

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 211

КОНФИГУРАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
ПРИ ОТРАЖЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА
ОТ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО РАЗРЫВА

Б. Е. Немцов

Горький 1986

Немцов Б.Е.

КОНФИГУРАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ОТ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО РАЗРЫВА. Горький, Препринт №209/НИРФИ, 1986. - 31 с.

УДК 538.3:538.576.22

Рассматривается задача об отражении и преломлении звукового импульса цилиндрической формы от тангенциального разрыва. Исследована картина волн в устойчивой и неустойчивой системе. При исследовании устойчивого случая вычислены поля боковых и поверхностных волн (их число в дачной системе равно трем). При исследовании неустойчивой системы показано, что область неустойчивости имеет форму параллелограмма, стороны которого движутся, а вершины лежат на границе раздела. Вычислены поля внутри области неустойчивости и показано, что в случае точечных источников они обращаются в бесконечность. Установлено, что граница области неустойчивости очень чувствительна к изменению формы источника. Это явление названо конфигурационной неустойчивостью.

В в е д е н и е

Решение классической задачи акустики и электродинамики об отражении импульса от границы раздела двух сред сопряжено с трудностями как технического характера, так и с точки зрения интерпретации результатов [1-3]. Трудности возникают уже при решении простейшей задачи об отражении плоского импульса от границы раздела однородных, стационарных сред. В такой постановке в отраженном поле возникают предвестники, т.е. сигналы, существующие в данной точке пространства сколь угодно рано по сравнению с приходом в эту точку падающей волны. Разрешение парадокса предвестника приведено в работе [1]. В [1] показано, что предвестник формируется, если пересечение фронта падающей волны с границей раздела сред длится бесконечно долго. Отсюда ясно, что корректное рассмотрение вопроса требует решения начальной задачи, когда при $t < 0$ все возмущения отсутствуют, а при $t = 0$ задаются возмущения в верхней среде и далее исследуется их эволюция. Именно в такой постановке задача решалась Саведжем и Таунсом [2,3], где рассматривалось отражение сферического импульса, а также де Хупом, Рувером, Винингом и Стриком [4,5] где исследовалось отражение цилиндрического импульса. При решении этой задачи авторы использовали нетривиальное обобщение метода Лапласа, приводящее к представлению отраженного поля в виде интеграла по

контур, который деформируется во времени и пространстве [2,5]. Эти задачи, а также задача об отражении плоского импульса, сосредоточенного в начальный момент времени в конечной области пространства решены в статье Курина, Немцова и Эйдмана [1] на основе метода Фурье.

В указанных выше работах исследуется отражение от равновесных сред. Между тем, вопросы отражения импульса от неравновесной среды привлекают в последнее время большое внимание, в частности, в связи с прохождением лазерного излучения через инвертированные среды [6], отражением звуковых импульсов от тангенциальных разрывов и т.д. Уже при решении задачи об отражении плоской волны, нормально падающей на границу инвертированной среды, возникают трудности, связанные с выбором прошедшего возмущения. В этой связи дискутируется вопрос о том, как выбрать прошедшую волну: спадающей вглубь среды или нарастающей? По этому поводу в литературе имеются противоречивые утверждения [6]. Правильный ответ на этот вопрос содержится в работах [6,7], где утверждается что прошедшая волна выбирается так, чтобы был выполнен принцип причинности, гласящий в данной постановке следующее: сигнал не может появиться в данной точке пространства раньше, чем через время l/c (l - расстояние от источника, начавшего работать в момент $t = 0$, до точки наблюдения, c - максимальная скорость распространения сигналов в среде). В свете сказанного ясно, что при решении такого рода задач проблем не возникает, если обратиться к начальной постановке.

Рассмотрение начальной задачи об отражении от инвертированных сред необходимо еще и потому, что в таких средах есть нарастающие волны, которые в конечном счете и определяют форму отраженного сигнала. В то же время, если обратиться к решению стационарной

задачи о поле источника, колеблющегося по закону $e^{-i\omega t}$ [8-9], то никаких растущих решений не будет. Здесь уместно напомнить, что стационарное решение имеет смысл рассматривать, если время переходного процесса ограничено. Это совершенно ясное обстоятельство следует уже из рассмотрения задачи о динамике осциллятора с трением:

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = \theta(t) e^{-i\omega t}. \quad (I)$$

Если $\gamma > 0$ (устойчивые среды), то через время $t \gg \gamma^{-1}$ устанавливается стационарный режим, если же $\gamma < 0$ (инвертированные среды), то стационарный режим отсутствует вовсе и определяющими оказываются собственные решения однородной задачи. На этот факт указывалось довольно давно в электродинамике Гинзбургом и Эйдманом [10], а в акустике это обстоятельство часто игнорируется.

В настоящей работе рассматривается задача об отражении звукового импульса цилиндрической формы от инвертированной среды, конкретно - от границы раздела между неподвижным и движущимся как целое со скоростью U газом. Эта задача уже решалась в работах [9, II]. В работе Пирса и Фридленда [II] показано, что в отраженном поле существует неустойчивая область, где поля сильно растут. Однако аналитические результаты для неустойчивой области, а также для поля в прошедшей волне авторам статьи [II] найти не удалось. В работе Джонса и Моргана [9] утверждается, что результаты Пирса и Фридленда о существовании неустойчивой области в отраженной волне в виде расширяющегося треугольника некорректны. Ими показано, что неустойчивая область имеет вид бегущей нити, на которой поле обращается в бесконечность. В настоящей работе найдены отраженные и прошедшие поля и показано, что неустойчивая область имеет вид треугольника, форма которого сильно зависит

от формы источника (это явление названо конфигурационной неустойчивостью). В работе выяснено, что при решении данной задачи методом Лапласа нельзя считать источник точечным, вида $\delta(t), \delta(\vec{r})$ (ср. с [11]), поскольку такой выбор источника делает неприемлемым метод Лапласа.

