

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РСФСР

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НИРФИ)

Преприят № 114

ТЕПЛОВАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В НЕОДНОРОДНОЙ
ПЛАЗМЕ. ЧАСТЬ 1. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

С.М. Грач,
А.Н. Караштин,
Н.А. Митяков,
В.О. Рапопорт,
В.Ю. Трахтенгерш

Горький - 1978 г.

Эксперименты по воздействию на ионосферную плазму радиоизлучением мощных КВ передатчиков, проведенные в СССР [1,2] и США [3], показывают, что вблизи уровня отражения обыкновенной волны в F области возникают вытянутые вдоль геомагнитного поля неоднородности электронной концентрации с широким спектром поперечных размеров (от десятков см до км). Возбуждение крупномасштабных неоднородностей с размерами, превышающими длину волны накачки ($\ell_{\perp} > \lambda_t$) связывают с неустойчивостью самофокусирующего типа электромагнитных волн в магнитоактивной плазме [4]. В настоящей работе рассмотрен механизм мелкомасштабного ($\ell_{\perp} < \lambda_t$) расслоения ионосферной плазмы: под воздействием мощного радиоизлучения. Согласно [3], такое мелкомасштабное расслоение наблюдалось и в тех случаях, когда интенсивность волны накачки была значительно ниже порога ξ_n^c стрихционнй параметрической неустойчивости⁺⁾ , с которой обычно связывают эффекты турбулизации плазмы в поле интенсивной электромагнитной волны. Время развития такого расслоения составляет несколько секунд, что в условиях F - слоя ионосферы близко к характерному времени установления температуры $\tau_T \sim (\delta v_e)^{-1}$ (δ - доля энергии, теряемой электроном при одном соударении с тяжелой частицей). Временные и пространственные масштабы указанного расслоения позволяют сделать предположение о важной роли тепловых параметрических эффектов в ионосферной плазме. Такая тепловая параметрическая неустойчивость (ТПН), когда низкочастотные возмущения плазмы образуются путем нагрева плазмы в пучностях суммарного поля поперечной и продольной волн, в однородной плазме была исследована в [5,6]⁺⁺⁾. Продольные волны появляются в результате рассеяния поперечной волны накачки на низкочастотных возмущениях плазмы [7].

⁺⁾ В однородной плазме $\xi_n^c = \left(\frac{W_t}{NT} \right)_n \approx 4v_e / \omega_t$; W_t - плотность энергии волны накачки, N и T - концентрация и температура электронов, v_e - частота электронных соударений.

⁺⁺⁾ Расслоение изотропной плазмы, обусловленное тепловой нелинейностью, впервые было исследовано в [15].

Согласно [5,6] порог ТПН определяется электронной теплопроводностью и

равен

$$\tau_n^T = \frac{|E^t|_n^2}{4\pi N T} = \frac{3\nu_e}{2\omega_t} (\delta + \alpha_{\parallel}^2 \ell_e^2 + \alpha_{\perp}^2 \rho_e^2) K_T^{-1}, \quad (1)$$

где $\ell_e = \left(\frac{T}{m\nu_e^2}\right)^{1/2}$ - длина свободного пробега, $\rho_e = \left(\frac{T_e}{m\omega_{He}^2}\right)^{1/2}$ - гирорадиус электронов, α_{\parallel} и α_{\perp} - компоненты волнового вектора неоднородности, параллельная и перпендикулярная магнитному полю \vec{H}_0 , K_T - коэффициент порядка единицы.

Порог (1) мал по сравнению с порогом стрихионной параметрической неустойчивости при $\alpha_{\parallel}^2 \ell_e^2 \ll 1$, $\alpha_{\perp}^2 \rho_e^2 \ll 1$. Кроме того, масштаб возникающих неоднородностей ограничен сверху значением $\alpha^2 = \omega_t^2/c^2$, что связано с особенностями дисперсионного уравнения плазменных волн в магнитной поле [5,7]. С наименьшим порогом, очевидно, возбуждаются сильно вытянутые вдоль \vec{H}_0 неоднородности с $\alpha_{\parallel} \rightarrow 0$. В F слое ионосферы, например, когда угол $\alpha = \angle(\vec{H}_0, \nabla N)$ мал, продольные масштабы неоднородностей могут сравниваться с масштабом регулярной неоднородности ионосферы L . Кроме того, на масштабах $\ell_{\parallel} \sim \frac{2\pi}{\alpha_{\parallel}} > \ell_e$ сильно меняется волновой вектор плазменной волны и результаты, полученные для однородной плазмы, становятся, естественно, неприменными.

Значение пороговых полей ТПН в неоднородной плазме можно оценить из простых энергетических соображений, используя (1) и тот факт, что порог неустойчивости определяется балансом поступления и потерь энергии. Действительно, в неоднородной среде нагрев плазмы происходит на масштабе синхронизма

$$\ell_c = \left| \pi \frac{\partial \Delta K}{\partial z} \right|_{z=z_0}^{-1/2} = \left| \pi \frac{dk_{pz}}{dz} \right|^{-1/2}, \quad \text{где } \Delta K(z_0) = K_t - K_{pz} = 0^{+}$$

\vec{k}_t, \vec{k}_p - волновые векторы поперечной и плазменной волн. Вследствие теплопроводности эта энергия распределяется на масштабе последней $L_{T0} = \ell_e (\delta + \alpha_{\perp}^2 \rho_e^2)^{-1/2} \gg \ell_c$. Кроме того, характерное время существования плазменных волн в области синхронизма в неоднородной среде оказывается существенно меньше, чем в однородной, поскольку оно определяется не затуханием плазменных волн с характерным временем $\tau_1 = \nu_e^{-1}$, а выносом энергии

*) Свойства среды меняются вдоль оси z .

из области взаимодействия ($\tau_2 = \ell_c / V_z$, V_z - проекция групповой скорости плазменных волн на ось z). Таким образом, общее уменьшение эффективности нагрева плазмы в неоднородной среде будет характеризоваться фактором

$$\chi = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\ell_c}{L_{T0}} = \frac{\nu_e \ell_c^2}{L_{T0} V_z} \quad (2)$$

Выражение (2) можно упростить, если воспользоваться очевидными равенствами:

$$\left| \frac{dk_p}{dz} \right| = \left| \frac{\partial \xi}{\partial k_{pz}} \right|^{-1} \left| \frac{\partial \xi}{\partial z} \right|; \quad |v_z| = \left| \frac{\partial \omega}{\partial k_{pz}} \right| = \left| \frac{\partial \xi / \partial k_{pz}}{\partial \xi / \partial \omega} \right|; \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dz} \sim \frac{1}{L}$$

L - масштаб регулярной неоднородности плазмы, $\frac{\partial \xi}{\partial \omega} = \frac{2}{\omega}$ для плазменных волн.

Таким образом $\chi = 2\pi \frac{\nu_e}{\omega} \frac{L}{L_{T0}}$. Если домножить правую часть (1) на χ^{-1} , то получим выражение для порога ТПН в неоднородной среде

$$\varepsilon_n^T \approx \frac{\ell_e}{L} (\delta + \alpha^2 \rho_e^2)^{1/2} \quad (3)$$

Порог (3) сильно отличается от (1).

Строгое рассмотрение, проведенное ниже, приводит к такому же (с точностью до коэффициентов порядка единицы) результату, однако выявляет ряд особенностей. В частности, неустойчивость в неоднородной плазме появляется только при наличии точек поворота для плазменной и электромагнитной волн.

Ниже в § 1 получено уравнение переноса амплитуды электромагнитных волн в плавнеоднородной среде в приближении геометрической оптики и исследовано дисперсионное уравнение плазменных волн. В § 2 решены уравнения амбиполярной диффузии и теплопроводности с источником нагрева для низко-частотных возмущений концентрации и температуры плазмы. В §§ 3,4 получено и исследовано дисперсионное уравнение ТПН, найдены пороги и инкременты неустойчивости.

Нелинейная теория тепловой параметрической неустойчивости рассмотрена во второй части работы [14]. В [14] проведено также сопоставление результатов теории с экспериментом.

§ 1. Распространение плазменных волн в плавнонеоднородной среде.

Как известно, распространение электромагнитных волн в плазме описывается волновым уравнением:

$$\Delta \vec{E} - \text{grad div } \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}_{\text{стор.}}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

где связь между векторами электрической индукции \vec{D} и напряженности электрического поля \vec{E} задается материальным уравнением:

$$D_i(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\vec{r}' \epsilon_{ij}(\vec{r}-\vec{r}'; t-t'; \frac{\vec{r}+\vec{r}'}{2}) E_j(\vec{r}'; t'). \quad (1.2)$$

В уравнении (1.2) считается, что среда стационарна и слабонеоднородна. Последнее обстоятельство учтено зависимостью тензора диэлектрической проницаемости ϵ_{ij} от $\frac{\vec{r}+\vec{r}'}{2}$. В (1.1) $\vec{j}_{\text{стор.}}$ — ток, возбуждаемый сторонними источниками. В задаче о тепловой параметрической неустойчивости (ТПН) этот ток вызван низкочастотными возмущениями концентрации плазмы n (N — полная концентрация):

$$j_{\text{стор.}i}(\vec{r}; t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int d\vec{r}' \int dt' \frac{\partial \epsilon_{ij}(\vec{r}-\vec{r}'; t-t'; \vec{r})}{\partial n} n(\vec{r}, t) E_j(\vec{r}'; t'). \quad (1.3)$$

Пусть

$$\vec{E}(\vec{r}; t) = \vec{E}_\omega(\vec{r}; t) e^{-i\omega t + i\psi(\vec{r})} \quad (1.4)$$

причем $\nabla\psi = \vec{k}(\vec{r})$. Введем в (1.2) новые координаты $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$, $\tau = t - t'$. Если неоднородность среды и сторонние токи слабо влияют на свойства плазмы, то ϵ_{ij} ; E_ω ; ψ можно разложить в ряд:

$$\epsilon_{ij}(\tau; \vec{R}; \vec{r} - \frac{\vec{R}}{2}) = \epsilon_{ij}(\tau; \vec{R}; \vec{r}) - \frac{R_e}{2} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial r_e} \quad (1.5)$$

$$\psi(\vec{r} - \vec{R}) = \psi(\vec{r}) - \vec{k} \vec{R} \quad (1.6)$$

$$E_{\omega j}(t-\tau; \vec{r}-\vec{R}) = E_{\omega j}(\vec{r}, t) - \tau \frac{\partial E_{\omega j}}{\partial t} - R_e \frac{\partial E_{\omega j}}{\partial r_e} \quad (1.7)$$

Подставляя (1.4)–(1.7) в (1.2), получаем связь между \vec{D} и \vec{E} в виде:

$$D_{ij}(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t + i\psi(\vec{r})} \left[\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}, \vec{r}) E_{\omega j}(\vec{r}, t) + i \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial \omega} \frac{\partial E_{\omega j}}{\partial t}(\vec{r}, t) - \right. \\ \left. - i \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial k_j} \frac{\partial E_{\omega j}}{\partial r_j}(\vec{r}, t) - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 \epsilon_{ij}}{\partial k_j \partial r_j} E_{\omega j}(\vec{r}, t) \right]. \quad (1.8)$$

