

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР
Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 200

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЫСОТНЫХ ПРОЗИЩЕЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ
И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ
ИЗ ИЗМЕРЕНИЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ

Н. А. Василенко

К. П. Гайкович

М. И. Сумин

Василенко Н.А., Гайкович К.П., Сумин М.И.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЫСОТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ ИЗ ИЗМЕРЕНИЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ, Горький, Препринт № 200 / НИРФИ, 1985.

УДК 525.73

Приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований метода восстановления высотных профилей параметров атмосферы по измерениям астрономической рефракции ярких звезд, планет и Солнца на положительных углах места. Восстановление основано на решении обратной задачи рефракции относительно профиля показателя преломления. Для решения задачи использованы: а) метод, основанный на принадлежности точного решения к компактному классу монотонных функций; б) метод статистической регуляризации. Выполнен анализ информативного диапазона углов, численное моделирование, получены статистические оценки точности восстановления. Приводятся результаты восстановления параметров атмосферы из экспериментальных данных. Эти результаты сопоставляются с данными одновременного аэрологического зондирования. Приводятся примеры восстановления профилей температуры с инверсиями.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большое внимание привлекают возможности дистанционного определения параметров атмосферы по измерениям рефракции как в оптическом, так и в радиодиапазоне. Рефрактометрические методы были с успехом использованы при радиопросвечивании планет Солнечной системы [1,2]. В нашей стране впервые был выполнен цикл работ по восстановлению слоистой структуры атмосферы Земли по данным измерений оптической рефракции космических источников с ОС Салют-6 [3,4], а также разработана методика и выполнены эксперименты по восстановлению стратификации атмосферы при внутриагмосферных измерениях рефракции [5,6].

Высокая точность восстановления показателя преломления и метеопараметров, а также хорошее разрешение по высоте, достигнутые в перечисленных экспериментах, обусловлены в первую очередь геометрией наблюдений, главной особенностью которой является использование измерений при отрицательных углах места, т.е. на просвет. При этом выражение для соответствующей обратной задачи имеет вид уравнения Абеля, так что выделенным оказывается вклад слоя, соответствующего по высоте перигею луча. Эта задача является математически корректной, и высотное распределение показателя преломления восстанавливается из измерений рефракции с помощью обратного преобразования Абеля. Погрешности восстановления при этом пропорциональны относительной погрешности измерений.

Качественно другая ситуация возникает при попытке использовать для восстановления профиля показателя преломления измерения астрономической рефракции, т.е. наземные измерения рефракции под положительными углами места, как это предлагается, например, в [7]. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Известно [5], что в этом случае задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма I-го рода. Интегрируя по частям выражение для угла рефракции

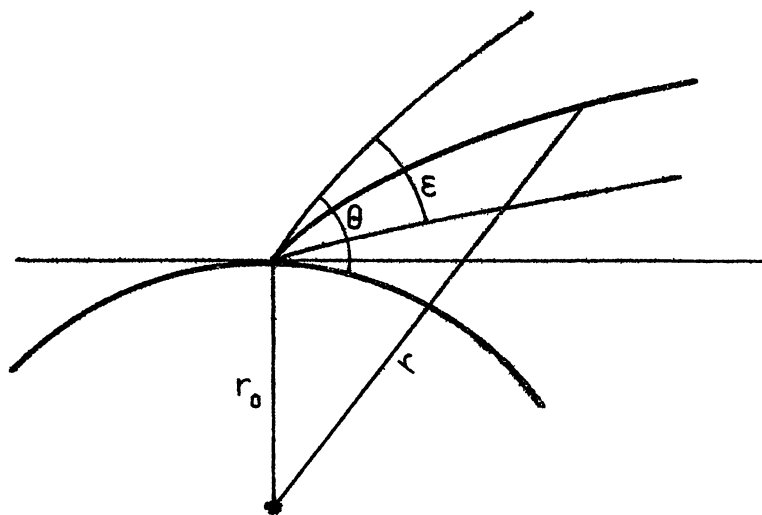


Рис. 1. Геометрия измерения

$$\epsilon(\rho_\theta) = -\rho_\theta \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d \ln n}{dp} \frac{dp}{\sqrt{\rho^2 - \rho_\theta^2}}, \quad \rho = nr, \quad \rho_\theta = n_0 r_0 \cos \theta \quad (1)$$

($n_0 = n(r_0)$ — приемное значение показателя преломления n),
имеем исходное уравнение

$$\int_{\rho_0}^{\rho_H} N(\rho) \frac{\rho \rho_\theta}{(\rho^2 - \rho_\theta^2)^{3/2}} dp = \tilde{\epsilon}(\rho_\theta), \quad (2)$$

где $N = 10^6 (n-1)$ — индекс рефракции,

$$\tilde{\epsilon}(\rho_\theta) = -10^6 \epsilon(\rho_\theta) + \rho_\theta \left(\frac{N(\rho_0)}{\sqrt{\rho_0^2 - \rho_\theta^2}} - \frac{N(\rho_H)}{\sqrt{\rho_H^2 - \rho_\theta^2}} \right) \quad (3)$$

-модифицированная правая часть ($p_H = n(r_H)r_H$, $r_H = r_0 + H$). Высота H выбирается достаточно большой, так что вклад интеграла от p_H до ∞ можно оценить из модельных расчетов не хуже погрешности измерений рефракции.

Уравнение (2) является линейным интегральным уравнением Фредгольма I-го рода относительно распределения $N(\rho)$, которое задается в общем виде выражением

$$Az \equiv \int_a^b K(x,s) z(s) ds = u(x) \quad (4)$$

(в нашем случае $u(x)$ соответствует $\tilde{E}(\rho)$, $z(s) \sim N(\rho)$, $K(x,s) \sim \rho\rho_0 / (\rho^2 - \rho_0^2)^{3/2}$) и представляет собой классический пример некорректно поставленной задачи. Для численного решения уравнения (4) с непрерывным по совокупности (x, s) в прямоугольнике $\{c \leq x \leq d, a \leq s \leq b\}$ ядром $K(x, s)$ необходимо привлекать дополнительную априорную информацию. Эта априорная информация поставляется нам спецификой конкретной обратной задачи и может иметь различный характер. Она может заключаться в априорном знании о принадлежности искомого решения к тому или иному компактному классу функций, о мере гладкости его производных и т.п. Без знания такой априорной информации численное решение уравнения (4) представляет собой, вообще говоря, неразрешимую задачу.

Действительно, пусть $z_T(s)$ - классическое решение уравнения (I) при $u(x) \equiv u_T(x)$, а $\bar{z}(s) = z_T + N \sin \omega s$. Ясно, что $\bar{z}(s)$ есть классическое решение (I) при $u(x) \equiv u_T(x) + N \int_a^b K(x,s) \sin \omega s ds$. Оценим соответствующие отклонения в интегральной метрике:

$$\int_c^d |\bar{u}(x) - u_T(x)| dx \equiv |N| \int_c^d \left| \int_a^b K(x,s) \sin \omega s ds \right| ds; \quad (5)$$

$$\int_a^b |\bar{z}(s) - z_T(s)| ds = |N| \int_a^b |\sin \omega s| ds \geq |N| \left(\frac{2(b-a)}{\pi} - \frac{4}{\omega} \right), \omega \geq \omega_0, \quad (6)$$

где ω_0 - некоторое фиксированное достаточно большое число.