Все указанные особенности связаны с тем, что тангенциальный разрыв неустойчив [12], а инкременты неустойчивости растут с ростом волнового числа. Ввиду этого в комплексной плоскости ω особые точки уходят на $i\infty$ при $k \rightarrow \infty$ и нельзя выбрать контур в плоскости ω так, чтобы он проходил выше всех особенностей, оставаясь в конечной области ω .

Вообще говоря, неустойчивость определяется наличием в данной системе экспоненциально растущих во времени поверхностных волн, причем при рассмотрении отражения цилиндрических волн (см. рис. 1) угол между волновыми векторами возмущений и скоростью фиксирован, а потому указанная система (см. [2]) стабилизируется при

$$v > 2\sqrt{2} c |\sin \vartheta|^{-1}, \quad (2)$$

где ϑ - угол между осью цилиндрического источника и скоростью. Этот факт позволяет исследовать динамику отражения как в устойчивой, так и в неустойчивой системах.

В работе исследуются случаи неустойчивой и устойчивой систем, когда выполнено (2). При выполнении (2) существует три поверхностные волны, точечные выражения для которых, а также для плоских и цилиндрических волн получены в элементарных функциях. Обсуждается широко распространенный в литературе способ выделения поверхностной волны как части интеграла Фурье или Лапласа, определяемой полюсом коэффициента отражения [13, 14]. Показано, что такой

способ вычислений при решении начальной задачи дает абсурдный результат - выделенная таким образом волна не удовлетворяет принципу причинности, т.е. появляется в некоторый момент времени сразу во всем пространстве.

При исследовании отражения импульса в неустойчивом случае показано, что наряду с боковыми и отраженными цилиндрическими волнами существует расширяющаяся в пространстве область сильных возмущений (в пределе точечных источников - бесконечных), быстроосциллирующих в пространстве и времени.

Указанный факт дает возможность говорить о существовании взрывной неустойчивости в линейной системе. Наличие области сильных возмущений означает разрушение тангенциального разрыва при воздействии импульсного источника волн. Обсуждается влияние формы источника на геометрию неустойчивой области. На ряде примеров показано, что малые изменения формы источника сильно влияют на форму неустойчивой области.

П о с т а н о в к а з а д а ч и

Предположим, что верхняя среда ($z > 0$) покоится, а нижняя ($z < 0$) движется со скоростью \vec{v} в направлении оси \vec{y}_0 . Обозначим скорости звука и плотности верхней и нижней сред c_1 , ρ_1 , c_2 , ρ_2 соответственно. Будем считать, что источник звука имеет форму нити, расположенной в покоящейся среде параллельно оси \vec{x}_0 на расстоянии l от границы раздела (рис. I)⁺. Для нахождения звукового поля в среде следует исходить из уравнений:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - c_1^2 \left(\frac{\partial^2 p_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p_1}{\partial z^2} \right) = A_0 \delta(z-l) f(y) \delta(t), \quad (3)$$

⁺ Если ось источника составляет угол φ с осью \vec{x}_0 , то во всех последующих формулах следует заменить v на $v \cos \varphi$.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y}\right)^2 p_2 - c_2^2 \left(\frac{\partial^2 p_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p_2}{\partial z^2}\right) = 0 \quad (4)$$

Здесь $f(y)$ - колоколообразная функция, максимум которой достигается при $y = 0$. Уравнения (3), (4) следует дополнить граничными условиями непрерывности нормальной компоненты смещения и непрерывности давления:

$$\zeta_1 = \zeta_2, \quad (5)$$

$$p_1 = p_2. \quad (6)$$

Линеаризованные граничные условия удобно записать в форме:

$$p_1(z=0, y, t) = p_2(z=0, y, t), \quad (7)$$

$$v_{z2} \equiv \frac{d\zeta_2}{dt} = \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + v \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} \Big|_{z=0} \quad (8)$$

При получении (7) считалось, что внешние силы (сила тяжести, например) на систему не действуют. Граничное условие (8), эквивалентное (5), используется в работах [9,11,12,15], а также широко применяется в теории обтекания оболочек в потоке жидкости и газа [16,17]. Несмотря на это, имеется ряд работ, где использованы граничные условия непрерывности нормальной компоненты скорости. Такого рода граничные условия, как видно из (8), ошибочны.

Для получения замкнутой системы уравнений и граничных условий необходимо знать связь между ζ_1 , v_{z2} , p_1 и p_2 . Эта связь дается уравнением Эйлера в верхней и нижней средах:

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y}\right) v_{z2} + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

При рассмотрении решений уравнений (3), (4) с граничными условиями (7), (8) следует считать, что при $t < 0$ возмущения

во всем пространстве отсутствуют. При $t = 0$ появляется импульс, возбуждаемый источником - падающая волна. Выражение для нее легко получить с помощью преобразования Фурье по времени и координатам:

$$P_{inc} = \frac{A_0}{(2\pi)^3} \iiint \frac{f(k_y) \exp\{-i\omega t + ik_z(z-l) + ik_y y\}}{c_1^2(k_y^2 + k_z^2) - \omega^2} d\omega d\vec{k}. \quad (II)$$

