

Министерство высшего и среднего специального образования
РСФСР

Ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 156

**БРЭГГОВСКИЙ РЕЗОНАТОР В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ
С ИСКУССТВЕННОЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКОЙ**

В.Г.Лапин

Ю.А.Рыжов

В.В.Тамойкин

Горький 1982

УДК 621.510.535:638.574.4

Рассмотрено рассеяние электромагнитных волн на искусственной ионосферной квазипериодической решетке, образованной полем мощной волны накачки. Показано, что при наличии точки отражения (зеркала) и при определенном сдвиге частоты падающей волны относительно накачки возможно образование брэгговского резонатора полуоткрытого типа в системе решетка – зеркало. При этом поле в сравнительно широкой области вблизи зеркала резко возрастает. Это возрастание, как показывает проведенное исследование, ограничено наличием крупномасштабных хаотических неоднородностей электронной плотности. В применении к ионосфере приведены численные оценки.

В последние годы проведен ряд экспериментов по воздействию на плазму ионосферы мощным радиоизлучением наземных передатчиков [1, 2]. В известных условиях ниже точки отражения образуется стоячая волна, в поле которой происходит расслоение плазмы и образование квазипериодической решетки.

Рассеяние электромагнитной волны от такой структуры рассмотрено в работе [3] в борновском приближении, справедливом для достаточно слабых решеток. Однако в эксперименте наблюдаются случаи, когда пробная волна полностью рассеивается решеткой [1].

В ряде работ рассматривалось рассеяние от периодических и квазипериодических структур [4-6]. Однако в этих работах не учтено наличие точки отражения. Зеркало существенно влияет на распределение поля в слое плазмы. Существенная роль это видна из результатов работы [7], где рассматривалось многократное рассеяние в хаотически неоднородном слое, ограниченном зеркалом. Своеобразие процесса распространения волны в таком слое заключается в наличии

решений, нарастающих в направлении к зеркалу. Возможность возникновения резонатора полуоткрытого типа, в котором существенную роль играет многократное рассеяние волн, исследуется в настоящей работе.

Ниже мы рассматриваем задачу о падении волны на слой изотропной плазмы, ограниченной на конце зеркалом (точка отражения). Внутри слоя предполагается заданной квазипериодическая одномерная структура электронной плотности (решетка). Решение задачи показывает, что характер распределения интенсивности поля пробной волны сильно зависит от фазы решетки в месте расположения зеркала (последнюю можно менять, сдвигая частоту пробной волны по отношению к частоте накачки). При определенной фазе стационарное распределение интенсивности волны растет при приближении к зеркалу. Такое решение соответствует возбуждению брэгговского резонатора.

Разумеется, эффект вообще говоря, зависит от крупномасштабных хаотических неоднородностей, влияющих на решетку и на процессы рассеяния в слое. Анализ влияния случайных неоднородностей и оценки даны в разд. 3 и 4.

1. Основные уравнения

Пусть на слой изотропной плазмы $z \in (0, L)$ справа падает пробная волна единичной амплитуды с частотой ω и отражается от зеркала, расположенного при $z = 0$.

Поле внутри слоя описывается уравнением

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega, z) E = 0, \quad (1)$$

где $\epsilon(\omega, z)$ предполагается следующей:

$$\epsilon(\omega, z) = \epsilon_0(\omega) \left[1 + \tilde{\epsilon}(\omega, z) - 2m \cos\left(2 \int_0^z \kappa_H(z') dz' + \varphi\right) \right], \quad (2)$$

здесь $\epsilon_0(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ — средняя диэлектрическая проницаемость невозмущенной плазмы, $\tilde{\epsilon}(\omega, z) = \frac{\epsilon(\omega, z) - \langle \epsilon(\omega, z) \rangle}{\epsilon_0(\omega)} \approx -\epsilon_0^{-1}(\omega) \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\delta N(z)}{N_0}$

— флуктуирующая часть, обусловленная естественными неоднородностями, m — амплитуда искусственной решетки ($m \approx \frac{1}{2} \epsilon_0^{-1}(\omega) \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\Delta N}{N_0}$, где $\Delta N / N_0$ — относительное изменение концентрации электронов в решетке),

$$\kappa_H^2(z) = \frac{\omega_H^2}{c^2} \epsilon_0(\omega_H) \left[1 + \tilde{\epsilon}(\omega_H, z) \right] \equiv \kappa_{H0}^2 \left[1 + \tilde{\epsilon}(\omega_H, z) \right]. \quad (3)$$