Из (5), (6) следует, что классическим решениям $\bar{z}(s)$, сколь угодно сильно уклоняющимся в интегральной метрике от $z_T(s)$, соответствуют правые части $\bar{u}(x)$, сколь

удовно близкие к $u_T(x)$ в такой же интегральной метрике (5). Более того, нетрудно показать, что при $\omega \rightarrow \infty$

$$\max_{x \in [c,d]} \left| \int_a^b K(x,s) \sin \omega s ds \right| \rightarrow 0$$

и, следовательно, для сколь угодно далеких от $z_T(s)$ решений в смысле метрики (6) соответствующие правые части являются в то же время и сколь угодно близкими даже в равномерной метрике

$$\max_{x \in [c,d]} |u(x) - u_T(x)|.$$

При этом очевидно, что степень гладкости возмущенных правых частей совпадет со степенью гладкости ядра по переменной x . Ясно также, что правые части будут близки и в смысле спектров Фурье.

Приведенные рассуждения показывают, что оператор A^{-1} , обратный к оператору A , является по своей природе существенно неограниченным. Поэтому любые попытки решения уравнения (4) без привлечения достаточно существенной априорной информации даже при наличии разного рода явных представлений для решения, сглаживании правой части либо ограничения ее спектра Фурье [7,8] не имеют смысла (подробнее см. в [9,10]).

Целью настоящей работы являлось выяснение реальных возможностей восстановления стратификации атмосферы по измерениям астрономической рефракции. Работа включает в себя разработку соответствующих алгоритмов, определение требований к измерениям, в первую очередь, к уровню точности и выбору информативного диапазона углов измерения, а также результаты обработки экспериментальных данных. Исследованные в работе алгоритмы восстановления основаны на общепризнанных методах решения, таких как метод решения некорректных задач на компактных множествах [9,11] и метод статистической регуляризации [10] ⁺

1. Выбор диапазона углов измерений.

Известно [13], что специфика распределения показателя преломления проявляется в заметных вариациях угла рефракции β_ϵ лишь

⁺ Результаты работы частично были доложены на Всесоюзном совещании по проблемам рефракции (Иркутск, 1984) [12].

на достаточно малых углах места. С ростом угла вариации уменьшаются, и рефракция со всевозрастающей точностью определяется значением приземного показателя преломления; что составляет содержание "теоремы Лапласа". Таким образом, диапазон углов, информативных для решения обратной задачи, ограничен сверху углами, на которых вариации рефракции становятся сравнимыми с погрешностями измерений. В табл. I приведены результаты расчетов среднеклиматических значений оптической рефракции $\langle \epsilon \rangle$, ее вариации δ_ϵ (стандартное отклонение от $\langle \epsilon \rangle$) и вариаций рефракции δ_{ϵ/N_0} при фиксированном значении N_0 , которые определялись как среднеквадратичное отклонение рефракции, рассчитанной по метеоданным ("истинной"), от рефракции, рассчитанной по профилю $N^\ominus(h)$, полученному методом оптимальной экстраполяции от приземного значения показателя преломления N_0 согласно

$$N^\ominus(h) = \langle N(h) \rangle + \frac{B_{NN}(0, h)}{\delta_N^2(0, 0)} (N_0 - \langle N_0 \rangle), \quad (7)$$

B_{NN} - ковариационная межуровневая матрица, δ_N^2 - дисперсия.

Приведенные в таблице I данные соответствуют ансамблю метеоданных (~ 100 реализаций) для зимних условий ЕТ СССР.

Таблица I

Средние значения рефракции $\langle \epsilon \rangle$, ее вариации δ_ϵ , вариации рефракции δ_{ϵ/N_0} (точность "теоремы Лапласа")

θ	1"	1'	10'	30'	1°	2°	3°	4°	5°
$\langle \epsilon \rangle$	41'	41'	38'	33'	27'	20'	15'	12'	10'
δ_ϵ	4'13"	4'06"	3'50"	3'18"	2'44"	1'59"	1'33"	1'15"	1'02"
δ_{ϵ/N_0}	43"	43"	37"	23"	12"	3,6"	1,6"	0,85"	0,51"

Для летнего ансамбля δ_ϵ оказалось примерно в 3 раза меньше, чем для зимнего, тогда как δ_{ϵ/N_0} почти совпадает с приведенными результатами.

Ясно, что для того, чтобы получить информацию о профиле с точностью, которая превышает точность оптимальной экстраполяции (7), необходимы измерения с ошибкой, меньшей δ_{ϵ/N_0} . При точнос-

ти измерений $\delta\epsilon = 1''$, которую можно считать в настоящее время предельной для измерений рефракции на низких углах места, диапазон информативных углов находится при $\theta < 4^\circ$, а при $\delta\epsilon = 10''$ — соответственно при $\theta < 2^\circ$.

Со стороны малых углов места ограничения связаны с тем, что при $\theta \rightarrow 0$ весовая функция в (2) неограниченно возрастает и на достаточно малых углах места существенно меняется в интервале углов, сравнимом с погрешностью угловых измерений. Ясно, что минимальный угол должен быть много больше, чем ошибка угловых измерений $\delta\theta$ в эксперименте.

Таким образом, ограничения на диапазон углов в данной задаче являются весьма существенными.

2. Решение обратной задачи рефракции на компактном множестве монотонных функций

Суть первого метода, примененного нами для решения уравнения (2), заключается в использовании такой специфической и существенной априорной информации, как принадлежность точного решения уравнения (2) к классу невозрастающих функций. В [14] А.Н. Тихоновым было впервые указано на возможность построения устойчивых приближений к решению некорректно поставленной задачи в случае, когда *a priori* известно, что точное решение принадлежит некоторому компактному множеству.

Профиль $N(\rho)$ невозрастающая функция ⁺, а множество $Z \downarrow$ заданных на отрезке $[a, b]$ невозрастающих функций ограниченных сверху и снизу некоторыми постоянными $C_1, C_2, C_1 > C_2$ (эти постоянные одни и те же для всех функций множества), является компактным в $L_2[a, b]$ ⁺⁺, т.е. из каждой бесконечной последовательности функций множества $Z \downarrow$ можно выбрать сходящуюся в каждой точке $s \in [a, b]$ к некоторой функции из $Z \downarrow$ подпоследовательность (подробнее определение компактного множества функций см. в [9], с. 32). Поэтому для решения обратной задачи оказывается воз-

⁺) Исключение составляют сравнительно редко встречающиеся случаи наличия в атмосфере волновода и миража, которые в оптическом диапазоне соответствуют весьма большим градиентам температуры (соответственно положительным и отрицательным).

⁺⁺) $L_2[a, b]$ — пространство суммируемых с квадратом на $[a, b]$ функций.

