

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиопизический институт (НИРФИ)

Препринт № 149

К ОБЩЕЙ ПОСТАНОВКЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ
ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ
В МИКРОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ

Н.Н.Маркина

А.П. Наумов

М. И. Сумин

Горький 1981

А н н о т а ц и я

В работе получено интегральное соотношение между вариациями δT_{λ} яркостной температуры для случая наземных радиометрических наблюдений и метеорологическими параметрами атмосферы, которое позволяет осуществить общий подход к постановке обратных задач термического зондирования и дистанционного определения малых газовых примесей в миллиметровом диапазоне воли. С помощью этого соотношения единообразно решается и проблема линеаризации исходных интегральных уравнений задач дистанционного зондирования. Упомянутое соотношение выведено двумя способами: непосредственно из решения уравнения переноса энергии в атмосфере и с помощью теории возмущений. Эффективность практического использования полученного выражения для δT_{λ} иллюстрируется в работе на примере восстановления высотных профилей влажности по характеристикам исходящего излучения в спектральных областях $\lambda 13,5$ мм и $\lambda 1,84$ мм.

1. В в е д е н и е ⁺)

Решению обратных задач дистанционного зондирования атмосферы в СВЧ-диапазоне в настоящее время посвящено уже большое количество работ и монографий, из которых мы сошлемся на [1-13]. При этом основное внимание до сих пор уделялось термическому зондированию атмосферы с исследованием и апробацией возможностей определения высотных распределений температуры, давления и геопотенциала. Менее полно освещены в литературе возможности определения высотных профилей влажности по данным дистанционного зондирования в линиях вращательного спектра H_2O λ 1,35 см и особенно - λ 1,64 мм. На очереди также постановка обратных задач по дистанционному определению и малых газо-

⁺) Результаты данной работы частично были доложены на XIII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн (г. Горький, июнь-июль 1981 г.) [49].

вых составляющих атмосферы, молекулы которых обладают дипольными моментами, — озона, окислов углерода, азота и т.д. [14] .

В [15] трудности дистанционного зондирования влажности подчеркивались тем обстоятельством, что характеристические высоты изменения температуры (H_T), давления (H_P) и абсолютной влажности (H_R) в атмосфере находятся в соотношении: $H_R \ll H_P \ll H_T$, и ядра интегрального уравнения соответствующей обратной задачи в большей степени определяются зависимостью от давления и температуры, нежели от влажности ⁺⁾. Сформулированное условие, вне сомнения, характеризует ограниченную информативность яркостных температур (интенсивности излучения) атмосферы относительно высотных распределений влажности. Однако для достаточно полных выводов о целесообразности или, напротив, о нецелесообразности экспериментальной постановки задачи дистанционного зондирования влажности требуется, конечно, рассмотрение всех основных радиохарактеристик, определяющих структуру радиоизлучения атмосферы в наиболее информативных для данной задачи областях спектра, то есть в радиодиапазоне — в окрестностях вращательных резонансов H_2O ν_{-1-8} (резонансная частота $\nu_{ij} = 22235,0798$ МГц [16])

⁺⁾ Это замечание касается восстановления профилей влажности по данным дистанционного зондирования не только в микроволновом, но и во всех других диапазонах волн.

и $2_{+2}^{-3} - 2_{-2}$ ($\delta_{ij} = 183,310$ ГГц), с последующим проведением численных экспериментов по обращению задачи и сравнением ошибок восстановления с ошибками определения высотных профилей влажности другими методами (включая метод высотной статистической экстраполяции приземных значений влажности)⁺;

Другая характерная черта постановок обратных задач дистанционного зондирования в СВЧ-диапазоне состояла в отсутствии до сих пор общего подхода к этим задачам. В качестве исходного уравнения для задач дистанционного зондирования обычно используется соотношение, которое связывает вариации яркостных температур $\delta T_{\text{я}}$ атмосферы с вариациями искомым физических величин. Эта связь хотя и получалась из общего выражения для яркостной температуры [17], являющегося решением уравнения переноса излучения в атмосфере (см. (1)), но способы получения выражения для $\delta T_{\text{я}}$ в каждой конкретной задаче (термического зондирования, влажностного зондирования и т.д.) были весьма различающимися и обычно приближенными. При частных же для каждой задачи подходах к определению $\delta T_{\text{я}}$ и к линеаризации соответствующего уравнения не все специфические аспекты задач проявляются сразу: выявление некоторых (и важных) особенностей этих задач требовало проведения весьма громоздких дополнительных исследований (подробнее см.

⁺ Подобная процедура осуществлена в работах [4, 5, 12] при решении задачи термического зондирования атмосферы.

В данной работе осуществлен общий подход к постановке обратных задач дистанционного зондирования атмосферы в микроволновом диапазоне на основе единого уравнения для вариаций яркостных температур. Эффективность использования полученного уравнения для δT_a иллюстрируется в работе на примере восстановления высотных профилей влажности по характеристикам нисходящего излучения в резонансных областях H_2O λ 1,35 см и λ 1,64 мм. Обобщающие выводы из данного уравнения сделаны по задачам термического и озонного зондирования атмосферы, а также — по задаче определения полной массы водяного пара в столбе атмосферы.

Аналогичный подход к постановке обратных задач может быть развит и для спутникового зондирования системы "атмосфера-подстилающая поверхность" в СВЧ-диапазоне. Выражение для вариаций яркостных температур в этом случае (с учетом вариаций излучательной способности поверхности) получено в [18].

В данной статье мы приведем результаты только для наземного варианта зондирования. Такой выбор материала обусловлен тем, что при наземном зондировании реализуются, как правило, более высокие точности радиометрических измерений, и можно задать дополнительную информацию о значении искомого параметра атмосферы в месте расположения приемной аппаратуры, что способствует получению более точ-

ных решений рассматриваемых обратных задач и выяснению, таким образом, предельных возможностей радиометрических методов в целом.

2. Уравнения для вариаций яркостной температуры атмосферы в микроволновом диапазоне

Уравнение переноса атмосферного излучения в радиодиапазоне на фиксированной частоте ν имеет вид (см., например [17]) :

$$\frac{dI_{\nu}(s)}{ds} = -\gamma_{\nu}(s)I_{\nu}(s) + \frac{2k_{\nu}\nu^2}{c^2}\gamma_{\nu}(s)T(s), \quad s < 0. \quad (1)$$

В (1) $I_{\nu}(s)$ - интенсивность излучения, γ_{ν} - коэффициент поглощения, T - температура атмосферы, k_{ν} - постоянная Больцмана, c - скорость света. Соотношение (1) записано в следующих предположениях, которые с высокой степенью точности выполняются в радиодиапазоне:

а) в безоблачной атмосфере полное ослабление радиоволн определяется молекулярным поглощением ($\gamma_{\nu} \approx \gamma_{\text{осл}} = \gamma_{\text{погл}}$);

б) в приближении Рэлея - Джинса ($2\pi h\nu \ll kT$) функция Планка $B_{\nu}(T)$ имеет вид $\frac{2k_{\nu}\nu^2}{c^2 n^2} T$, что учтено в правой части соотношения (1). В использованных обозначениях n - показатель преломления атмосферы.

Уравнение (1) для случая наземных наблюдений обыч -

но решается с граничным условием на верхней границе $H_l > 0$ атмосферы $I_\nu(H_l) = I_0$, где I_0 - интенсивность реликтового излучения.

Введем в рассмотрение (подобно [19]) стандартную невозмущенную атмосферу, которая характеризуется заданием усредненных метеорологических элементов: температуры $\bar{T}(s)$, удельной влажности $\bar{q}(s)$ и т.д.⁺ Этим средним характеристикам соответствуют коэффициент поглощения $\bar{\gamma}_\nu(s)$, интенсивность излучения $\bar{I}_\nu(s)$ и связывающее их уравнение:

$$\frac{d\bar{I}_\nu(s)}{ds} = -\bar{\gamma}_\nu(s)\bar{I}_\nu(s) + \frac{2k_\nu^2}{c^2} \bar{\gamma}_\nu(s)\bar{T}(s) \quad (2)$$

с граничным условием $\bar{I}_\nu(H_l) = I_0$.

Обозначим вариации радиометеорологических характеристик следующим образом: $\delta T(s) \equiv T(s) - \bar{T}(s)$, $\delta q(s) \equiv q(s) - \bar{q}(s)$, $\delta \gamma_\nu(s) \equiv \gamma_\nu(s) - \bar{\gamma}_\nu(s)$, $\delta I_\nu(s) \equiv I_\nu(s) - \bar{I}_\nu(s)$

и т.д. Вычтем соотношение (2) из соотношения (1), воспользуемся введенными обозначениями вариаций и в правой части полученного соотношения добавим и вычтем выражение

$\bar{\gamma}_\nu(s) \bar{I}_\nu(s)$. После осуществления перечис-

⁺ За средние метеорологические элементы мы в дальнейшем будем принимать статистически экстраполированные по приземным значениям (T_0, q_0) величины $T^3(s)$, $q^3(s)$ и т.д. (см. [20]).