В формуле (2) φ учитывает тот факт, что точка отражения пробной волны ($z = 0$ — положение зеркала), вообще говоря, не совпадает с точкой отражения волны накачки ($z = -z_0$):

$$\varphi = -2\kappa_{H0} z_0 \quad (4)$$

Так, в случае линейного слоя $N(z) = N_0(1 - \gamma z)$

$$z_0 = \gamma^{-1} \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2} \approx 2\gamma^{-1} \frac{\Delta\omega}{\omega_H}, \quad \Delta\omega = \omega - \omega_H. \quad (5)$$

Как уже отмечалось, характер решения сильно зависит от величины фазы φ . Далее, в соответствии с реальными экспериментами, будем считать m и $\tilde{\epsilon}(\omega, z)$ малыми:

$$m \ll 1, \quad \tilde{\epsilon}(\omega, z) \ll 1, \quad (6)$$

а их отношение произвольным.

Представим решение уравнения (1) в виде

$$E(z) = P(z)e^{-i\psi(z)} + Q(z)e^{i\psi(z)}, \quad (7)$$

где

$$\psi(z) = \int_z^L \kappa(z') dz', \quad \kappa(z') \approx \kappa_0 \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\epsilon}(\omega, z') \right], \quad \kappa_0 \equiv \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0(\omega)}.$$

В силу условия (6) величины $P(z)$ и $Q(z)$ можно трактовать как медленно меняющиеся комплексные амплитуды прямой и отраженной волн. Уравнения для них получим стандартным асимптотическим методом [8]. Подставив (7) в (1), считая производственные P' и Q' малыми ($|P'(z)/P(z)| \sim |Q'(z)/Q(z)| \sim m$) и отбрасывая члены $\sim P''$ и Q'' , имеем

$$P'(z) = -\frac{1}{4} \frac{d\tilde{\epsilon}(z)}{dz} \left[P - Q e^{2i\psi(z)} \right] + \frac{\kappa_0 m}{2} Q \exp \left\{ i \left[\varphi - \frac{\pi}{2} + 2\psi(0) - 2 \left(\Delta\kappa z + \int_0^z \eta dz' \right) \right] \right\},$$

$$Q'(z) = \frac{1}{4} \frac{d\tilde{\epsilon}(z)}{dz} \left[\rho^{-2i\psi(z)} - Q \right] + \quad (8)$$

$$+ \frac{\kappa_0 m}{2} \rho \exp \left\{ -i \left[\varphi - \frac{\pi}{2} + 2\psi(0) - 2(\Delta\kappa z + \int_0^z \eta dz') \right] \right\},$$

где $\Delta\kappa = \kappa_0 - \kappa_{H0} = \left(\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} - \sqrt{\omega_H^2 - \omega_p^2} \right) c^{-1}$
 - регулярная, а $\eta(z)$ - флуктуирующая расстройки волновых чисел:

$$\eta(z) \approx \kappa_{H0} \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2} \epsilon_0^{-2}(\omega_H) \frac{\Delta\omega}{\omega_H} \frac{\delta N(z)}{N_0} \quad (9)$$

Заметим, что в правых частях уравнений (8) опущены члены, осциллирующие с периодом $2\pi/\kappa_H$.

При выполнении условий

$$\left| \frac{d\tilde{\epsilon}}{dz} \right| \frac{1}{\kappa_0} \ll m \quad \text{или} \quad \sigma_{\tilde{\epsilon}} \ll \kappa_0 l m \quad (10)$$

($\sigma_{\tilde{\epsilon}}$ - дисперсия величины $\tilde{\epsilon}(\omega, z)$, l - характерный размер неоднородностей) можно отбросить слагаемые, пропорциональные $d\tilde{\epsilon}/dz$ в правых частях уравнений (8).

Физически условие (10) означает, что рассеяние пробных волн назад обусловлено, в основном, регулярной решеткой.

Таким образом, в случае крупномасштабных неоднородностей уравнения (8) примут вид

$$P'(z) = -i \frac{\kappa_0 m}{2} Q(z) \exp \left\{ i \left[\varphi + 2\psi(0) - 2 \left(\Delta\kappa z + \int_0^z \eta(z') dz' \right) \right] \right\},$$

$$Q'(z) = i \frac{k_0 m}{2} P(z) \exp \left\{ -i \left[\varphi + 2\psi(z) - 2 \left(\Delta k z + \int_0^z \eta(z') dz' \right) \right] \right\}. \quad (11)$$

Граничные условия должны быть записаны в форме

$$P(L) = 1, \quad Q(0) + P(0) e^{-2i\psi(0)} = 0, \quad (12)$$

причем второе условие означает обращение в нуль суммарного поля на зеркале.