можно применить соответствующий алгоритм [II]. Этот алгоритм заключается в минимизации на множестве $Z \downarrow$ невязки

$$\int_c^d \left[\int_a^b K(x,s) z(s) ds - u_\delta(x) \right]^2 dx, \quad z(s) \in Z \downarrow, \quad (8)$$

где u_δ - измеренная реализация правой части (2). При этом процессе минимизации проводится лишь до уровня ошибки измерений правой части δ^2

$$\int_c^d [u_T(x) - u_\delta(x)]^2 dx \leq \delta^2$$

и в качестве приближенного решения уравнения берется любой элемент из $Z \downarrow$, доставляющий невязке (8) значение, не большее, чем δ^2 (подробнее см. в [II]).

В своем конечномерном выражении (после соответствующей алгебраизации) задача минимизации невязки (8) на множестве $Z \downarrow$ сводится к задаче минимизации квадратичной функции $f(z_1, \dots, z_n)$ многих переменных (соответствующей по размерности дискретизации восстанавливаемого профиля $N(\rho)$) на множестве $M \downarrow$, являющемся конечномерным аналогом множества $Z \downarrow$ и задаваемом линейными ограничениями

$$M \downarrow \equiv \left\{ z \in R^n \mid z_{i+1} - z_i \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \right. \\ \left. c_2 \leq z_i \leq c_1, \quad i = 1, 2, \dots, n \right\}.$$

Такая конечномерная задача минимизации является хорошо изученной с вычислительной точки зрения задачей выпуклого программирования [15]. В данной работе мы применили для ее решения итерационный метод проекции сопряженных градиентов ([15], с. 173), сходимость которого имеет место при любом начальном приближении из множества $M \downarrow$. Это означает, что в качестве i -го p_i -ближения итерационного алгоритма может быть взята любая невозрастающая функция $N^0(\rho)$.

Численное моделирование решения обратной задачи выполнялось по замкнутой схеме. Правая часть (2), рассчитанная по исходному профилю $N(\rho)$ возмущалась нормально распределенной ошибкой со стандартным отклонением $\delta \epsilon$, которая моделировала погрешность измерений. Полученные таким образом "данные измерений" использовались затем для восстановления показателя преломления из решения

обратной задачи. Полученное распределение показателя преломления сравнивалось с исходным. При этом используется соотношение

$$\rho = n r = n (r_0 + h),$$

$N(\rho)$ преобразуется в высотный профиль $N(h)$. Расчеты выполнялись для измерений в оптическом диапазоне, где зная $N(h)$, можно также восстановить высотные профили давления (P) и температуры (T) из уравнений статики и состояния идеального газа (см. [3,4]), используя связь N с параметрами атмосферы:

$$N = K_1(\lambda) \frac{P}{T} + K_2 \frac{E}{T}; \quad (9)$$

$$\rho(h) = \frac{M}{R_0(1+0,378 E/P)} \frac{P}{T}; \quad (10)$$

$$P(h) = \int_h^{\infty} g(h') \rho(h') dh'; \quad (11)$$

$$T(h) = (K_1 P + K_2 E) / N, \quad (12)$$

ρ - плотность воздуха, E - парциальное давление водяного пара, g - ускорение свободного падения, K_1 - постоянная, слабо зависящая от длины волны λ , K_2 - постоянная, M - молекулярный вес воздуха, R_0 - универсальная газовая постоянная. Влияние влажности в (10)-(12) невелико, поэтому в численных экспериментах полагалось $E = 0$.

Используя произвол в выборе начального приближения N^0 , о котором говорилось выше, исследованы различные варианты его выбора:

- а) $N^0(h) = 0$,
- б) $N^0(h) = N(0) \exp(-h/h_0)$, $h_0 = 9$ км,
- в) $N^0(h) = N^3(h)$ согласно (7).

В этих вариантах последовательно возрастает степень использования имеющейся априорной информации о профиле N (и, соответственно, степень близости 1-го приближения к точному решению). В первом случае она отсутствует, во втором - используется приземное значение $N(0)$ и модельные представления, в последнем используется приземное значение и межуровневые ковариационные связи в виде матрицы B_{NN} из (7).

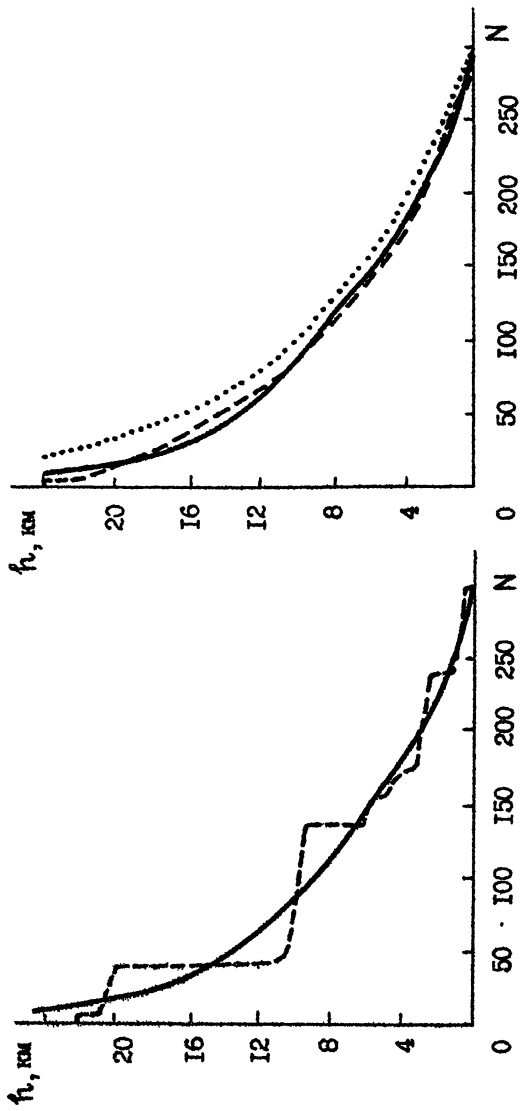


Рис. 2. Решение обратной задачи на множестве монотонных функций:
 а) 1-е приближение $N_0 = 0$ - ось ординат, сплошная кривая - исходный
 профиль $\hat{N}(h)$, пунктир - восстановленный профиль при $\delta\epsilon = 10^{-4}$;
 б) 1-е приближение $N_0(h) = N_0 \exp(-h/h_0)$ - точки, исходный
 профиль - сплошная, восстановление при $\delta\epsilon = 0,1$ - пунктир

Разным начальным приближениям соответствует различный вид исходного функционала невязки (δ), а следовательно, и различные "траектории" минимизации этого функционала. Так оказалось, что при одинаковой погрешности правой части степень близости получаемого решения к точному профилю $N(h)$ для рассмотренных вариантов выбора $N^0(h)$ существенно неодинакова.

В первом случае (см. рис. 2а) начальное приближение совпадает с осью ординат, и даже при величине погрешности правой части $\delta\epsilon = 10^{-4}$ ошибки восстановления весьма велики (хотя рефракция, рассчитанная по восстановленному профилю, с точностью до 10^{-4} совпадает с рефракцией, рассчитанной по точному профилю). Во втором случае (рис. 2б) даже при возрастании уровня погрешности на несколько порядков качество решения существенно выше, чем в первом случае, и решение уточняет первое приближение в виде экспоненты.

