

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиопизический институт (НИРФИ)

Препринт № 136

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА
РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ПЛОСКИМ ВОЛНАМ ПРИ АНТЕННЫХ
ИЗМЕРЕНИЯХ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Ю.И.Белов

Горький 1980

УДК 621.398.671

Рассмотрена возможность пересчета ближних полей антенн, измеренных на криволинейной поверхности (частный случай – сферическая поверхность), на плоскость апертуры антенны с использованием метода разложения по плоским волнам, что позволило применить алгоритм БПФ для расчетов на ЭЦВМ. Метод применим для антенн достаточно больших волновых размеров и по точности сопоставим с методом Киркгофа.

В в е д е н и е

В настоящее время обработка данных измерения ближних полей антенн для определения их параметров является неотъемлемой и наиболее трудоемкой частью амплитудометрических измерений. Структура антенных устройств, их конструктивные особенности, в частности, волновые размеры и вид опорно-поворотных устройств (ОПУ), заставляет выбирать наиболее эффективные или даже просто приемлемые алгоритмы обработки. В ряде задач распространенный способ сканирования ближнего поля на плоскости (т.н. зондовый метод) не реализуем. В случае сканирования на сфере требуется либо последующая обработка вида преобразования Френеля [1], либо вычисление интеграла Кирхгофа, либо спектральное разложение по сферическим волновым функциям [2]. Преобразование Френеля является удобной вычислительной процедурой, т.к. сводится к преобразованию Фурье, но ограничено пределами применения по расстоянию от апертуры до сфе-

ры измерения. Интеграл Кирхгофа, спектральное разложение по сферическим волновым функциям требуют длительных вычислений на ЭЦВМ с довольно большим числом входных данных.

В данной работе рассматривается возможность применения метода разложения по плоским волнам при обработке результатов измерения ближнего поля на криволинейной поверхности сканирования. Этот метод, рассмотренный применительно к дифракционным задачам в [3] и к задачам антенной техники в [4], имеет то очевидное преимущество, что позволяет использовать алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Применительно к антенным измерениям на криволинейной поверхности в ближнем поле предлагается использовать метод РПВ для пересчета поля антенны с криволинейной поверхности на плоскость апертуры. Рассмотрение проведено для сферической поверхности сканирования. Первое разложение ближнего поля на сфере по плоским волнам с последующим корректированием (умножением на комплексный множитель) и преобразованием системы координат x, y дает распределение поля на раскрыве с точностью асимптотических разложений, т. е. производится пересчет ближнего поля со сферы на плоскость. Второе Фурье преобразование позволяет определить диаграмму направленности исследуемой антенны. И в первом и во втором преобразованиях Фурье матрица входных данных определяется на равномерной сетке координат; тем

самым оказывается возможным использовать алгоритм БПФ, ускорить и упростить обработку в сравнении с методом разложения поля по сферическим модам и получить более слабое ограничение на электрическую длину радиуса сферы по сравнению с преобразованием Френеля.

1. Разложение поля на сфере по плоским волнам (метод РПВ).

Рассмотрим скалярную задачу: известно поле на сферической поверхности радиуса $R = f_r(\xi, \eta)$, где ξ, η обобщенные сферические координаты

$$\xi = \sin\theta \cos\varphi, \quad \eta = \sin\theta \sin\varphi. \quad (1)$$

Вычислим интеграл Фурье от f_r с ядром $\exp[ik \cdot (\xi x + \eta y)]$ и покажем, что главный член асимптотического разложения интеграла (будем обозначать его далее F_m , а сам интеграл называть спектром F) есть распределение поля на раскрытой антенне в измененных координатах $E_p(x(x', y'), y(x', y'))$, умноженное на некоторый коэффициент $Z(x, y)$, где смысл координат x, y станет ясным в изложении.

Для доказательства запишем f_r в виде интеграла по плоскому раскрытию антенны:

$$f_r(\xi, \eta) = \frac{i}{\lambda} \iint \left\{ \exp[ik(R^2 - 2R\xi x')] \right. \quad (2)$$

$$-2R\eta y' + (x'^2 + y'^2)^{1/2} \left[(R^2 - 2R\xi x' - 2R\eta y' + x'^2 + y'^2)^{-1/2} \right] E_p(x', y') dx' dy'$$

(где $E_p(x', y')$ - поле на раскрыве антенны) и подставим в интеграл Фурье:

$$F(x, y) = \frac{i}{\lambda} \int \int \int \int F_p(x', y') \left\{ \exp[ik(R^2 - 2R\xi x' - 2R\eta y' + (x'^2 + y'^2)^{1/2})] (R^2 - 2R\xi x' - 2R\eta y' + x'^2 + y'^2)^{-1/2} \right\} \exp[ik(\xi x + \eta y)] dx' dy' d\xi d\eta. \quad (3)$$

Вычисляем (3) методом стационарной фазы для 4-мерного интеграла [5]. Из уравнений для стационарных точек $\xi_{ст}, \eta_{ст}, x'_{ст}, y'_{ст}$ получим

$$\xi_{ст} = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2 + y^2}}, \quad \eta_{ст} = \frac{y}{\sqrt{R^2 + x^2 + y^2}}, \quad x'_{ст} = \xi_{ст} R, \quad y'_{ст} = \eta_{ст} R.$$

Асимптотическое разложение до 1-го порядка малости по $1/k$ для интеграла $\int f e^{ik\varphi(\bar{x})} d\bar{x}$, где размерность \bar{x} равна четырем имеет следующий вид:

$$F = \left(\frac{2\pi}{k}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{\pm \det|_{ст}}} e^{i\frac{\pi}{4} \text{sign det}|_{ст}} e^{ik\varphi|_{ст}} \quad (5)$$

$$\times \left[f + \frac{i}{k} \hat{L} \left\{ f e^{ik\psi(\bar{x}, \bar{x}_{ст})} \right\} \right],$$