Уравнения, аналогичные (11), возникают при описании параметрического взаимодействия волны в среде с крупномасштабными неоднородностями [9]. Соответствующие результаты можно использовать в рассматриваемой задаче. Ясно, что случайные неоднородности будут ухудшать резонансное рассеяние на регулярной решетке, увеличивая характерный масштаб взаимодействия. Заметим, что флуктуирующая часть расстройке $\eta(z)$ в уравнениях (11), согласно (9), исчезает при $\omega = \omega_H$. Рассеяние пробной волны происходит в этом случае как в однородной среде без флуктуаций. Причина здесь в том, что пространственные периоды решетки и пробной волны меняются с координатой одинаково, сохраняя неизменным резонансное условие ($\Delta k = 0$, $\eta(z) = 0$). Следовательно, следует ожидать, что и в случае плазмы со средним градиентом концентрации характер процесса рассеяния будет зависеть только от согласования частот, а неоднородность проявится лишь при $\Delta\omega \neq 0$.

Если интересоваться поведением энергетических харак-

характеристик пробной волны, то можно получать более удобные уравнения. Для этого заметим, что система (11), (12) имеет интеграл

$$|P(z)|^2 - |Q(z)|^2 = 0. \quad (13)$$

Введем в рассмотрение величины

$$I(z) = |P(z)|^2,$$

$$Q(z) = \arg \frac{Q(z)}{P(z)} + 2 \left[\psi(0) - \Delta \kappa z - \int_0^z \eta(z') dz' \right]. \quad (14)$$

Из (11), (12) для $I(z)$ и $\theta(z)$ получим уравнения

$$\frac{d \ln I}{dz} = \kappa_0 m \cos \theta, \quad (15)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = -\kappa_0 m \sin \theta - 2 [\Delta \kappa + \eta(z)]. \quad (16)$$

с краевыми условиями

$$I(L) = 1, \quad (17)$$

$$\theta(0) = \varphi + \frac{\pi}{2}. \quad (18)$$

При $\Delta \kappa = \eta = 0$ значение фазы $\varphi = \pi/2$ приводит к решению, согласно которому $I(z)$ экспоненциально растет по мере углубления в слой. Анализ системы (11), (12) целесообразно провести сначала при $\tilde{\epsilon}(z, \omega) = 1$, когда отсутствуют хаотические неоднородности.

2. Плазма без случайных неоднородностей

При $\tilde{\epsilon}(\omega, z) = 0$, $\eta(z) = 0$, $\psi(0) = k_0 L$ и из (11), (12) получим

$$P''(z) + 2i\Delta k P'(z) - \left(\frac{k_0 m}{2}\right)^2 P(z) = 0, \quad (19)$$

$$P(L) = 1, \quad P'(0) + \frac{k_0 m}{2} e^{i(\varphi - \pi/2)} P(0) = 0. \quad (20)$$

Зная $P(z)$, можно найти $Q(z)$ из первого уравнения (11)

В безразмерных переменных $\tau = \frac{1}{2} k_0 m z$, $\tau_L = \frac{1}{2} k_0 m L$ решение краевой задачи (19), (20) имеет вид

$$P(\tau) = e^{i\Delta(\tau_L - \tau)} \frac{f_1(\varphi, \Delta) e^{\sqrt{1-\Delta^2}\tau} - f_2(\varphi, \Delta) e^{-\sqrt{1-\Delta^2}\tau}}{f_1(\varphi, \Delta) e^{\sqrt{1-\Delta^2}\tau_L} - f_2(\varphi, \Delta) e^{-\sqrt{1-\Delta^2}\tau_L}}, \quad (21)$$

где $\Delta = 2\Delta k/k_0 m$, $f_1(\varphi, \Delta) = \sin\varphi - \sqrt{1-\Delta^2} - i(\cos\varphi + \Delta)$, $f_2(\varphi, \Delta) = \sin\varphi + \sqrt{1-\Delta^2} - i(\cos\varphi + \Delta)$.