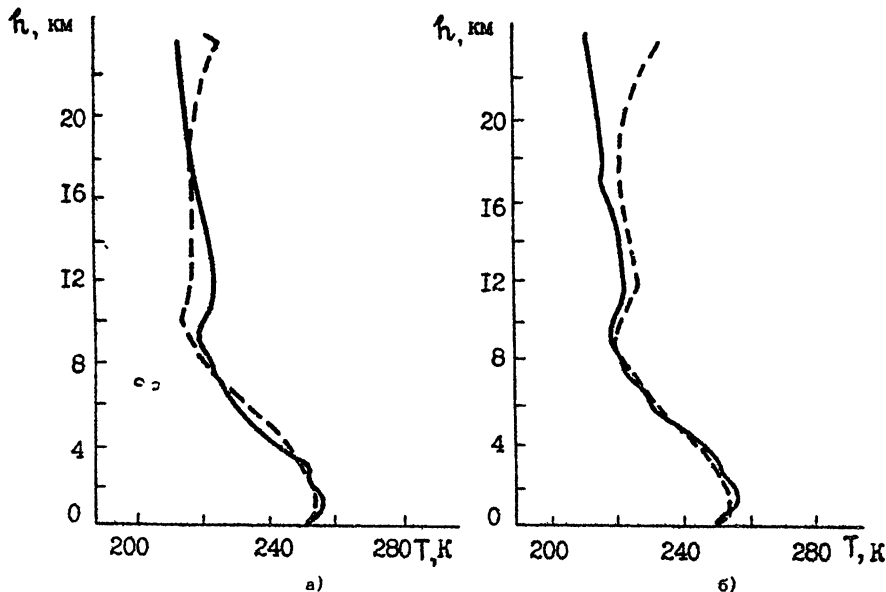


Рис. 3. Восстановление высотного профиля температуры из решения обратной задачи рефракции при $\delta\epsilon = 1\%$:

- а) метод решения на множестве монотонных функций,
 б) метод статистической регуляризации

Точность решения существенно возрастает при использовании в качестве 1-го приближения статистически экстраполированного профиля $N^{\approx}(h)$. При этом точность восстановления $N(h)$ становится достаточной для качественного восстановления температуры из (12) при $\delta\epsilon \sim 1''$. Решение отображает реальную температурную стратификацию атмосферы. На рис. 3а приведен пример восстановления профиля температуры с инверсией, на котором видно, что восстанавливаются характерные детали профиля.

Таким образом, степень близости начального приближения к истинному профилю является добавочной априорной информацией, которая эффективно уточняет восстановление.

3. Метод статистической регуляризации

Учитывая большое влияние априорной информации на точность восстановления, были исследованы особенности решения уравнения (2) методом статистической регуляризации [10], в котором непосредственно используется информация о межуровневых ковариационных связях показателя преломления. При этом решение ищется на априорном ансамбле, заданном ковариационной матрицей. Плотность вероятности для априорного ансамбля определяется из условия максимума энтропии (выбирается распределение, содержащее минимум информации об искомом векторе), а апостериорное распределение находится по формуле Бейеса.

Средний по этому распределению вектор $N(p)$ при заданной правой части (2) определяет решение, которое удовлетворяет известному уравнению

$$N = \langle N \rangle + (K * W^{-1} K + B_{NN}^{-1})^{-1} K * W^{-1} (\tilde{\epsilon} - \langle \tilde{\epsilon} \rangle), \quad (13)$$

K - матрица ядра, W - ковариационная матрица ошибок измерения. Примеры восстановления профиля температуры из (12) по решению (13) представлены для $\delta\epsilon = 1''$ на рис. 3б (профиль $T(h)$ тот же, что и на рис. 3а), а для $\delta\epsilon = 10''$ - на рис. 4 (другой профиль с инверсией). Основные детали профиля восстанавливаются неплохо.

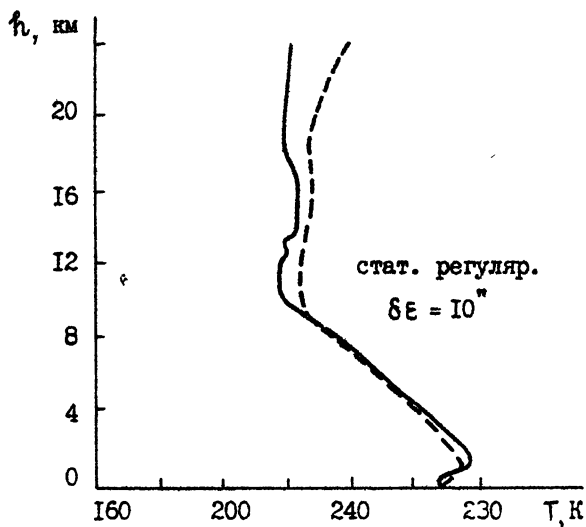


Рис. 4. Восстановление профиля температуры с инверсией методом статистической регуляризации. Численный эксперимент $\delta E = 10^{-4}$

4. Статистический анализ погрешностей восстановления

Численные эксперименты показали, что точность восстановления различается для разных реализаций $N(h)$ при одинаковой точности измерений. В методе решения на компактном множестве это связано с тем, что в разных реализациях различна степень близости 1-го приближения к точному решению, а как было показано выше, точность решения существенно зависит от этого фактора. Метод статистической регуляризации уже по своей природе является статистической оценкой. Таким образом, отдельные примеры восстановления не могут дать объективной оценки погрешности решения рассматриваемой некорректной задачи.

Поэтому для получения достоверных данных о точности восстановления выполнено статистическое исследование восстановления профилей показателя преломления, давления и температуры на больших ансамблях (~ 100 реализаций), соответствующих зимним и летним условиям ЕТ СССР. Полученные результаты позволили сопоставить иссле-

дованные методы решения обратной задачи и оценить их эффективность для практического использования.

Оказалось, что при реализуемых точностях измерений ($1 \div 10''$), метод статистической регуляризации дает более точные результаты, тогда как метод решения на компактном множестве дает несколько лучшие результаты при более высоких точностях. Результат естественен, поскольку этот метод, в отличие от метода статистической регуляризации обладает гарантированной сходимостью при $\delta \varepsilon \rightarrow 0$. Тем не менее, при реализуемых погрешностях метод статистической регуляри-

