) = 2D(\xi) / \frac{c_R}{c_t}\sqrt{1-\left(\frac{c_R}{c_\ell}\right)^2}$,

S – площадь поверхности излучателя, ρc_R – акустическое сопротивление среды. Сомножители вида

$J_0^2(k_R a)/(k_R a)^2\left[J_0^2+N_0^2\right]$ и $J_0(k_R a)N_0(k_R a)/(k_R a)^2\left[J_0^2+N_0^2\right]$

в (24), (25) зависят только от произведения $k_R a$, то есть от отношения размеров излучателя к длине волны и определяют частотную характеристику излучателя. На рис. 3 приведены частотные характеристики активной и реактивной составляющих сопротивления излучения рэлеевской волны, т.е. величин

$$\frac{R_R}{\rho c_R S} = \frac{C(\xi) J_0^2(k_R a)}{(k_R a)^2\left[J_0^2(k_R a)+N_0^2(k_R a)\right]}$$ и

$$\frac{X_R}{\rho c_R S} = \frac{C(\xi) N_0(k_R a) J_0(k_R a)}{(k_R a)^2 [J_0^2(k_R a) + N_0^2(k_R a)]}$$

в зависимости от произведения $k_R a$.

Из рис. 3 видно, что реактивная составляющая сопротивления излучения носит индуктивный характер почти на всем диапазоне частот, за исключением небольших участков.

На рис. 3 приведена также зависимость множителя $J_0^2(k_R a)/[J_0^2(k_R a)+N_0^2(k_R a)]$ от $k_R a$ (кривая 3), которая характеризует изменение активного сопротивления излучения при изменении размеров излучателя на постоянной частоте.

Максимум сопротивления излучения получается при $a = \lambda / \pi$. Для приближенного расчета сопротивления излучения продольных волн, распространяющихся вглубь земли, воспользуемся выражением для сопротивления излучения в грунт осциллирующей сферы, полученным в работе [2]:

$$Z_\ell = \frac{1}{3} \rho c_\ell S \frac{(1+ik_\ell a)(3\gamma^2+3i\gamma k_\ell a - k_\ell^2 a^2)}{ik_\ell a[-k_\ell^2 a^2 + (2+\gamma) i k_\ell a + 2 + \gamma^2]}, \quad (26)$$

где $\gamma = c_t / c_\ell$.

Учитывая, что у осциллирующей сферы эффективная площадь излучения равна 1/3 площади всего излучателя, будем считать, что выражение $3 Z_\ell$ приближенно описывает сопротивление излучения продольных волн для площадки в бесконечном пространстве. Учет влияния границы приводит к множителю 1/2 в выражении (26).

При c_t = 314 м/сек и c_ℓ = 2000 м/сек, γ = 0, 157, и для активной и реактивной составляющих из (26) получаются выражения:

$$R_\ell = \frac{\rho c_\ell S}{2} \frac{k_\ell^4 a^4 + 0{,}62 k_\ell^2 a^2 + 0{,}93}{k_\ell^4 a^4 + 0{,}6 k_\ell^2 a^2 + 4{,}15} \quad (27)$$

$$X_\ell = \frac{\rho c_\ell S}{2} \cdot \frac{0,69 k_\ell^4 a^4 + 1,88 k_\ell^2 a^2 - 0,14}{k_\ell a (k_\ell^4 a^4 + 0,6 k_\ell^2 a^2 + 4,15)} . \qquad (28)$$

На рис. 4 приведены зависимости $2R_\ell / \rho c_\ell S$ и $2X_\ell / \rho c_\ell S$ от $k_\ell a$.