Условие

$$\Delta < 1 \quad (22)$$

определяет ширину резонансной области уравнения Матье (1), (2). Для частот, удовлетворяющих этому условию, рассеяние пробной волны, согласно (21), наиболее эффективно. При этом (см. [5]) модуль коэффициента отражения от толстого слоя равен 1. В дальнейшем будем считать, что условие (22)

выполнено,

Если $f_1(\varphi, \Delta) \neq 0$, то для оптически толстого слоя ($\sqrt{1-\Delta^2} \tau_L \gg 1$) имеем при $\tau_L - \tau \gg 1$

$$P(\tau) \approx \exp\{i\Delta(\tau_L - \tau)\} \exp\{-\sqrt{1-\Delta^2}(\tau_L - \tau)\}, \quad (23)$$

то есть амплитуда падающей волны экспоненциально спадает из-за рассеяния по мере углубления в плазму. Аналогично ведет себя и поле рассеянной волны. Качественно это решение такое же, как и решение задачи без зеркала [5].

Если же $\varphi = \varphi_*(\Delta)$,

$$\begin{aligned} \varphi_*(\Delta) &= \frac{\pi}{2} + \arcsin \Delta, \\ f_1(\varphi_*, \Delta) &= 0, \quad f_2(\varphi_*, \Delta) = 2\sqrt{1-\Delta^2}, \end{aligned} \quad (24)$$

из (21) получим

$$P(\tau) = \exp\{i\Delta(\tau_L - \tau)\} \exp\{\sqrt{1-\Delta^2}(\tau_L - \tau)\}, \quad (25)$$

то есть амплитуда поля растет по мере углубления в слой. Это решение соответствует возбуждению резонатора зеркало-решетка, работающего на брегговском резонансе. Поле пробной волны вблизи зеркала может стать большим и исказить решетку, созданную волной накачки.

Заметим, что из (7), (13) следует

$$|E(z)|^2 = 2|P(z)|^2 \left[1 - \cos\left(2\kappa_{H0} z + \kappa_0 \int_0^z \tilde{\epsilon}(z') dz'\right) \right]. \quad (26)$$

При $\tilde{\epsilon}(z) = 0$ $|E(z)|^2$ достигает максимума на расстоянии $z = \pi / 2\kappa_{H0}$ (непосредственно на зеркале $E(z) = 0$).

3. Влияние случайных неоднородностей

Как уже отмечалось, при точном согласовании частот пробной волны и накачки $\eta(z) = 0$. В этом случае для интенсивности $I(z)$ можно получить из (11), (12) или из (15) – (18) такое же выражение, как и в отсутствие неоднородностей. Флуктуации при этом влияют только на вид интерференционного члена в выражении для $|E(z)|^2$ (см. (28)). Если $\tilde{\epsilon}(\omega, z)$ распределена нормально, то $\int_0^z \tilde{\epsilon}(\omega, z') dz'$ также распределен нормально с дисперсией $\sigma_{\tilde{\epsilon}}^2 \sqrt{z}$ и усреднение выражения (28) дает

$$\langle |E(z)|^2 \rangle = 2|P(z)|^2 \left[1 - \cos(2\kappa_0 z) e^{-\frac{1}{4} \kappa_0^2 \sigma_{\tilde{\epsilon}}^2 z} \right], \quad \omega = \omega_H, \quad (27)$$

где $P(z)$ определяется формулой (21). Экспоненциальное затухание интерференционного члена отражает тот факт, что по мере удаления от зеркала прямая и отраженная волны из-за рассеяния случайными неоднородностями становятся некогерентными.

При рассмотрении общего случая ($\Delta\omega \neq 0$) рассеяния пробных волн на плазменной решетке в присутствии флуктуаций будем исходить из краевой задачи (15) – (18). Считаем $\eta(z)$ нормальным случайным процессом с нулевым средним $\langle \eta(z) \rangle = 0$ и корреляционной функцией

$$\langle \eta(z) \eta(z') \rangle = 2\kappa_{H0}^2 D \delta(z - z'),$$

$$D = \left(\frac{\omega_p}{\omega_H} \varepsilon^{-1}(\omega_H) \right)^4 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_H} \right)^2 \left\langle \left(\frac{\Delta N}{N_0} \right)^2 \right\rangle. \quad (28)$$

Заметим, что система (15) - (18) задает двухточечную краевую задачу. Чтобы использовать аппарат кинетических уравнений, можно задачу, определяемую уравнениями (15) - (18), свести к причинной, введя новую переменную

$$u(z) = \ln \frac{I(z)}{I(0)}. \quad (29)$$

При условии (28) $u(z)$ и $\theta(z)$ будут марковскими случайными процессами, а их 2-моментная функция распределения $W_2(\tau, I, \theta; \tau_1, I_1, \theta_1)$ определит любые моменты интенсивности I и может найдена из соотношения

$$W_2(\tau, I, \theta; \tau_1, I_1, \theta_1) = W(\tau, I, \theta) F(\tau_1, I_1, \theta_1 | \tau, I, \theta). \quad (30)$$