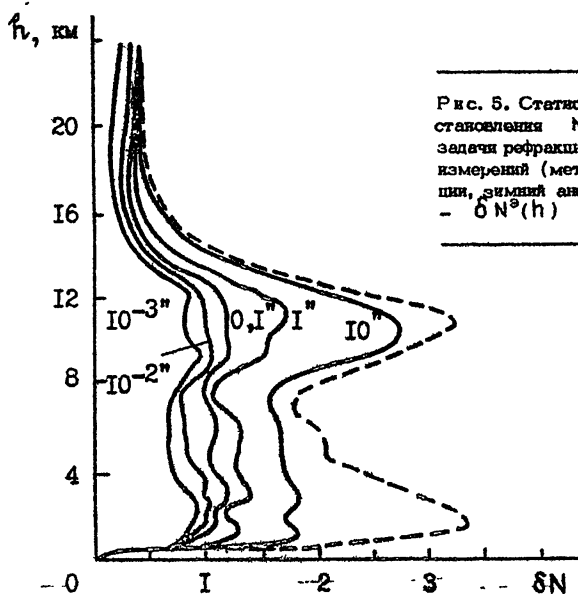


Рис. 5. Статистические оценки точности восстановления $N(h)$ из решения обратной задачи рефракции для различных погрешностей измерений (метод статистической регуляризации, зимний ансамбль методанных). Пунктир - $\delta N^{\text{opt}}(h)$

зации весьма эффективен. На рис. 5 представлены среднеквадратичные погрешности δN восстановления показателя преломления методом статистической регуляризации для различных значений $\delta \varepsilon$ по сравнению с точностью оптимальной экстраполяции $\delta N^{\text{opt}}(h)$ согласно (7) для зимнего ансамбля реализаций. Видно, что измерения рефракции с погрешностью $\delta \varepsilon \lesssim 10''$ позволяют восстановить распределение $N(h)$

с точностью, заметно превышающей точность статистической оптимальной экстраполяции, что находится в соответствии с оценками информативности по вариациям рефракции, представленными выше. Погрешность восстановления для летнего ансамбля несколько меньше. Медленная сходимости к точному решению при стремлении к нулю ошибок измерения характерна для некорректных задач рассматриваемого типа.

Число измерений рефракции в информативном диапазоне углов мало влияет на точность решения. Так, уменьшение числа углов наблюдения с 50 до 5 приводит к уменьшению точности восстановления лишь на 10–20%, что объясняется корреляцией рефракции на близких углах. При ограничении информативного диапазона углов сверху ухудшается точность восстановления в верхних слоях атмосферы, и наоборот, ограничение снизу приводит к ухудшению точности восстановления параметров нижних слоев атмосферы, что свидетельствует об определенной локализации информативных свойств углового распределения рефракции. Из рис. 5 можно видеть, что с ростом погрешности от $0,1''$ до $10''$ точность восстановления в верхних слоях атмосферы убывает быстрее, чем в нижних именно из-за ограничения диапазона информативных углов сверху (погрешности на этих углах становятся больше вариаций $\delta \epsilon / N_0$).

На рис. 6 представлены среднеквадратичные погрешности определения профилей температуры и давления по восстановленным профилям $N(h)$ согласно (II), (I2) для летнего и зимнего ансамблей при $\delta \epsilon = 1''$ и $\delta \epsilon = 10''$. Представленные результаты показывают, что при $\delta \epsilon = 1''$ температурный профиль восстанавливается с точностью 1–2 К до высоты 8 км, а профиль давления с точностью 1–2 мбар во всем интервале высот. При $\delta \epsilon = 10''$ точность восстановления температуры составляет меньше 2 К до высоты 4 км, а точность восстановления давления – меньше 2 мбар до высот 6–8 км.

Следует отметить, что теоретическое рассмотрение возможностей восстановления параметров атмосферы по измерениям рефракции оставляет незатронутыми ряд важных вопросов, связанных с практическим применением метода, ответы на которые можно получить только из результатов эксперимента. В первую очередь, это вопрос о роли горизонтальных неоднородностей показателя преломления в реальной атмосфере. Поскольку теория строится в приближении сферически-симметричной атмосферы, наличие таких неоднородностей привнесит дополнительную погрешность. Влияние горизонтальных неоднородностей

а)

б)

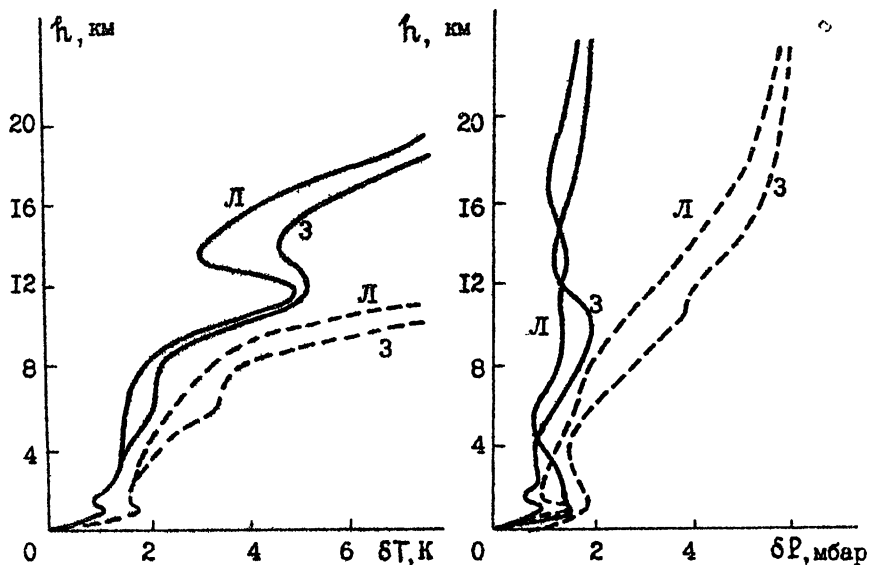


Рис. 8. Статистические оценки точности восстановления высотных профилей метеопараметров из решения обратной задачи рефракции: а) температуры, б) давления ($\delta\xi = 1^\circ$ - сплошная, $\delta\xi = 10^\circ$ - пунктир; Л - для летнего ансамбля метеоданных, З - для зимнего)

на величину рефракции в различных условиях еще недостаточно изучено, поэтому трудно оценить соответствующие погрешности в рамках теоретического анализа. Без эксперимента трудно также учесть погрешности, вносимые в рефракцию турбулентными флуктуациями показателя преломления, а также погрешности, связанные с некоторой его дисперсией в оптическом диапазоне.

При восстановлении профилей давления и температуры из (10)–(12) в реальных условиях необходимо, в отличие от теоретического анализа, учитывать некоторое влияние неизвестного, вообще говоря, профиля влажности на точность восстановления.

5. Эксперимент

В работе использованы результаты одновременных астрономических и аэрологических наблюдений. Район измерений – восточная окраина пустыни Бек-Пак-Дада в Казахстане – представляет собой слегка всхолмленную полупустыню с глинисто-каменистой подстилающей поверхностью. Измерения выполнены в октябре 1968 и 1972 гг.

Астрономические наблюдения производились в условиях "открытого воздуха" с помощью высокоточного универсального инструмента ЧВ 2¹/₂" и регистрирующей аппаратуры автономной службы времени на специальном фундаментальном основании. Регистрация моментов наблюдения производилась на ленту печатающего хронографа с точностью 0,02 сек. Привязка к шкале эталонного времени производилась с использованием импульсной приставки для автоматического приема сигналов точного времени всеволновым радиоприемником. Высота над уровнем моря пункта наблюдения составляла 360 м.