Здесь $f(k_y)$ - Фурье-образ функции $f(y)$. Из условия $P_{inc}(t < 0) = 0$ следует, что при интегрировании по ω особые точки подынтегрального выражения обходятся сверху ($\text{Im} \omega > 0$). Интегрирование по k_y, k_z проводится вдоль соответствующих действительных осей. Поле падающей волны при $z < l$ определяется полюсом $k_z = -\sqrt{\omega^2 c_1^2 - k_y^2}$, поскольку именно он лежит в нижней полуплоскости комплексного переменного k_z . Выполняя интегрирование, получим:

$$P_{inc} = \frac{i A_0}{8\pi^2 c_1^2} \iint \frac{f(k_y) \exp\{-i\omega t - i\sqrt{\omega^2 c_1^2 - k_y^2}(z-l) + ik_y y\}}{\sqrt{\omega^2 c_1^2 - k_y^2}} d\omega dk_y. \quad (I2)$$

Будем искать поле отраженной и прошедшей волны соответственно в виде:

$$P_r = \frac{i A_0}{8\pi^2 c_1^2} \iint V \frac{f(k_y) \exp\{-i\omega t + i\sqrt{\omega^2 c_1^2 - k_y^2} z' + ik_y y\}}{\sqrt{\omega^2 c_1^2 - k_y^2}} d\omega dk_y, \quad (I3)$$

$$P_{tr} = \frac{i A_0}{8\pi^2 c_1^2} \iint W \frac{f(k_y) \exp\{-i\omega t + i\sqrt{\omega^2 c_1^2 - k_y^2} l - i\sqrt{(\omega - k_y v)^2 c_2^2 - k_y^2} z + ik_y y\}}{\sqrt{\omega^2 c_1^2 - k_y^2}} d\omega dk_y \quad (I4)$$

где $z' = z + l$. Знак перед слагаемым $\sqrt{(\omega - k_y v)^2 c_2^2 - k_y^2}$ в (I4) выбран с таким расчетом, чтобы был выполнен принцип причинности. Действительно, определим $\sqrt{(\omega - k_y v)^2 c_2^2 - k_y^2}$ как аналитическую функцию комплексного переменного ω с разрезом, соединяющим точки ветвления $\omega_{1,2} = k_y (v \pm c_2)$, и зададим значение корня при $\omega \rightarrow \infty$

$$\sqrt{\left(\frac{\omega - k_y v}{c_1}\right)^2 - k_y^2} - \frac{\omega}{c_2} \quad (15)$$

Тогда из (14) следует, что прошедшее поле отсутствует, по крайней мере, до момента $t = \ell/c_1 - z/c_2$ ($z < 0$).

Как следует из вычисления падающего поля (12), аналогично определена аналитическая функция $\sqrt{\omega^2/c_1^2 - k_y^2}$, а потому отраженное поле отсутствует до момента $t = z'/c_1$.

Подставляя (12)-(14) в граничные условия (7), (8), с учетом (9), (10) получим выражения для коэффициентов отражения и прохождения:

$$V(\omega, k_y) = \frac{m \left(\frac{\omega - k_y v}{\omega}\right)^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - k_y^2} - \sqrt{\left(\frac{\omega - k_y v}{c_2}\right)^2 - k_y^2}}{m \left(\frac{\omega - k_y v}{\omega}\right)^2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - k_y^2} + \sqrt{\left(\frac{\omega - k_y v}{c_2}\right)^2 - k_y^2}} \quad (16)$$

$$W = 1 + V, \quad m \equiv \rho_2 / \rho_1 \quad (17)$$

При $v \rightarrow 0$ $V(\omega, k_y)$ переходит в соответствующий френелевский коэффициент отражения для двух покоящихся жидкостей.

Исследуем вначале отраженное поле (13). Используя свойство эрмитовости коэффициента отражения: $V(\omega, k_y) = V^*(-\omega, -k_y)$, которое следует из действительности отраженного поля, а также непосредственно из формулы (16), перепишем ρ_r в виде:

$$\rho_r = \frac{iA_0}{8\pi^2 c_1^2} \int_0^\infty dk \int_{L_\omega} \frac{V(\omega, k) f(k)}{\sqrt{\omega^2/c_1^2 - k^2}} \exp\{-i\omega t + i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - k^2} z' + ik_y y\} d\omega + k.c. \quad (18)$$

Индекс у переменной интегрирования k_y для простоты письма опущен. Особыми точками подынтегрального выражения являются точки ветвления $\omega_{1,2} = \pm k c_1$, $k(v + c_2)$, $k(v - c_2)$, а также полюса коэффициента отражения, определяемые из уравнения:

$$m \frac{(\omega - kv)^2}{\omega^2} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - k^2} = -\sqrt{\frac{(\omega - kv)^2}{c_2^2} - k^2} \quad (19)$$