где $W(\tau, I, \theta)$ - одноточечная плотность вероятности, определяемая согласно (15) - (18), (28), (29) уравнением Эйнштейна - Фоккера - Планка

$$\frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial \tau} + \cos \theta \frac{\partial W}{\partial u} - \frac{\partial \sin \theta W}{\partial \theta} - \Delta \frac{\partial W}{\partial \theta} - \delta \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} = 0, \quad (31)$$

$\delta = 4\kappa_0 D/m$, с начальным условием

$$W(0, u, \theta) = \delta(u) \delta(\theta - \theta_0), \quad \theta_0 = \frac{\pi}{2} + \varphi. \quad (32)$$

Плотность вероятности перехода $F(\tau, I, \theta | \tau', I', \theta')$, $\tau' < \tau$ определяется также уравнением (31), но с условием

$$F(\tau, I, \theta | \tau', I', \theta') = \delta(I - I') \delta(\theta - \theta'). \quad (33)$$

Здесь мы не будем детально изучать все моменты интенсивности, а рассмотрим поведение величины

$$\langle e^u \rangle \equiv \left\langle \frac{I(\tau)}{I(0)} \right\rangle,$$

по виду которой можно судить о характере изменения интенсивности пробной волны в слое плазмы.

Для моментов вида

$$q_{\nu n}^i(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} du \int_0^{2\pi} \cos^n \theta \sin^i \theta W(\tau, I, \theta) e^u d\theta,$$

$$q_{\nu 0}^0(\tau) \equiv \left\langle \frac{I(\tau)}{I(0)} \right\rangle$$

из (31), (32) получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(q_{\nu 0}^0)' - q_{\nu 1}^0 &= 0, & q_{\nu 0}^0(0) &= 1, \\ \frac{1}{2}(q_{\nu 1}^0)' - q_{\nu 0}^0 - \Delta q_{\nu 0}^1 + \delta q_{\nu 1}^0 &= 0, & q_{\nu 1}^0(0) &= -\sin \varphi, \\ \frac{1}{2}(q_{\nu 0}^1)' + \Delta q_{\nu 1}^0 + \delta q_{\nu 0}^1 &= 0, & q_{\nu 0}^1(0) &= \cos \varphi. \end{aligned} \quad (34)$$

Поведение решений системы (34) определяется значениями корней характеристического полинома. Как уже отмечалось, в отсутствие флуктуаций рассеяние наиболее эффективно, если $|\Delta| < 1$, а условие $|\Delta| = 1$ определяет при $\delta = 0$ границу резонансной зоны. Зависимость ее ширины от уровня флуктуаций дает анализ корней характеристического поли-

нома системы (34). На рис. 1 заштрихована область пара -

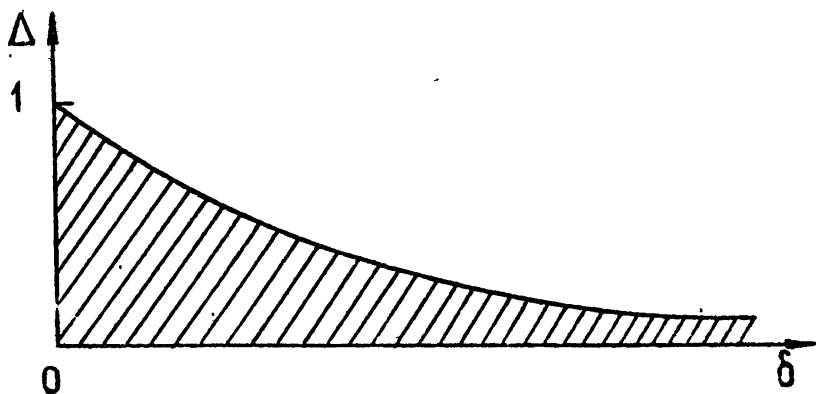


Рис. 1

метров Δ и δ , соответствующая резонансной зоне, граница которой описывается соотношением

$$\delta = \frac{1}{3\Delta^2} \left[\sqrt{\left(\Delta + \frac{2\sqrt{3}+5}{4}\right)^2 \left(\Delta - \frac{2\sqrt{3}-5}{4}\right)^2 + \Delta^2(1-\Delta^2)^3} - \left(\Delta + \frac{2\sqrt{3}+5}{4}\right) \left(\Delta - \frac{2\sqrt{3}-5}{4}\right) \right] \quad (35)$$