где [8]

$$\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}, \vec{r}) = \int_0^{\infty} dt \int d\vec{R} \epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}, \vec{r}, \tau) e^{i\omega\tau - i\vec{k}\vec{R}}. \quad (1.9)$$

Далее, подставляя (1.4) в (1.1) и учитывая (1.8), (1.9), в нулевом приближении геометрической оптики находим дисперсионное уравнение для нормальных волн:

$$\det \|D_{ij}\| = \det \left\| -k^2 \delta_{ij} + K_i K_j + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij}^{(H)}(\omega, \vec{k}, \vec{r}) \right\| = 0, \quad (1.10)$$

где $\vec{k} = \nabla\psi(\vec{r})$, $\epsilon_{ij}^{(H)}$ — эрмитова часть тензора $\hat{\epsilon}$. Из (1.10) можно получить выражение для $\omega(\vec{k}, \vec{r})$ и векторов поляризации нормальных волн \vec{a} . Домножая (1.1) скалярно на \vec{a}^* , учитывая (1.4) и (1.10), получаем уравнение первого приближения для $E_{\omega}(\vec{E}_{\omega} = E_{\omega} \vec{a})$

$$\frac{\partial D}{\partial \omega} \frac{\partial E_{\omega}}{\partial t} - \frac{\partial D}{\partial \vec{k}} \frac{\partial E_{\omega}}{\partial \vec{r}} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D}{\partial k \partial \vec{r}} E_{\omega} - i (a_i^* \epsilon_{ij}^{(A)} a_j) E_{\omega} = \\ = - \frac{4\pi i}{c^2} \frac{1}{a^2} \frac{\partial j_{\text{внеш}}}{\partial t} e^{i\omega t - i\psi(\vec{r})}, \quad (1.11)$$

где $\epsilon_{ij}^{(A)}$ — антиэрмитова часть тензора $\hat{\epsilon}$; (1.12)

$$D = a_i^* D_{ij} a_j = -k^2 + |\vec{k} \vec{a}|^2 + \frac{\omega^2}{c^2} (a_i^* \epsilon_{ij}^{(H)} a_j)$$

и в нулевом приближении $D = 0$.

Исследуем дисперсионное уравнение (1.10) для $v \approx 1$ и $u \ll 1$.

$v = \omega_{pe}^2 / \omega^2$; $u = \omega_{ne}^2 / \omega^2$; ω_{pe} и ω_{ne} — плазменная и циклотронная частоты электронов. В плазме в таком случае существует "обыкновенная" волна с показателем преломления, обращающимся в нуль при $v = 1$ и

так называемая "z" - мода - необыкновенная волна, переходящая в плазменную при $k^2 = k_0^2$ ($k_0 = \omega/c$). Дисперсионное уравнение для этой волны имеет вид [9]:

$$3uvk^4\rho_e^2 - (1-u-v+uv\cos^2\theta)k^2 + 2[(1-v)^2 + uv\cos^2\theta - u(2-v)]k_0^2 = 0, \quad (1.13)$$

где $\theta = \angle(\vec{k}, \vec{H}_0)$; $\cos^2\theta = \frac{k_{\parallel}^2}{k^2}$; k_{\parallel} - компонента волнового вектора \vec{k} ; направленная по магнитному полю \vec{H}_0 . Поляризация этой волны почти продольна [9], $\vec{E} \parallel \vec{k}$. Уравнение (1.13) мы будем решать в следующих предельных случаях: 1) можно пренебречь пространственной дисперсией (первый член в (1.13)) и 2) можно пренебречь зависимостью k от k_0 (третий член в (1.13)). В случае 1) связь между k_{\parallel} и k_{\perp} (компонентой \vec{k} , перпендикулярной \vec{H}_0) выглядит следующим образом:

$$k_{\parallel}^2 = \frac{-k_{\perp}^2 [2(1-v) - u] \pm \sqrt{k_{\perp}^4 u - 4u(1-v)k_{\perp}^2 k_0^2}}{2(1-v)} \quad (1.14)$$

причем знак "-" соответствует распространяющейся волне при $1-v < \frac{u}{2}$, а знак "+" при $1-v = u$. Продольная компонента волнового вектора $k_{\parallel} = 0$ при $k_{\perp}^2 = uk_0^2/(u+v-1)$. В случае 2)

$$k_{\parallel}^2 = \frac{1-u-v+uv - 6k_{\perp}^2\rho_e^2 uv \pm \sqrt{(1-u-v+uv)^2 - 12k_{\perp}^2\rho_e^2 uv}}{6\rho_e^2 uv} \quad (1.15)$$

причем знак "-" соответствует распространяющейся волне при $u > 1-v$.

Продольная компонента волнового вектора обращается в нуль в случае

$1-v > u$ при $k_{\perp}^2 = \frac{1-u-v}{3uv\rho_e^2}$; $k_{\perp} = 0$ при $k_{\parallel}^2 = \frac{(1-u)(1-v)}{3uv\rho_e^2}$.
Зависимость k_{\parallel} от k_{\perp} (1.13) при различных соотношениях между u и v ($u < 1$) приведена на рис. 1. Из (1.13) можно найти проекции групповой скорости продольных волн на направление, параллельное и перпендикулярное магнитному полю \vec{H}_0 . Они задаются выражениями

$$V_{\parallel} = -\frac{\omega u k_{\parallel}}{k^2} \left[\frac{k_{\perp}^2}{k^2} \left(1 - \frac{2k_0^2}{k^2} \right) - 3k^2\rho_e^2 \right] \quad (1.16)$$

$$\vec{V}_{\perp} = \frac{\omega u \vec{k}_{\perp}}{k^2} \left[\frac{k_{\perp}^2}{k^2} \left(1 - \frac{2k_0^2}{k^2} \right) + 3k^2\rho_e^2 \right].$$

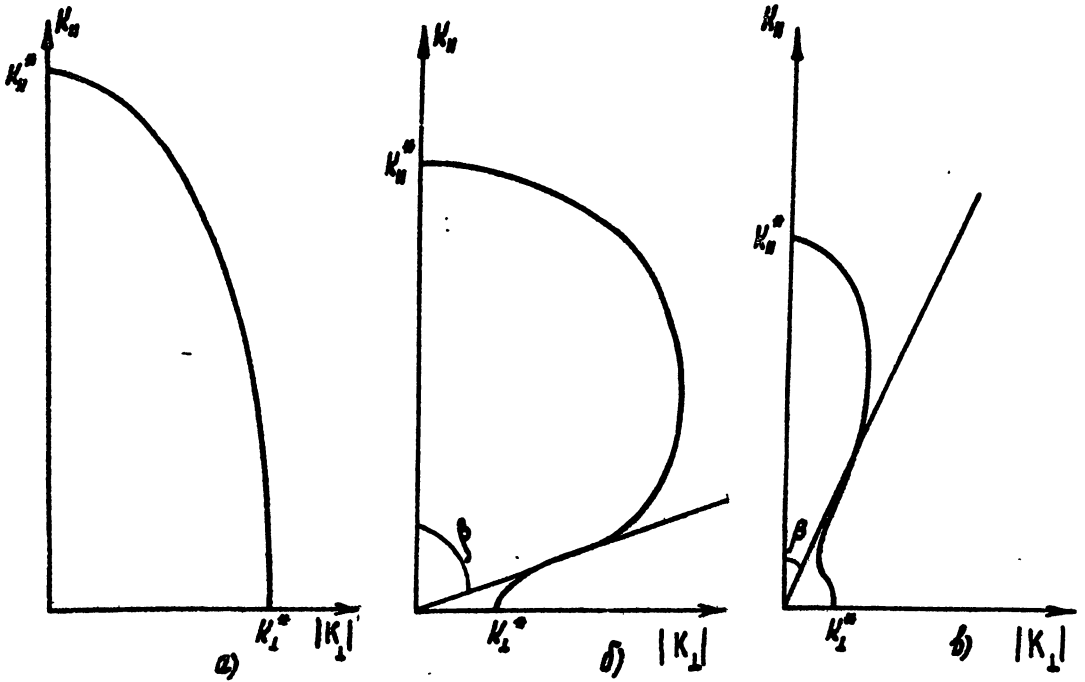


Рис. 1.

зависимость $K_{||}$ от K_{\perp} для плазменных волн при различных
 $\nu(u < 1)$ а) $\nu < 1 - u$; б) $1 - u < \nu < 1 - u/2$;
 в) $1 - \frac{u}{2} < \nu < 1$. $k_{||}^{*2} = \frac{1 - u - \nu + u\nu}{3u\nu\beta_e^2}$; в случае а) $k_{||}^{*2} =$
 $= (1 - u - \nu) / 3u\nu\beta_e^2$, в случаях б) и в) $k_{||}^{*2} = u k_0^2 / (u + \nu - 1)$,
 $\tan^2 \beta = \frac{u - \nu - 1}{1 - u - \nu + u\nu}$.

Видно, что $V_{\parallel} = 0$ 1) при $k^2 = 2k_0^2$ (это возможно при $(1-v = \frac{u}{2})$)
 и 2) при $3k^2 \rho_0^2 \approx \sin^2 \theta$.
 При $\frac{4k_0^2(1-v)}{u} \ll k_{\perp}^2 \ll \frac{(1-v)^2}{12\rho_0^2 u}$ зависимость $K_{\parallel}(k_{\perp})$ совпадает
 для (1.14) и (1.15) и имеет простой вид

$$k_{\parallel}^2 = \frac{u+v-1}{(1-u)(1-v)} k_{\perp}^2. \quad (1.17)$$

В последнем случае в системе координат (x, y, z) (см. рис. 2) проекция волнового вектора и групповой скорости на ось z легко можно выразить через k_x и k_y :

$$k_{z2,1} = \frac{-k_y u v \sin \alpha \cos \alpha \pm K}{1-u-v+uv \cos^2 \alpha}; \quad V_{z2,1}(z) = \mp \frac{2K}{k^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega}} \quad (1.18)$$

$$K = \sqrt{(u+v-1)(k_y^2(1-u)(1-v) + k_x^2(1-u-v+uv \cos^2 \alpha))} \quad (1.19)$$

Индекс "1" соответствует волне, распространяющейся "вниз" вдоль z ($V_{z1} > 0$)
 индекс "2" - волне, распространяющейся "вверх" ($V_{z2} < 0$, см. рис. 2).

Как видно из (1.18) и (1.19) плазменная волна при распространении в слое $1-u \approx v < 1$ имеет две точки поворота, в которых V_z обращается в нуль. Положение "верхней" точки поворота z_2 зависит от углов α и φ ($\varphi = \arctg k_y/k_x$), причем точка z_2 лежит между уровнями $z=0$ ($v=1$) и $z=z_{\alpha}$ ($1-u-v+uv \cos^2 \alpha = 0$). "Нижняя" точка поворота z_1 лежит на уровне $v=1-u$. Как будет ясно из дальнейшего, для нелинейного взаимодействия с электромагнитными волнами и низкочастотными возмущениями концентрации существенна область плазмы вблизи $v=1-u$. Плазменная волна, уходящая "вверх" (см. рис. 2, 3) во взаимодействии не участвует, так как она при распространении проходит уровень z_{α} , где поглощается из-за затухания Ландау^{*)}. Волна, идущая "вниз" от области взаимодействия после прохождения точки поворота z_1 ($v=1-u$), снова может попасть в эту область. Поэтому граничные условия для амплитуды плазменных волн в уравнении (1.11) мы будем задавать при $z=z_1$ и $z=-\infty$ (т.е. область $z=z_{\alpha}$ для взаимодействия несущественна).