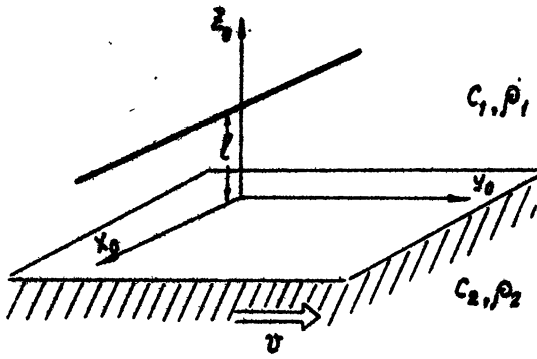


Рис. 1

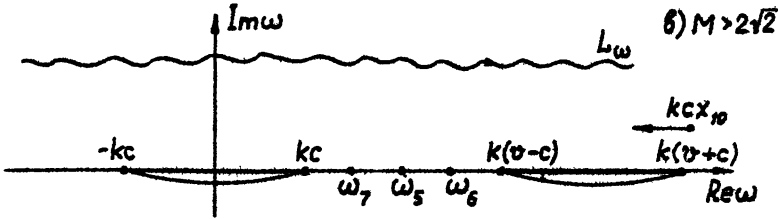
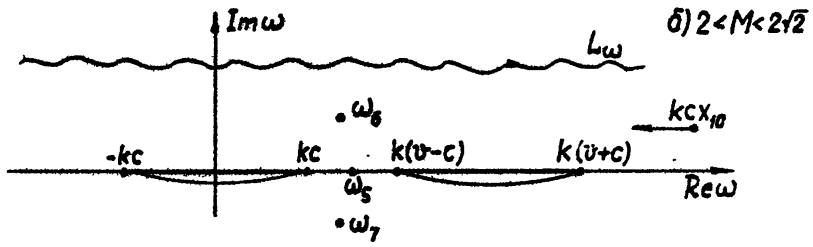
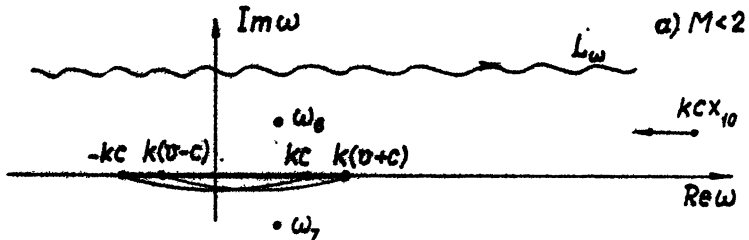


Рис. 2

Аналитические формулы для полюсов $V(\omega, k)$ удается сравнительно просто получить, если по обе стороны границы среды одинаковы, т.е. $\rho_1 = \rho_2$, $C_1 = C_2$. Именно этим случаем и ограничимся.

Возведем (19) в квадрат и перейдем к новой переменной $\tilde{\rho} = \omega - kv/2$. Получающееся при этом уравнение имеет следующие решения [9, II, 18]:

$$\chi_5 = \frac{\omega_5}{kc_1} = \frac{M}{2}, \quad (20)$$

$$\chi_{6,7} = \frac{\omega_{6,7}}{kc_1} = \frac{M}{2} \pm \sqrt{\frac{M^2}{4} + 1 - \sqrt{M^2 + 1}}, \quad (21)$$

$$\chi_{8,9} = \frac{\omega_{8,9}}{kc_1} = \frac{M}{2} \pm \sqrt{\frac{M^2}{4} + 1 + \sqrt{M^2 + 1}}, \quad M \equiv \frac{v}{c_1}. \quad (22)$$

Сравнительно простой анализ (19)-(22) показывает, что полюса $\omega_{8,9}$ при любых M лежат на нефизическом листе римановой поверхности, полюс ω_5 появляется на выбранном нами листе при $M > 2$, полюса $\omega_{6,7}$ всегда лежат на выбранном листе римановой поверхности, причем если

$$M < 2\sqrt{2}, \quad (23)$$

то ω_6 лежит в верхней полуплоскости, а ω_7 в нижней: $\omega_6 = \omega_7^*$. При $M > 2\sqrt{2}$ эти корни переходят на действительную ось и дальше на ней остаются, причем ω_6 движется вправо, асимптотически приближаясь к $k(v - c_1)$, а ω_7 влево, приближаясь к kc_1 . Схематическое изображение особых точек подынтегрального выражения (16) представлено на рис.2.(а - в). На этих рисунках разрезы, соединяющие точки ветвления, обозначены жирной линией.

То обстоятельство, что при выполнении (23) один из полюсов лежит в верхней полуплоскости комплексного переменного, означает, что система в данных условиях неустойчива - одна из поверхностных

*) Выбор листа римановой поверхности определяется значением корней, входящих в (19), и способом проведения разрезов (см. (15) и текст после нее).

волн экспоненциально нарастает во времени. В то же время при выполнении обратного неравенства система становится устойчивой. При этом существуют три поверхностные волны, различающиеся фазовыми скоростями вдоль границы раздела. На первый взгляд может показаться, что этот результат противоречит результату Сыроватского, где показано, что неустойчивость имеет место при любых скоростях потока [12]. На самом деле противоречия тут никакого нет. Дело в том, что при выбранном нами цилиндрическом источнике угол между \vec{k} и \vec{v} фиксирован, а в такой ситуации, как известно [12], стабилизация наступает.

По поводу рис.2 заметим следующее. В неустойчивом случае (рис. 2а, 2б) мнимая часть ω_c неограниченно возрастает с ростом волнового числа (см. (21)). С другой стороны, в силу принципа причинности, контур L_ω должен обходить особые точки сверху, причем для применимости метода Лапласа необходимо, чтобы этот контур проходил в конечной области комплексного переменного ω . Отсюда следует важный вывод: спектр источника излучения $f(k)$ должен спадать с ростом k .

Имея в дальнейшем это в виду, определим поле при $t < z'/c$. В этом случае $\rho_r = 0$, поскольку контур интегрирования можно замкнуть в верхней полуплоскости комплексного переменного ω , где нет особых точек. При $t > z'/c$ представим интеграл (18) в виде суммы:

$$\int_{L_\omega} = \int_{L_1} + \int_{L_2} = I_1 + I_2. \quad (24)$$

Здесь L_1 - контур в плоскости ω , идущий вдоль действительной оси и обходящий особые точки подынтегрального выражения (16) (кроме полюса ω_c) сверху, L_2 - окружность бесконечно малого радиуса с центром в полюсе ω_c (рис.3). Исследование этих интегралов проведено в следующем разделе.