ленных процедур получается уравнение

$$\frac{d\delta I_y(s)}{ds} = -\bar{\gamma}_y(s)\delta I_y(s) - \delta\gamma_y(s)I_y(s) + \frac{2k_y^2}{c^2}\delta[\gamma_y(s)T(s)] \quad (3)$$

с граничным условием $\delta I_y(-H_L) = 0$.

Сформулированная задача представляет собой задачу Коши (начальную задачу) в одной из простых реализаций (исходное дифференциальное уравнение является одномерным линейным уравнением первого порядка). Из общего решения этой задачи (см., например, [21]) с учетом указанного граничного условия имеем:

$$\begin{aligned} \delta I(s) = & -\exp\left(\int_s^{-H_L} \bar{\gamma}(u) du\right) \int_s^{-H_L} \left\{ \frac{2k}{\lambda^2} \delta[\gamma(t)T(t)] - \right. \\ & \left. - \delta\gamma(t)I(t) \right\} \exp\left(-\int_t^{-H_L} \bar{\gamma}(u) du\right) dt = \\ = & -\int_s^{-H_L} \left\{ \frac{2k}{\lambda^2} \delta[\gamma(t)T(t)] - \delta\gamma(t)I(t) \right\} \exp\left(\int_s^t \bar{\gamma}(u) du\right) dt \end{aligned} \quad (4)$$

Переходя в решении (4) от интенсивности излучения к яркостной температуре атмосферы, получаем:

$$\delta T_{я}(s) = -\int_s^{-H_L} \left\{ \delta[\gamma(t)T(t)] - \delta\gamma(t)T_{я}(t) \right\} \exp\left(\int_s^t \bar{\gamma}(u) du\right) dt, \quad (5)$$

^{+) В формуле (4) и всюду ниже мы опускаем индекс y в обозначениях γ_y , $T_{яy}$ и $\delta T_{яy}$.}

где

$$T_{\text{я}}(t) = \int_t^{H_L} T(t') \gamma(t') \exp\left(-\int_t^{t'} \gamma(t'') dt''\right) dt' \quad (6)$$

Для случая наземного зондирования атмосферы (при этом переменную интегрирования вновь обозначаем через s) имеем:

$$\begin{aligned} \delta T_{\text{я}} &\equiv \delta T_{\text{я}}(0) = \\ &= - \int_0^{-H_L} \left\{ \delta [\gamma(s) T(s)] - \delta \gamma(s) T_{\text{я}}(s) \right\} \exp\left(\int_0^s \bar{\gamma}(s') ds'\right) ds. \end{aligned} \quad (7)$$

Переходя в (7) к интегрированию по пути распространения луча, отсчитываемого от поверхности Земли ($l = -s$) и прибавляя, и вычитая в фигурных скобках произведение $\bar{\gamma}(l) T(l)$, окончательно получаем:

$$\delta T_{\text{я}} = \int_0^{H_L} \left\{ \delta T(l) \bar{\gamma}(l) + \delta \gamma(l) [T(l) - T_{\text{я}}(l)] \right\} \exp\left(-\int_0^l \bar{\gamma}(l') dl'\right) dl. \quad (8)$$

Элемент пути dl выражается через элемент высоты dh из вестным соотношением:

$$dl = \frac{dh}{\sqrt{1 - (n_0 r_0 / nr)^2 \sin^2 \theta}}. \quad (9)$$

В (9) r_0 - радиус Земли, $r = r_0 + h$, $n_0 = n(h=0)$
 θ - зенитный угол.

Соотношение (8) является искомым представлением вариаций яркостной температуры $\delta T_{\text{я}}$, фиксируемой на по-

верхности Земли, через вариации характеристик атмосферы $\delta T(l)$ и $\delta \gamma(l)$. Полученное представление позволяет поставить конкретные обратные задачи по определению различных метеорологических параметров атмосферы (см. раздел 3).

Г.И.Марчук предложил в [19] эффективный подход к постановке обратных задач переноса излучения на основе методов теории возмущений, который был и проиллюстрирован в упомянутой работе на примере постановок обратных задач в ИК-диапазоне. Подход [19], в силу своей общности, должен приводить к цели и в СВЧ-диапазоне, если соответствующее рассмотрение провести с учетом специфики формирования и структуры атмосферного радиоизлучения. Методология [19], применительно к задачам дистанционного зондирования атмосферы с поверхности Земли в радиодиапазоне, развивается в приложении к данной работе. При этом основное внимание в приложении уделяется строгому математическому обоснованию построения соответствующей сопряженной задачи и выбору функциональных пространств для получения точного интегрального представления вариаций излучения в СВЧ-диапазоне.

Конечный результат проведенного в приложении рассмотрения совпадает с результатом, полученным в данном разделе статьи (сравни выражения (8) и (П-6)). В связи с этим обстоятельством заметим, что прямое решение уравнения(3)

оказалось возможным только при сделанных упрощающих предположениях (см. пп. а) и б) на стр. 7). В общем же случае (с учетом, например, рассеяния излучения в мощных облачных системах или при постановке задач в спектральных областях, где приближение Рэлея - Джинса не выполняется), прямой метод получения вариаций измеряемых величин может и не привести к успеху, в то время, как подход [19], основанный на теории возмущений, будет эффективным и в этом случае. Поэтому результаты, приведенные в приложении, представляют вполне самостоятельный методический интерес.

Отметим, что частный вид представления (8) (без первого слагаемого в фигурных скобках) для задачи влажностного зондирования атмосферы из космоса приближенным способом (с помощью разложения ядра задачи в окрестности среднего значения $\bar{\gamma}(l)$) получен и в работе [22]. В связи с этим обстоятельством еще раз подчеркнем весьма общий характер проведенного выше рассмотрения и полученных в данной работе результатов.

3. Общий подход к постановке обратных задач дистанционного зондирования атмосферы по характеристикам нисходящего излучения в радиодиапазоне

В основу анализа особенностей постановок характерных обратных задач дистанционного зондирования в СВЧ диапазоне положим уравнение (8). Базовыми ("эталонными") задачами атмосферной радиотеплолокации являются уже упо-

манутые выше задачи термического и влажностного зондирования. В первую очередь рассмотрим именно эти задачи. Некоторые замечания будут сделаны также в аспекте озонного зондирования атмосферы и определения интегрального влагосодержания, хотя последняя задача не относится к классу обратных задач в том смысле, в котором обычно употребляется этот термин, т.е. — в связи с решением интегральных уравнений⁺⁾ .

а. Задача термического зондирования

Физический подход к постановке задач дистанционного зондирования атмосферы включает в себя рассмотрение уравнений формирования излучения, вариаций яркостных температур, условий статистической зависимости каналов зондирования [3, 5, 23, 24]. Эти характеристики атмосферного излучения дополняются анализом ядер интегральных уравнений и (иногда) классической меры информации Шеннона [25, 26].

Из анализа физических характеристик радиоизлучения атмосферы известно, что

1) повышенной информативностью относительно высотных распределений температуры обладает радиоизлучение атмосферы в резонансных областях поглощения O_2 $\lambda \sim 5$ мм

⁺⁾ В более широком смысле обратными задачами являются, по сути дела, все задачи, связанные с получением информации из измерений, но в научной литературе термин "обратные задачи" применяется к вполне определенному классу задач.

и $\lambda \sim 2,53$ мм [1, 4, 5, 7, 23-26] ;

2) условия зондирования с поверхности Земли для последующего определения профилей $T(h)$ в полосе поглощения O_2 $\lambda \sim 5$ мм оказываются более предпочтительными по сравнению с условиями зондирования в области изолированного резонанса O_2 1_{-} , центрированного к $\lambda = 2,53$ мм [24] ;

3) при увеличении зенитных углов θ зондирования вблизи резонансов поглощения O_2 существенно расширяется спектральная область, в которой преобладающим является вклад в излучение нижних слоев атмосферы [4, 5, 7, 25] .

С учетом изложенных фактов мы рассмотрим исходное интегральное уравнение для задачи термического зондирования атмосферы в наиболее информативных областях спектра O_2 (на склоне полосы поглощения $\lambda \sim 5$ мм) и сравним это уравнение с обычно используемым его линейным аналогом .

Особенность спектральной области, в которой рассматривается задача термического зондирования, состоит в достаточно большом значении оптической толщины (для зенитного направления $\tau \approx 1,5 + 1,8$), и это обстоятельство обеспечивает применимость плоско-слоистого приближения атмосферы, при котором рефракция не вносит сколько-нибудь заметного вклада в характеристики излучения. В этом случае связь между элементами длины пути и высоты имеет простой вид: $d\ell = \sec \theta dh$ (см.(9)) .