*) Более подробно о распространении плазменных волн в таком слое см. [10].

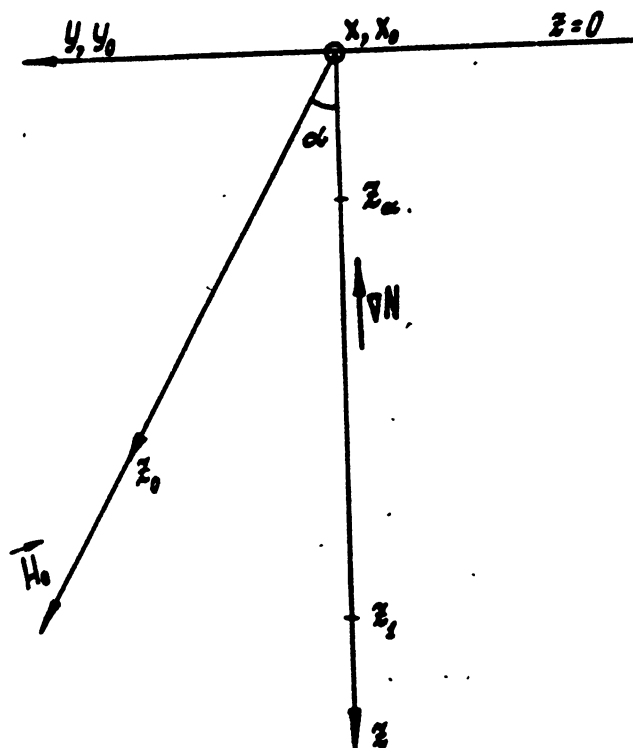


Рис. 2.

Системы координат, используемые в работе $\nabla N \parallel \vec{z}$; $\vec{H}_0 \parallel \vec{z}_0$.
 Переход от ортогональной системы координат (x, y, z) к косо-
 угольной (x_0, y_0, z_0) определяется соотношениями: $x_0 = x$,
 $y_0 = y - z \operatorname{tg} \alpha$; $z_0 = z / \cos \alpha$. Начало координат $x, z, z_0 = 0$
 соответствует уровню $v = 1$. z_α соответствует уровню
 $1 - u - v + uv \cos^2 \alpha = 0$; z_1 - уровню $v = 1 - u$.

§2. Решение уравнений амбиполярной диффузии и теплопроводности с источником нагрева.

Низкочастотные возмущения плотности плазмы n и температуры электронов T_e в неоднородной замагниченной плазме описываются уравнениями амбиполярной диффузии и теплопроводности [11, 12]. Масштабы изменения тензоров диффузии и теплопроводности существенно превышают характерные масштабы задачи, и мы будем считать их независимыми от координат. Для сильно вытянутых вдоль \vec{H}_0 неоднородностей эти уравнения можно записать в следующем образом [11].

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \nabla \hat{D}_a \nabla n - K_T \frac{N}{T} \nabla \hat{D}_a \nabla T_e = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} - \nabla \hat{D}_T \nabla T_e + \delta \nu_e T_e = Q_T \quad (2.2)$$

Здесь \hat{D}_a - тензор амбиполярной диффузии, $\hat{\chi}_e = N \hat{D}_T$ - тензор электронной теплопроводности, $Q_T = \frac{2}{3N} (\vec{E} \hat{G} \vec{E})$ - источник нагрева, K_T - коэффициент порядка единицы, учитывающий разный характер диффузии для мелких и крупных по сравнению с гирорадиусом ионов поперечных масштабов. Уравнения (2.1) и (2.2) справедливы, когда продольные (вдоль \vec{H}_0) масштабы неоднородностей $l_{||}$ превышают длину свободного пробега ионов, а поперечные - гирорадиус электронов [13]. Уравнение (2.1) записано с учетом того, что время жизни электронов в F слое ионосферы велико [11].

Уравнения (2.1) и (2.2) мы будем решать в косоугольной системе координат (x_0, y_0, z_0) (см. рис. 2), в которой оси x_0 и $y_0 \perp \nabla N$, а ось z_0 направлена вдоль магнитного поля \vec{H}_0 . Эта система связана с декартовой (x, y, z) с осью $z \parallel \nabla N$ следующим образом:

$$x_0 = x; \quad y_0 = y - z \operatorname{tg} \alpha; \quad z_0 = z / \cos \alpha; \quad \alpha = \mp (\nabla N \vec{H}_0) \quad (2.3)$$

В этой (x_0, y_0, z_0) системе координат уравнения (2.1) и (2.2) имеют вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial^2 n}{\partial z_0^2} (D_a + D_{a1} \operatorname{tg}^2 \alpha) - 2D_{a1} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \frac{\partial^2 n}{\partial y_0 \partial z_0} - D_{a1} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x_0^2} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{\partial^2 n}{\partial y_0^2} \right) = Q_N \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} - \frac{\partial^2 T_e}{\partial z_0^2} (D_T + D_{T\perp} \operatorname{tg}^2 \alpha) - 2 D_{T\perp} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \frac{\partial^2 T_e}{\partial y_0 \partial z_0} - D_{T\alpha} \left(\frac{\partial^2 T_e}{\partial x_0^2} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{\partial^2 T_e}{\partial y_0^2} \right) = Q_T \quad (2.5)$$

Возмущения температуры T_e приводит к возмущениям концентрации плазмы, что отражено в (2.4) введенном источнике

$$Q_N = K \frac{N}{T} \left[\frac{\partial^2 T_e}{\partial z_0^2} (D_a + D_{a\perp} \operatorname{tg}^2 \alpha) + 2 D_{a\perp} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \frac{\partial^2 T_e}{\partial z_0 \partial y_0} + D_{a\perp} \left(\frac{\partial^2 T_e}{\partial x_0^2} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{\partial^2 T_e}{\partial y_0^2} \right) \right] \quad (2.6)$$

Здесь $D_a, D_T, D_{a\perp}, D_{T\perp}$ — коэффициенты амбиполярной диффузии и теплопроводности соответственно продольных и поперечных магнитному полю. Элементарная теория [12] дает следующие значения этих коэффициентов:

$$D_a = \frac{2T}{a M \nu_{im}} = 2 \ell_i^2 \nu_{im}; \quad D_T = \frac{T_e}{m \nu_e} = \ell_A^2 \nu_e; \quad D_{a\perp} = \frac{2T \nu_e}{m \omega_{He}} = 2 \rho_e^2 \nu_e; \quad D_{T\perp} = \rho_e^2 \nu_e \quad (2.7)$$

Здесь M и m — массы иона и электрона, ν_{im} — частота столкновения ионов с нейтралами, ℓ_i — длина свободного пробега ионов.

Представим n, T_e и Q_T в виде интегралов Фурье по времени и координатам x_0 и y_0

$$(n, T_e, Q_T)(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint d\Omega d\vec{\alpha}_p (n, T, Q)_{\Omega, \vec{\alpha}_p}(\vec{z}_0) e^{-i\Omega t + i\vec{\alpha}_p \vec{r}} \quad (d\vec{\alpha}_p = d\alpha_x d\alpha_y) \quad (2.8)$$

$$(n, T, Q)_{\Omega, \vec{\alpha}_p}(\vec{z}_0) = \iint d\vec{p} dt (n, T_e, Q)(\vec{r}, t) e^{i\Omega t - i\vec{\alpha}_p \vec{r}}; \quad (d\vec{p} = dx_0 dy_0 = dx dy) \quad (2.9)$$

Уравнения (2.5), (2.4) для Фурье — трансформант запишутся следующим образом

$$\frac{d^2 T_{\Omega, \vec{\alpha}_p}}{dz_0^2} + 2i\mu_T \frac{dT_{\Omega, \vec{\alpha}_p}}{dz_0} - \lambda_T^2 T_{\Omega, \vec{\alpha}_p} = \frac{Q_{T, \Omega, \vec{\alpha}_p}(z_0)}{D_T + D_{T\perp} \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (2.10)$$

+) Как нетрудно убедиться $(n, Q)_{\Omega, \vec{\alpha}_p}(\vec{z}_0) = (n, Q)_{\Omega, \vec{\alpha}_p}(\vec{z}) e^{i \sin \alpha \alpha_y z_0}$

$$\frac{d^2 n_{\Omega, \bar{x}_p}}{d\bar{x}_0^2} + 2i\mu_N \frac{dn_{\Omega, \bar{x}_p}}{d\bar{x}_0} - \lambda^2 n_{\Omega, \bar{x}_p} = - \frac{Q_{N\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}_0)}{D_a + D_{a1} \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad (2.11)$$

где

$$\mu_T = \frac{x_y D_{T\perp} \sin \alpha}{\cos^2 \alpha (D_T + D_{T\perp} \operatorname{tg}^2 \alpha)}; \quad \mu_N = \frac{x_y D_{a\perp} \sin \alpha}{\cos^2 \alpha (D_a + D_{a1} \operatorname{tg}^2 \alpha)}. \quad (2.12)$$

$$\lambda_T^2 = \frac{-i\Omega + \delta \nu_e + D_{T\perp} (x_x^2 + \frac{x_y^2}{\cos^2 \alpha})}{D_T + D_{T\perp} \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\lambda_N^2 = \frac{-i\Omega + D_{a\perp} (x_x^2 + x_y^2 / \cos^2 \alpha)}{D_a + D_{a1} \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (2.13)$$

$$Q_{N\Omega, \bar{x}_p} = k \frac{N}{T} \left[\frac{d^2 T_{\Omega, \bar{x}_p}}{d\bar{x}_0^2} + 2i\mu_N \frac{dT_{\Omega, \bar{x}_p}}{d\bar{x}_0} - \lambda_{N0}^2 T_{\Omega, \bar{x}_p} \right] (D_a + D_{a1} \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

λ_{N0} — значение λ_N при $\Omega = 0$. Решение уравнений (2.10), (2.11) имеет вид

$$(T, n)_{\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}_0) = \frac{1}{2\Lambda_{T,N}} \left[\int_{\bar{x}_0}^{\infty} (Q_{T,N}(\bar{x}'_0))_{\Omega, \bar{x}_p} e^{(\Lambda_{T,N} - i\mu_{T,N})(\bar{x}_0 - \bar{x}'_0)} d\bar{x}'_0 + \right. \quad (2.14)$$

$$\left. + \int_{-\infty}^{\bar{x}_0} (Q_{T,N}(\bar{x}'_0))_{\Omega, \bar{x}_p} e^{(\Lambda_{T,N} + i\mu_{T,N})(\bar{x}'_0 - \bar{x}_0)} d\bar{x}'_0 \right] \frac{1}{D_{T,a} + D_{T,a1} \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