Вычисление I_1 и I_2

Исследование I_1 будем проводить методом, изложенным в работе [1]. Для этого выберем спектр источника возмущения в виде:

$$f(k) = \exp(-\lambda k - \lambda_1^2 k^2), \quad (25)$$

причем в дальнейших расчетах будем считать выполненным неравенство

$$\lambda_1 \ll \lambda \quad (26)$$

При этом источник имеет форму, близкую к лоренцевой кривой:

$$f(y) \sim \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{\lambda^2 + y^2}. \quad (27)$$

Произведем в (18) замену переменных:

$$\omega = c_1 k' x, \quad k = k'. \quad (28)$$

В результате будем иметь:

$$I_1 = \frac{i A_0}{8 \pi^2 c_1} \int_{L_x} V(x) dx \int_0^\infty \exp\{-ik(ctx - \sqrt{x^2 - 1}z' - y - i\lambda) - \lambda_1^2 k^2\} dk + \text{k.c.} \quad (29)$$

$$V(x) = \frac{(x-M)^2 \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{(x-M)^2 - 1}}{x^2} - \frac{(x-M)^2 \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{(x-M)^2 - 1}}{x^2}.$$

Здесь контур L_x лежит на действительной оси и обходит точки ветвления $x_{1,2} = \pm 1$, $x_{3,4} = M \pm 1$ и полюс x_7 сверху, а полюс x_6 снизу (рис.4). При таком выборе контура L_x интеграл по k сходится за счет множителя $e^{-\lambda k}$, причем, в силу неравенства (26), при вычислении интеграла по k слагаемым $\lambda_1^2 k^2$ можно пренебречь.

С учетом сказанного, формула для I_1 запишется в виде:

$$I_1 = \frac{A_0}{8 \pi^2 c_1} \int_{L_x} \frac{V(x) dx}{\sqrt{x^2 - 1} (c_1 x t - \sqrt{x^2 - 1} z' - y')} + \text{k.c.}, \quad (30)$$

$$y' = y + i\lambda.$$

Как показывает анализ, в верхней полуплоскости комплексного переменного x , помимо полюса x_0 , существует полюс, определяемый из уравнения:

$$c_1 x t - \sqrt{x^2 - 1} z' - y' = 0. \quad (31)$$

Простые вычисления дают для него:

$$x_{10} = \begin{cases} \frac{c_1 t y' + \sqrt{R^2 - c_1^2 t^2} z'}{c_1^2 t^2 - z'^2}, & y > 0, z' < c_1 t < R \\ \frac{c_1 t y' - \sqrt{R^2 - c_1^2 t^2} z'}{c_1^2 t^2 - z'^2}, & y < 0, z' < c_1 t < R \\ \frac{c_1 t y' + i \sqrt{c_1^2 t^2 - R^2} z'}{c_1^2 t^2 - z'^2}, & c_1 t > R \end{cases} \quad (32)$$

Здесь $R^2 = y'^2 + z'^2$, а корни, входящие в (32), имеют положительные реальные части.

Поскольку подынтегральная функция в (30) - рациональная и быстро спадает при $x \rightarrow \infty$, при вычислении интеграла по L_x можно замкнуть контур полуокружностью, проходящей в верхней полуплоскости x . Используя теорему о вычетах, получаем:

$$I_1 = \frac{i A_0}{4\pi c_1} \left[\frac{V(x_{10})}{\sqrt{R^2 - c_1^2 t^2}} + \frac{G(x_0)}{\eta \frac{\partial F}{\partial x}(x - x_0) \sqrt{x_0^2 - 1}} \right] + k.c., \quad (33)$$

$$\eta \equiv c_1 x_0 t - \sqrt{x_0^2 - 1} z' - y', \quad V(x) = G(x)/F(x).$$

Вычислим I_2 . После тривиального интегрирования по ω будем иметь:

$$I_2 = \frac{A_0}{4\pi c_1} \frac{G(x - x_0)}{F_x(x - x_0) \sqrt{x_0^2 - 1}} \int_0^{\infty} \exp(-ik\eta - \lambda_1^2 k^2) dk + k.c. \quad (34)$$

Запишем интеграл, входящий в (34), в виде:

$$I_3 = \frac{1}{\lambda_1} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4\lambda_1^2}\right) \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - i \int_0^{\eta/2\lambda_1} e^{z^2} dz\right). \quad (35)$$

Приведенный интеграл имеет следующие асимптотики ($|\eta| \gg \lambda_1$):