где $\text{sign det}_{ст}$ означает знак детерминанта в стационарной точке, а \hat{L} — некоторый дифференциальный оператор $\hat{L} = \sum_{ij} a_{ij} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}$. Детерминант в стационарной точке для интеграла (3) записывается следующим образом:

$$\det = \begin{vmatrix} \frac{x^2}{R^2} \sqrt{R^2+x^2+y^2} - \frac{xy}{R^2} \sqrt{R^2+x^2+y^2} - \frac{\sqrt{R^2+x^2+y^2}}{R} & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{R^2+x^2+y^2}}{R} \\ \frac{xy}{R^2} \sqrt{R^2+x^2+y^2} - \frac{y^2}{R^2} \sqrt{R^2+x^2+y^2} & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{R^2+x^2+y^2}}{R} \\ \frac{\sqrt{R^2+x^2+y^2}}{R} & 0 & \frac{\sqrt{R^2+x^2+y^2}}{R} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{R^2+x^2+y^2}}{R} & 0 & \frac{\sqrt{R^2+x^2+y^2}}{R^2} \end{vmatrix} \quad (6) =$$

$$= \frac{(R^2+x^2+y^2)^3}{R^6}.$$

Главный член асимптотического разложения F_m равен:

$$F_m = e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{ik\sqrt{R^2+x^2+y^2}} \frac{2\pi R^3}{R(R^2+x^2+y^2)^2} E_p(x(x,y), y(x,y)).$$

Оценим также последующие члены ряда. Подействуем \hat{L} на $\left\{ f e^{ik\psi(\bar{x}, \bar{x}_{ст})} \right\}$:

$$\hat{L} \{ \dots \} = a_{ij} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{ст} e^{ik\psi_{ст}} + ik f_{ст} a_{ij} x \quad (7)$$

$$\times \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_j} e^{ik\varphi_{ст}} + (ik)^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \Big|_{ст} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Big|_{ст} e^{ik\varphi_{ст}}$$

Последний член (7) равен нулю в стационарной точке, можно показать, что и весь асимптотический ряд, составленный из вторых слагаемых (7), также равен нулю. Первое слагаемое (7) определяет следующий за главным член асимптотического разложения интеграла (3) и меньший по порядку величины как $1/k$.

Итак, главный член асимптотического разложения интеграла (3), действительно, представляет собой распределение поля на раскрыве, только в преобразованной системе координат x, y и скорректированное на множитель

$$Z = e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{ik\sqrt{R^2+x^2+y^2}} \frac{2\pi}{k} \frac{R^3}{(R^2+x^2+y^2)^2} \quad (8)$$

Наглядное соотношение координат x, y и x', y' приведено на рис. 1.

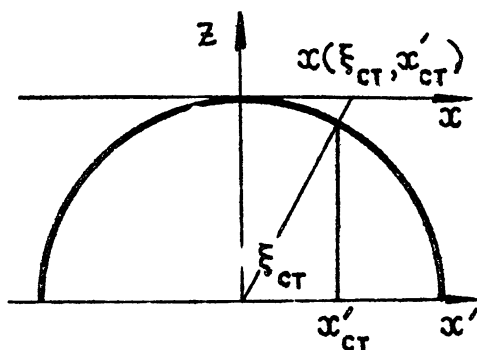


Рис. 1

Из (4) следует: для того, чтобы получить значение поля на раскрыве в равномерной сетке координат x', y' (пунктир рис. 2), что интересно бы нас для дальнейших применений, нужно знать $E_p(x, y)$ на не-

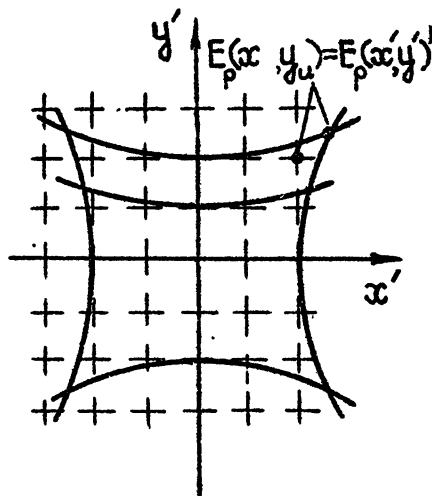


Рис. 2

равномерной сетке (сплошные линии), которая в центре очень близка к равномерной. Можно распорядиться полученным результатом двояким образом — либо определить следующим преобразованием системы координат и делением на корректирующий множитель распределение поля на раскрыве и выяснить его особенности,

либо, интересуясь диаграммой направленности, вычислять ее спектральные компоненты по распределению поля на плоском раскрыве [6].

Рассмотрим векторные соотношения для полей и токов данной задачи. Известно [7], что ток \vec{J}_p в плоскости $x'y'$ создает поле \vec{E} на отдаленной поверхности, у нас — сфере, следующего вида:

$$\vec{E} \approx \frac{-ik^2}{4\pi\omega\epsilon} \iint_A [(-\vec{J}_p \cdot \vec{a}_r)\vec{a}_r + \vec{J}_p] \psi dS, \quad (9)$$

где

$$\psi = \frac{e^{-ikr}}{kr}, \quad kr \gg 1, \quad r = \sqrt{R^2 - 2R\zeta x' - 2R\eta y' + x'^2 + y'^2}$$

вектор \vec{a}_r имеет декартовы координаты: $a_{rx} = R \sin \theta \cos \varphi - x'$, $a_{ry} = R \sin \theta \sin \varphi - y'$, $a_{rz} = R \cos \theta$.
 Компоненты электрического тока J_p^x и J_p^y создают поля \vec{E}^x и \vec{E}^y с компонентами E_x^x, E_y^x, E_z^x и E_x^y, E_y^y, E_z^y соответственно

$$\vec{E}^x \approx \iint_A \left\{ [-J_p^x(x', y') a_{rx}^2 + J_p^x(x', y')] \psi \vec{x}'_0 - J_p^y(x', y') a_{rx} a_{ry} \psi \vec{y}'_0 - J_p^x a_{rx} a_{rz} \psi \vec{z}'_0 \right\} dS; \quad (10)$$

$$\vec{E}^y \approx \iint_A \left\{ -J_p^y(x', y') a_{rx} a_{ry} \psi \vec{x}'_0 + [-J_p^y(x', y') a_{ry}^2 + J_p^y(x', y')] \psi \vec{y}'_0 - J_p^y a_{ry} a_{rz} \psi \vec{z}'_0 \right\} dS. \quad (11)$$