где

$$\Lambda_{T,N}^2 = \lambda_{T,N}^2 - \mu_{T,N}^2. \quad (2.15)$$

Теперь, подставляя (2.13) в (2.14) и проводя интегрирование по частям, мы получаем следующее выражение для $n_{\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}_0)$:

$$n_{\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}_0) = \frac{K_T N}{T} \left\{ \frac{1}{2\Lambda_N} \left[\frac{\Lambda_N^2 + \mu_N^2 - \lambda_{N0}^2}{\Lambda_T^2 - \Lambda_N^2 - 2i\Lambda_N(\mu_T - \mu_N) + (\mu_T - \mu_N)^2} \int_{\bar{x}_0}^{\infty} Q_{T,\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}'_0) e^{(\Lambda_N - i\mu_N)(\bar{x}_0 - \bar{x}'_0)} d\bar{x}'_0 + \right. \right. \quad (2.16)$$

$$\left. \left. + \frac{\Lambda_N^2 + \mu_N^2 - \lambda_{N0}^2}{\Lambda_T^2 - \Lambda_N^2 - 2i\Lambda_N(\mu_T - \mu_N) + (\mu_T - \mu_N)^2} \int_{-\infty}^{\bar{x}_0} Q_{T,\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}'_0) e^{(\Lambda_N + i\mu_N)(\bar{x}'_0 - \bar{x}_0)} d\bar{x}'_0 \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{2\Lambda_T} \left[\frac{(\Lambda_T - i\mu_T)^2 + 2i\mu_N(\Lambda_T - i\mu_T) - \lambda_{N_0}^2}{\Lambda_T^2 - \Lambda_N^2 + 2i\Lambda_T(\mu_N - \mu_T) - (\mu_N - \mu_T)^2} \int_{z_0}^{\infty} Q_{T,\Omega,\bar{x}_p}(z') e^{(\Lambda_T - i\mu_T)(z_0 - z')} dz' + \right. \\
 & \left. + \frac{(\Lambda_T + i\mu_T)^2 - 2i\mu_N(\Lambda_T + i\mu_T) - \lambda_{N_0}^2}{\Lambda_T^2 - \Lambda_N^2 - 2i\Lambda_T(\mu_N - \mu_T) - (\mu_N - \mu_T)^2} \int_{-\infty}^{z_0} Q_{T,\Omega,\bar{x}_p}(z') e^{(\Lambda_T + i\mu_T)(z_0 - z')} dz' \right] \frac{1}{D_T + D_{T1} t g^2 \alpha}
 \end{aligned}$$

Выражение (2.16) будет использовано в дальнейшем для получения дисперсионного уравнения тепловой параметрической неустойчивости в неоднородной плазме. Источник Q_T при ТПН связан с взаимодействием электромагнитных и плазменных волн.

§ 3. Вывод дисперсионного уравнения ТПН.

Пусть на слабонеоднородный слой плазмы с градиентом концентрации ∇N , направленным вдоль оси \bar{z} и магнитным полем \bar{H}_0 , направленным вдоль оси \bar{z}_0 (см. рис. 2), падает электромагнитная волна "обыкновенной" поляризации с частотой ω_t и волновым вектором $\bar{k}_t \parallel \nabla N$. Как известно, такая волна отражается от уровня $\nu = 1$ ($\nu = \omega_{pe}^2 / \omega^2$, где $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m}$ — плазменная частота электронов). Поле падающей и отраженной волн можно представить в следующем виде:

$$\bar{E}_{пад}^t = \bar{E}_2^t(z) \exp\left\{-i\omega_t t - i \int_{z_1}^z k_t dz + i\psi_0\right\} + \text{к. с.} \quad (3.1)$$

$$\bar{E}_{отр}^t = \bar{E}_1^t(z) \exp\left\{-i\omega_t t + i \int_{z_1}^z k_t dz - i\psi_0\right\} + \text{к. с.}$$

Здесь $\psi_0 = \frac{\pi}{4} - \int_0^{z_1} k_t dz$; $k_t = |\bar{k}_t|$.

Электромагнитные волны, взаимодействуя с низкочастотными возмущениями концентрации плазмы n при $1 - \alpha \approx \nu < 1$ ($\alpha = \omega_{He}^2 / \omega_t^2$) могут возбуждать плазменные волны с близкой частотой ω_p , причем дисперсионное уравнение для них задается выражением (1.13).

Напряженность электрического поля плазменных волн

$$\bar{E}_{п\lambda}^{(1,2)} = E_{п\lambda}^{(1,2)} e^{-i\omega_p t} + \text{к. с.} \quad (3.2)$$

удобно разложить в интеграл Фурье по времени и координатам, ортогональным ∇N :

$$E_{\text{ПА}}^{(1,2)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint d(\delta\omega) d\vec{k}_p E_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)} e^{-i\delta\omega + i\vec{k}_p \vec{r}} (d\vec{k}_p = dk_x dk_y). \quad (3.2a)$$

В приближении геометрической оптики (см. §1)

$$\vec{E}_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)} = A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)} \vec{a}_p^{(1,2)} e^{i \int_{z_1}^z k_{z,1,2}(\xi) d\xi \pm i \frac{\pi}{4}}, \quad (3.2b)$$

где $k_{z,1,2}$ задается выражением (1.18); $\vec{a}_p = \frac{\vec{k}_p}{k_p}$; $\vec{k}_p = \vec{k}_p + k_z \vec{1}_z$ - волновой вектор плазменной волны. Плазменная волна считается продольной

$\vec{E}_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)} \parallel \vec{k}_p$. В выражениях (3.1) и (3.2) индекс "1" соответствует волнам, распространяющимся "вниз" вдоль оси z , индекс "2" - волнам, распространяющимся "вверх" (см. рис. 2, 3). Для медленно меняющихся амплитуд

$A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)}(z)$ справедливы следующие уравнения переноса:

$$\frac{dA_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)}}{dz} + \frac{\bar{\gamma} - i\delta\omega + \frac{1}{2} \frac{dV_{z,1,2}}{dz}}{V_{z,1,2}} A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)} = - \frac{4\pi p \vec{k}_p \cdot \delta\omega + \omega_p}{k_{p,1,2} V_{z,1,2} \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega}} \exp\left\{ -i \int_{z_1}^z k_{z,1,2} d\xi \mp \frac{i\pi}{4} \right\} \quad (3.3)$$

с граничными условиями (см. §1)

$$\begin{aligned} A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1,2)} &= 0 && \text{при } z = -\infty \\ A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1)} &= A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(2)} && \text{при } z = z_1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

С граничным условием в точке z_1 связано введение $\frac{i\pi}{4}$ в \exp в соотношении (3.2b). Уравнения (3.3) получены из уравнения Пуассона

$\text{div } \vec{j} = 4\pi \rho_{\text{стор.}}$ и для продольных волн полностью эквивалентны (1.11). $V_{z,1,2} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{z,1,2}} = \frac{\partial \epsilon / \partial k_z}{\partial \epsilon / \partial \omega}$ - проекция групповой скорости плазменных волн на ось z (см. (1.18)), $\epsilon = \frac{k_i \epsilon_{ij} k_j}{k^2}$ - скалярная диэлектрическая проницаемость; $\bar{\gamma} = \text{Im } \epsilon / \partial \epsilon / \partial \omega$ - линейный декремент плазменных волн, $\bar{\gamma} \sim \nu_e$, $\rho_{\text{стор.}}$ - сторонний заряд, индуцированный волной накачки и низкочастотными возмущениями плотности плазмы n . Для $\rho_{\text{стор.}}$ справедливо уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho_{\text{стор.}}}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_{\text{стор.}} = 0, \quad (3.5)$$

где (см. (1.4))

$$\vec{J}_{\text{стор}} = -\frac{i\omega_t n \hat{\epsilon}^{(e)}(\omega_t)}{4\pi N} \left[\vec{E}_1 e^{-i\omega_t t + i \int_{z_1}^z k_t dz - i\psi_0} + \vec{E}_2 e^{-i\omega_t t - i \int_{z_1}^z k_t dz + i\psi_0} \right] \quad (3.6)$$

$\hat{\epsilon}^{(e)}(\omega_t)$ - вклад электронов в тензор диэлектрической проницаемости на частоте ω_t .

Решение уравнений (3.3) с граничными условиями (3.4) имеет вид:

$$A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(1)} = \int_{z_1}^z \frac{4\pi \rho \vec{k}_p \delta\omega + \omega_p(z')}{K_{p1} V_z \partial \epsilon / \partial \omega} \exp \left\{ -i \int_{z_1}^{z'} k_{z1} dz - \frac{i\pi}{4} - \int_{z_1}^z \frac{\bar{\gamma} - i\delta\omega}{V_z} dz \right\} dz' \quad (3.7)$$

$$A_{\delta\omega, \vec{k}_p}^{(2)} = \int_{z_1}^z \frac{4\pi \rho \vec{k}_p \delta\omega + \omega_p(z')}{K_{p2} V_z \partial \epsilon / \partial \omega} \exp \left\{ -i \int_{z_1}^{z'} k_{z2} dz + \frac{i\pi}{4} + \int_{z_1}^z \frac{\bar{\gamma} - i\delta\omega}{V_z} dz \right\} dz' \quad (3.8)$$

$$- \int_{-\infty}^{z_1} \frac{4\pi \rho \vec{k}_p \delta\omega + \omega_p(z')}{K_{p1} V_z \partial \epsilon / \partial \omega} \exp \left\{ -i \int_{z_1}^{z'} k_{z1} dz - \frac{i\pi}{4} - \int_{z_1}^{z'} \frac{\bar{\gamma} - i\delta\omega}{V_z} dz + \int_{z_1}^z \frac{\bar{\gamma} - i\delta\omega}{V_z} dz \right\} dz'$$

В (3.7) и (3.8) учтено, что $V_{z1} > 0$; $V_{z2} < 0$; $|V_{z1}| = |V_{z2}| = V_z$.

Появление в (3.8) дополнительного члена по сравнению с (3.7) связано с наличием точки поворота z_1 для плазменных волн.

Представим теперь $\rho_{\text{стор}}$ и n в виде интегралов Фурье

$$\rho_{\text{стор}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint d\omega d\vec{k}_p \rho_{\vec{k}_p, \omega}(z) e^{-i\omega t + i\vec{k}_p \cdot \vec{\rho}} \quad (3.9)$$

$$\rho_{\vec{k}_p, \omega} = \iint d\vec{\rho} dt \rho_{\text{стор}} e^{i\omega t - i\vec{k}_p \cdot \vec{\rho}} \quad (d\vec{\rho} = dx dy)$$

$$n = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint d\Omega d\vec{\alpha}_p n_{\Omega, \alpha_p}(z) e^{-i\Omega t + i\vec{\alpha}_p \cdot \vec{\rho}} \quad (3.10)$$

Подставляя теперь (3.9) и (3.10) в (3.5) мы получаем⁺

$$\rho_{\omega, \vec{k}_p} = \iint d\Omega d\vec{\alpha}_p \frac{i n_{\Omega, \alpha_p}(z) \omega_t}{4\pi N \omega} \left[(\vec{\alpha}_p \hat{\epsilon}^{(e)} \vec{a}_{t1}) E_1^t e^{i \int_{z_1}^z k_t dz - i\psi_0} + \right. \quad (3.11) \\ \left. + (\vec{\alpha}_p \hat{\epsilon}^{(e)} \vec{a}_{t2}) E_2^t e^{-i \int_{z_1}^z k_t dz + i\psi_0} \right] \delta(\omega - \omega_t - \Omega) \delta(\vec{k}_p - \vec{\alpha}_p),$$

⁺) Для простоты электромагнитная волна считалась чисто поперечной, $\vec{E}^t \perp \vec{k}_t$.