и приближенно дается формулами

$$\Delta = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^{1/3} \delta^{2/3}, \quad \delta \ll 1, \quad (36)$$

$$\Delta \approx \frac{1}{2} \delta^{-1}, \quad \delta \gg 1. \quad (37)$$

Точное решение уравнения (34) имеет вид

$$\left\langle \left| \frac{P(\tau)}{P(0)} \right|^2 \right\rangle = e^{-4\delta\tau/3} \left[\Phi_1(\tau, \delta, \Delta) e^{2S_1\tau} + \right]$$

$$+ \Phi_2(\varphi, \delta, \Delta) e^{25_2 \tau} + \Phi_3(\varphi, \delta, \Delta) e^{25_2 \tau}]; \quad (38)$$

ГДЕ

$$\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta) = \left[\left(\frac{\delta}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \frac{\alpha}{3} \right) \left(\frac{\delta}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \right) \right. \\ \left. \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \varphi \right) + \Delta (\Delta + \cos \varphi) \left[\left(1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3} \right) \left(1 + 2 \cos \frac{2\alpha}{3} \right) \right]^{-1}; \quad (39)$$

$$\Phi_2(\varphi, \delta, \Delta) = \left[\left(\frac{\delta}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \left(\frac{\delta}{3} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) - \sin \varphi \right) + \Delta (\Delta + \cos \varphi) \right] \times \\ \times \left[\left(1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3} \right) \left(1 - 2 \cos \left(\frac{2\alpha}{3} - \frac{\pi}{3} \right) \right) \right]^{-1}; \quad (40)$$

$$\Phi_3(\varphi, \delta, \Delta) = 1 - \Phi_1 - \Phi_2; \quad (41)$$

$$S_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \frac{\alpha}{3}, \\ S_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (42)$$

$$S_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{2\pi}{3} \right); \\ \alpha = \arccos \frac{\sqrt{3} \delta (1 + 2\Delta^2 + 2\delta^2/9)}{2 \cdot (1 - \Delta^2 + \delta^2/3)^{3/2}}. \quad (43)$$

В области резонанса (рис. 1) справедливы неравенства $S_1 > 2\delta/3$, $S_2 \leq 2\delta/3$, $S_3 < 2\delta/3$ и в (38) с τ растет только первый член. Решения (38) справедливы при любом соотношении параметров Δ и δ , но наиболее удобны внутри резонансной полосы, поскольку здесь все вы-

ражения в формулах (38) – (43) действительны.

Качественно решение (38) такое же, как и в однородной среде. Если $\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta) \neq 0$, то в выражении (38) преобладает растущий с τ член и для достаточно толстого слоя

$$\left\langle \left| \frac{P(\tau_L)}{P(0)} \right|^2 \right\rangle \equiv \langle |P(0)|^{-2} \rangle \approx \Phi_1 \exp \left\{ 2 \left(S_1 - \frac{2\delta}{3} \right) \tau_L \right\} \gg 1, \quad (44)$$

в силу неравенства (42). Это обычный режим резонансного рассеяния (ср. с (23)), при котором для достаточно толстого слоя зеркало малосущественно.

Функция $\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta)$ положительна в области резонанса и имеет минимум по φ в точке

$$\varphi_{\min} = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{3\Delta}{\delta + 3\delta_1} + 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \dots \quad (45)$$

При $\delta = 0$ выражение (45) эквивалентно (24), то есть $\varphi_{\min} = \varphi_*$. Легко видеть, что

$$\Phi_1(\varphi_{\min}, \delta, \Delta) = \frac{[\Delta^2 + (S_1 + \delta/3)^2] [1 - (\Delta^2 + (S_1 + \delta/3)^2)^{\frac{1}{2}}]}{(1 - \Delta^2 + \delta^2/3)(1 + 2\cos 2\alpha/3)} \geq 0,$$

причем равенство нулю достигается лишь при $\delta = 0$. Значит, при наличии флуктуаций резонаторный режим, строго говоря, не реализуется. Это естественно, поскольку случайные неоднородности, сбивая фазу волны, препятствуют накоплению энергии поля в резонаторе. Однако для условий ионосферных экспериментов, в соответствии с (28), неоднород-