Из рис. 4 видно, что реактивное сопротивление излучения носит емкостной характер при малых $k_\ell a$ ($k_\ell a < 0,5$), и индуктивный при $k_\ell a > 0,5$. Из сравнения рис. 3 и рис. 4 видно, что при малых $k_R a$ и $k_\ell a$, т.е. для излучателей малых размеров, активное сопротивление излучения рэлеевской волны значительно превышает активное сопротивление излучения продольной волны, т.е. большая часть излучаемой энергии уходит в поверхностную волну. Из эквивалентной схемы (рис. 2) очевидно, что отношение мощностей излучения различных типов пропорционально отношению активных составляющих их сопротивлений излучения. Таким образом, частотные зависимости сопротивлений излучения (рис. 3 и 4) могут быть использованы при разработке сейсмоизлучателя для выбора размеров излучателя или частоты излучения на основании требований к соотношению мощностей излучения различных волн. При конкретном расчете отношения мощностей следует учесть значения числовых коэффициентов $C(\xi)$ для рэлеевской волны и 1/2 для продольной волны. Для $\xi = 38$ коэффициент $C(\xi)$ получается равным ~ 20.

Зная сопротивления излучения продольных и поверхностных волн можно рассчитать скорость смещения точек грунта непосредственно под излучателем по формуле:

$$v = \frac{\omega^2 m d}{\sqrt{(R_R + R_\ell)^2 + (\omega M + X_R + X_\ell)^2}} . \qquad (29)$$

Зависимость $v(\omega)$ представляет собой частотную характеристику излучателя.

На рис. 5 представлена частотная характеристика сейсмовибратора, для следующих значений параметров:

m = 65 г, d = 3 см, M = $2 \cdot 10^4$ г, a ≈ 12 см (a – эффективный радиус площади излучения, реальный вибратор имеет прямоугольную площадку S = 30 см х 15 см, $a \cong \sqrt{S/\pi}$), ρ = 2 г/см^3, C_ℓ = = 2000 м/сек, C_R = 300 м/сек. По оси абсцисс отложены значения частоты $f = \omega / 2\pi$ в герцах, по оси ординат амплитуда скорости в см/сек. Отношение активных сопротивлений излучения релеевской волны и продольной для данного вибратора в исследуемом диапазоне частот (R_R / R_ℓ) изменяется от величины $2{,}3 \cdot 10^3$ для частоты 20 гц до величины $2{,}3 \cdot 10^2$ для частоты 100 гц. Таким образом, очевидно, что в данном случае энергия, идущая в поверхностное излучение, на 2–3 порядка больше энергии излучения вглубь земли.

Исследуемый диапазон частот соответствует рабочему диапазону частоты вращения ротора реального сейсмовибратора. Крестиками на рис. 5 представлены результаты экспериментальных измерений скорости колебаний точек грунта, зарегистрированных сейсмоприемником типа СПЭН-1, установленным на расстоянии 10 м от сейсмовибратора. Экспериментальные результаты, несмотря на их малочисленность, явно свидетельствуют о резонансном характере частотной характеристики излучателя, имеющей максимум на частоте 60–70 гц. Это отличие от расчетной характеристики, по-видимому, объясняется условиями контакта сейсмовибратора с грунтом. При расчете частотной характеристики вибратора контакт излучающей поверхности с грунтом считается идеальным и при этом жесткость крепления вибратора считается равной нулю. Это идеализированные условия. В реальных условиях, если вибратор просто стоит на земле, контакт с грунтом получается неполным, и форма колебаний искажается. Для получения колебаний синусоидальной формы вибратор приходится закапывать в грунт вблизи поверхности и прижимать грузом.

Учесть это в теоретическом расчете можно введением эквивалентной жесткости крепления вибратора. Оллако, величину эквивалентной жесткости можно получить только на основании эксперементальных данных. В дальнейшем предполагается провести широкие экспериментальные исследования условий контакта вибратора с грунтом при различных формах закрепления вибратора и различных типах грунта.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.С.Чичинин.
Исследование механизма формирования продольных и поперечных сейсмических волн источником, заданным в виде осциллирующего шара. Измерительная аппаратура для разведочной геофизики, АН СССР СО, Ин-т автоматики и электрометрии. Новосибирск, 1973.

2. А.В.Николаев, Е.В.Артюшков, И.С.Чичинин, П.А. Троицкий, И.Н.Галкин.
Вибрационное просвечивание земли. Ин-т физики земли АН СССР, 1974.