При вычислениях x и y компонент спектра F методом стационарной фазы слагаемые (10) и (11), имеющие сомножителями a_{rx}, a_{ry} , задуляются, потому что в стационарных точках (см. выражение (4)) $a_{rx} = a_{ry} = 0$. Отметим, что именно эти слагаемые связаны с линейным интегралом Кирхга фа-Коттлера по краю апертуры, необходимым для удовлетворения (9) векторным уравнениям Максвелла. Таким образом, главные части асимптотических разложений интегралов Фурье F_m , вычисляемых от компо-

нент векторов поля \vec{E}^x и \vec{E}^y на сфере, определяются каждая только своим током: $J_p^x \vec{x}'_0$ или $J_p^y \vec{y}'_0$, т.е.

$$\hat{F}_m(\vec{E}^x) = \vec{x}'_0 \hat{F}_m \left\{ \iint J_p^x(x', y') \psi dS \right\},$$

$$\hat{F}_m(\vec{E}^y) = \vec{y}'_0 \hat{F}_m \left\{ \iint J_p^y(x', y') \psi dS \right\},$$

и алгоритм обработки - вычисление тока на поверхности антенны - сводится к вычислению Фурье-преобразования от x - и y -компонент поля на сфере и коррекции его на одинаковый множитель z^{-1} . При этом точность метода определяется вкладом в спектр границ апертуры, т.к. мы не учитываем их при выборе z в виде (8). Оценку влияния границ для двумерного скалярного случая приведем ниже.

Для дальнейшего рассмотрения поляризационных соотношений необходимо конкретизировать способ сканирования по сфере. Обычно поворачивается антенна при неподвижном излучателе-зонде. Вид сетки координат ξ и η в функции углов азимута и места зависит от типа опорно-поворотного устройства. Например, заданная точка пространства может достигаться сканированием по углу места при предварительно выставленном азимуте ($\beta \alpha_0$), либо наоборот ($\alpha \beta_0$). Кроме того, размер сканируемой области определяется положением зонда относительно центра вращения. Наибольшая площадь в пространстве, перекрывается при сканировании антенной неподвижного зонда, имеющего угол места $\beta_0 = 0$. Важно отметить, что для вычисле-

ний нам необходима прямоугольная матрица данных ближнего поля на сфере, измеренного в равномерной сетке координат ξ и η , для чего необходимо специальное управление движением антенны, где углы α (азимута) и β (угол места) должны изменяться по следующему закону:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\arcsin \eta \\ \beta &= \arcsin \xi / \sqrt{1 - \eta^2} \quad (\beta \alpha_0), \\ \alpha &= \arcsin \xi / \sqrt{1 - \eta^2} \quad (\alpha \beta_0), \\ \beta &= -\arcsin \eta \end{aligned}$$

Полагая, что зонд измеряет α - или β -компоненту электрического поля, необходимо связать координаты любого вектора в декартовой системе с координатами в системе векторов $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$. Для случая $\beta \alpha_0$ имеем

$$\vec{\beta} = \begin{Bmatrix} \cos \beta \\ -\sin \beta \sin \alpha \\ \sin \beta \cos \alpha \end{Bmatrix}, \quad \alpha = \begin{Bmatrix} 0 \\ \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix}$$

соответственно проекция вектора \vec{f} на $\vec{\alpha}$ и $\vec{\beta}$ равны

$$\begin{aligned} f_\alpha &= \cos \alpha f_y + \sin \alpha f_z, \\ f_\beta &= \cos \beta f_x - \sin \beta \sin \alpha f_y + \sin \beta \cos \alpha f_z. \end{aligned} \quad (12)$$

Применяя оператор Фурье \hat{F} с ядром $\exp[ik(\xi x + \eta y)]$ к соотношению (12), получим

$$F(f_\alpha) = \cos \alpha \hat{F}(f_y) + \sin \alpha \hat{F}(f_z), \quad (13)$$

$$\hat{F}(f_\beta) = \cos \beta \hat{F}(f_x) - \sin \beta \sin \alpha \hat{F}(f_y) + \sin \beta \cos \alpha \hat{F}(f_z).$$

Система (13) разрешима относительно $\hat{F}(f_x)$ и $\hat{F}(f_y)$ при $f_z = 0$ и с учетом соотношений (10) и (11) позволяет восстановить отдельно компоненты тока $\frac{J_x}{\rho}$ и $\frac{J_y}{\rho}$ по спектрам $\hat{F}(f_\alpha)$ и $\hat{F}(f_\beta)$ с погрешностью, определяемой вкладом границ апертуры в измеренное поле на сфере.