ности можно считать малыми ($\delta \ll 1$). В этом случае для слоя конечной толщины флуктуации не успевают полностью скомпенсировать эффект увеличения поля. Из (38)–(43) будем иметь для

$$\delta \equiv \frac{\delta}{(1-\Delta^2)^{3/2}} \ll 1; \quad (46)$$

$$\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta) = \left\{ 1 - \sqrt{1-\Delta^2} \sin \varphi + \Delta \cos \varphi + \frac{\delta}{2} \left[1 - 4\Delta^2 - \Delta(1+2\Delta^2) \cos \varphi + 2\Delta^2 \sqrt{1-\Delta^2} \sin \varphi \right] \right\} \left[2(1-\Delta^2) \right]^{-1}; \quad (47)$$

$$\Phi_2(\varphi, \delta, \Delta) \approx - \frac{\Delta^2 + \Delta \cos \varphi + \delta \Delta^2 \sqrt{1-\Delta^2} \sin \varphi}{1-\Delta^2}; \quad (48)$$

$$\Phi_3(\varphi, \delta, \Delta) = \left\{ 1 + \sqrt{1-\Delta^2} \sin \varphi + \Delta \cos \varphi + \frac{\delta}{2} \left[\Delta(1+2\Delta^2) \cos \varphi + 2\Delta^2 \sqrt{1-\Delta^2} \sin \varphi - 1 + 4\Delta^2 \right] \right\} \left[2(1-\Delta^2) \right]^{-1}. \quad (49)$$

Условие (46) означает (см. (36)), что параметры Δ и δ находятся в резонансной зоне.

Для оптимального значения фазы $\varphi = \varphi_{\min} \approx \varphi_*$, $\Phi_1(\varphi_{\min}, \delta, \Delta) \sim \delta$ и из (38), (47)–(49) получим

$$\left\langle \left| \frac{P(\tau)}{P(0)} \right|^2 \right\rangle \approx \frac{\delta}{4} \exp \left\{ 2\sqrt{1-\Delta^2} \left(1 - \frac{\delta}{2} (1-2\Delta^2) \right) \tau \right\} - \delta \Delta^2 \exp \left\{ -2\sqrt{1-\Delta^2} \delta \tau \right\} + \left(1 - \frac{\delta}{4} + \delta \Delta^2 \right) \exp \left\{ -2\sqrt{1-\Delta^2} \left(1 + \frac{\delta}{2} (1-2\Delta^2) \right) \tau \right\}. \quad (50)$$

Для выполнения условия $\langle |P(\tau)/P(0)| \rangle \ll 1$ необходимо выполнение двух неравенств

$$2\sqrt{1-\Delta^2} \tau_L \gg 1, \quad \frac{\delta}{4} \exp \left\{ 2\sqrt{1-\Delta^2} \tau_L \right\} \ll 1 \quad \text{или}$$

$$1 \ll 2\tau_L \sqrt{1-\Delta^2} \ll \ln \frac{4}{\sigma}. \quad (51)$$

Таким образом, случайные неоднородности вносят ограничения на длину трассы и тем самым снижают максимально достижимую амплитуду поля в ионосферном резонаторе.

4. Некоторые оценки

Приведем численные значения основных параметров, характеризующих процесс рассеяния для условий конкретных ионосферных экспериментов [1].

Во-первых, нам необходимо знать амплитуду решетки m . Ее можно оценить, приравняв $(K_0 m / 2)^{-1}$ масштабу спада поля пробной волны $L_{\text{расс}}$, наблюдаемому на эксперименте. Анализ высотно-амплитудной зависимости рассеянного поля (частота $f = 3$ МГц), приведенной в [1], позволяет сделать вывод, что $L_{\text{расс}} \approx 10$ км. Поэтому

$$m = \frac{c}{\pi f L_{\text{расс}}} \approx 3 \cdot 10^{-3}, \quad (52)$$

что соответствует возмущению электронной концентрации в решетке $\Delta N / N_0 \approx 10^{-2}$.

Оценим теперь ширину резонансной области по частоте ($\Omega = \omega - \omega_H$, при которой $\Delta = 1$):

$$\frac{\Omega}{\omega_H} \approx \frac{m}{2} \approx 10^{-3}, \quad \frac{\Omega}{2\pi} \approx 5 \text{ кГц}. \quad (53)$$

Такое значение расстройки должно соответствовать срыву резонансного рассеяния.