где $n_{\Omega, \alpha_p}(Q_{\Omega, \alpha_p}(\vec{x}))$ просто связано с $n_{\Omega, \alpha_p}(Q_{\Omega, \alpha_p}(\vec{x}))$ (см. сноску на стр. 13), а $n_{\Omega, \alpha_p}(Q_{\Omega, \alpha_p}(\vec{x}))$ задается выражением (2.16). Источник нагрева Q_T в (2.2) и (2.16) связан в задаче с тепловой параметрической неустойчивостью с взаимодействием электромагнитных и плазменных волн ($\hat{\epsilon}$ - эрмитова часть тензора проводимости):

$$Q_T = \frac{4}{3N} (\vec{E}_{nad}^t + \vec{E}_{отр}^t) \hat{\epsilon} (\vec{E}_{\text{пл}}^{(1)} + \vec{E}_{\text{пл}}^{(2)}) \quad (3.12)$$

Уравнения (2.16), (3.1), (3.3), (3.5) и (3.12) образуют самосогласованную систему, из которой можно получить дисперсионное уравнение ТПН.

Вычислим далее величину $Q_{\Omega, \alpha_p}(\vec{x}_0)$. Как видно, в (3.12) в Q_T входит 8 членов. Подставив в (3.12) выражения (3.1)-(3.2б), рассмотрим 2 из них

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3N} (\vec{E}_{nad}^t \hat{\epsilon} \vec{E}_{\text{пл}}^{(1)})_{\Omega, \alpha_p} = \frac{4}{3N} \iint dt d\vec{p} [(\vec{E}_{\text{пл}}^{(1)}(\vec{r}, t) \hat{\epsilon} \vec{E}_2^{t*}) e^{-i(\omega_p - \omega_t)t + i \int_{z_1}^z k_t dz - i\psi_0} + \\ & + (\vec{E}_{\text{пл}}^{(1)*}(\vec{r}, t) \hat{\epsilon} \vec{E}_2^t) e^{i(\omega_p - \omega_t)t - i \int_{z_1}^z k_t dz + i\psi_0}] e^{i\Omega t - i\vec{\alpha}_p \vec{p}} = \\ & = \iint d\vec{k}_p d(\delta\omega) [(\vec{a}_{p_1} \hat{\epsilon} \vec{a}_{t_2}^*) E_2^{t*}(\vec{x}) A_{\delta\omega, k_p}^{(1)}(\vec{x}) \exp\{i \int_{z_1}^z (k_t + k_{z_1}(\vec{k}_p)) dz + \frac{i\pi}{4} - i\psi_0\} + \\ & \times \delta(\omega_p + \delta\omega - \omega_t - \Omega) \delta(\vec{k}_p - \vec{\alpha}_p) + \\ & + (\vec{a}_{p_1} \hat{\epsilon} \vec{a}_{t_2}) E_{t_2} A_{\delta\omega, k_p}^{(1)*} \exp\{-i \int_{z_1}^z [k_t + k_{z_1}(\vec{k}_p)] dz - \frac{i\pi}{4} + i\psi_0\} \times \\ & \times \delta(\omega_p + \delta\omega + \Omega - \omega_t) \delta(\vec{k}_p + \vec{\alpha}_p)] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Из (3.13) видно, что возмущение плотности n_{Ω, α_p} с частотой Ω и поперечным волновым вектором $\vec{\alpha}_p$ может возбуждаться при взаимодействии волны накачки с двумя плазменными волнами с частотами $\omega_{\pm} = (\omega_p + \delta\omega)^{\pm} - \omega_t \pm \Omega$ и волновыми векторами \vec{k}_p^{\pm} , причем $\vec{k}_p^{\pm} = \pm \vec{\alpha}_p$ (стоксовая (-) и антистоксовая (+) компоненты). Подставив, таким образом, соотношения (3.1), (3.2) (3.2а), (3.2б), (3.7), (3.8) и (3.11) в (3.12), мы найдем величину $Q_{T, \Omega, \alpha_p}(\vec{x}_0)$ (см. также сноску на стр. 13). В общем случае величина $Q_{T, \Omega, \alpha_p}(\vec{x}_0)$ выглядит довольно громоздко. Существенны для взаимодействия, однако, лишь четыре члена

*) В (3.13) отброшены высокочастотные члены $\sim \exp\{\pm i(\omega_p + \omega_t)t\}$.

$$Q_{T\Omega, \alpha_p}(z_0) = \frac{4}{3N} (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4), \quad (3.14)$$

где Q_1 обусловлено взаимодействием падающей волны накачки с плазменной волной $A_{K_p}^{(1)}$, Q_2 - отраженной волны накачки с $A_{K_p}^{(2)}$, Q_3 - падающей с $A_{K_p}^{(1)}$, Q_4 - отраженной с $A_{K_p}^{(2)}$.

$$Q_1 = i \cos \alpha \int_{-\infty}^{z_0} dz' \frac{(\bar{a}_{t2}^* \hat{\sigma} \bar{a}_p)(\bar{a}_{pp} \hat{\sigma}^e \bar{a}_{t2}) E_2(z_0) E_2(z'_0) \alpha_p n_{\Omega, \alpha_p}(z'_0)}{K_p V_z \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial \omega} N(z')} \times \frac{\omega_t}{\omega_t + \Omega} \exp \left\{ i \int_{z'_0}^{z_0} \Delta K_1 \cos \alpha dz - \int_{z'_0}^{z_0} \frac{\tilde{\gamma}}{V_z} \cos \alpha dz \right\} \quad (3.14a)$$

$$Q_2 = i \cos \alpha \int_{z_0}^{z_1/\cos \alpha} \frac{(\bar{a}_{t1}^* \hat{\sigma} \bar{a}_p)(\bar{a}_{pp} \hat{\sigma}^e \bar{a}_{t1}) E_1^t(z_0) E_1^t(z'_0) \alpha_p n_{\Omega, \alpha_p}(z'_0)}{K_p V_z \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial \omega} N(z')} \frac{\omega_t}{\omega_t + \Omega} \times \exp \left\{ -i \int_{z'_0}^{z_0} \Delta K_2 \cos \alpha dz + \int_{z'_0}^{z_0} \frac{\tilde{\gamma}}{V_z} \cos \alpha dz \right\} dz'_0 +$$

$$+ i \cos \alpha \int_{-\infty}^{z_1/\cos \alpha} \frac{(\bar{a}_{t1}^* \hat{\sigma} \bar{a}_p)(\bar{a}_{pp} \hat{\sigma}^e \bar{a}_{t2}) E_1^t(z_0) E_2^t(z'_0) \alpha_p n_{\Omega, \alpha_p}(z'_0)}{K_p V_z \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial \omega} N(z')} \frac{\omega_t}{\omega_t + \Omega} \times \exp \left\{ i \int_{z'_0}^{z_1/\cos \alpha} \Delta K_1 \cos \alpha dz + i \int_{z'_0}^{z_1/\cos \alpha} \Delta K_2 \cos \alpha dz + 2i\psi_0 - \frac{i\pi}{2} - \int_{z'_0}^{z_1/\cos \alpha} \frac{\tilde{\gamma}}{V_z} \cos \alpha dz - \int_{z_0}^{z_1/\cos \alpha} \frac{\tilde{\gamma}}{V_z} \cos \alpha dz \right\} dz'_0. \quad (3.14b)$$

$$Q_3 = -i \cos \alpha \int_{-\infty}^{z_0} \frac{(\bar{a}_{t2} \hat{\sigma} \bar{a}_p)(\bar{a}_{pp} \hat{\sigma}^e \bar{a}_{t2}^*) E_2^t(z_0) E_2^t(z'_0) \alpha_p n_{\Omega, \alpha_p}(z'_0)}{K_p V_z \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial \omega} N(z')} \times \frac{\omega_t}{\omega_t - \Omega} \exp \left\{ -i \int_{z'_0}^{z_0} \Delta K_3 \cos \alpha dz - \int_{z'_0}^{z_0} \frac{\tilde{\gamma}}{V_z} \cos \alpha dz \right\} dz'_0. \quad (3.14b)$$

$$Q_4 = -i \cos \alpha \int_{z_0}^{z_1/\cos \alpha} \frac{(\bar{a}_{t1} \hat{\sigma} \bar{a}_p)(\bar{a}_{pp} \hat{\sigma}^e \bar{a}_{t1}^*) E_1^t(z_0) E_1^t(z'_0) \alpha_p n_{\Omega, \alpha_p}(z'_0)}{K_p V_z \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial \omega} N(z')} \frac{\omega_t}{\omega_t - \Omega} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp \left\{ i \int_{z'_0}^{\bar{z}_0} \Delta K_4 \cos \alpha dz + \int_{z'_0}^{\bar{z}_0} \frac{\bar{\omega}}{V_z} \cos \alpha dz \right\} dz'_0 - \\
 & - i \cos \alpha \int_{\bar{z}_0/\cos \alpha}^{\bar{z}_0/\cos \alpha} (\bar{a}_t, \hat{\sigma} \bar{a}_p) (\bar{a}_{pp} \hat{\sigma}^e \bar{a}_t) E_1^t(z_0) E_2^t(z_0) R_p n_{\Omega, \bar{a}_p(z'_0)} \frac{\omega_t}{\omega_t - \Omega} \times \quad (3.14r) \\
 & \times \exp \left\{ -i \int_{z'_0}^{\bar{z}_0/\cos \alpha} \Delta K_3 \cos \alpha dz - i \int_{z'_0}^{\bar{z}_0/\cos \alpha} \Delta K_4 \cos \alpha dz - 2i\psi_0 + \frac{i\pi}{2} - \int_{z'_0}^{\bar{z}_0/\cos \alpha} \frac{\bar{\omega}}{V_z} \cos \alpha dz - \right. \\
 & \left. - \int_{z'_0}^{\bar{z}_0/\cos \alpha} \frac{\bar{\omega}}{V_z} \cos \alpha dz \right\} dz'_0.
 \end{aligned}$$

Здесь $\bar{a}_{t,1,2} = \bar{E}_{t,1,2}^t / |\bar{E}_{t,1,2}^t| = \bar{a}_t$; $\bar{a}_p \approx \bar{K}_{p,1,2}^+ / k_p \approx -\bar{K}_{p,1,2}^- / k_p$ — векторы поляризации соответствующих волн. Считается, что $|\bar{K}_{p,1,2}^\pm| \gg |\bar{K}^0|$

$$\Omega \ll \Delta \omega, \omega_t; \quad \Delta \omega = \omega_t - \omega_p \quad \Delta K_1 = k_t + k_{z1}^+ + \alpha_y \operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta \omega}{V_z} = k_t + \frac{\Delta \omega}{V_z} - \frac{\alpha_y \operatorname{tg} \alpha (u+v-1) + K}{1-u-v+uv \cos^2 \alpha}$$

$$\Delta K_2 = k_t - k_{z2}^+ - \alpha_y \operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta \omega}{V_z} = k_t + \frac{\Delta \omega}{V_z} + \frac{\alpha_y \operatorname{tg} \alpha (u+v-1) + K}{1-u-v+uv \cos^2 \alpha} \quad (3.15)$$

$$\Delta K_3 = k_t + k_{z1}^- - \alpha_y \operatorname{tg} \alpha + \Delta \omega / V_z = \Delta K_2$$

$$\Delta K_4 = k_t - k_{z2}^- + \alpha_y \operatorname{tg} \alpha + \Delta \omega / V_z = \Delta K_1. \quad \hat{\sigma}^e = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \approx -1, \text{ по}$$

В интересующем нас случае $u \ll 1$; $\sigma = \frac{\nu_e}{4\pi}$; $\hat{\sigma}^e = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \approx -1$, по-
ляризационные члены входящие в (3.14a-3.14r) можно представить в виде

$$(\bar{a}_t \hat{\sigma} \bar{a}_p) (\bar{a}_{pp} \hat{\sigma}^e \bar{a}_t) \approx -\frac{\nu_e}{4\pi} |\bar{a}_p \bar{a}_t|^2.$$

Дополнительные слагаемые в Q_2 и Q_4 обусловлены взаимодействием отраженной электромагнитной волны $(\bar{E}_1^t, \bar{K}_{t,1})$ с плазменной волной, которая возбудилась при взаимодействии падающей электромагнитной волны с возмущением концентрации n_{Ω, \bar{a}_p} и прошла точку поворота \bar{z}_1 . Подставив теперь (3.14), (3.14 а-г) в (2.16), мы получим интегральное уравнение для величины $n_{\Omega, \bar{a}_p}(z_0)$.