3. Ewing M.W.,Jardetzky W.S.,Press F. Elastic waves in layered media, McGraw-Hill.N.-Y.1957.

4. И.А.Викторов.
Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. "Наука", М., 1966 г..

5. Ф.М.Диментберг.
Изгибные колебания вращающихся валов. Из-во АН СССР, М., 1959.

6. С.В.Фурдуев.
Электроакустика. ОГИЗ 1948. Москва-Ленинград.

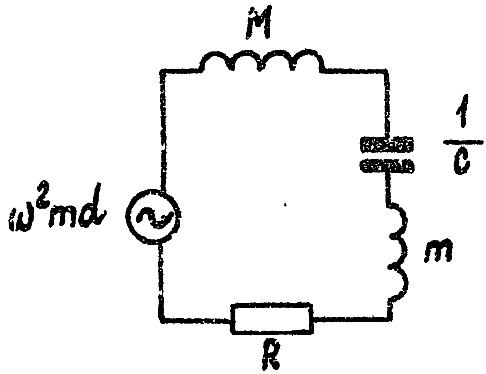


Рис. 1

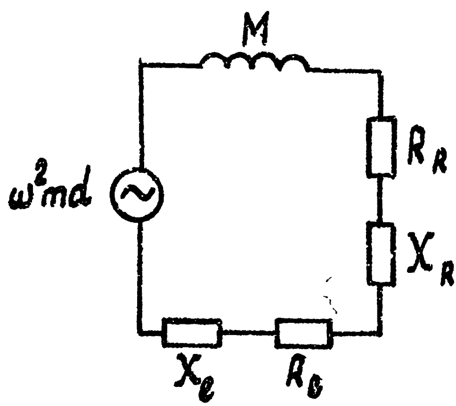


Рис. 2.

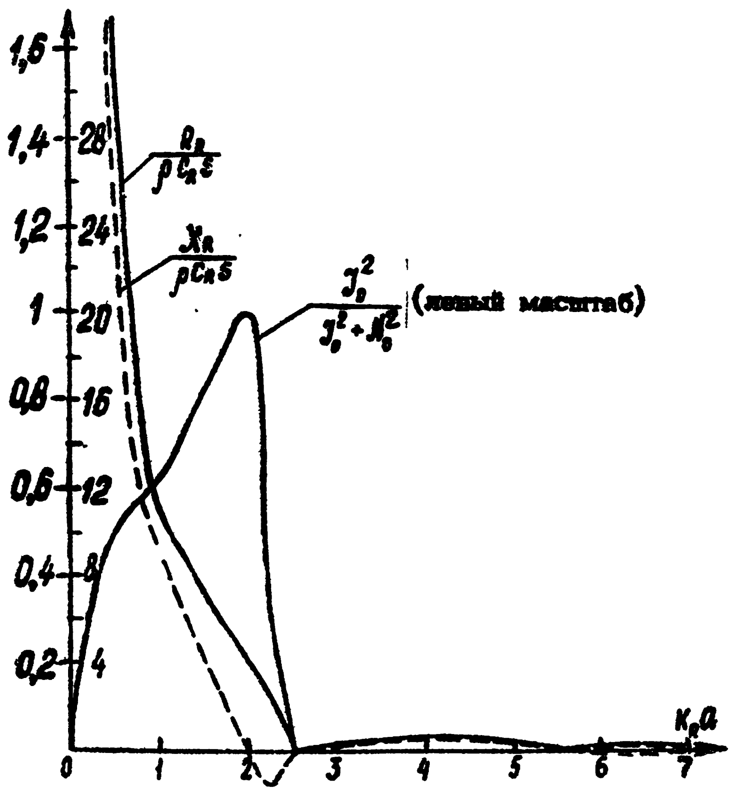

1,6
1,4
28
1,2
24
1
20
0,8
16
0,6
12
0,4
8
0,2
4
0
1
2
3
4
5
6
7
$K_n a$
$\frac{R_n}{\rho c_n S}$
$\frac{X_n}{\rho c_n S}$
$\frac{J_0^2}{J_0^2 + N_0^2}$ (левый масштаб)