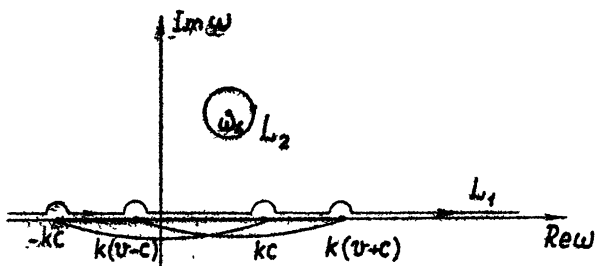


Рис. 3

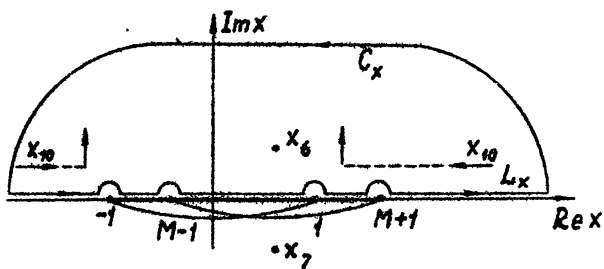


Рис. 4

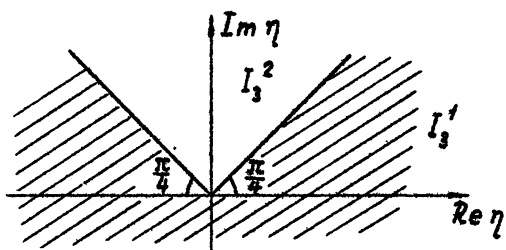


Рис. 5

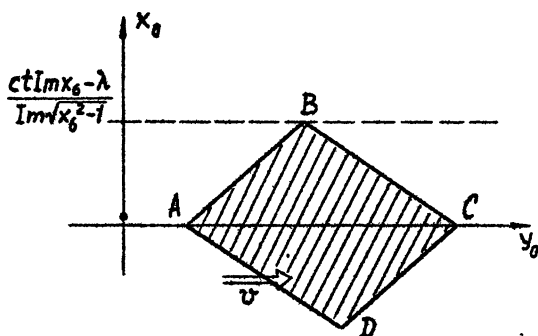


Рис. 6

$$I_3^{1,2} = \begin{cases} -\frac{i}{\eta} & , \quad -\frac{5\pi}{4} < \arg \eta < \frac{\pi}{4} \\ \frac{\sqrt{\pi}}{\lambda_1} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4\lambda_1^2}\right) & , \quad \frac{\pi}{4} < \arg \eta < \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad (36)$$

Область, где справедлива каждая из асимптотик, представлена на рис.5.

Граница областей с различными асимптотиками определяется уравнениями:

$$\operatorname{Re} \eta = \operatorname{Im} \eta \quad \text{при } \operatorname{Re} \eta > 0 \quad (37)$$

$$\operatorname{Re} \eta = -\operatorname{Im} \eta \quad \text{при } \operatorname{Re} \eta < 0 \quad (38)$$

На рис.6 изображены области, где справедливы асимптотики I_3 на плоскости v, z в случае, когда источник расположен близко к границе. На этом рисунке в заштрихованной области справедливо I_3^2 , а в незаштрихованной - I_3^1 . Положение вершин треугольника ABC зависит от времени. Точки A, C движутся вправо со скоростями:

$$v_A = c_1 (\operatorname{Re} x_0 - \operatorname{Im} x_0), \quad (39)$$

$$v_C = c_1 (\operatorname{Re} x_0 + \operatorname{Im} x_0), \quad (40)$$

соответственно, а их положение: $A = (v_A t, 0), C = (v_C t, 0)$ (41)

Точка B движется вправо со скоростью

$$v_{B1} = c_1 \left(\operatorname{Re} x_0 - \frac{\operatorname{Re} \sqrt{x_0^2 - 1}}{\operatorname{Im} \sqrt{x_0^2 - 1}} \operatorname{Im} x_0 \right) \quad (42)$$

и вверх

$$v_{B2} = c_1 \frac{\operatorname{Im} x_0}{\operatorname{Im} \sqrt{x_0^2 - 1}} \quad (43)$$

Ее положение:

$$B = \left(v_{B1} t, \frac{c_1 t \operatorname{Im} x_0 - \lambda}{\operatorname{Im} \sqrt{x_0^2 - 1}} \right). \quad (44)$$

Суммируя (33), (34), с учетом (36), получим для давления в отраженной волне:

$$P_r = \begin{cases} \frac{iA_0}{4\pi c_1} \frac{V(x_{10})}{\sqrt{R^2 - c_1^2 t^2}} + k.c. & \text{вне треуголь-} \\ & \text{ника } ABC, \quad (45) \\ A_0 \frac{G(x-x_0) \exp(-\eta^2/4\lambda_1^2)}{4\pi c_1 \lambda_1 F_x(x-x_0) \sqrt{x_0^2 - 1}} + k.c. & \text{внутри } ABC, \quad (46) \end{cases}$$

$$|\eta| \gg \lambda_1.$$

Как видно из приведенного способа вычислений, вклад от полюса $x = x_0$ вне треугольника ABC компенсируется вторым слагаемым интеграла I_1 (см. (33)). Этот факт означает, что вычисление поверхностной волны с помощью только полюса коэффициента отражения дает ошибочный результат [13]. Об этом, в частности, свидетельствует абсурдность получаемого таким образом выражения для поверхностной волны: поле в некоторый момент t появляется сразу при всех y (см. (34), (36)). Ясно, что при корректном решении задачи никаких парадоксов с принципом причинности не возникает (см. (45), (46)).