Можно рассматривать два подхода к оценкам точности метода. Первым удобным способом оценки точности при вычислении диаграммы направленности является метод, использованный в [8]. Рассмотрим для простоты двумерный случай. Восстановленное методом РПВ распределение поля на раскрые подвергнем преобразованию Фурье с ядром $e^{-ikux'}$:

$$\tilde{S}_{д.н} \approx \frac{i}{\sqrt{\lambda}} \iiint E_p(x') e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-jk\sqrt{R^2+x^2}} \frac{\sqrt{R^2+x^2}}{\sqrt{R\lambda}} \times$$

$$\times \frac{\exp(ik\sqrt{R^2-2R\xi x'+x'^2})}{\sqrt{R^2-2R\xi x'+x'^2}} e^{ikux'} e^{-ikux'} \frac{R^3}{\sqrt{R^2+x^2}} dx' d\xi dx, \quad (14)$$

$$\text{где } z^{-1} = \frac{\sqrt{R^2+x^2}}{\sqrt{R\lambda}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \exp(-jk\sqrt{R^2+x^2}).$$

Вычисление (14) методом стационарной фазы для стационар-

ных точек

$$\xi_{\text{ст}} = \frac{x'}{R}, \quad x_{\text{ст}} = \frac{Rx'}{\sqrt{R^2 - x'^2}} \quad \text{и} \quad \det \Big|_{\text{ст}} = -\frac{R^2 - x'^2}{R}$$

дает результат

$$\tilde{S}_{\text{д.н}} \approx \int E_p(x') e^{-jkux'} \zeta dx' + O\left(\frac{1}{k}\right),$$

что представляет собой значение диаграммы направленности. Другими словами, мы вычисляли ДН антенны, используя для восстановления поля на раскрыве алгоритм РПВ. Можно таким же образом оценить вклад граничных точек области интегрирования на сфере $|\xi|R = \frac{D}{2}$, $|\eta|R = \frac{D}{2}$, которые приводят к тому, что поправочный множитель ζ должен был бы выглядеть как $\zeta + a e^{i\varphi}$. Погрешность в диаграмме направленности из-за пренебрежения слагаемым $a e^{i\varphi}$ равна

$$\delta S_{\text{д.н}} \approx \int \zeta^{-1} a e^{i\varphi} E_p(x') e^{-ikux'} dx' \approx \frac{R}{\sqrt{R^2 - D^2}} \frac{1}{\sqrt{kR}}. \quad (15)$$

Откуда возникает легко выполняемое требование $\frac{\sqrt{R^2 - D^2}}{R} \ll (kR)^{-1/2}$.

Второй подход, связанный с оценкой погрешности определения токов, исходит из теоремы, доказанной в [9] для одномерных функций $g(t)$ с чешинитным спектром $\tilde{g}(\omega)$:

$$|\varepsilon(t)| = |g(t) - g_d(t)| \leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\int_{-\infty}^{-\alpha} + \int_{\alpha}^{\infty} \right) |\tilde{g}(\omega)| d\omega, \quad (16)$$

где α — частота, выше которой спектр полагается равным нулю. Мы вынуждены обрывать бесконечный спектр F_m , а следовательно, соотношение (18) может служить основанием для создания оценок погрешности, вызванной ограничением сектора сканирования по ξ и η . Используя (15), можно показать, что оценка

$$\varepsilon(x, y) = |E_p(x, y) - E_{p.огранич.}(x, y)| \leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\int_{-1/\sqrt{2}}^{-\xi_0 - \eta_0} \int_{\xi_0 \eta_0}^{1/\sqrt{2}} + \int_{\xi_0 \eta_0}^{1/\sqrt{2}} \int_{-1/\sqrt{2}}^{-\xi_0 - \eta_0} \right) \times |f_{д.н}| |\xi| d\xi d\eta$$

определяется рассеянием поля антенны в телесном угле вне области сканирования (вклад затухающей части спектра порядка величины погрешности асимптотических разложений).

В том случае, когда справедливо приближение Френеля, алгоритм РПВ переходит, как нетрудно видеть, в алгоритм вычислений [1], где компенсируется квадратичный множитель Фурье спектра от поля на сфере и получается распределение поля на раскрыве. При этом сетка координат x, y должна незначительно отличаться от сетки x', y' , т.е. $x^2/2R^2 \ll \lambda/8$ откуда следует $x/R = \sin \theta \ll \lambda R/4x^2$ (сравни с условием приближения Френеля [10] $\sin \theta + D_A/4R \leq \sqrt{R\lambda/2D_A^2}$).

2. Сектор измерений и шаг дискретизации

Как отмечалось выше, погрешность восстановления токов на раскрыве определяется рассеянием поля исследуемой антенны вне сектора измерения на сфере. Т.к. рассеяние обычно неизвестно, то можно прибегнуть к способу выбора сектора сканирования, используемому при амплитудометрических измерениях диаграммы направленности: раскрыв проецируется на сферу измерения поля параллельно образующим углового сектора восстановления диаграммы направленности (подробнее см. [1]).

Рассмотрим одно обстоятельство, связанное с выбором радиуса сферы в методе РПВ. Для получения интерполированного значения амплитудно-фазового распределения (АФР) в точках апертуры $|x'| = \frac{D}{2}$, $|y'| = \frac{D}{2}$ необходимо получить спектр F^m в области

$$x_{\text{интерп.}}^{\text{min}} \geq DR^m / 2\sqrt{R^2 - 2D^2/4},$$

где очевидно $x_{\text{интерп.}}^{\text{min}} = \frac{N_{\Phi}}{2} \Delta x = \frac{\lambda}{2\Delta\xi}$, N_{Φ} - размер Фурье-вектора в БПФ. Таким образом, при заданном секторе измерения и возможностях ЭЦВМ (максимальное число точек БПФ) вышеприведенные уравнения накладывают условие на R :

$$R_{\text{min}} \geq \frac{D}{\sqrt{2} \sqrt{1 - \left(\frac{D}{\lambda}\right)^2 (\Delta\xi)^2}}, \quad (17)$$

которое и определяет "минимальный радиус". Если $\Delta\xi \rightarrow 0$, то $R_{\text{min}} = D/\sqrt{2}$, что связано с предположением о

форме квадратной области определения ξ, η в матрице входного поля f_R . С размером минимального радиуса связан и вид λ^{-1} , т.к. мы использовали в своих выводах приближенные разложения с точностью $O(1/kR)$. Следовательно, край апертуры должен отстоять на несколько длин волн от поверхности сканирования. Отмечаем также, что условие ограничения применимости преобразования Френеля (сокращение $m = \frac{2D^2}{\lambda R} \leq 8\sqrt{\left(\frac{D}{\lambda}\right)^2}$ при $m \gg 1$), которое можно взять, например в [1], требует $R > R_{\min}$.