При изложенных условиях уравнение (8), если в нем еще особо выделить ошибку δT_p радиометрических измерений T_γ (или δT_γ), принимает вид:

$$\delta \tilde{T}_\gamma + \delta T_p - I_T = \frac{1}{\cos \theta} \int_0^H \delta T(h) \bar{y}(h) \exp\left(-\frac{1}{\cos \theta} \int_0^h \bar{y}(h') dh'\right) dh, \quad (10)$$

где $\delta \tilde{T}_\gamma$ — измеряемая величина, а

$$I_T = \frac{1}{\cos \theta} \int_0^H \delta y(h) [T(h) - T_\gamma(h)] \exp\left(-\frac{1}{\cos \theta} \int_0^h \bar{y}(h') dh'\right) dh. \quad (11)$$

Интеграл I_T в форме (11) совпадает с аналогично обозначенным интегралом в [13], хотя форма представления этого интеграла в [13] отличается от рассмотренной. Соотношение для I_T в [13] получено путем алгебраических преобразований подынтегрального выражения.

Средние квадратичные значения I_T ($\theta = 0^\circ$) для ряда частот в полосе O_2 $\lambda \sim 5$ мм, согласно [13], приведены в таблице 1. На частотах с меньшими оптическими толщинами ($\nu \approx 48 + 52$ ГГц) значения I_T несколько возрастают при увеличении зенитного угла до $\theta \approx 60 + 70^\circ$ и уменьшаются при больших зенитных углах. В области $\nu > 52,5$ ГГц значения $I_T(\theta)$ монотонно убывают при увели-

Таблица 1

Среднеквадратичные значения интегралов I_T для ряда частот наземного радиометрического зондирования атмосферы в области λ 5 мм в зенитном направлении (летний период года)

ν , ГГц	51	52	52,5	53	53,5	54
I_T , К	0,7	0,5	0,41	0,40	0,39	0,2

чении зенитных углов наблюдения, и, например, на частоте $\nu = 53,5$ ГГц среднеквадратичные значения I_T составляют уже $\sim 0,1$ К при $\theta = 60^\circ$ и меньше 0,1 К при $\theta > 60^\circ$. Напомним, что среднеквадратичные ошибки δT_p радиометрических измерений на оптимальных частотах $\nu \approx 53,5 + 54,5$ ГГц угломестного зондирования оцениваются в $\sim 1,5$ К при $\theta = 0^\circ$, 1 К при $\theta \approx 60^\circ$ и $\sim 0,5$ К при $\theta > 60^\circ$ [25].

На основании проведенного сравнения значений I_T с величинами δT_p можно сделать вывод о возможности пренебрежения интегралом I_T в (10) на рассматриваемых частотах ($\nu \approx 52,5 + 55$ ГГц), и, таким образом, уравнение (10) переходит в уравнение:

$$\delta \tilde{T}_g + \delta T_p = \frac{1}{\cos \theta} \int_0^H \delta T(h) \bar{y}(h) \exp\left(-\frac{1}{\cos \theta} \int_0^h \bar{y}(h') dh'\right) dh, \quad (12)$$

хорошо известное по работам [2-5, 7, 10, 24, 25]. Цитиро-

ванные работы дают и весьма полное представление о возможностях термического зондирования атмосферы в СВЧ-диапазоне⁺⁾. Поэтому здесь мы не будем касаться других аспектов восстановления профилей температуры и лишь отметим, что среднеквадратичная ошибка этого восстановления при реализованных точностях измерений яркостных температур составляет $\sim 0,3$ К на уровне $P = 950$ гПа, $\sim 1,5$ К при $P = 700$ гПа и возрастает до $\sim 2,5$ К (летом) + $3,5$ К (зимой) при $P \approx 400$ гПа [24].

При уменьшении ошибок радиометрических измерений δT_p может наступить ситуация, когда интегралом I_T уже нельзя будет пренебречь. В этом случае постановка задачи термического зондирования должна осуществляться в соответствии с полным уравнением (10), и интеграл I_T в нулевом приближении может быть оценен с помощью статистически экстраполированных профилей $\bar{T}(h)$ и соответствующих значений $\bar{T}_g(h)$. Использование итерационной процедуры при решении (10) приведет к вполне удовлетворительным результатам и в этом случае (см. рассмотренные ниже примеры восстановления высотных профилей влажности).

6. Задача влажностного зондирования

^{+) В [18] показано, что при $|I_T| \ll \delta T_p$ решения уравнений (10) и (12) являются неразличимыми между собой.}

Примем для коэффициента поглощения водяного пара в области $\lambda \geq 1,5$ мм выражение (1) работы [27]

$$\chi_{\text{H}_2\text{O}}(\partial\delta/\text{км}) = \left\{ \sum_{i=1,2} A_i \left| e^{-a\gamma_{i(1)}/T} - e^{-a\gamma_{i(2)}/T} \right| \times \right. \\ \left. 1,045 \left(\frac{\Delta\gamma}{c} \right)^{\text{H}_2\text{O}-\text{N}_2} \frac{\rho}{760} \left(\frac{T}{300} \right)^{-n_i} \right. \\ \left. \frac{\times \left[\left(\frac{1}{\lambda_i} \right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 \right]^2 + 4 \left[1,045 \left(\frac{\Delta\gamma}{c} \right)^{\text{H}_2\text{O}-\text{N}_2} \frac{\rho}{760} \left(\frac{T}{300} \right)^{-n_i} \right]^2 \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2}{+ 4,780 \cdot 10^3 \frac{\rho}{760} \frac{1}{T}} \right\} \rho \left(\frac{1}{T} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 \quad (19)$$

В (13) пренебрегается вкладом димерных молекул водяного пара, что можно сделать без ущерба для точности расчетов вблизи резонансов мономерных молекул H_2O . С учетом того, что абсолютная влажность ρ выражается через удельную влажность q соотношением $\rho = bq[(d + mq)T]^{-1}$, формулу (13) можно переписать в сокращенном виде:⁺⁾

⁺⁾ Мы не выделяем в явном виде зависимость ширины спектральной линии от влажности (самоуширение линии H_2O), поскольку учет этой зависимости в коэффициенте 1,045 можно осуществить приближенным способом (например, с помощью статистически экстраполированных значений $\bar{q}(h)$).

$$\chi_{H_2O} = \frac{\tilde{A}_\nu(h) q(h)}{\alpha + \beta q(h)} \quad (14)$$

Вариации коэффициента поглощения $\delta\chi$ вблизи резонансов H_2O определяются вариациями величины χ_{H_2O} :

$$\delta\chi(h) = \delta\chi_{H_2O}(h) = \delta q(h) \frac{\tilde{A}_\nu(h)}{\alpha + \beta q(h)} + \bar{q}(h) \left[\frac{\tilde{A}_\nu(h)}{\alpha + \beta q(h)} - \frac{\tilde{A}_\nu(h)}{\alpha + \beta \bar{q}(h)} \right] \quad (15)$$

Введем обозначения: $\chi_\theta(h) = \chi(h) [1 - (n_o r_o / nr)^2 \sin^2 \theta]^{-1/2}$

$$A_{\nu,\theta}(q(h), h) = \tilde{A}_\nu(h) [1 - (n_o r_o / nr)^2 \sin^2 \theta]^{-1/2}$$

Полагая, что высотный профиль температуры известен

($\delta T(h) = 0$), и с учетом принятых обозначений имеем

из (8):

$$\delta \tilde{T}_\gamma + \delta T_\rho - I_{q,T} = \int_0^h \delta q(h) \frac{A_{\nu,\theta}(q(h), h)}{\alpha + \beta q(h)} \left[T(h) - T_\gamma(q(h), h) \right] \exp \left[- \int_0^h \bar{\gamma}_\theta(h') dh' \right] dh; \quad (16)$$

$$I_{q,T} = \int_0^h \bar{q}(h) \left[\frac{A_{\nu,\theta}(q(h), h)}{\alpha + \beta q(h)} - \frac{A_{\nu,\theta}(\bar{q}(h), h)}{\alpha + \beta \bar{q}(h)} \right] \left[T(h) - T_\gamma(q(h), h) \right] \exp \left[- \int_0^h \bar{\gamma}_\theta(h') dh' \right] dh. \quad (17)$$

Уравнение (16) является нелинейным интегральным

уравнением. Наиболее существенная часть нелинейности в задаче влажностного зондирования определяется интегралом^{*)}:

$$I_q = \int_0^h \delta \gamma_{\theta}(k) T_{\gamma}(q(k), k) \exp\left(-\int_0^k \bar{\gamma}_{\theta}(k') dk'\right) dk. \quad (18)$$

Среднеквадратичные значения интегралов I_q и вариаций яркостных температур δT_{γ} для тех длин волн, на которых нами проводились численные эксперименты по восстановлению профилей влажности (см. раздел 4), приведены в табл. 2⁺⁺⁾.

Из таблицы видно, что в области $\lambda \sim 1,35$ см значения I_q меньше погрешностей радиометрических измерений ($\delta T_p \sim 1 \div 2$ К) при зенитном зондировании, но сравнимы с ними уже при $\theta = 60^\circ$ и превышают величины δT_p при $\theta \geq 75^\circ$. Что касается резонанса H_2O $\lambda \sim 1,64$ мм, то здесь $I_q > \delta T_p$ даже для зенитного направления зондирования. Таким обра-

^{*)} Величина $A_{\gamma, \theta}[q(k), k] [\alpha + \beta q(k)]^{-1}$ сравнительно слабо зависит от влажности.