Наиболее просто задача о тепловой параметрической неустойчивости решается, если в уравнениях (2.1) и (2.2) пренебречь диффузией и теплопроводностью, поперечными магнитному полю \vec{H}_0 . (Учет влияния поперечной диффузии и теплопроводности проведен ниже, см. § 4). В этом случае в (2.16)

$$\mu_{T,N} = 0; \quad \lambda_T^2 = \frac{-i\Omega + \delta}{D_T}; \quad \lambda_N^2 = -\frac{i\Omega}{D_a}, \quad \text{и выражение (2.16) имеет простой вид:}$$

$$n_{\Omega, \vec{\alpha}_p}(\vec{z}_0) = \frac{K_T N}{2\pi D_T} \frac{1}{\lambda_T^2 - \lambda_N^2} \left[\lambda_N \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{T\Omega, \vec{\alpha}_p}(\vec{z}'_0) e^{-\lambda_N |\vec{z}_0 - \vec{z}'_0|} d\vec{z}'_0 - \lambda_T \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{T\Omega, \vec{\alpha}_p}(\vec{z}'_0) e^{-\lambda_T |\vec{z}_0 - \vec{z}'_0|} d\vec{z}'_0 \right]. \quad (3.16)$$

Подставив теперь (3.14) в (3.16), мы можем, поскольку концентрация N , температура T , возмущение концентрации $n_{\Omega, \vec{\alpha}_p}$ а также амплитуда электромагнитной волны слабо меняются на пути интегрирования, провести двукратное интегрирование в правой части (3.16) методом стационарной фазы. Точки стацфазы $\vec{z}_{c\phi_1} = \vec{z}_{c\phi_4}$ и $\vec{z}_{c\phi_2} = \vec{z}_{c\phi_3}$ находятся из уравнений⁺⁾

$$\Delta K_1 = \Delta K_4 = 0; \quad \Delta K_2 = \Delta K_3 = 0. \quad (3.17)$$

Из (3.15) и (3.17) видно, что основной вклад в интегралы, стоящие в правой части (3.16) дают точки, в которых выполнены условия пространственного синхронизма $\vec{K}_t^{(1,2)} = \vec{K}_{p,1,2} \mp \vec{\alpha}$. Полный волновой вектор неоднородности $\vec{\alpha}$ перпендикулярен к магнитному полю \vec{H}_0 (см. рис. 3). Его величина $|\vec{\alpha}| = \sqrt{\alpha_x^2 + \frac{\alpha_y^2}{\cos^2 \alpha}}$. Остальные члены, входящие в $Q_{T\Omega, \vec{\alpha}_p}$ не имеют точек стацфазы на всем пути интегрирования, и, следовательно, вносят малый вклад в источник нагрева. Решая уравнения (3.17), получаем (см. также [10])

$$v(\vec{z}_{c\phi_{1,2}}) = \frac{1 - u}{1 - u \cos^2 \alpha K_t^2 / [(K_t \mp \alpha_y \operatorname{tg} \alpha)^2 + \alpha_p^2]}. \quad (3.18)$$

Из (3.18) видно, что точки стацфазы в условиях, например F - слоя ионосферы ($u \ll 1$; $K_t \ll |\vec{\alpha}_p|$) лежат вблизи точки \vec{z}_1 ($v = 1 - u$), где для электромагнитных волн при достаточно малых углах α (см. (4.10)) справедливо квазипродольное приближение, и $\vec{a}_t \perp \vec{K}_t$. Метод стационарной фазы можно применять и в данной задаче при выполнении двух условий: 1) $\vec{g} / v_z \ll |\partial \Delta K_{1,2} / \partial \vec{z}|^{1/2}$, т.е. плазменная волна слабо затухает на "длине взаимодействия" и 2) точки стацфазы $\vec{z}_{c\phi_1}$ и $\vec{z}_{c\phi_2}$ должны лежать достаточно далеко от точки поворота \vec{z}_1 . В противном случае неприменемы уравнения (3.3).

⁺⁾ Заметим, что при $\alpha_y = 0$ совпадают все четыре точки стацфазы (см. (3.15)).

Считая продольную диффузию сильной

$$(\lambda_T |\bar{x}_{c\phi_1} - \bar{x}_{c\phi_2}|; \lambda_N |\bar{x}_{c\phi_1} - \bar{x}_{c\phi_2}| \ll 1; n_{\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}_{c\phi_1}) = n_{\Omega, \bar{x}_p}(\bar{x}_{c\phi_2}))$$

мы получим дисперсионное уравнение для ТПН в неоднородной плазме с наклонным магнитным полем без учета поперечной диффузии и теплопроводности:

$$\lambda_T + \lambda_N = A, \quad (3.19)$$

где

$$\lambda_T = \left(-\frac{i\Omega + \delta v_e}{D_T} \right)^{1/2}; \quad \lambda_N = \left(-\frac{i\Omega}{D_a} \right)^{1/2}; \quad D_a = \frac{2T}{M v_{im}}$$

M — масса иона, v_{im} — частота столкновений ионов с нейтралами.

$$A = -\frac{|\bar{a}_t \bar{a}_p|^2 \bar{x}_p v_e K_T}{\delta T D_T |\cos \alpha| K_p} \frac{\partial \bar{\epsilon} / \partial \omega}{\partial \bar{\epsilon} / \partial \omega} \left\{ i (E_2^t - E_1^t) \left(\frac{1}{|v_x N \frac{\partial \Delta K_1}{\partial \bar{x}}|_{\bar{x}=\bar{x}_{c\phi_1}}} - \frac{1}{|v_x N \frac{\partial \Delta K_2}{\partial \bar{x}}|_{\bar{x}=\bar{x}_{c\phi_2}}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{E_1^t E_2^t \exp \left\{ -\int_{\bar{x}_{c\phi_1}}^{\bar{x}_1} \frac{\bar{\epsilon}}{v_x} d\bar{z} - \int_{\bar{x}_{c\phi_2}}^{\bar{x}_2} \frac{\bar{\epsilon}}{v_x} d\bar{z} \right\}}{N v_x \left| \frac{\partial \Delta K_1}{\partial \bar{x}} \right|_{\bar{x}=\bar{x}_{c\phi_1}}^{1/2} \left| \frac{\partial \Delta K_2}{\partial \bar{x}} \right|_{\bar{x}=\bar{x}_{c\phi_2}}^{1/2}} \left[\sin \psi + \frac{2i (N v_x(\bar{x}_{c\phi_2}) - N v_x(\bar{x}_{c\phi_1}))}{N v_x(\bar{x}_{c\phi_2})} e^{-i\psi} \right] \right\} \\ \psi = \int_{\bar{x}_{c\phi_1}}^{\bar{x}_1} \Delta K_1 d\bar{z} + \int_{\bar{x}_{c\phi_2}}^{\bar{x}_2} \Delta K_2 d\bar{z} + 2\psi_0 - \frac{\pi}{2} - (\delta_1 + \delta_2) \frac{\pi}{4}; \quad \delta_1 = \text{sign} \frac{\partial \Delta K_1}{\partial \bar{x}}; \quad \delta_2 = \text{sign} \frac{\partial \Delta K_2}{\partial \bar{x}}. \quad (3.20)$$

§ 4. Анализ дисперсионного уравнения.

Заметим сразу же, что дисперсионное уравнение ТПН (3.19) может иметь неустойчивые решения ($\text{Im} \Omega > 0$) только при $\text{Re} A > 0$. Отсюда следует, например, что при отсутствии отраженной электромагнитной волны неустойчивость в неоднородной плазме не возбуждается, так как A при $E_1 = 0$ чисто мнимое и $A = 0$ при $\bar{x}_y = 0$. $\text{Re} A$ положительно и максимально при

$$\psi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n; \quad n = 0; \pm 1. \quad (4.1)$$

При этом $\text{Im} A \ll \text{Re} A$ и пропорционально изменению концентрации плазмы и групповой скорости плазменных волн между близкими точками $\bar{x}_{c\phi_1}$ и $\bar{x}_{c\phi_2}$ (см. (3.18)), а также разности квадратов напряженности поля падающей и отраженной электромагнитных волн.

Первое слагаемое в фигурных скобках (3.20) соответствует вкладам Q_1, Q_3 , а также первых слагаемых Q_2 и Q_4 (см. (3.14а-3.14г) в возбуждение неоднородности $n_{\Omega, \alpha\rho}$. Видно, что они чисто мнимые и почти компенсируют друг друга. Следовательно, плазменная волна, возбуждающаяся при рассеянии электромагнитной волны на неоднородности $n_{\Omega, \alpha\rho}$ (с рассеянием связан сторонний заряд ρ в (3.8), (3.11)) не может ее усиливать. Это связано с тем, что в неоднородной плазме, в отличие от однородной, рассеянная плазменная волна сдвинута по фазе на $\pi/2$ по отношению к волне накачки.

Иное дело, если плазменные волны дважды участвуют во взаимодействии с данным возмущением концентрации $n_{\Omega, \alpha\rho}$ (второе слагаемое в фигурных скобках (3.20)). Например, падающая электромагнитная волна \vec{E}_2^i возбуждает при рассеянии на $n_{\Omega, \alpha\rho}$ плазменные волны $A_{K^+}^{(1)}$ (вблизи точки $z_{c\phi_1}$) и $A_{K^-}^{(1)}$ (вблизи точки $z_{c\phi_3}$). После прохождения точки поворота z_1 , эти волны ($A_{K^+}^{(2)}$ и $A_{K^-}^{(2)}$) взаимодействуют с отраженной электромагнитной волной \vec{E}_1^r (соответственно вблизи точек $z_{c\phi_2}$ и $z_{c\phi_4}$) и при определенных фазовых соотношениях (см. (4.1)) усиливают неоднородность $n_{\Omega, \alpha\rho}$. Таким образом, отраженные волны обеспечивают обратную связь, необходимую для возбуждения ТПН в неоднородной среде. Множитель $\exp\{-\int_{z_{c\phi_2}}^{z_1} \frac{\delta}{V_z} dz - \int_{z_1}^{z_{c\phi_3}} \frac{\delta}{V_z} dz\}$ характеризует затухание плазменных волн при их распространении между точками стафазы. Схема распространения плазменных волн между ними показана на рис. 3. Аналогичная картина возникает, если отраженная электромагнитная волна отсутствует, на пути интегрирования в (3.16) есть две точки стафазы. Условия (4.1) можно легко удовлетворить подбором необходимой отстройки $\Delta\omega$.