Анализ отраженного поля

Исследование начнем с полей вне треугольника ABC (45). Рассмотрим область $y > 0$. Для этого прежде всего отметим, что полюс x_{10} (32), являясь убывающей функцией времени при $z' < c_1 t < R$, при $t = R/c_1$ достигает своего минимального значения $x_{10}^{min} = R/y > 1$ и дальше отходит от действительной оси, двигаясь вверх (см. рис.4). До тех пор пока x_{10} не достигнет точки ветвления $x_3 = M + 1$, отраженное поле отсутствует, поскольку $V(x_{10})/\sqrt{R^2 - c_1^2 t^2}$ действительная функция (при $\lambda \rightarrow 0$) и $P_r = iV(x_{10})/\sqrt{R^2 - c_1^2 t^2} + k.c. = 0$. Начиная с момента

$$x_{10}(t, z', y) = M + 1, \quad (47)$$

коэффициент отражения становится комплексным, а это значит, что появляется отраженное поле. Найдем геометрическое место точек, где появляется отраженное поле. Используя (32), будем иметь:

$$y = \frac{c_1 t - z' \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1} \quad (48)$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{1}{M+1}, \quad y \geq c_1 t \sin \varphi_1, \quad z' \leq c_1 t \cos \varphi_1.$$

Прямая линия, где появляется поле ρ_r , обозначена на рис.7 цифрой I.

Таким образом, первая волна, приходящая в точку наблюдения, имеет плоский фронт, наклоненный к оси y под углом φ_1 . Ее возникновение в верхней среде можно пояснить следующим образом. Звуковые возмущения, идущие вдоль границы нижней среды, имеют скорость $c_1 + v$. Эти возмущения движутся со сверхзвуковой скоростью по отношению к верхней среде, т.к. $c_1 + v > c_1$. В этих условиях, как хорошо известно, должно возникать излучение Бавилова-Черенкова (ВЧ) [1,18]. Угол наклона фронта излучения ВЧ к оси y определяется из условия:

$$\sin \vartheta = \frac{c_1}{c_1 + v} = \frac{1}{M+1} = \sin \varphi_1, \quad (49)$$

т.е. в точности совпадает с вычисленным по формуле (48). В акустике неподвижных сред такого рода волны возникают, если скорость в нижней среде $c_2 > c_1$ [19]. Их принято называть боковыми волнами. Мы будем придерживаться той же терминологии. При дальнейшем исследовании (45) следует рассмотреть три случая:

$$1) \quad M < 2, \quad (50)$$

$$2) \quad 2 \leq M < 2\sqrt{2}, \quad (51)$$

$$3) \quad M > 2\sqrt{2}. \quad (52)$$

1) Если выполнено (50), то полюса и точки ветвления (кроме $x_3 = M+1$) при движении X_{10} вдоль действительной оси не

встречаются (см. рис.2а) и поэтому вслед за боковой волной I приходит отраженная цилиндрическая ($t = R/c_1$), поскольку $\sqrt{R^2 - c_1^2 t^2}$ становится чисто мнимым. Картина фронтов в этом случае представлена на рис.7. (На этом рисунке представлены фронты отраженных волн для случая источника, находящегося вблизи границы.)

2) При соблюдении неравенства (5I) x_{10} "наезжает" вначале на $x_3 = M+1$, затем на точку ветвления $x_4 = M-1$ и далее на полюс $x_5 = M/2$ (см. (20) и рис.2б). Геометрическое место точек, где появляется второй фронт боковой волны, определяется условием:

$$x_{10} = M-1, \quad (53)$$

из которого следует:

$$y = \frac{c_1 t - z' \cos \varphi_2}{\sin \varphi_2}, \quad (54)$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{1}{M-1}, \quad z' \leq c_1 t \cos \varphi_2, \quad y \geq c_1 t \sin \varphi_2.$$

Этот фронт обозначен на рис.8 номером II.

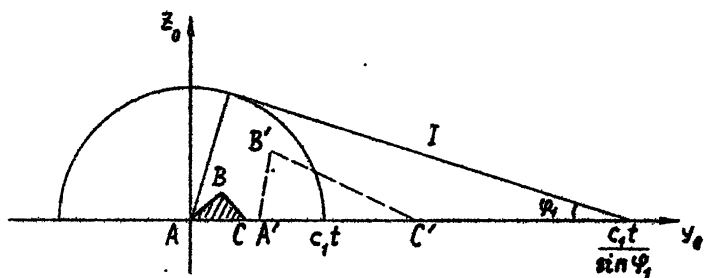
Физический смысл его появления в отраженном поле состоит в том, что медленная волна в нижней среде движется со скоростью $v - c_1 > c_1$ и излучает по ВЧ в верхнюю среду. После того как прошла вторая боковая волна, отраженное поле равно нулю, поскольку в этой области $V(x_{10})/\sqrt{R^2 - c_1^2 t^2}$ - действительная функция. Так будет продолжаться до тех пор, пока x_{10} не приблизится к полюсу коэффициента отражения x_5 . В момент, когда

$$x_{10}(t, z', y) = M/2, \quad (55)$$

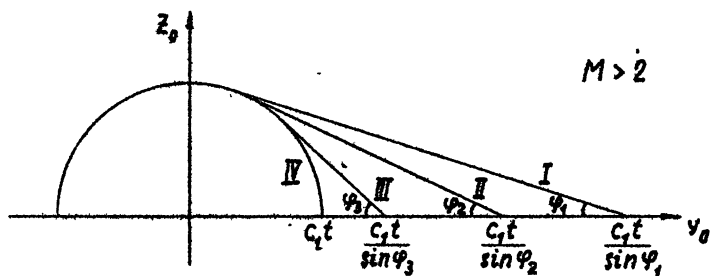
появляется поверхностная волна. Максимум ее амплитуды будет достигаться на линии III (см. рис.8):

$$y = \frac{c_1 t - z' \cos \varphi_3}{\sin \varphi_3}, \quad (56)$$

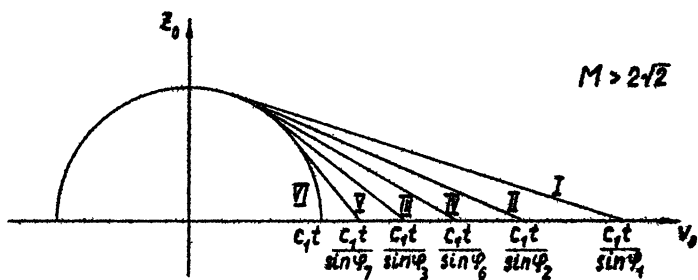
$$20 \quad \sin \varphi_3 = 2/M, \quad z' \leq c_1 t \cos \varphi_3, \quad y \geq c_1 t \sin \varphi_3.$$