⁺⁺⁾ Обоснование выбора рабочих длин волн для численных экспериментов влажностного зондирования также содержится в разделе 4. Соотношения между вкладами в суммарные вариации яркостных температур δT_{γ} , обусловленные вариациями полной массы Q водяного пара и вариациями высотного распределения влаги (при $Q = \text{const}$) в линиях H_2O $\lambda \sim 1,35$ см и $\lambda \sim 1,64$ мм рассмотрены в [28, 29].

зом, в отличие от квазилинейной задачи термического зондирования в СВЧ-диапазоне, задача влажностного зондирования является принципиально нелинейной задачей.

Таблица 2

Среднеквадратичные значения интегралов I_q и δT_y для ряда частот и zenithных углов наземного радиометрического зондирования атмосферы в областях λ 1,35 см и λ 1,84 мм (летний период года)

ν , ГГц	Велич. θ	0°	60°	70°	75°	80°	83°	85°
		δT_y , К	4,7	8,1	10,2	11,5	13,1	12,8
21,5	I_q , К	0,3	1,2	2,3	3,5	6,4	9,5	13,7
	δT_y , К	6,2	1,3	0,5	0,3	0,2	0,16	0,13
178	I_q , К	18,7	18,2	15,5	13,4	11,0	9,4	8,1

в. К задаче определения интегрального влажосодержания

Методические аспекты радиометрического определения интегрального влажосодержания атмосферы по характеристикам нисходящего излучения в области $\lambda \sim 1,35$ см рассматривались в работах [27, 30-34]. В основе этого метода лежит взаимосвязь между вариациями яркостной температуры δT_y

(при абсолютных радиометрических измерениях) и массы водяного пара δQ в направлении зондирования атмосферы. Соотношение (8) позволяет установить условия эффективности (степень точности) упомянутой функциональной связи. С этой целью представим вариации коэффициента поглощения водяного пара (с учетом конкретного вида (13)) в форме:

$$\delta\gamma(h) = D_\gamma(h) \delta\rho(h) \quad (19)$$

в соотношении (8) запишется так:

$$\delta\tilde{T}_\gamma + \delta T_\rho = \int_0^{H_1} \left\{ \delta T(l) \bar{\gamma}(l) + \delta\rho(l) D_\gamma(l) [T(l) - T_\gamma(Q, l)] \right\} \exp\left(-\int_0^l \bar{\gamma}(l') dl'\right) dl. \quad (20)$$

Полагая в (20), как и в подразделе Б статьи, $\delta T(l) = 0$, видим, что связь между δT_γ и $\delta Q = \int_0^{H_1} \delta\rho(l) dl$ имеет линейный характер, если интеграл

$$I_Q = \int_0^{H_1} \delta\rho(l) D_\gamma(l) T_\gamma(Q, l) \exp\left(-\int_0^l \bar{\gamma}(l') dl'\right) dl, \quad (21)$$

являющийся аналогом интеграла I_Q , достаточно мал. На основании количественных оценок I_Q (а, следовательно, и I_Q), выполненных в предыдущем подразделе, можно сделать вывод, что минимальные ошибки линейного представления зависимости δT_γ (δQ) реализуются в области $\lambda \sim 1,35$ см при зондировании на углах $\theta \approx 0 + 45^\circ$. При

$\theta > 60^\circ$, когда I_Q превышает ошибки радиометрических измерений δT_p , линейная аппроксимация зависимости $\delta T_p(\delta Q)$ становится уже менее точной. Аналогичный вывод из (10) вытекает и для области зондирования $\lambda 1,84\text{мм}$ (включая зенитное направление зондирования), хотя в этом случае из-за сравнительно больших оптических толщин атмосферы (см. раздел 4) можно говорить об определении не всей массы водяного пара в вертикальном столбе атмосферы ($\theta = 0^\circ$), а только той ее части (Q_i), которая содержится в информативном (для радиометрических измерений) слое атмосферы.

г. К задаче озонного зондирования атмосферы

Оценки характера задачи озонного зондирования атмосферы выполнялись для двух линий O_3 , в окрестности которых уже проводились натурные исследования оптической толщины: $4_{-4} - 4_{-2}$ (резонансная частота 101, 737 ГГц; $\lambda_{ij} = 2,94\text{мм}$) [35] и $15_{-12} - 16_{-14}$ (резонансная частота 214, 955 ГГц; $\lambda_{ij} \approx 1,4\text{ мм}$) [36, 37]. Связь вариаций яркостной температуры с вариациями объемной концентрации озона следует из уравнения (8). Полагая в (8) $\delta T(h) = 0$ и в линиях озона $\delta \gamma(h) = \delta \gamma_{O_3}(h)$, получаем⁺

⁺ Вариации суммарного коэффициента поглощения в данной задаче определяются вариациями коэффициента поглощения озона, но значения $T_p(l)$ и $\bar{\gamma}(l)$, входящие в (22), определяются, разумеется, всеми основными газовыми компонентами (O_2, H_2O, O_3).

$$\delta \tilde{T}_y + \delta T_p = \int_0^{H_L} \delta N_{O_3}(l) F_y(l) [T(l) - T_y(N_{O_3}(l), l)] \times \exp\left(-\int_0^l \bar{\gamma}(l') dl'\right) dl, \quad (22)$$

где $\delta N_{O_3}(l)$ - вариация числа молекул озона в см³ на уровне l ; $F_y(l)$, согласно [38], есть

$$F_y\left(\frac{\partial \delta}{\text{км}} \cdot \frac{1}{\text{см}^{-3}}\right) = 0,4452 \cdot 10^{-14} \left(\frac{300}{T}\right)^{3/2} \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \times \sum_{i,j} I_{ij} \frac{\left|\exp\left(-1,44 \frac{\nu_i}{T}\right) - \exp\left(-1,44 \frac{\nu_j}{T}\right)\right|}{\left|\exp\left(-1,44 \frac{\nu_i}{220}\right) - \exp\left(-1,44 \frac{\nu_j}{220}\right)\right|} \times \left\{ \frac{\Delta \nu}{c} / \left\{ \left[\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda_{ij}}\right)^2 \right]^2 + 4 \left(\frac{\Delta \nu}{c}\right)^2 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \right\} \right\}. \quad (23)$$

Обозначения формулы (23) поясняются в работе [38].

Нелинейная часть этой задачи характеризуется интегралом

$$I_{O_3} = \int_0^{H_L} \delta \chi_{O_3}(l) T_y(N_{O_3}(l), l) \exp\left(-\int_0^l \bar{\gamma}(l') dl'\right) dl. \quad (24)$$

Количественные оценки I_{O_3} выполнялись нами для высотных распределений озона, полученных в [39] на основе результатов систематического зондирования в ряде пунктов мировой озонометрической сети. При этом в качестве средних значений $\bar{N}_{O_3}(l)$ в (22), (24) использовались те же средние содержания O_3 , которые получены и в работе [39]

Основные результаты сравнительных оценок величин I_{O_3} и δT_{γ} состоят в следующем: для рассмотренных линий озона при зондировании с поверхности Земли и с высоты ~ 3 км имеет место соотношение $I_{O_3}(\theta = 0^\circ) \ll \delta T_{\gamma}$. При этом величина δT_{γ} в окрестности $\lambda \sim 1,4$ мм составляет $1,5 + 3$ К (для наземного зондирования) и $2 + 6$ К (для зондирования с высоты ~ 3 км). В окрестности $\lambda \sim 2,94$ мм $\delta T_{\gamma} \approx 0,1 + 0,3$ К даже для наблюдений с высоты 3 км. Таким образом, соотношения между I_{O_3} и δT_{γ} в рассмотренных линиях O_3 имеют качественно такой же характер, как и аналогичные величины (I_{O_2} , δT_{γ}) в окрестности резонанса H_2O λ 1,35 см. В связи с этим заметим, что в спектре озона существуют и линии, интенсивности которых превышают примерно на порядок интенсивность линии $15_{-12} - 16_{-14}$. Таковы, например, линии $14_{-12} - 14_{-10}$ ($\nu_{ij} = 237,146$ ГГц) и $5_{-4} - 5_{-2}$ ($\nu_{ij} = 293,171$ ГГц) [44]. Дальнейшее исследование характера задачи озонного зондирования атмосферы и возможностей ее решения могут быть выполнены в том же аспекте, как это сделано в разделе 4 статьи применительно к задаче влажностного зондирования.