В знаменатель (3.20) входит выражение $V_z \frac{\partial \Delta K_{1,2}}{\partial z} \frac{\partial \delta}{\partial \omega}$. Наиболее быстро в $\Delta K_{1,2}$ меняется $K_{z,1,2}$ - проекция волнового вектора плазменной волны на ось z и $\frac{\partial \Delta K_{1,2}}{\partial z} \approx \frac{\partial K_{z,1,2}}{\partial z}$; кроме того $V_z = -\frac{\partial \delta / \partial K_z}{\partial \delta / \partial \omega}$. Таким образом,

$$\left| V_z \frac{\partial \Delta K_{1,2}}{\partial z} \frac{\partial \delta}{\partial \omega} \right| \approx \left| \frac{\partial \delta}{\partial K_z} \cdot \frac{\partial K_z}{\partial z} \right| \approx \frac{\partial \delta}{\partial z} \sim \frac{1}{L} \quad +)$$

+*) Если частота волны накачки ω_2 приближается к частоте $2\omega_{He}(u - \frac{1}{4})$ то при ТПН могут возбуждаться электронные циклотронные волны, дисперсионное уравнение для которых имеет вид $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$

$$1 - \nu \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta\right) - \frac{1}{4} \nu u^2 \rho_e^2 \sin^4 \theta \frac{1}{1-4u} = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} \approx \frac{1}{L^*}; \quad L^* = \frac{L u_H}{u_H - \frac{1}{2} K^2 \rho_e^2 \nu \sin^4 \theta \frac{1}{1-4u}}; \quad u_H = \left| \frac{1}{u} \frac{dH_0}{dz} \right| \gg L$$

Масштаб L^* при определенных Δ существенно превышает L . Величина A при этом резко увеличивается (см. (4.3)), порог ТПН уменьшается (4.4), а инкремент растет (4.8).

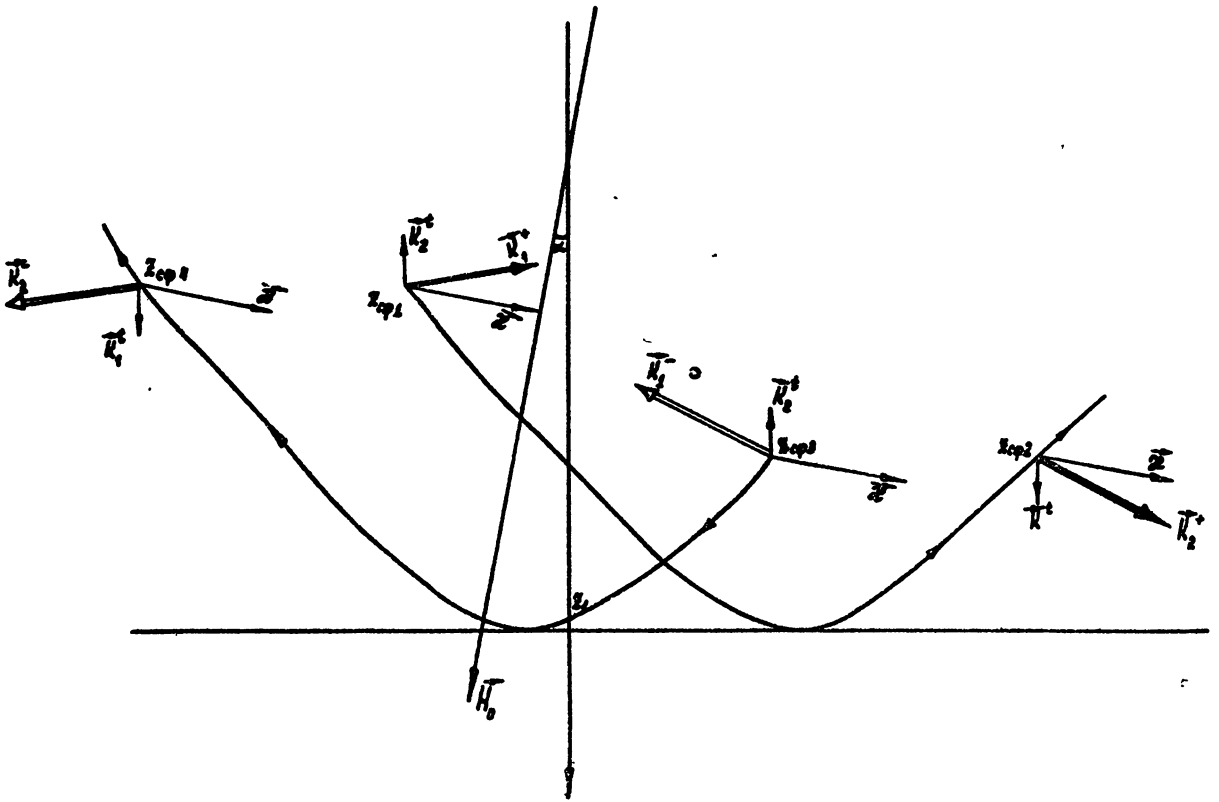


Рис. 8.

Схема взаимодействия электромагнитных волн, плазменных волн и низкочастотных возмущений плотности с учетом точки поворота для плазменных волн. В точках стационарной фазы выполнены условия синхронизма: в z_{cp1} $\vec{K}_1^+ - \vec{\alpha} = \vec{K}_2^t$; в z_{cp2} $\vec{K}_2^+ - \vec{\alpha} = \vec{K}_1^t$; в z_{cp3} $\vec{K}_1^- + \vec{\alpha} = \vec{K}_2^t$; в z_{cp4} $\vec{K}_2^- + \vec{\alpha} = \vec{K}_1^t$. \vec{K}_2^t соответствует падающей электромагнитной волне, \vec{K}_1^t - отраженной.

где $L = \left(\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial z} \right)^{-1}$ - масштаб регулярной неоднородности плазмы.

Обратимся теперь к решению дисперсионного уравнения (3,19). Оно имеет вид

$$\Omega = \frac{i D_T D_A}{(D_T - D_A)^2} \left[A (D_T + D_A) + \delta \nu_e \left(1 - \frac{D_A}{D_T} \right) - 2 \sqrt{A^4 D_A D_T + A^2 \delta \nu_e (D_T - D_A)} \right]. \quad (4.2)$$

Если $\mathcal{R}_y = 0$ и волновой вектор неоднородности перпендикулярен плоскости $y\bar{z}$ (см. рис. 2), то $\Delta K_1 = \Delta K_2$ точки стацфазы совпадают, и $\text{Im} A = 0$. Неустойчивость в таком случае чисто апериодическая; $\text{Im} \Omega = \gamma$; $\text{Re} \Omega = 0$. При этом

$$A = |\bar{a}_t \bar{a}_p|^2 \frac{\mathcal{R}_p}{K_p} K_T \frac{L}{\ell_e^2} \frac{|E_1 E_2|}{6NT} \exp \left\{ -2 \int_{z_{сф}}^{z_1} \frac{\bar{z}}{V_z} dz \right\} \quad (4.3)$$

- длина свободного пробега электронов. На пороге неустойчивости $\gamma = 0$

$$A_0 = \sqrt{\delta \nu_e / D_T} \quad (4.4)$$

$$\left(\frac{E_1 E_2}{4\pi NT} \right)_0 = \frac{3}{2\pi} \frac{K_p \delta^{1/2} \ell_e}{K_T L |\bar{a}_t \bar{a}_p|^2} \exp \left\{ 2 \int_{z_{сф}}^{z_1} \frac{\bar{z}}{V_z} dz \right\}.$$

При сильной надпороговости $A \gg \sqrt{\delta \nu_e / D_T}$ инкремент неустойчивости равен

$$\gamma \approx D_A A^2 \approx 2 K_T^2 \frac{\mathcal{R}_p^2}{K^2} \frac{L^2 \ell_e^2}{\ell_e^4} \left| \frac{E_1 E_2}{6NT} \right|^2 |\bar{a}_t \bar{a}_p|^4 \nu_{im}, \quad (4.5)$$

где $\ell_i = (T/m \nu_{im})$ - длина свободного пробега ионов. Появляющаяся при $\mathcal{R}_y \neq 0$ реальная часть частоты $\text{Re} \Omega \approx 2 D_A \cdot \text{Re} A \cdot \text{Im} A$ мала по сравнению с инкрементом γ .

Итак, при тепловой параметрической неустойчивости в плазме возникают неоднородности концентрации, вытянутые вдоль магнитного поля с поперечными масштабами $\ell_{\perp} \sim \frac{1}{\mathcal{R}} \frac{\omega_{\perp}}{c} \approx \mathcal{R} \ll \frac{1}{\beta_e}$. Как показывают оценки, при малых поперечных масштабах неоднородностей становится важным учет диффузии и теплопроводности поперек магнитного поля \vec{H}_0 .

Такой учет проще всего провести для случая $\mathcal{R}_y = 0$, причем обобщение на случай $\mathcal{R}_y \neq 0$ не представляет принципиальных трудностей. Проведя аналогичные расчеты (в этом случае в (2,16) $\mu_{N,T} = 0$) мы приходим к следующему дисперсионному уравнению

$$\frac{(\Lambda_N + \Lambda_T) \Lambda_N \Lambda_T}{\Lambda_N \Lambda_T + \lambda_{N0}^2} = A, \quad (4.6)$$

где $\lambda_{n\perp}^2 = \frac{\gamma + \alpha^2 D_{a\perp}}{D_a}$; $\lambda_{T\perp}^2 = \frac{(\gamma + \alpha^2 D_{T\perp} + \delta \nu_e)}{D_T}$

$$\lambda_{a\perp}^2 = 2\rho_e^2 \nu_e ; \quad D_{T\perp} = \rho_e^2 \nu_e ; \quad \lambda_{n0}^2 = \frac{\alpha^2 D_{a\perp}}{D_a}$$

δ - инкремент неустойчивости, $\lambda_{n\perp}$ - задается выражением (4.3). На пороге неустойчивости $\gamma = 0$; $\lambda_{n\perp} = \frac{\delta^{1/2}}{\rho_e} (1+a)^{1/2}$, где $a = \alpha^2 \rho_e^2 / \delta$

$$\epsilon_{n\perp}^2 = \left| \frac{E_1 E_2}{4\pi NT} \right|_{\text{пор}} = \frac{3}{2\pi} \left(\frac{K_p}{\alpha_p} \right) \frac{(\delta + \alpha^2 \rho_e^2)^{1/2} \rho_e}{K_T L |\bar{a}_+ \bar{a}_p|^2} \exp \left\{ 2 \int_{z_{\text{сф}}}^{z_1} \tilde{\chi} dz \right\}. \quad (4.7)$$