• Выбор точек измерения ближнего поля на сфере в методе разложения по плоским волнам определяется рядом условий. Одни из них связаны с физическими причинами, другие – с особенностями вычислительного алгоритма (БПФ).

1. На входе первого спектрального преобразования матрица данных ближнего поля определена в прямоугольной (квадратной, как частный случай) области: $|\xi| \leq a$; $|\eta| \leq b$; $a, b > 0$, причем из смысла координат ξ, η следует $\xi^2 + \eta^2 \leq 1$; для квадратной области определения $a = b = 1/\sqrt{2}$.

2. Спектр ближнего поля определен на бесконечной плоскости xOy (см. геометрическую интерпретацию соответствия $x, y \Rightarrow x', y'$ рис. 1), но его главное асимптотическое значение ограничено областью

$$|x| < \frac{D_x R}{2\sqrt{R^2 - D_x^2/4}}, \quad |y| < \frac{D_y R}{2\sqrt{R^2 - D_y^2/4}}$$

поэтому выборки ближнего поля по ξ, η должны производиться с шагом

$$\Delta \xi \leq \frac{\lambda \sqrt{R^2 - D_x^2/4}}{D_x R}, \quad \Delta \eta \leq \frac{\lambda \sqrt{R^2 - D_y^2/4}}{D_y R}, \quad (18)$$

а общий размер сектора не должен превышать указанного в п. 1. разд. 2.

3. Использование алгоритма БПФ накладывает связь на шаг по ξ и η вида $\Delta x = \frac{\lambda}{\Delta \xi N_\Phi^x}$, $\Delta y = \frac{\lambda}{\Delta \eta N_\Phi^y}$, где N_Φ^x, N_Φ^y - длины Фурье-вектора преобразования БПФ по координате x, y соответственно. Подставляя максимальные $\Delta \xi$ и $\Delta \eta$ получим

$$\Delta x = \frac{D_x R}{N_\Phi^x \sqrt{R^2 - D_x^2/4}}, \quad \Delta y = \frac{D_y R}{N_\Phi^y \sqrt{R^2 - D_y^2/4}} \quad (19)$$

Как уже указывалось выше, смысл главного члена асимптотического разложения спектра есть распределение поля на раскрые, которое необходимо знать в точках x', y' , отстоящих друг от друга примерно на $\lambda/2$. Положим и Δx и Δy равными $\lambda/2$; такой выбор обеспечит точное знание спектра в координатах центра области $x'Oy'$ и равномерную сходимость на краях области $x'Oy'$ в точках интерполяции (см. поясняющий рис. 2). Платой за точность будет увеличение числа точек в плоскости xOy в $\frac{R^2}{\sqrt{(R^2 - D_x^2/4)(R^2 - D_y^2/4)}}$ раз, что очевидно из вышеприведен-

ных выражений для шагов. Для ускорения вычисления спектра можно использовать смещение матриц спектра, т.е. уменьшить, например, вдвое N_{φ}^x , N_{φ}^y . Вычислить коэффициенты спектра в точках с шагом λ , затем повторить вычисления, но для матрицы смещенной на $\lambda/2$ по обеим координатам [11].

Таким образом, выбор шага измерений по ξ и η определяется требованием $\Delta\xi, \Delta\eta \leq 2/N_{\varphi}$. (это автоматически обеспечивает для алгоритма БПФ выполнения условия $\Delta x, \Delta y = \lambda/2$), где размер N_{φ} выбирается для удовлетворения неравенств (18).

3. О погрешностях измерения

Основные результаты теории погрешностей измерений при Фурье-преобразованиях ближнего поля, измеренного плоскости, приведены, например, в [10]. В алгоритме РГВ дважды, вначале при определении токов на раскрыве, затем при вычислении диаграммы направленности, используется преобразование Фурье. Поэтому результаты, приведенные в [10], можно использовать следующим образом. Дисперсия σ_p^2 флуктуаций ΔF_m комплексного спектра на раскрыве xOy определяется как сумма дисперсий ошибок всех источников $\sigma_p^2 = \sum_{l=1}^L \rho_l(u, v)$, где каждая функция ρ_l вычисляется следующим образом:

$$\rho_l(x, y) = \iint R_l(x-x_1, y-y_1) |B_l(x_1, y_1)|^2 dx_1 dy_1,$$

R_l - спектр коэффициента корреляции $r_l(\xi, \eta)$ ошибок поля на сфере. Функция $\rho_l(x, y)$ для ошибок измерения фазы определяется интегралом

$$B_{\varphi l}(x, y) = \iint \sigma_{\varphi l}(\xi, \eta) a_0(\xi, \eta) e^{ik(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta,$$

для ошибок амплитуды

$$B_{a l}(x, y) = \iint \sigma_{a l}(\xi, \eta) e^{i\varphi_0(\xi, \eta)} e^{ik(x\xi + \eta y)} d\xi d\eta,$$

где $a_0 e^{i\varphi_0}$ - распределение поля без ошибок на сфере, вид функций $\sigma_l^2, r_l, a_0, \varphi_0$ произволен. Следует, однако, учесть особенности описываемого алгоритма РПВ, связанные с пересчетом системы координат. Если предположить, что $\rho_l(x, y)$ имеет гауссову форму:

$$\rho_l(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2}{C_x^2} - \frac{y^2}{C_y^2}\right),$$

то при преобразовании координат к действительному раскрытию по формулам (4) радиусы корреляции будут изменяться, т.е. функция ρ_l будет неоднородной. В достаточно широком диапазоне углов можно "линеаризовать" ρ_l , т.е. ввести замену $x \approx x' \left(1 + \frac{x'^2}{2R^2} + \frac{y'^2}{2R^2}\right)$ и $y \approx y' \left(1 + \frac{x'^2}{2R^2} + \frac{y'^2}{2R^2}\right)$ и учесть изменения радиуса корреляции, введя дополнительный множитель к прежнему ρ_l :

$$\tilde{\rho}_l(x', y') = \rho_l(x, y) \exp\left(\frac{x'^4}{R^2 C_x^2} + \frac{y'^4}{R^2 C_y^2}\right).$$