4. Основные результаты восстановления высотных профилей влажности

Задача влажностного зондирования атмосферы в СВЧ-диапазоне рассматривалась в работах [15, 26, 40-42]. Однако в [40, 41] восстановление профилей влажности осуше -

ствлялось из характеристик вертикального поглощения радиоволн в области резонанса H_2O λ 1,35 см. При экспериментальном определении вертикального поглощения из угловых разрезов атмосферного радиоизлучения обычно используется только линейный участок зависимости принимаемого сигнала от функции угла — $\sec\theta$ ($\theta < 83^\circ$, см., например, [33]), и, тем самым, исключается из рассмотрения информативная часть радиоизлучения атмосферы при $\theta > 83^\circ$. Это обстоятельство сказывается, разумеется, на точности восстановления профилей $q(h)$. Многоканальные измерения вертикального поглощения в области $\lambda \sim 1,35$ см практически не увеличивают физическую информативность данной задачи [26], но уменьшают общую дисперсию измерений, поскольку измерение на каждой длине волны содержит сведения об интегральном по высоте содержании водяного пара [6]. Что касается восстановления профилей влажности из абсолютных измерений яркостных температур, то нелинейная часть этой задачи оценивалась только приближенным способом, и общий подход к постановке обратных задач дистанционного зондирования, развиваемый в данной работе на основе уравнения (8), позволяет улучшить ранее полученные результаты в изложенном аспекте.

Задача по восстановлению высотных профилей влажности $q(h)$ из (16) решалась нами в данной работе с помощью итерационного процесса. При этом в качестве первого при-

лижения использовались статистически экстраполированные профили $\bar{q}(h)$. На каждом шаге итераций для решения линейной системы уравнений, получаемой при алгебраизации (16), использовался метод статистической регуляризации (обзор методов решения интегральных уравнений 1-го рода для атмосферных задач см., например, в [43]) с привязкой решения к приземным значениям q_0 ^{*)}:

$$q(h) = \bar{q}(h) + (K_{\text{я}}^* S_0 K_{\text{я}} + B_{qq}^{-1})^{-1} K_{\text{я}}^* S_0 \delta T_{\text{я}}' \quad (25)$$

В (25) $K_{\text{я}}$ - линейризованное описанным способом выражение

$$\frac{A_{\gamma, \theta}(\bar{q}(h), h)}{\alpha + \beta \bar{q}(h)} [T(h) - T_{\text{я}}(\bar{q}(h), h)] \exp\left(-\int_0^h \bar{\gamma}_{\theta}(h') dh'\right), \quad (26)$$

S_0 - диагональная матрица ошибок радиометрических измерений, элементы которой равны σ_m^{-1} , где σ_m - дисперсия ошибок измерений при m -ом наборе параметров зон-

^{*)} Привязка решения к значениям q_0 осуществляется путем использования в качестве B_{qq} матрицы B'_{qq} с элементами: $a'_{i-1, j-1} = a_{ij} - a_{i1} a'_{j1} \cdot a_{11}^{-1}$, где a_{ij} - элементы матрицы B_{qq} . С помощью указанного преобразования зануляется первый элемент матрицы, который характеризует неопределенность (дисперсию) искомой величины на поверхности Земли.

дирования (частота, угол), $\delta T'_y = \delta \tilde{T}_y - I q_T$,

* — означает транспонирование. В качестве второго приближения к $q(h)$ для линеаризации (26) использовалось решение $\bar{q}(h) + \delta q^B(h)$, после чего процесс повторялся и т.д.

Выбор параметров влажностного зондирования атмосферы (частот и углов) для численных экспериментов осуществлялся с учетом всех основных физических характеристик радиозлучения атмосферы (см. раздел 3): уровней формирования излучения, вариаций яркостных температур, условий статистической зависимости результатов дистанционного зондирования и т.д. При этом оказалось, что выбор частоты зондирования в области резонанса H_2O λ 1,35 см не очень существен для решения задачи, и в качестве частоты ν_1 мы выбрали частоту зондирования $\nu_1 = 21,5$ ГГц, которая является одной из оптимальных частот для определения полной массы водяного пара в зенитном направлении [32]. Эта частота близка к той частоте зондирования, которая была рекомендована С.А.Жевакиным для определения высотных профилей влажности по полной массе водяного пара в зенитном направлении [15]. Но при решении обратной задачи по определению $q(h)$ мы рассматривали и угловое сканирование атмосферы,

Из-за сравнительно высоких значений коэффициентов корреляции $r_{T_y T_y}(\theta_i, \theta_j)$ на частоте ν_1 (см. таблицу 3) достаточным представляется для решения данной за-

Таблица 3

Значения коэффициентов корреляции $r_{T_2 T_1}(\theta_i, \theta_j)$ между яркостными температурами безоблачной атмосферы для наземных наблюдений на частотах $\nu_1 = 21,5$ ГГц и $\nu_2 = 176$ ГГц при различных зенитных углах θ (летний период года; цифры выше единичной диагонали относятся к частоте ν_1 , ниже диагонали — к частоте ν_2).

$\theta_i \backslash \theta_j$	0°	60°	70°	80°	85°
0°	1	0,9905	0,995	0,989	0,941
60°	0,921	1	0,997	0,993	0,952
70°	0,893	0,987	1	0,997	0,974
80°	0,802	0,953	0,972	1	0,983
85°	0,754	0,894	0,958	0,992	1

дачи осуществлять зондирование при двух угловых направлениях: $\theta = 0^\circ$ и 85° (при больших зенитных углах возрастают технические трудности дистанционного зондирования). Среднеквадратичные вариации яркостных температур на этой частоте, обусловленные отличием истинных высотных профилей влажности от экстраполированных профилей, составляют: ~ 5 К для $\theta = 0^\circ$ и ~ 11 К для $\theta = 85^\circ$. В то же время естественные (среднеклиматические) вариации $T_y(\nu_1, \theta = 85^\circ)$ составляют в летний период года $\sigma_{T_y} \approx 30$ К [45]. При коэффициенте корреляции между яркостными температурами

атмосферы на этой частоте $r_{T_y T_y} (\theta_i = 0^\circ, \theta_j = 85^\circ) = 0,94$ (см. таблицу 3) ошибка статистической экстраполяции значения $T_y (\nu_1, \theta = 85^\circ)$ по измеренному значению $T_y (\nu_1, \theta = 0^\circ)$ может равняться $\sigma_{T_y}^2 = \sigma_{T_y}^2 \sqrt{1 - [r_{T_y T_y}(0^\circ, 85^\circ)]^2} \approx 10 \text{ К}$ т.е. будет превышать ошибки радиометрических измерений величины $T_y (\nu_1, \theta = 85^\circ)$ и, следовательно, измерение радиоизлучения атмосферы на указанной частоте при $\theta > 85^\circ$ с погрешностью $\delta T_p \approx 2 \text{ К}$ дает дополнительную информацию о высотном распределении влаги.

Поэтому результаты численных экспериментов по восстановлению профилей $q(h)$ из результатов дистанционного зондирования при двух углах (0° и 85°) на частоте ν_1 оказались предпочтительными по сравнению с аналогичными результатами, полученными из результатов дистанционного зондирования на одном угле (например, при $\theta = 0^\circ$). Это улучшение результатов восстановления составляет $\sim 1,2 + 1,7$ раза для уровней давления $950 + 500 \text{ гПа}$ (см. таблицу 4).

В качестве второй частоты влажностного зондирования атмосферы была выбрана частота $\nu_2 = 176 \text{ ГГц}$, принадлежащая резонансу H_2O $\lambda 1,64 \text{ мм}$. На этой частоте излучение формируется в основном в слое атмосферы $\sim 1 + 1,5 \text{ км}$ (полное вертикальное поглощение летом составляет $\tau \sim 3$)^{+) .}
В соответствии с данными таблицы 3 численные эксперимен-

^{+) При восстановлении профилей влажности в зимний период года частоту ν_2 целесообразно выбирать ближе к резонансу $\lambda 1,64 \text{ мм}$.}

ты по восстановлению $q(h)$ на этой частоте проводились для двух-трех значений углов: $\theta = 0^\circ; 60^\circ; 70^\circ$. Средне-квадратичные вариации яркостных температур на частоте ν_2 обусловленные отличием истинных высотных профилей влажности от экстраполированных профилей составляют; ~ 6 К для $\theta = 0^\circ$, $\sim 1,5$ К для $\theta = 60^\circ$ и $\sim 0,5$ К для $\theta = 70^\circ$. С учетом указанных значений вариаций $\delta T_{\text{я}}$, восстановление профилей $q(h)$ из радиометрических данных в области $\lambda \sim 1,64$ мм осуществлялось на двух углах ($0^\circ, 60^\circ$) при точности зондирования $\delta T_p \approx 1 + 2$ К и на трех углах при $\delta T_p \sim 0,5$ К.