Рис. 3

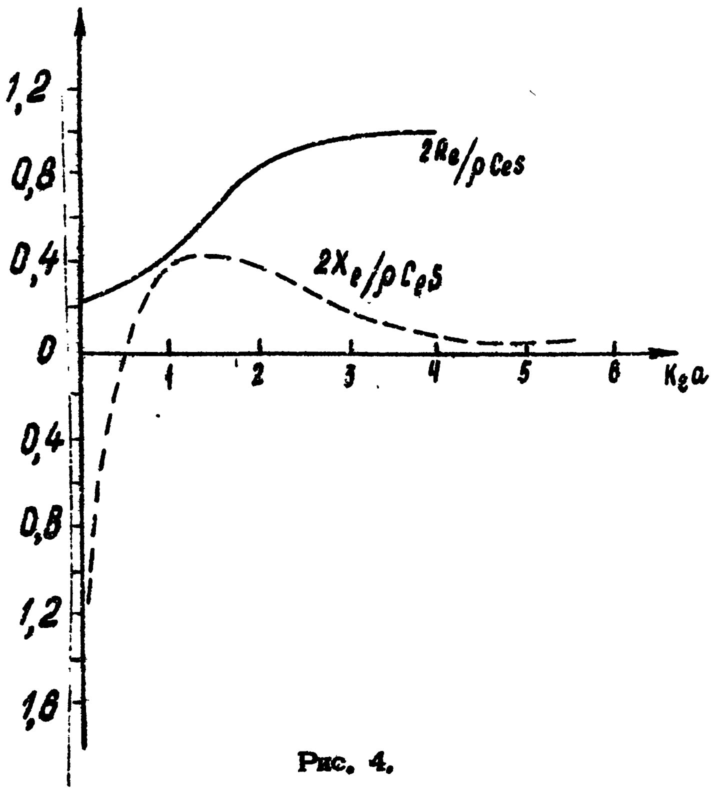
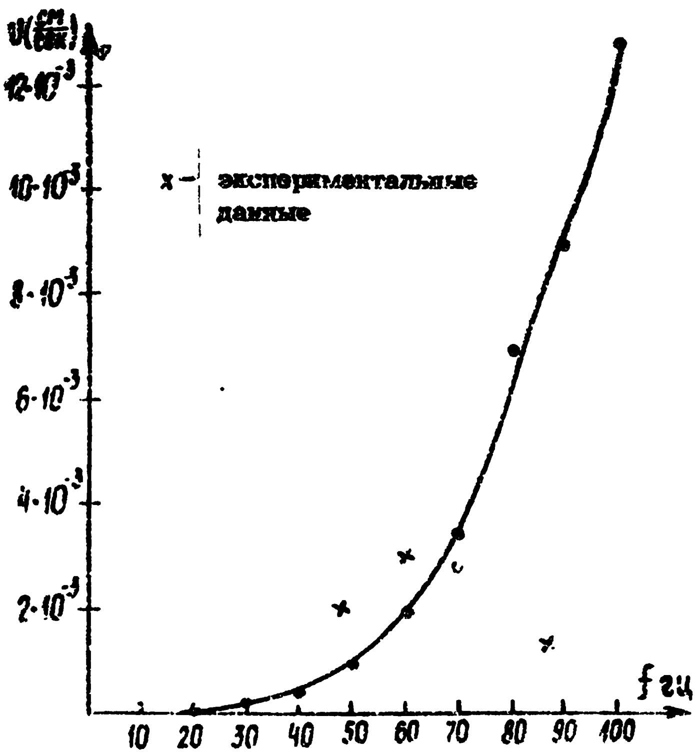


Рис. 4.



x — экспериментальные данные
12·10⁻³
10·10⁻³
8·10⁻³
6·10⁻³
4·10⁻³
2·10⁻³
f гц
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

Рис. 5.