Для получения астрономической рефракции по наблюдениям восходящих и заходящих ярких звезд, планет и Солнца определялась разность между измеренными в определенный момент времени зенитными расстояниями светил и вычисленными (истинными) значениями. Измерения зенитных расстояний светил в фиксированный момент времени производились в произвольных часовых углах абсолютным методом, при этом, ориентирование горизонтального и вертикального круга инструмента выполнялось по наблюдениям Полярной звезды. Определение "места зенита" на вертикальном круге производилось до и после серии наблюдений. В использованном методе измерения зенитных расстояний светил производились в широком секторе направлений – $\pm 45^{\circ}$ от первого вертикала восточной и западной части небесной сферы.

Истинные зенитные расстояния светил вычислялись по известному моменту времени и эфемеридным значениям координат. Погрешность этих вычислений связана с ошибками определения момента наблюдения, ошибками широты и долготы пункта измерений и с ошибками координат светила.

При измерениях астрономической рефракции вблизи горизонта в интервале углов места $0-5^{\circ}$ основной вклад в погрешность измерения видимого зенитного расстояния вносили турбулентное дрожание, изображения и дисперсия показателя преломления атмосферы. Часть суммарной погрешности связана и с инструментальными ошибками измерений.

Таблица 2

Оценки вклада основных источников погрешностей при определении рефракции, а также оценки максимальной общей ошибки ($\delta \epsilon$)

θ , град	Инструментальные	Турбулентное дрожание	Дисперсия	Вычисление зенитного расстояния	$\delta \epsilon$
5°	2"	1,7"	1,4"	0,6"	3"
2°	2"	2,4"	2"	0,7"	4"
1°	2"	3,3"	2,6"	1,0"	5"
0,5°	2"	4"	3"	1,1"	6"

Наблюдения сопровождалась измерениями температуры, давления и влажности воздуха у объектива инструмента. Термодинамические параметры атмосферы (температура, давление и относительная влажность) определялись методом аэрологического (шаропилотного) зондирования до высоты около 30 км с помощью системы "Метеорит" - РКЗ-2, которая обеспечивала измерения с высокой дискретизацией по высоте (через 100 м до высоты 2 км, 101 точка до высоты 25 км). Выпуск радиозондов производился в моменты астрономических наблюдений вблизи пункта наблюдения.

6. Результаты восстановления параметров атмосферы по экспериментальным данным

Для применения разработанных алгоритмов в первую очередь необходимо сопоставление измеренных значений рефракции со значениями, рассчитанными по соответствующим зондовым данным в сферически-симметричном приближении. Только в случае, если эти значения будут совпадать с точностью, удовлетворяющей определенным выше требованиям, можно ожидать удовлетворительных результатов решения обратной задачи.

Помимо погрешностей измерений причинами различия вычисленных и измеренных значений рефракции являются погрешности расчета рефракции, погрешности зондовых данных, а также влияние горизонтальных неоднородностей как непосредственно на рефракцию, так и на по-

казания переносимого ветром зонда.

Точность расчета рефракции определяет с точки зрения решения обратной задачи точность задания ядра интегрального уравнения. Для расчета рефракции по формуле (2) использовались значения показателя преломления, вычисленные на 101 уровне высоты от 0 до 25 км по зондовым данным о температуре и влажности атмосферы. Для согласования метеопараметров профиль давления рассчитывался по барометрической формуле. При интегрировании от 25 до 80 км использовалась стандартная модель атмосферы (вариации вклада в рефракцию этого слоя составляют менее $0,1''$). Дискретизация по высоте значений достаточна для точного интегрирования, поскольку при уменьшении в 3 раза числа точек результаты отличаются менее, чем на $1''$. В (II) учитывалась зависимость ускорения свободного падения $g(h)$ от широты пункта наблюдений. Эффективная длина волны измерений в (9) с учетом "покраснения" на малых углах места выбиралась $\lambda = 0,6$ мкм.

В табл. 3 представлены результаты сравнения измеренных ($\epsilon_{изм}$) и расчетных ($\epsilon_{рас}$) значений рефракции для наблюдений звезды Арктур.

Таблица 3

Сравнение измеренных и расчетных значений рефракции

θ	$\epsilon_{изм}$	$\epsilon_{рас}$
5426 "	1238 "	1241 "
7224	1077	1078
9023	944	949
10829	849	846
12623	760	761

Видно, что значения измеренной и расчетной рефракции совпадают с точностью, достаточной для качественного восстановления параметров атмосферы. Результаты восстановления показателя преломления, температуры и давления атмосферы по значениям $\epsilon_{изм}$ из табл. 3 приведены в табл. 4 для некоторых выбранных высот вместе с соответствующими данными аэрологического зондирования. В табл. 4 N_1, T_1, P_1 - значения, восстановленные методом статистической регуляризации, а N_2, T_2, P_2 - методом решения на компактном множестве

монотонных функций. На рис. 7 представлены результаты восстановления профиля температуры для этого случая. Восстанавливается характерная особенность профиля – приземная инверсия температуры.

Таблица 4
Результаты восстановления параметров атмосферы

H, км	N	N ₁	N ₂	T, К	T ₁	T ₂	P, мбар	P ₁	P ₂
0	276,9	-	-	280,0	-	-	965,6	-	-
0,2	263,1	261,2	262,7	266,5	268,6	267,0	957,8	958,2	956,3
0,5	255,8	254,9	256,9	264,3	265,7	263,5	924,1	925,3	925,6
1	243,7	243,7	242,8	261,0	261,6	279,0	870,0	872,0	870,9
2	220,5	221,3	222,2	274,7	274,5	272,9	769,5	771,8	770,4
3	198,8	199,3	197,3	268,8	268,7	266,8	678,7	680,5	678,8
4	179,3	179,3	180,1	262,0	262,6	260,5	596,8	598,2	596,0
5	160,8	161,3	162,3	256,2	256,2	253,3	523,2	524,7	522,4
6	145,2	145,0	145,7	247,8	248,8	246,1	457,0	458,2	455,2
7	131,0	130,2	130,9	238,8	240,9	237,7	397,3	398,5	395,2
8	117,0	116,8	117,1	231,2	232,8	229,5	343,6	345,2	341,5
9	103,8	104,3	104,7	224,5	224,0	221,1	295,9	297,6	293,8

При восстановлении давления и температуры по формулам (10)–(12) использовался модельный профиль влажности, экспоненциально убывающий от приземного значения с характерным масштабом 3 км.

Интересно отметить, что при восстановлении использовалась ковариационная матрица B_{NN} , полученная для зимних условий ЕТ СССР, что не оказало существенного влияния на хорошую точность восстановления. Вопрос о возможности использования ковариационных матриц в алгоритмах восстановления в условиях, отличающихся от условий метеорологического ансамбля, для которого эти матрицы были получены, представляет большой практический интерес. На основе полученных результатов можно утверждать, что такие матрицы обладают достаточной универсальностью. Это иллюстрирует другой пример восстановления профиля температуры по данным измерений рефракции звезды Арктур, приведенный на рис. 8. Восстановление выполнено методом статистической регуляризации при использовании летней и зимней матриц для средней части ЕТ СССР.