Использование частоты ν_2 дистанционного зондирования позволяет улучшить точность восстановления профилей влажности на уровнях давления $P \approx 900 + 1000$ гПа, т.е. в нижних слоях атмосферы (ср. полученные результаты для наборов II и III параметров зондирования в табл. 4). На рис. 1-3 примеры восстановления профилей влажности по результатам моделирования радиометрических измерений на каждой из частот ν_1 и ν_2 для ряда летних дней в Центральной части ЕТ СССР сравниваются со статистически экстраполированными по приземным значениям q_0 профилями $q^3(h)$ и с результатами аэрологического зондирования атмосферы. В таблице 4 представлены статистические (по ~ 100 реализаций) относительные ошибки восстановления $\sigma_q^B(h)/\bar{q}(h)$, где \bar{q} - среднее значение удельной влажности на высоте h

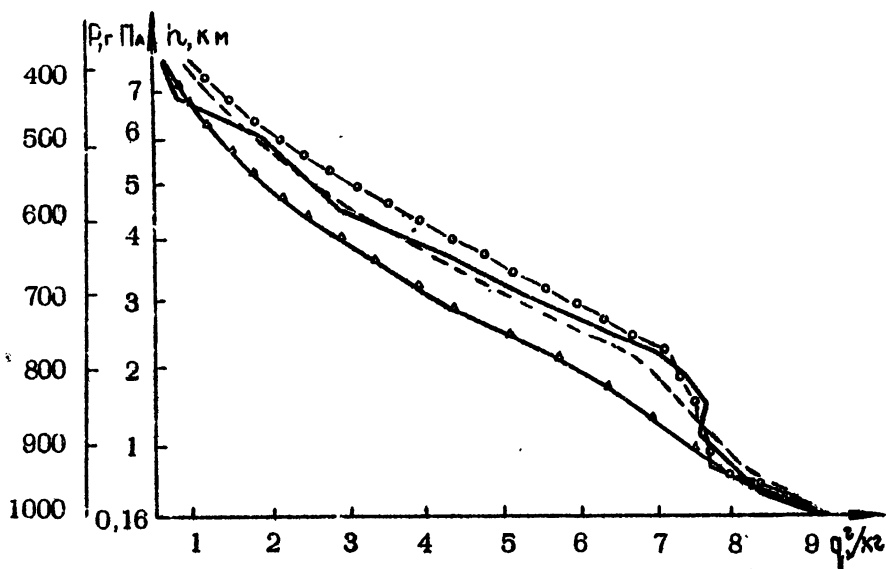


Рис. 1

Сравнение восстановленных профилей влажности при моделировании радиометрических измерений атмосферного излучения на частоте $\nu_1 = 21,5 \text{ ГГц}$ (пунктирная кривая) и $\nu_2 = 176 \text{ ГГц}$ (кружки) с профилями, полученными при аэрологическом зондировании атмосферы (сплошная кривая) и путем статистической экстраполяции приземных значений q_0 (треугольники). Точность предполагаемых радиометрических измерений $\delta T_p = 1 \text{ К}$. Дата зондирования 1 июля 1971 г., Центральная часть ЕТ СССР.

Сравнение относительных вариаций
 деления $q^3(P)$ по статистике
 относительными ошибками восста-
 вления из численных эксперимен-
 тов

Набор	Параметры зондирования	δT_P
I	$\nu_1 = 21,5$ ГГц $\theta = 0^\circ$	0,5
		2,0
II	$\nu_1 = 21,5$ ГГц ($\theta = 0^\circ, 85^\circ$)	0,5
		2,0
III	$\nu_2 = 178$ ГГц ($\theta = 0^\circ, 60+70^\circ$)	0,5
		2,0
IV	ν_1, ν_2 углы - см. наборы II, III	0,5
		2,0

Средние относительные вариации удельно-
 влажности σ_q / \bar{q} в %

Средние относительные ошибки σ_q^3 / \bar{q} в

Среднее сезонное значение \bar{q} , г/кг

Таблица 4

ной влажности и средних ошибок опре-
 страполированным профилям со средними
 (профилям влажности на 5 уровнях дав-
 да схем зондирования в летних усло-
 Центральной части
 СССР

σ_q^6 / \bar{q} , в % на уровнях ρ				
гПа	880 гПа	700 гПа	500 гПа	400 гПа
	10,6	13,3	37,6	39,5
	11,4	16,7	50,6	51,2
	4,4	13,0	30,6	40,0
	6,7	13,6	33,2	41,5
	5,1	15,2	34,8	44,7
	9,9	18,8	45,4	49,6
	4,4	13,0	30,6	40,0
	6,7	13,6	33,2	41,2
	21	34,3	54	52
	14	26	49	49,7
	6,82	3,68	1,23	0,49

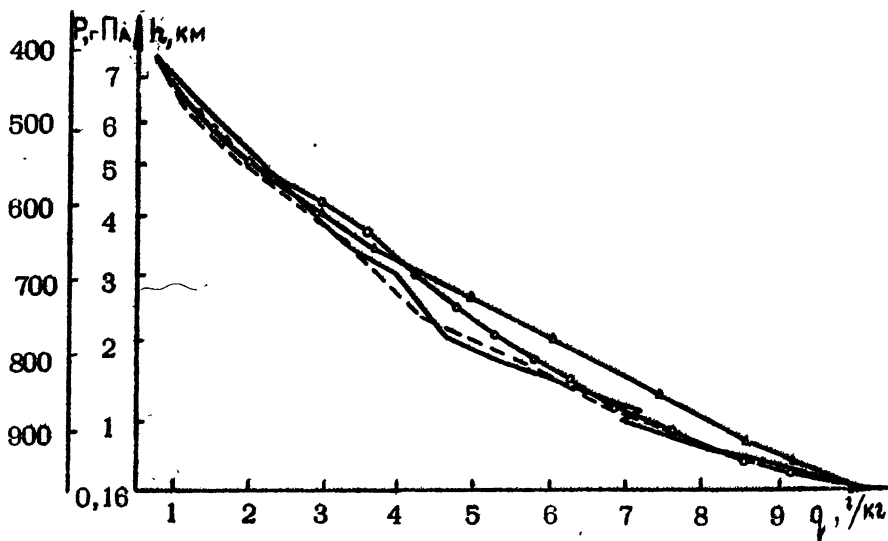


Рис. 2

Сравнение восстановленных профилей влажности при моделировании радиометрических измерений атмосферного излучения на частоте $\nu_1 = 21,5$ ГГц (пунктирная кривая) и $\nu_2 = 176$ ГГц (кружки) с профилями, полученными при аэрологическом зондировании атмосферы (сплошная кривая) и путем статистической экстраполяции приземных значений q_0 (треугольники). Точность предполагаемых радиометрических измерений $\delta T_p = 1$ К. Дата зондирования 9 июля 1971 г. Центральная часть ЕТ СССР.

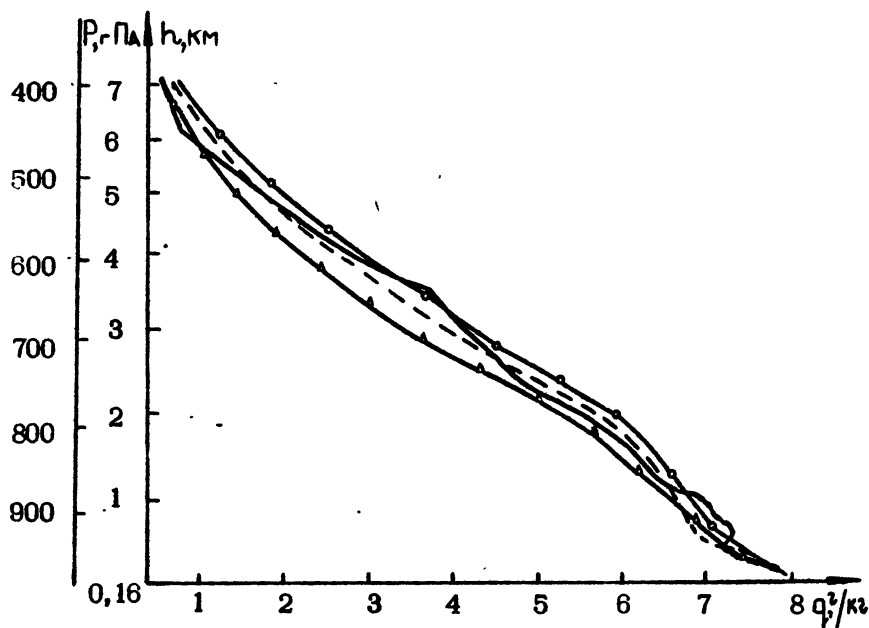


Рис. 3

Сравнение восстановленных профилей влажности при моделировании радиометрических измерений атмосферного излучения на частоте $\nu_1 = 21,5$ ГГц (пунктирная кривая) и $\nu_2 = 176$ ГГц (кружки) с профилями, полученными при аэрологическом зондировании атмосферы (сплошная кривая) и путем статистической экстраполяции приземных значений q_0 (треугольники). Точность предполагаемых радиометрических измерений $\delta T_p = 1$ К. Дата зондирования 10 июля 1971 г. Центральная часть ЕТ СССР.