Кроме того, из экспериментальных данных обычно известна неоднородность $\sigma_{l\varphi}$ и σ_{la} по области определения обра-

бываемых данных: $\sigma_{\xi\eta}$ и $\sigma_{\xi\alpha}$ растут с уменьшением амплитуды входных данных, и при преобразовании координат (4) мы "притягиваем" большие дисперсии с дальних окрестностей области определения спектра xOy в раскрыв $x'Oy'$ (см. рис. 2). Это обстоятельство, как можно оценить качественно, ухудшает точность определения АФР в углах прямоугольной матрицы значений поля "реального" раскрыва и требует дополнительного исследования.

4. Математическое моделирование.

Для проверки алгоритма РПВ была использована следующая тестовая задача. Вычислялась y -компонента поля синфазной круглой апертуры диаметром 30λ на сфере радиусом 40λ по формулам, предложенным в [4] (где аналитические выражения были получены методом наибыстрейшего спуска; они близки к формулам, получающимся методом геометрической теории дифракции — мы проводили такое сравнение численным счетом),

$$E_y = f_R(\xi, \eta) = \begin{cases} \exp[-2\pi i \frac{R}{\lambda} \sqrt{1 - (\xi^2 + \eta^2)}] \\ 0 \end{cases}$$

при

$$\begin{aligned} & \xi^2 + \eta^2 \leq D^2/4 \sqrt{R^2 + D^2/4} + 2 \sqrt{\frac{D}{2R} \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}} \times \\ & \text{---} > \text{---} > \text{---} > \text{---} \\ & \times e^{-j\frac{\pi}{4}} \left[\operatorname{tg} \theta_2 \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_2}}} - \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_2}}} \right) \times \right. \end{aligned}$$

$$e^{-i \frac{2\pi R}{\lambda} R_2} F\left(\sqrt{2\pi \frac{R}{\lambda} R_2} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \theta_2}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_2}}\right)\right) +$$

$$+ i \operatorname{tg} \theta_1 \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_1}}} - \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_1}}}\right) \times$$

$$\times e^{-i \frac{2\pi R}{\lambda} R_1} F\left(\sqrt{2\pi \frac{R}{\lambda} R_1} \left(1 - \operatorname{tg} \theta_1 / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_1}\right)\right) \Big],$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{\sqrt{1 - (\xi^2 + \eta^2)}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \frac{D}{2R}}}, \quad R_{\frac{1}{2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{D}{2R}\right)^2} + 2 \frac{D}{2R} \sqrt{\xi^2 + \eta^2}.$$

Для интегралов Френеля F взята асимптотика [12]

$$F(x) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\pi x^2 + x + 1}} \exp[-i \arctg(x^2 + 1,5x + 1)]$$

($x \geq 0$)

Итак, входными данными были матрицы Re и Im частей поля $E_y^{(+)}$ размерностью 64×64 с шагом $\Delta \xi = 0,02182$ - $\Delta \eta = 0,02182$.

При вычислении спектра от f_R использовался алгоритм двумерного быстрого преобразования Фурье размерностью 64×64 . Вид преобразования записывался следующим образом:

$$A_{kl} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{m=0}^{M-1} B_{nm} e^{2\pi i \frac{ml}{M}} \right) e^{2\pi i \frac{nk}{N}},$$

*) Центральная точка $\xi = 0$; $\eta = 0$ была "выколота" для упрощения теста.

$$N = M = N_{\psi}^x = N_{\phi}^y = 64,$$

$$B_{nm} = E_{nm} \exp \left[-2\pi i \left(\frac{n\alpha_0}{N} + \frac{m\lambda_0}{M} \right) \right], \quad (20)$$

$$F_{kl} = \Delta \xi \Delta \eta A_{kl} \exp \left[-2\pi i \left(\frac{\nu_0(k - \alpha_0)}{N} + \frac{\mu_0(l - \lambda_0)}{M} \right) \right],$$

α_0, λ_0 - характеризуют смещение входной матрицы, ν_0, μ_0 - смещение матрицы (выходной) спектра. Полученные данные корректировались множителем \bar{z}^{-1} (см. выражение ниже):

$$\bar{z}^{-1} = e^{j\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\lambda}{R} \right) \left(1 + \left(\frac{\lambda}{R} \frac{x}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\lambda}{R} \frac{y}{\lambda} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left[-2\pi i \frac{R}{\lambda} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{R} \frac{x}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\lambda}{R} \frac{y}{\lambda} \right)^2} \right], \quad (21)$$

и проводился пересчет от системы координат X, Y к системе x', y' , связанной с центром круглой апертуры. Переход к прямоугольной сетке требует использования процедуры двумерной интерполяции данных: нами использовались полиномы Лежандра четвертой степени. Таким образом восстанавливалось поле на раскрыве в точках, отстоящих на $\lambda/2$ друг от друга. В этой же тестовой задаче вычислялось второе преобразование Фурье для вычисления диаграммы направленности. Все полученные результаты приведены на рис. 3-6.