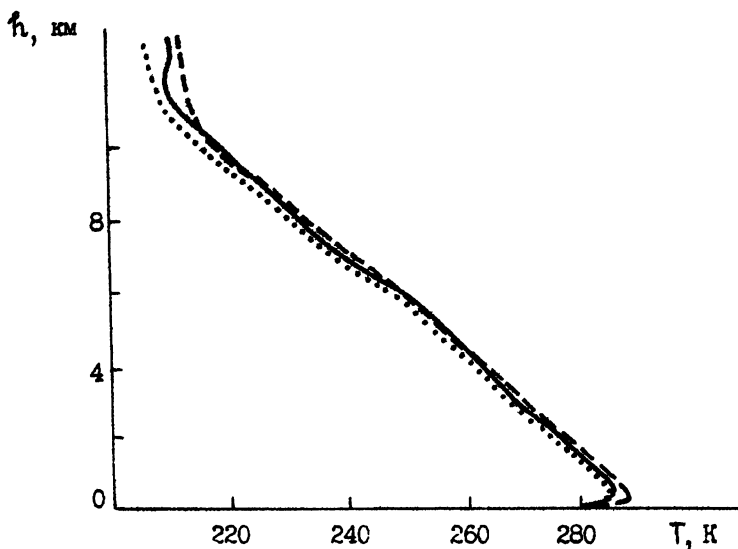


Рис. 7. Восстановление профиля температуры из измерений рефракции звезды Арктур. Сплошная кривая – зондовый профиль, пунктир – восстановление методом статистической регуляризации, точки – методом решения на множестве монотонных функций

Видно, что в обоих случаях качество восстановления хорошее, восстановленные профили близки к зондовому и друг к другу. В табл. 5 приведены соответствующие значения измеренной и расчетной рефракции. Обобщение полученных данных обработки эксперимента показывает, что отмеченные погрешности и другие причины, вызывающие расхождение измеренных и расчетных значений рефракции, в разных случаях могут вносить существенно неодинаковый вклад. В частности, встречаются ситуации, когда на всех углах расчетная рефракция весьма близка к измеренной, что подтверждает хорошую точность расчетов (как и отсутствие значимых систематических отклонений от измерений), а также высокое качество эксперимента. Это иллюстрирует пример, приведенный в табл. 6 и на рис. 9 (наблюдения рефракции звезды Вега).

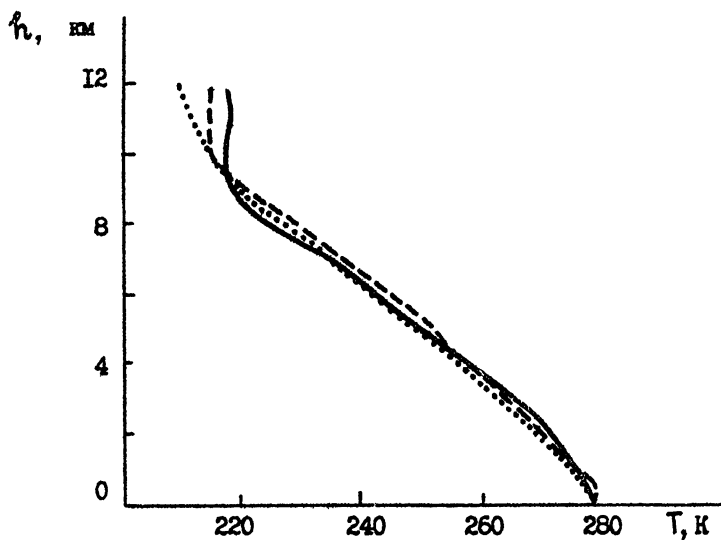


Рис. 8. Восстановление профиля температуры из экспериментальных данных методом статистической регуляризации. Сплошная кривая – зондовый профиль, пунктир – восстановление с летней матрицей B_{NN} , точки – с зимней матрицей B_{NN}

Таблица 5

Измеренные и расчетные значения рефракции к примеру на рис. 8

θ	$\epsilon_{\text{изм}}$	$\epsilon_{\text{рас}}$
2114 "	1676 "	1663 "
3352	1466	1477
4581	1308	1326
5777	1197	1203
6937	1094	1101
8091	1006	1013
9266	933	936
10492	867	865
11671	803	806
12907	749	751
14305	694	696

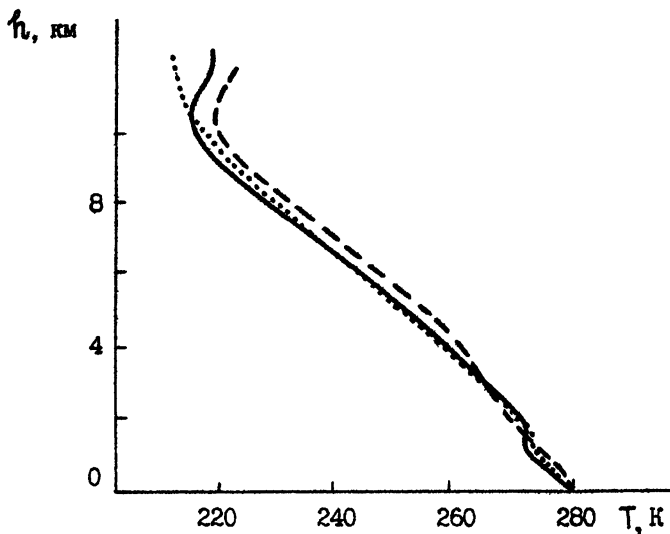


Рис. 9. Восстановление профиля температуры из измерений рефракции звезды Вега. Сплошная кривая - зондовый профиль, пунктир - метод статистической регуляризации, точки - метод решения на множестве монотонных функций.

Таблица 6

Измеренные и расчетные значения рефракции при наблюдениях звезды Вега

θ	$\epsilon_{изм}$	$\epsilon_{рас}$
3597''	1444''	1443''
5399	1242	1241
8990	952	954
10793	852	851
12597	762	765

Значительный интерес представляет чувствительность метода к восстановлению особенностей распределения параметров в пограничном слое атмосферы, таких как инверсии температуры. На рис. 10 представлен пример восстановления мощной инверсии температуры

(метод статистической регуляризации) по данным измерений рефракции Солнца. Соответствующие измеренные и расчетные значения рефракции приведены в табл. 7.

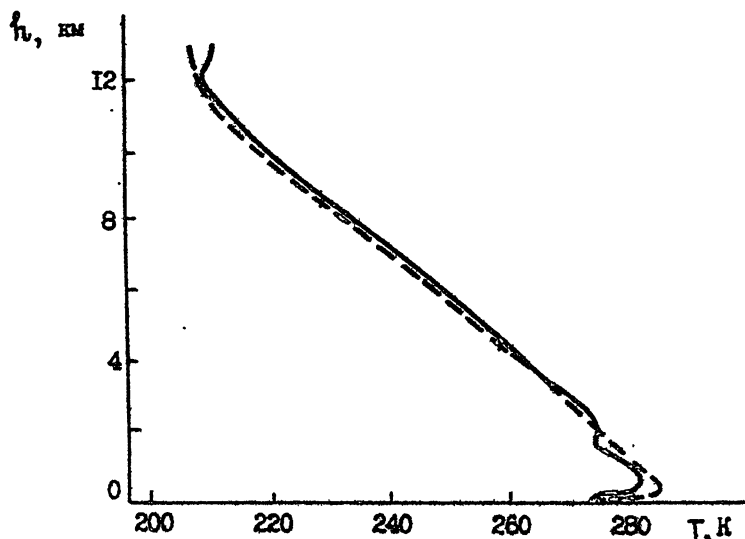


Рис. 10. Восстановление сильной инверсии температуры в пограничном слое из измерений рефракции Солнца методом статистической регуляризации.