(уровне P). Среднеквадратичные ошибки восстановления влажности определялись относительно величин $q_{\text{зонд}}$, полученных аэрологическим методом на соответствующих высотных уровнях для ансамбля метеоданных, который использовался в работах [13, 24, 26, 27, 45] :

$$\sigma_q^B(h) = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M [q_{\gamma_i}(h) - q_{\gamma_i}^{\text{зонд}}(h)]^2}. \quad (27)$$

Анализ показал, что при обработке радиометрических данных с помощью рассмотренного итерационного процесса достаточным оказывается практически двух итераций.

В таблице 4 ошибки восстановления профилей влажности на пяти основных уровнях давления P из численных экспериментов по материалам использованной статистики также сравниваются с относительными вариациями удельной влажности и со средними относительными ошибками определения $q^{\text{э}}(h)$ по статистически экстраполированным профилям $(\sigma_q^{\text{э}}(h) / \bar{q}(h))$:

$$\sigma_q^{\text{э}}(h) = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M [q_{\gamma_i}^{\text{э}}(h) - q_{\gamma_i}^{\text{зонд}}(h)]^2}. \quad (28)$$

Из результатов, приведенных в табл. 4, видно, что при восстановлении профилей $q(h)$ на частотах γ_1 и γ_2 мож-

но построить оптимальный комбинированный профиль влажности из полученных результатов. Для этого целесообразно на уровнях $P > 900$ гПа использовать результаты восстановления $q(h)$ по радиометрическим измерениям атмосферного излучения на частоте ν_2 , а на уровнях $P > 900$ гПа по радиометрическим измерениям на частоте ν_1 .

Хотя уменьшение неопределенности в знании величин $q(h)$ при восстановлении из наземных радиометрических измерений наиболее эффективно осуществляется в нижних слоях атмосферы, но уменьшение этой неопределенности приводит к некоторому уточнению значений $q(h)$ на других высотах — с $P \approx 600$ гПа (по сравнению, например, с прогнозом величины $q(h)$ только по приземным значениям q_0) в силу существующих корреляционных связей между характеристиками влажности: $r_{qq}(P_i, P_j) > 0$ на интервале $P \approx 400 + 1000$ гПа [43].

Предложенный в [15] способ восстановления $q(h)$ (или $q(P)$) из интегрального уравнения для полной массы водяного пара:

$$Q = \frac{1}{g} \int_0^{P_0} q(P) \cdot dP \quad (29)$$

приводит практически к тем же результатам, которые получаются из решения обратной задачи для зондирования атмосферы на частоте ν_1 только в зенитном направлении (см.

набор I в таблице 4). Это обстоятельство является вполне естественным, ибо полная масса Q водяного пара определяется из радиометрических измерений на указанной частоте и исходные уравнения (8) при $\theta = 0^\circ$, $\delta T(l) = 0$, $I_Q \ll \delta T_p$ и (29) задачи восстановления профилей влажности различаются только по форме.

Сравнение результатов по восстановлению высотных профилей влажности, приведенных в таблице 4 (набор IV), с результатами, полученными в [8, 15, 26, 40-42], свидетельствует о том, что подход, развитый в данной работе на основе комплексного (в областях λ 1,35 см и λ 1,64 мм) зондирования атмосферы и общего уравнения (8), связывающего вариации яркостных температур с вариациями влажности, приводит к существенному улучшению результатов восстановления $q(h)$

5. Приложение

Вывод уравнения для вариаций яркостной температуры атмосферы на основе теории возмущений +)

Определим (см. [46]) банахово пространство абсолютно непрерывных функций $v: [0, H_1] \rightarrow R^1, v(H_1) = 0$ с конечной нормой

$$\|v\|_{V_2} = \|\dot{v}\|_{L_2} = \left(\int_0^{H_1} |\dot{v}(l)|^2 dl \right)^{1/2}, \quad dl = -ds,$$

где через $L_2 = L_2[0, H_1]$ обозначено обычное пространство суммируемых с квадратом на $[0, H_1]$ функций. Пусть $S: V_2 \rightarrow L_2$ — линейный непрерывный оператор, действующий по формуле

$$S(v) = \dot{v}(l) - \bar{\gamma}(l)v(l), \quad (\text{П-1})$$

а $F: V_2 \rightarrow R^1$ — линейный непрерывный функционал, действующий по формуле

$$F[v] = Kv(0) = -K \int_0^{H_1} \dot{v}(l) dl, \quad (\text{П-2})$$

где коэффициент K в данной задаче характеризует связь между яркостной температурой и интенсивностью излучения атмосферы и равен $K = c^2 / 2k \nu^2$.

+)
Авторы математического приложения — Н.Н. Маркина,
М.И. Сумин.

Обозначим через V_2^* и L_2^* пространства, сопряженные с V_2 , L_2 соответственно (см. [46]).

Л е м м а 1

Между пространствами V_2^* и L_2 существует изоморфное соответствие, устанавливаемое равенством

$$F(v) = \int_0^{h_1} \dot{v}(t) f(t) dt, \quad f \in L_2.$$

Доказательство леммы 1 проводится с помощью леммы о тройке [46] точно так же, как доказательство теоремы Б на стр. 373 в [46].

Л е м м а 2

Операторное уравнение $S(v) = d$, $d \in L_2$ разрешимо единственным образом в пространстве V_2 для любой функции $d \in L_2$ причем

$$\|v\|_{V_2} < C \|S(v)\|_{L_2},$$

где $C > 0$ — постоянная, не зависящая от $v \in V_2$.

Доказательство леммы 2 нетрудно провести с помощью неравенства Гронуолла (см. [47]).

Обозначим через $S^* : L_2^* \rightarrow V_2^*$ оператор, сопряженный к S . В силу леммы 2 операторное уравнение (см. [48], стр. 10)

$$S^* x = y, \quad x \in L_2^*, \quad y \in V_2^* \quad (\text{П-3})$$

разрешимо единственным образом в пространстве L_2^* для любого элемента $y \in V_2^*$. Пусть $\Psi: L_2 \rightarrow R^1$ — произвольный линейный функционал. По теореме Рисса о представлении линейного непрерывного функционала [46] он имеет вид:

$$\Psi(d) = \int_0^{H_L} d(t) \psi(t) dt, \quad \psi \in L_2.$$

Для отыскания решения сопряженного уравнения (П-3), отвечающего функционалу $F \in V_2^*$ (см. (П-2)), подействуем оператором S^* на функционал Ψ :

$$\begin{aligned} S^*(\Psi) &= \int_0^{H_L} (S(v)\psi)(t) dt = \\ &= \int_0^{H_L} [\dot{v}(t) - \bar{\gamma}(t)v(t)] \psi(t) dt = \int_0^{H_L} \dot{v}(t) \psi(t) dt - \\ &- v(t) \int_0^t \bar{\gamma}(t) \psi(t) dt \Big|_0^{H_L} + \int_0^{H_L} \dot{v}(t) \int_0^t \bar{\gamma}(t) \psi(t) dt dt = \\ &= \int_0^{H_L} \dot{v}(t) \left[\psi(t) + \int_0^t \bar{\gamma}(t) \psi(t) dt \right] dt. \end{aligned}$$

Таким образом, для того, чтобы функционал Ψ являлся решением операторного уравнения (П-3) при $y = F$; необходимо в силу леммы 1, чтобы функция $\psi(s)$ (определяющая функционал Ψ) удовлетворяла уравнению

$$\psi(l) + \int_0^l \bar{\gamma}(l) \psi(l) dl = -\kappa, \quad 0 \leq l \leq H_l.$$

или в дифференциальной форме

$$\psi(l) = -\bar{\gamma}(l) \psi(l), \quad \psi(0) = -\kappa. \quad (\text{П-4})$$

При этом в силу равенства $\delta T_{\text{я}} = T_{\text{я}} - \bar{T}_{\text{я}} = \kappa [I_{\text{я}}(0) - \bar{I}_{\text{я}}(0)] = \kappa \delta I(0)$, (П-1), (П-3) и по определению сопряженного оператора

$$\begin{aligned} (F(\delta I) = \Psi(S(\delta I)) &= \int_0^{H_l} S(\delta I)(l) \psi(l) dl) \\ \delta T_{\text{я}} = \kappa \delta I(0) &= \int_0^{H_l} \left\{ -\frac{1}{\kappa} \delta [\bar{\gamma}(l) T(l)] + \delta \gamma(l) I(l) \right\} \psi(l) dl, \end{aligned} \quad (\text{П-5})$$

где функция $\psi(l)$, удовлетворяющая уравнению (П-4), имеет вид

$$\psi(l) = -\kappa \exp\left(-\int_0^l \bar{\gamma}(l) dl\right).$$

В [19] функция $\psi(l)$ носит название функции ценности. Подставим это выражение в (П-5):

$$\delta T_{\text{я}} = \kappa \int_0^{H_l} \frac{1}{\kappa} \left\{ \delta [T(l) \bar{\gamma}(l)] - \kappa \delta \gamma(l) I(l) \right\} e^{-\int_0^l \bar{\gamma}(l') dl'} dl.$$