Исходя из (4), (5), (24), оценим величину расстройки по частоте $\Delta\omega$, которая обеспечит, при наличии регулярного градиента концентрации, необходимый сдвиг точек отражения для возбуждения ионосферного резонатора

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_H} = \frac{\pi}{8} \frac{\gamma}{k_H} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arcsin \Delta\right) \approx 6 \cdot 10^{-4} (\gamma^{-1} = 60 \text{ км}), \quad \frac{\Delta\omega}{2\pi} \approx 1 \text{ кГц.} \quad (54)$$

Так как $\Delta\omega \ll \Omega$, то резонансный характер рассеяния при этом сохранится и резонатор может быть возбужден.

Оптическая толщина τ_L в обсуждаемом эксперименте равна 1 + 2. Левая часть неравенства (51) при этом удовлетворяется.

Оценим ограничения на оптическую длину, накладываемые случайными неоднородностями. Согласно (28), (31), (46), при $l \approx 1 \text{ км}$, $\delta N/N \approx 5 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{-8}$ и условие (51) будет выглядеть так:

$$1 < 2\tau_L \ll 20. \quad (51a)$$

При взятом уровне флуктуаций в стационарном резонаторном режиме превышение интенсивности поля пробной волны на зеркале по сравнению с началом слоя будет: $I(0)/I(L) \approx e^2 \div e^4 \approx (1 \div 5) \cdot 10$.

Наконец, оценим грубо время установления стационарного резонаторного режима. Из энергетических соображений не-

трудно получить

$$t_{\text{уст}} \approx \frac{e^{k_0 m L}}{v_{\text{гр}} k_0 m} \approx \frac{e^{k_0 m L}}{\omega_H m} \approx 10^{-4} \div 10^{-3} \text{ с.}$$

Сравнивая это с длительностью импульса пробных волн $t_{\text{имп}} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ с}$, видим, что в эксперименте [1] стационарный резонансный режим не был реализован.

З а к л ю ч е н и е

В настоящей работе в рамках модели однородной в среднем и изотропной плазмы изучено явление рассеяния пробных волн на квазипериодической решетке. Показано, что при определенных условиях может быть возбужден брегговский резонатор, образованный слоем ионосферной плазмы с периодической решеткой и точкой отражения. Полученные оценки дают хорошее совпадение расчетных параметров с известными из других вычислений и экспериментов.

Авторы благодарны Е.А.Бенедиктову и В.В.Беликовичу за обсуждение настоящего сообщения.

Л и т е р а т у р а

1. Беликович В.В., Бенедиктов Е.А., Дмитриев С.А., Терина Г.И. - Изв.вузов - Радиофизика, 1981, т. 24, с. 645.
2. Бенедиктов Е.А., Гетманцев Г.Г., Зюзин В.А., Игнатьев Ю.А. - Геомагнетизм и аэронавигация, 1980, т. 5, с. 955.

3. Бсликович В.В., Бенедиктов Е.А. и др. - Изв.вузов - Радиофизика, 1977, т. 20, с. 1821.
4. Черкашин Ю.Н., Шанкин Ю.П. - В сб.: Исследование сверхдальнего распространения коротких радиоволн. - М.: ИЗМИРАН, 1975, с. 66.
5. Попов А.В., Черкашин Ю.Н., Шанкин Ю.П. - В сб.: Исследование сверхдальнего распространения коротких радиоволн. - М.: ИЗМИРАН, 1975, с. 71.
6. Виленский И.М., Фрейман М.Е. - В сб.: Распространение радиоволн и физика ионосферы. Новосибирск: Наука, 1981, с. 17.
7. Абрамович Б.С., Гурбатов С.Н., Рыжов Ю.А. - Изв.вузов-Радиофизика, 1979, т. 22, с. 566.
8. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. - М.: Наука, 1981.
9. Абрамович Б.С., Тамойкин В.В. - Физика плазмы, 1980, т. 6, с. 531.

Дата поступления
статьи 21 июня 1982г.

Виктор Геннадьевич Лапин
Юрий Александрович Рыжов
Владимир Вениаминович Тамойкин

**БРЭГГОВСКИЙ РЕЗОНАТОР В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ
С ИСКУССТВЕННОЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКОЙ**

Подписано в печать 15.07.82 г. МЦ 00679 . Формат 60x84/16
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 1,34 усл.леч.л.
Тираж 120. Заказ 2825. Бесплатно

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский радиофизический институт, 603600, Горький, ГСП-51, ул.Лядова, 25/14, т. 38-80-81, д. 5-08

Отпечатано на ротавринтере
НИРФК