Таблица 7

Измеренные и расчетные значения рефракции при наблюдениях Солнца

θ	$\epsilon_{\text{изм}}$	$\epsilon_{\text{рас}}$
4366 ^н	1429 ^н	1423 ^н
6842	1152	1150
9123	981	973
11835	814	819

Таким образом, обработка экспериментальных данных показала, что точность измерений рефракции, точность алгоритмов ее расчета, а также степень адекватности приближения сферически-симметричной

атмосферы достаточны для качественного восстановления параметров атмосферы. Аэрологические данные обеспечивают достаточно точное определение рефракции из расчетов и могут использоваться для сравнения с восстановленными профилями. Хорошее совпадение восстановленных профилей с данными аэрологического зондирования, в частности, восстановление инверсий температуры, подтверждает эффективность и пригодность разработанных алгоритмов (в особенности – метода статистической регуляризации) для определения стратификации параметров атмосферы из измерений рефракции. Точность восстановления полностью соответствует теоретическим оценкам для уровня реализующейся точности измерений, определенной из сравнения измеренных и рассчитанных значений рефракции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обобщая полученные результаты, сформулируем основные выводы.

1. Измерения рефракции с точностью $1 \pm 10''$ информативны к стратификации атмосферы в интервале углов места $\theta < 4^\circ$.

2. Восстановление профилей метеопараметров атмосферы с достаточно высокой точностью возможно лишь на основе алгоритмов, существенно использующих имеющуюся априорную информацию (монотонность, ковариационные связи и т.п.).

3. Статистические оценки точности восстановления профилей параметров атмосферы и результаты обработки экспериментальных данных показывают, что точность разработанного рефрактометрического метода сравнима с лучшими теоретическими оценками точностей восстановления метеопараметров методами наземной СВЧ-радиометрии [16]. Это показывает перспективность использования метода в задачах дистанционного зондирования атмосферы.

Естественно, что необходимо дальнейшее исследование метода в различных условиях, накопление статистики. В ряде ситуаций (неоднородная подстилающая поверхность, атмосферные фронты и т.п.) можно предположить, что горизонтальные неоднородности существенно влияют на рефракцию. Тогда сами неоднородности могли бы быть объектом исследования рефрактометрическими дистанционными методами. Значительный интерес связан с исследованиями обратной задачи астрономической рефракции применительно к радиодиапазону, что объясняется всепогодностью радиометодов и возможностью использования

спутниковых передатчиков, а также возможностями исследования стратификации влажности.

Не исключено, что разработанные здесь, практически первые, алгоритмы восстановления могут быть улучшены, равно как и может быть улучшена и методика измерений. Работы в этом направлении могут существенно прояснить взаимосвязи рефракции и стратификации атмосферы.

Авторы признательны Гурвичу А.С., Колчинскому И.Г. и Наумову А.П. за полезное обсуждение результатов работы.

Л и т е р а т у р а

1. Kliore A.J., Gain D.L., Levy G.S., Eshelman V.R. The Mariner-4 occultation experiment. - *Astronaut and aeronaut*, 1965, №Т-7, p. 72-74.
2. Fjedlbo G., Eshelman V.R. The atmosphere of Venus as studied with the Mariner-5 dual radio frequency occultation experiment. - *Radio Science*, 1969, v. 4, № 10, p.879-897.
3. Гурвич А.С., Кан В., Попов Л.И., Рюмин В.В., Савченко С.А., Соколовский С.В. Восстановление профиля температуры в атмосфере по кино съемке Солнца и Луны с орбитальной станции "Салют-6". - *Изв. АН СССР, ФАО*, 1982, т. 18, № 1, с. 3-7.
4. Гречко Г.М., Гурвич А.С., Обухов А.М., Попов Л.И., Рюмин В.В., Савченко С.А. Использование рефрактометрической информации при зондировании атмосферы из космоса. - *Препринт № 13 (Материалы семинара "Атмосфера-океан-космос" под руководством академика Г.И. Марчука)*. - М.: ВНИИТИ, 1981.
5. Гайкович К.П., Гурвич А.С., Наумов А.П. О восстановлении метеопараметров по внутриатмосферным измерениям рефракции космических источников. - *Изв. АН СССР, ФАО*, 1983, т. 19, № 7, с. 675-682.
6. Бесчастнов С.П., Гречко Г.М., Гурвич А.С., Загоруйко С.В., Кан В., Финке В.В. Структура температурного поля по наблюдениям рефракции с высотной метеорологической мачты. - *Изв. АН СССР, ФАО*, 1984, т. 20, № 4, с. 231-236.
7. Павельев А.Г. К решению обратной задачи рефракции. - *Радиотехника и электроника*, 1980, т. 25, № 12, с. 2504-2509.

8. Павельев А.Г., Анализ решения обратной задачи рефракции. - Радиотехника и электроника, 1984, т. 29, № 9, с. 1658-1667.
9. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1979, 288 с.
10. Турчин В.Ф., Козлов В.П., Малкевич М.С. Использование методов математической статистики для решения некорректных задач. - УФН, 1970, т. 102, вып. 3, с. 345-386.
11. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г., Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. - М.: Наука, 1983. 200 с.
12. Гайкович К.П., Сумин М.И. К решению обратной задачи астрономической рефракции. Тезисы докладов Всесоюзного научно-практического совещания по проблемам совершенствования аппаратурных средств и таблиц для определения рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере. Иркутск: ТФ СО АН СССР, 1984, с. 37-38.
13. Колосов М.А., Шабельников А.В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. - М.: Советское радио, 1976, 219 с.
14. Тихонов А.Н. Об устойчивости обратных задач. - Докл. АН СССР, 1943, т. 39, № 5, с. 195-198.
15. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах. - М.: Наука, 1975, 320 с.
16. Gaikovich K.P., Markina N.N., Naumov A.P., Plechkov V.M., Sumin M.I. Investigation of remote sensing possibilities of the lower atmosphere in the microwave range and some aspects of statistical data use. - Int. J. Remote Sensing, 1983, v. 4, № 2, p. 419-431.

Дата поступления статьи
28 июня 1985 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	3
1. Выбор диапазона углов измерений	6
2. Решение обратной задачи рефракции на компактном множестве монотонных функций	8
3. Метод статистической регуляризации	13
4. Статистический анализ погрешностей восстановления	14
5. Эксперимент	18
6. Результаты восстановления параметров атмосферы по экспе- риментальным данным	19
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	24
Литература	25