Прибавляя и вычитая в фигурных скобках $\bar{\gamma}(l)T(l)$ и используя выражение для яркостной температуры нисходящего излучения ($T_{\text{я}}(l) = K I(l)$), имеем:

$$\delta T_{\text{я}} = \int_0^{H_1} \left\{ \delta T(l) \bar{\gamma}(l) + \delta \gamma(l) [T(l) - T_{\text{я}}(l)] \right\} \exp \left(- \int_0^l \bar{\gamma}(l') dl' \right) dl. \quad (\text{П-8})$$

Соотношение (П-8) является искомым представлением вариаций яркостной температуры $\delta T_{\text{я}}$, фиксируемой на поверхности Земли, через вариации характеристик атмосферы $\delta T(l)$ и $\delta \gamma(l)$. Полученное представление совпадает с соотношением (8), которое следует из решения уравнения переноса излучения в атмосфере. Таким образом, второе основное уравнение радиотеплолокации (8) получено в данной работе двумя различными методами (первым уравнением радиотеплолокации является соотношение для $T_{\text{я}}$ (см. [17])),

ЛИТЕРАТУРА

1. Westwater E.R. - Radio Sci., 1965, v. 69D, N 9, p. 1201.
2. Westwater E.R. - Monthly Weather Review, 1972, v. 100, N 1, p. 15.
3. Ершов А.Т., Наумов А.П. - Изв. вузов - Радиофизика, 1974, т. 17, № 11, с. 1610.
4. Ершов А.Т., Лебский Ю.В., Наумов А.П., Плечков В.М., Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1975, т. 11, № 12, с. 1220.
5. Алешин В.И., Наумов А.П., Плечков В.М., Сумин М.И., Троицкий А.В. - Изв. вузов - Радиофизика, 1977, т. 20, № 2, с. 188.
6. Алешин В.И., Наумов А.П., Плечков В.М., Сумин М.И., Троицкий А.В. - В сб.: Радиофизические исследования атмосферы. - Л.: Гидрометеоиздат, 1977, с. 160.
7. Westwater E.R., Snider J.B., Carlson A.V., - J. Appl. Meteorology, 1975, v. 14, N 4, p. 524.
8. Кондратьев К.Я., Тимофеев Ю.М. Метеорологическое зондирование атмосферы из космоса. - Л.: Гидрометеоиздат, 1978.
9. Staelin D.H., Barrett A.H., Waters J.W., Barath F.T., Johnston E.F., Rosenkranz P.W., Gaut N.E., Lenoir W.B. - Science, 1973, v. 182, N 4119, p. 1339.
10. Кузнецова М.Г., Рассадовский В.А., Троицкий А.В. - Изв. вузов - Радиофизика, 1979, т. 22, № 8, с. 938.
11. Китаи Ш.Д., Наумов А.П., Сумин М.И. Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1979, т. 15, № 12, с. 1316.
12. Westwater E.R., Grody N.C. - J. Appl. Meteorology, 1980, v. 19, N 12, p. 1438.

13. Маркина Н.Н., Сумин М.И. - Изв. вузов - Радиофизика, 1981, т. 24, № 3, с. 303.
14. Кисляков А.Г., Куликов Ю.Ю., Рыскин В.Г. - В сб.: Спектральные исследования космического и атмосферного излучения. - Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 84.
15. Алешин В.И., Жевакин С.А. Материалы межведомственного совещания "Исследование структуры атмосферы радиофизическими методами в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах волн". - М.: ИРЭ АН СССР, 1979, с. 3.
16. DeLucia F.C., Helminger P.-J. Physical and Chemical Reference Data, 1974, v. 3, N 1, p. 211.
17. Жевакин С.А., Троицкий В.С., Цейтлин Н.М. - Изв. вузов - Радиофизика, 1958, т. 1, № 2, с. 19.
18. Маркина Н.Н., Сумин М.И. Тезисы докладов XIII Всесоюзной конференции по радиоастрономическим исследованиям солнечной системы. - Киев: Наукова думка, 1981, с. 71.
19. Марчук Г.И. - Космические исследования, 1964, т. 2, № 3, с. 462.
20. Гандин Л.С., Каган Р.Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. - Л.: Гидрометеоиздат, 1978.
21. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1965.
22. Schaerer G.S., Wilheit T.T., -Radio Science, 1979, v. 14, N 3, p. 371.
23. Наумов А.П. Изв АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1978, т. 9, № 7, с. 699.
24. Naumov A.P., Sumin M.I., Troitsky A.V., Proc. of the 5-th USSR-Japan Electronics Symposium, Publ. Tokai University, Japan, 1979, p. 59.

25. Сумин М.И., Троицкий А.В. Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1977, т. 13, № 10, с. 1090.
26. Китай Ш.Д., Наумов А.П., Сумин М.И. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 3079-79. Деп. от 16 августа 1979 г.
27. Борин В.П., Наумов А.П. - Радиотехника и электроника, 1979, т. 24, № 1, с. 44.
28. Наумов А.П., Рассадовский В.А. Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1978, т. 14, № 7, с. 716.
29. Волохов С.А., Наутов А.П. Тезисы докладов II Всесоюзного симпозиума по миллиметровым и субмиллиметровым волнам. - Харьков: ИРЭ АН УССР, 1978, т. 2, с. 169.
30. Гурвич А.С., Тиме Н.С. Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1968, т. 2, № 8, с. 814.
31. Башаринов А.Е., Кутуза Б.Г. Труды ГГО, 1968, вып. 222, с. 100.
32. Наумов А.П. Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1968, т. 4, № 2, с. 170.
33. Плечков В.М. Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1968, т. 4, № 2, с. 182; 1969, т. 5, № 9, с. 970.
34. Горелик А.Г., Райкова Л.С., Фролов Ю.Л. - Метеорология и гидрология, 1975, № 5, с. 106.
35. Caton W.M., Mannella G.G., Kalaghan P.W., Barrington A.E., Ewen H.I. - Astroph. J., 1968, v. 151, N 3, Pt. 1, p. 1281.
36. Куликов Ю.Ю., Ризов Е.Ф., Федосеев Л.И., Швецов А.А., Кузнецов И.В., Кукина Э.П. Изв. АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана, 1975, т. 11, № 10, с. 1071.
37. Кисляков А.Г., Куликов Ю.Ю., Рыскин В.Г. - В сб.: Спектральные исследования космического и атмосферного излучения. - Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 84.
38. Наумов А.П. - Изв. вузов - Радиофизика, 1972, т. 15, № 5, с. 682.

39. Бритаев А.С., Жаворонков Е.Г., Кравченко И.М., Ратьков В.М. Труды ЦАО, 1969, вып. 83, с. 8.
40. Горчакова И.А., Малкевич М.С., Наумов А.П., Плечков В.М. Изв. АН СССР. Серия физика атмосферы и океана, 1971, т. 7, № 7, с. 731.
41. Ершов А.Т., Наумов А.П., Плечков В.М. - Изв. вузов - Радиофизика, 1972, т. 15, № 4, с. 510.
42. Отчет по НИР "Яркость"/ИРЭ АН УССР депонирован в ВИНТИ, рег. № Б683803. Деп. от 27 апреля 1978 г.
43. Малкевич М.С. Оптические исследования атмосферы со спутников. - М.: Наука, 1973.
44. Derannemaescker M.J.C., Duterage B., Bellet M.J. - J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 1977, v.17, p.519.
45. Наумов А.П. Изв. АН СССР. Серия физика атмосферы и океана, 1979, т. 15, № 2, с. 175.
46. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, 1976.
47. Беккенбах Э., Беллман Р. Неравенства. - М.: Мир, 1965.
48. Крейн С.Г. Линейные уравнения в банаховом пространстве. - М.: Наука, 1971.
49. Маркина Н.Н., Наумов А.П., Сумин М.И. Тезисы докладов XIII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. - М.: Наука, 1981, ч. 2, с. 207.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Уравнение для вариаций яркостной температуры атмосферы в микроволновом диапазоне	7
3. Общий подход к постановке обратных задач дистанционного зондирования атмосферы по характеристикам нисходящего излучения в радиодиапазоне	12
4. Основные результаты восстановления высотных профилей влажности	25
5. Приложение. Вывод уравнения для вариаций яркостной температуры атмосферы на основе теории возмущений	39
6. Литература	44

Дата поступления статьи
14 июля 1981 г.

Надежда Николаевна МАРКИНА

Альберт Поликарпович НАУМОВ

Михаил Иосифович СУМИН

**К ОБЩЕЙ ПОСТАНОВКЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДИСТАНЦИОННОГО
ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ В МИКРОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ**

Подписано в печать 13.08.81 г. МЦ 00781 Формат 60x84 1/16

Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 2,72 усл. печ. л.

Тираж 120 экз. Заказ 2633. Бесплатно

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский радиофизический институт, г. Горький 603600, ГСП-51, ул. Лядова 25/14. т. 38-90-91, д. 5-09.

Отпечатано на ротапринтере НИРФИ