Видно, что порог ТПН повышается с уменьшением поперечного масштаба неоднородности. При достаточно сильной подпороговости

$$\max \left(\frac{1}{a} ; \sqrt{a} \right) \ll \frac{\rho_e A}{\sqrt{\delta}} \ll \sqrt{a} \left(\frac{M \nu_{im}}{m \nu_e} \right)^{3/4}$$

инкремент приближенно равен

$$\gamma \approx \nu_e \left(\alpha^2 \rho_e^2 |\bar{a}_+ \bar{a}_p|^2 \frac{L}{\rho_e} \frac{|E_1^t E_2^t|}{\delta NT} \right)^{2/3}$$

и растет с увеличением α . При дальнейшем увеличении амплитуды волны накачки $\frac{\rho_e A}{\sqrt{\delta}} \gg \sqrt{a} \left(\frac{M \nu_{im}}{m \nu_e} \right)^{3/4}$ инкремент $\gamma \approx D_A A^2$ и задается выражением (4.5). Зависимость инкремента неустойчивости от величины A при различных значениях параметра $a = \alpha^2 \rho_e^2 / \delta$ приведена на рис. 4а. На рис. 4б приведена зависимость инкремента γ от a при различных A . Видно, что при некоторых оптимальных значениях a , зависящих от A , инкремент максимален. При $\gamma \gg \delta \nu_e$; $a \gg 1$

$$a_{\text{опт}} \approx 0,75 \frac{\rho_e^2 A^2}{\delta} ; \quad \gamma_{\text{max}} \approx 0,58 \nu_e \rho_e^2 A^2 \left(\frac{M \nu_{im}}{m \nu_e} = 50 \right). \quad (4.8)$$

На рис. 4б и выражения для порога ТПН (4.7) видно также, что при ТПН возникают неоднородности с поперечными масштабами $l \sim 1/\alpha$

$$k_0 \approx \alpha < \max \left\{ \frac{L}{\rho_e \rho_e} \frac{|E_1^t E_2^t|}{4\pi NT} ; \frac{1}{\rho_e} \right\} \quad (4.9)$$

длина с катра растет при увеличении A .

Существенным обстоятельством для ТПН оказывается влияние магнитного поля \vec{H}_0 на поляризацию волны накачки вблизи точки отражения. Дело в том, что при

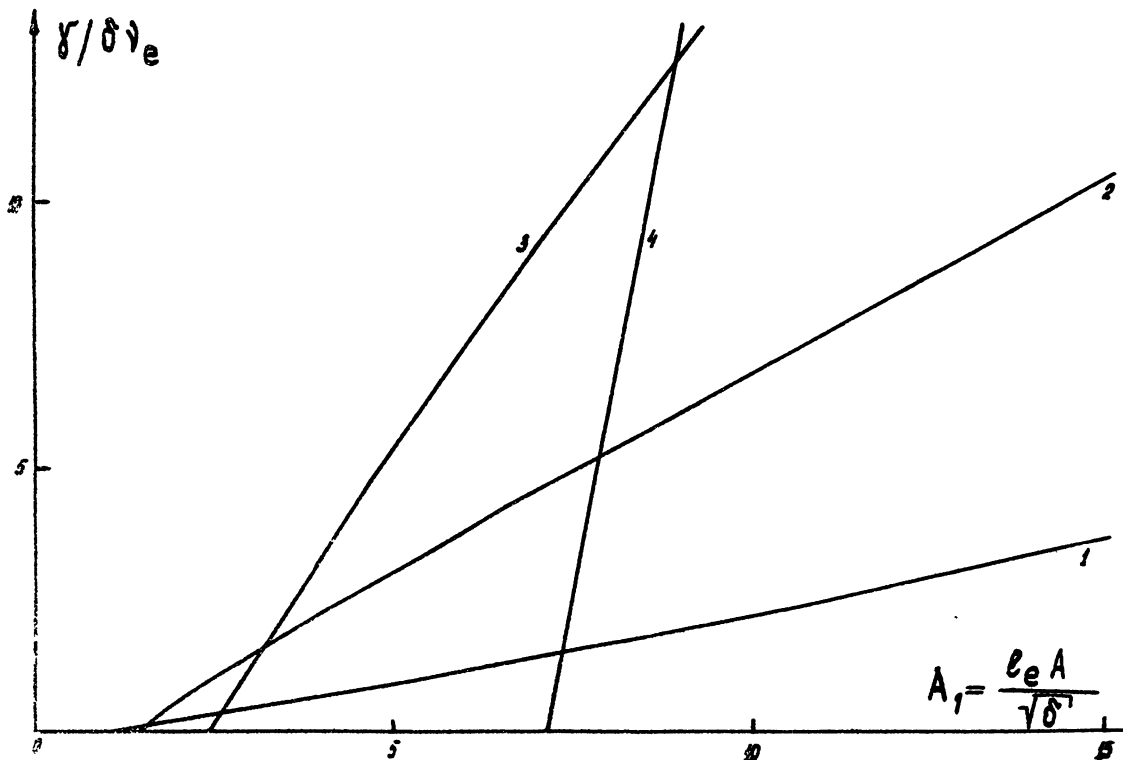


Рис. 4 а.

Зависимость инкремента неустойчивости γ от A_1 (см. (4.3))
 при различных значениях $a = \frac{\omega^2 p_e^2}{\delta}$. 1 - $a = 0,1$;
 2 - $a = 1$; 3 - $a = 5$; 4 - $a = 50$. $\mu v_{im} / m v_e = 50$.

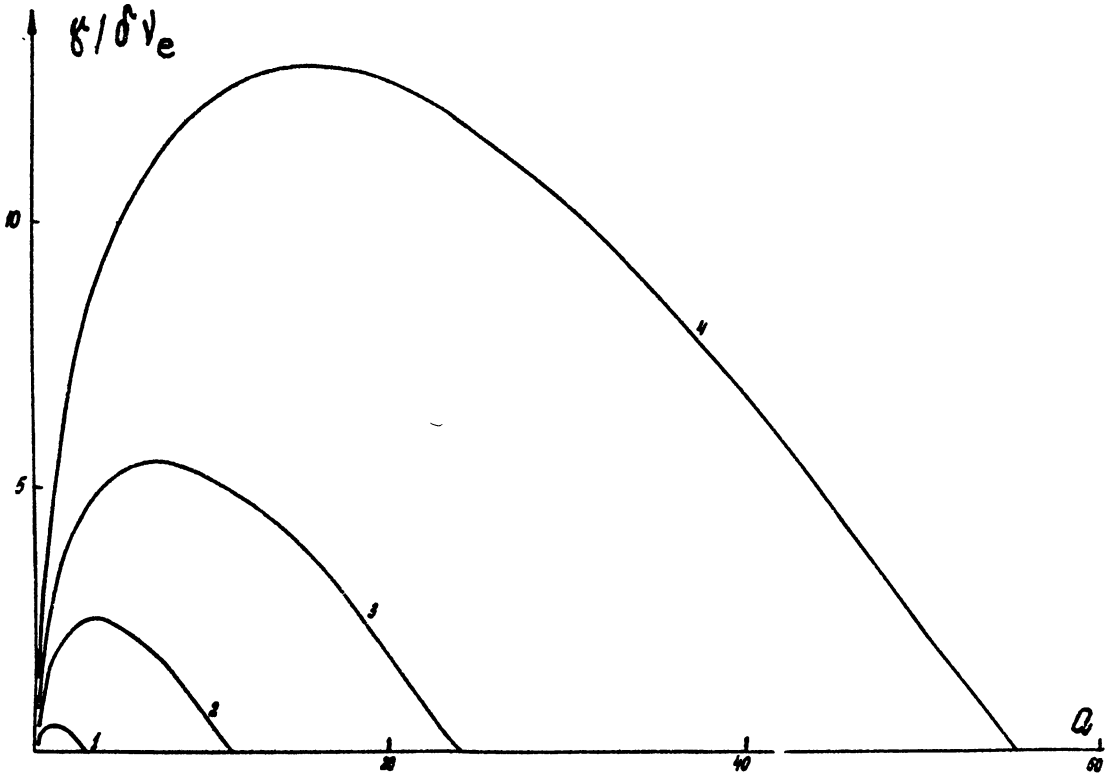


Рис. 46.

Зависимость инкремента неустойчивости от Q для различных $A_1 = \frac{2eA}{\sqrt{\delta}}$.
 1 - $A_1 = 2$; 2 - $A_1 = 3,5$; 3 - $A_1 = 5$; 4 - $A_1 = 7,5$.
 $\mu \nu_{im} / m \nu_e = 50$.

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} > u^{1/2} \quad (4.10)$$

практически вся область существования плазменных волн попадает в область квазипоперечного распространения волны накачки [7, 9], где $\vec{E}_t \parallel \vec{H}_0$. При этом (т.к. $A \sim |\vec{a}_t \vec{a}_p|^2$) резко увеличиваются пороги и уменьшаются инкременты рассмотренной неустойчивости. ТПН, таким образом возникает лишь при достаточно малых углах α .

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г.Г.Гетманцев и др. Письма ЖЭТФ, 15, 621, 1973.
В.В.Беликович и др. Изв. ВУЗов "Радиофизика", 18, 512, 1973.
2. Г.Г.Гетманцев и др. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 19, № 12, 1976.
А.Ф.Беленов и др. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 20, № 12, 1803, 1977
3. У.Ютло, Р.Коэн, УФН, 108, 371, 1973.
W.F.Utlaut, Proc. IEEE, 63, 1022, 1975.
4. В.В.Васьков, А.В.Гуревич. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 18, 1261, 1975
5. С.М.Грач, В.Ю.Трахтенгерц. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 18, 1288, 1975.
6. Я.С.Димант. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 20, № 12, 1834, 1977.
7. Н.А.Митяков, В.О.Рапопорт, В.Ю.Трахтенгерц. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 18, 1273, 1975.
8. В.А.Гинзбург, А.А.Рухадзе "Болны в магнитоактивной плазме"
М., "Наука", 1975.
9. В.Л.Гинзбург "Распространение электромагнитных волн в плазме"
М., "Наука", 1967.
10. В.В.Васьков, А.В.Гуревич. Препринт ФИАН им. П.Н.Лебедева № 85, 1975;
ЖЭТФ 69, 176, 1975;
Физика плазмы, 2, 113, 1976, ЖЭТФ, 73, 924, 1977.
11. А.В.Гуревич, Е.Е.Цедлина, УФН, 91, 609, 1967.
12. А.В.Гуревич, А.Е. Шварцбург. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М., "Наука", 1973.
13. Н.Д.Борисов, В.В.Васьков, А.В.Гуревич. Геом. и аэрномия, 18, 783, 1976.
Н.Д.Борисов, В.В.Васьков, А.В.Гуревич.
Физика плазмы, 3, 168, 1977.
14. С.М.Грач, А.Н.Караштин, Н.А.Митяков, В.О.Рапопорт, В.Ю.Трахтенгерц.
Тепловая параметрическая неустойчивость в неоднородной плазме.
Часть II. Нелинейная теория. Препринт НИРФИ №115, 1978.
15. В.А.Миронов. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 12, 1765, 1969.