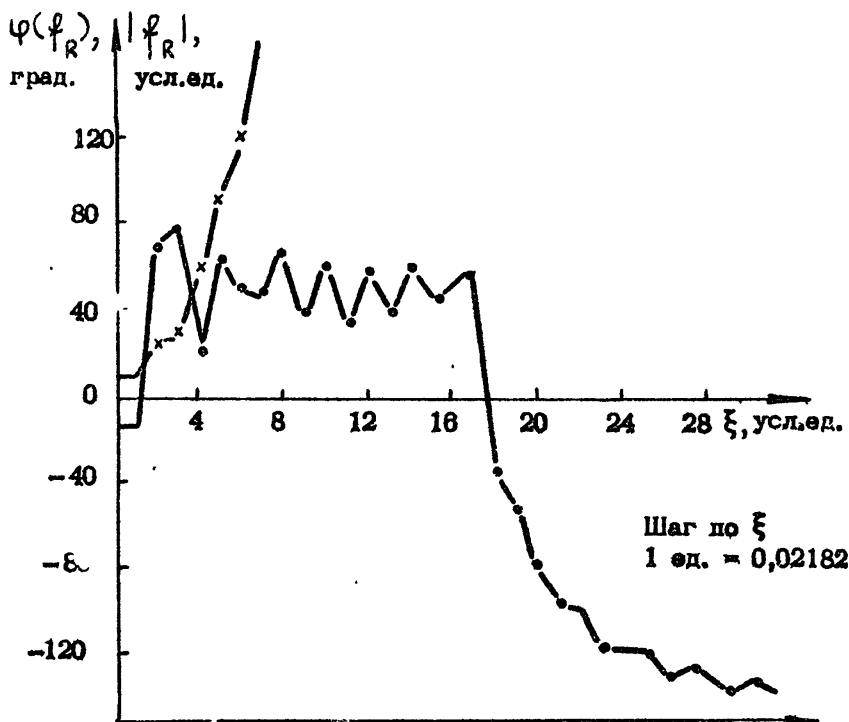


Рис. 3

Центральное сечение амплитуды и фазы (крестики) E_y компоненты поля круглого раскрытия $D=30\lambda$ на сфере радиуса $R = 40\lambda$. Шаг по углу $\Delta\xi = \Delta\eta = 0,02182 \approx 1,25^\circ$.

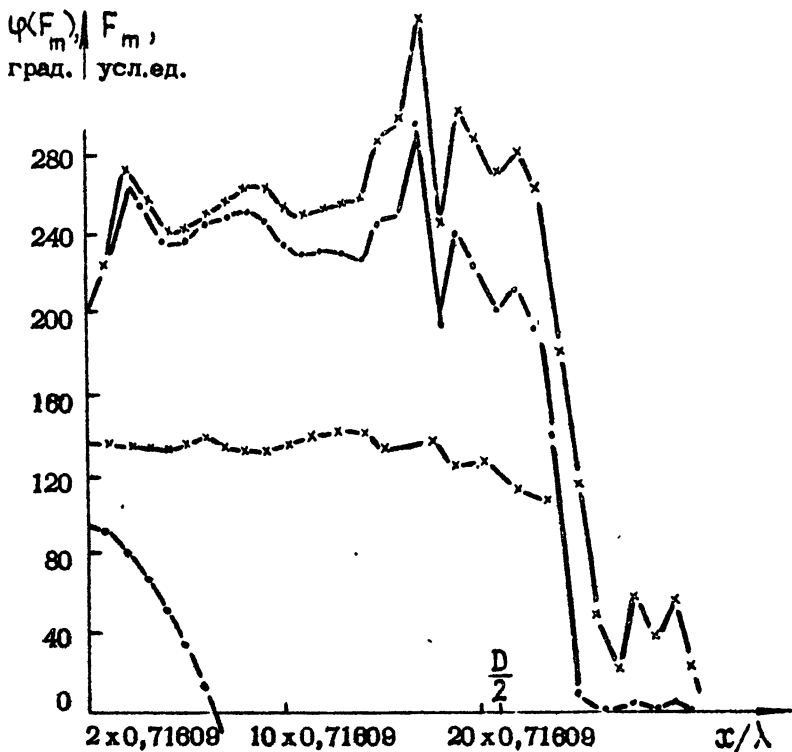


Рис. 4

Центральное сечение амплитуды и фазы спектра некорректированного (точки) и корректированного на множитель Z^{-1} шаг по X и Y равен 0,71609

$|F_{инт.}|$ интерп., усл. ед.
 $\varphi(F_{инт.})$, град.

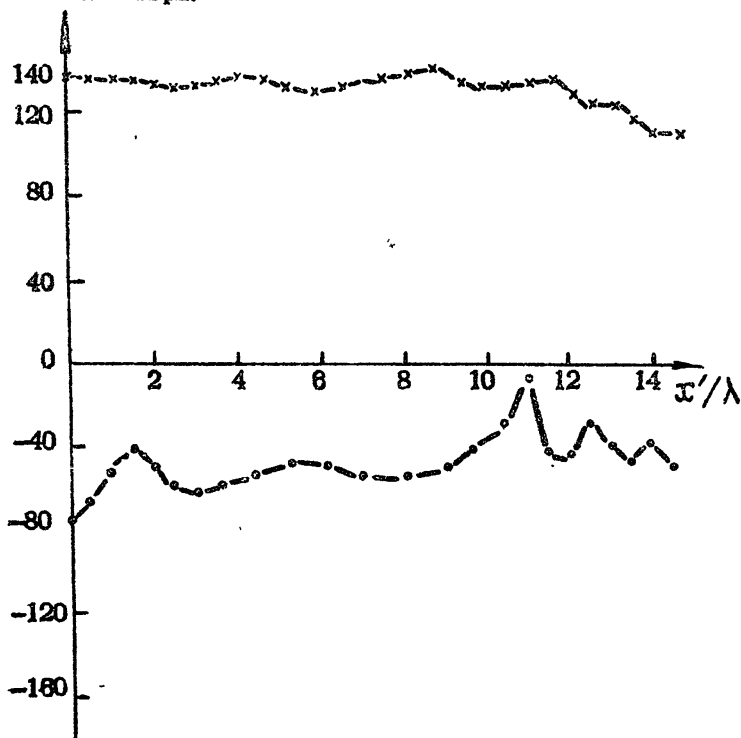


Рис. 5

Центральное сечение амплитуды (точки) и фазы (крестики) поля на раскрыве, шаг $\Delta x' = \Delta y' = \frac{\lambda}{2}$ полученные методом РПВ.

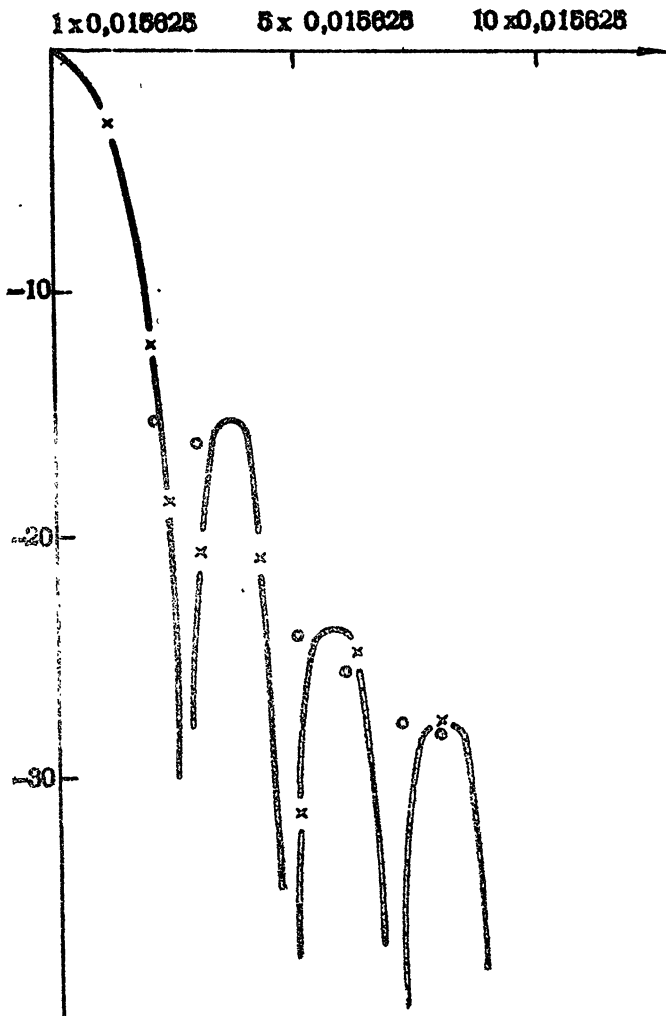


Рис. 6

Фурье-спектр данных на рис. 5 (точки).
 сплошная линия - функция $2J_1(\xi)/\xi$.

В ы в о д ы

В работе рассмотрена возможность пересчета ближних полей антенн, измеренных на криволинейной поверхности (частный случай – сферическая поверхность) на плоскость апертуры антенны с использованием метода разложения по плоским волнам, что позволило применить алгоритм БПФ для расчетов на ЭЦВМ. Метод применим лишь для антенн достаточно больших волновых размеров и по точности сопоставим с методом Кирхгофа. Основным достоинством метода РПВ является удобство вычислительных процедур, что позволяет уменьшить время счета по сравнению со способом разложения полей по сферическим волновым функциям.

Наряду с достоинствами метода ему присущи определенные недостатки. Во-первых, несколько увеличивается объем измеряемых данных, тем больше, чем меньше радиус кривизны поверхности сканирования ближнего поля. Во-вторых, дисперсия ошибок на раскрыве становится неравномерной в силу особенностей алгоритма пересчета координат – на углах прямоугольной апертуры дисперсия увеличивается. Тем не менее, ввиду удобства вычислительных алгоритмов предложенный метод может оказаться полезным в антенных измерениях в ближней зоне.

Автор выражает благодарность Н.М.Цейтлину и В.И. Турчину за внимание к настоящей работе, а также А.Шимолонасу и Ю.В.Сысоеву за помощь в проведении расчетов на ЭЦВМ.

Л и т е р а т у р а

1. В.И.Турчин, Н.М.Цейтлин, А.К.Чандаев. Радиотехника и электроника, 1973, т. 18, № 4, с. 725.
2. F.Jensen. Electromagnetic near-field-far field correlations, 1970
3. Х.Хенл, А.Мауэ, К.Вестпфаль. Теория дифракции. М., Мир, 1984.
4. R.C.Rudduck & C.L.Chen. - Trans. on Ant. and Prop. 1976, N AP-24, N 4, p.438
5. М.В.Ф.доржук. Метод перевала. - М.: Наука, 1977.
6. В...Турчин. К теории зондового метода измерения диаграмм направленности антенн. Препринт № 82.- Горький: НИРФИ 1975.
7. Сканирующие антенные системы СВЧ. - М.: Сов.радио, 1966.
8. В.И.Турчин, Диссертация. - Горький: НИРФИ 1977.
9. Я.И.Хургин, В.П.Яковлев. Финитные функции в физике и технике. - М.: Наука, 1971.
10. Л.Д.Бахрах, А.П.Курочкин. Голография в микроволновой технике. - М.: Сов.радио, 1979.
11. А.А.Арутюнян, Д.С.Арутюнян, П.М.Геруни, А.А.Татевос-сян, Б.Е.Хайкин. - В сб.: Проблемы голографии. М., 1974, № 4, с. 144.
12. ТИИЭР. 1979, т. 67, № 4, с. 274.

Юрий Иванович БЕЛОВ

**О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА
РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ПЛОСКИМ ВОЛНАМ ПРИ АНТЕННЫХ
ИЗМЕРЕНИЯХ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ**

Подписано в печать 9.08.80. МЦ 00670 Формат 60 x 84 1/16
Бумага множительная марки А-1. Печать офсетная. Объем
1,58 усл.печ.л. Тираж 120 экз. Заказ 2392. Бесплатно.

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени научно-
исследовательский радиофизический институт, г. Горький
603600, 1СП-51, ул. Лядова 25/14, т. 38-90-91, т. 5-09.
Отпечатано на ротационной НИРФИ.