Puc. 7



Puc. 8



Puc. 9

Чтобы определить форму поверхностной волны, нужно функцию $V(x_{10})$ разложить в окрестности $x_{10} = x_5$ в ряд, опуская слагаемые $\sim \lambda$ в нерасходящихся сомножителях и оставляя их в расходящихся. После ряда преобразований будем иметь:

$$P_r^{\text{III}} = \frac{A_0 G(x_5) R}{2c_1 F_x(x_5) \sqrt{R^2 - c_1^2 t^2} \sqrt{x_5^2 - 1}} \delta \left(y - \frac{c_1 t - z' \cos \varphi_3}{\sin \varphi_3} \right), \quad (57)$$

$$z' \leq c_1 t \cos \varphi_3, \quad y \geq c_1 t \sin \varphi_3.$$

Как следует из (57), поверхностная волна локализована вблизи линии III и имеет дельта-образный вид при малых размерах источника.

Физическая причина возникновения распространяющейся поверхностной волны та же, что и боковых волн. Как видно из (20), ее фазовая скорость вдоль границы больше скорости звука в верхней среде, а потому она может излучаться. После того как поверхностная волна прошла, отраженное поле равно нулю. Так будет до тех пор, пока не появится цилиндрическая волна (кривая IV на рис.8).

3) Как видно из рис.2в, при выполнении (52) на действительной оси оказываются, кроме точек ветвления $x_{3,4}$, три полюса коэффициента отражения x_{5-7} (см. (20), (21)). Поэтому в верхней среде помимо двух боковых волн существуют три поверхностные. Выражения для них аналогичны (57). Положение фронтов всех волн представлено на рис.9. Между областями II и VI возмущения существуют только в виде трех дельта-образных импульсов поверхностных волн.

В области $y < 0$ в отраженном поле существует только цилиндрическая волна. Этот факт следует из того, что x_{10} при $y < 0$ движется из $-\infty$ и достигает своего максимального значения при $x_{10}^{\max} = R/y$ (см. (32)). Как видно из рис.4, при своем движении x_{10} не "наезжает" на особые точки коэффициента отражения, поскольку все они сдвинуты в правую полуплоскость x . Это и

определяет отсутствие в области $y < 0$ возмущений вплоть до появления цилиндрической волны. Физически это связано с тем, что при $y < 0$ в нижней среде отсутствуют волны, движущиеся со скоростью выше звуковой в верхней среде, а потому излучение раньше прихода цилиндрического возмущения не существует.

Перейдем к исследованию отраженного поля внутри треугольника ABC (рис.6).

Отметим, во-первых, что поле в отраженной волне внутри $\triangle ABC$ достигает очень больших значений, увеличиваясь по закону

$$\rho_r \sim \frac{1}{\lambda_1} \exp \left(\frac{c_1 \operatorname{Im} x_6 t}{\lambda_1} \right)^2 \quad (58)$$

и в пределе $\lambda_1 \rightarrow 0$, т.е. когда спектр источника спадает не очень быстро (например, как $e^{-\lambda k}$), поле обращается в бесконечность. Кроме того, поле внутри ABC становится с течением времени все более мелкомасштабным (вся эта картина, по крайней мере визуально, напоминает турбулентность, хотя, разумеется, исследование турбулентности выходит за рамки линейного рассмотрения). Эти факты дают возможность говорить о взрывной неустойчивости в линейной распределенной системе. Ее природа связана с тем, что инкременты неустойчивости волн на тангенциальном разрыве растут с ростом k , а поскольку в рассматриваемом нами источнике присутствуют все k (в частности, очень большие), изменение поля в пространстве и времени носит взрывной характер. Область взрыва заключена внутри треугольника ABC и эволюционирует в пространстве с течением времени.

Иследуем ее развитие для случая источника, расположенного близко к границе. При малых скоростях потока ($M \ll 1$), как следует из (39) - (43), (21):

$$\operatorname{Re} x_6 - \operatorname{Im} x_6 = \frac{M}{2}.$$

точка A покоится, точка B медленно (со скоростью $v/2$) движется вправо и вверх, а точка C движется со скоростью v вправо, т.е. область сильных возмущений представляет собой расширяющийся в пространстве равнобедренный треугольник (см. рис.7). При увеличении скорости потока точка A начинает двигаться вправо, а скорость точки C возрастает. При $M \approx 9/8$ точка C достигает границы цилиндрической волны и при $M > 9/8$ движется быстрее цилиндрической волны. Положение взрывной области в этом случае обозначено на рис.7 пунктиром (треугольник $A'B'C'$).

При $M = \sqrt{2+2\sqrt{2}}$ скорости точек A и B сравниваются и дальше точка B движется медленнее A . При этом на интервале $2 < M < 2,6$ точка C движется быстрее чем вторая боковая волна (см. рис.10а). При $2,6 < M < 2\sqrt{2}$ точка A движется быстрее, чем цилиндрическая волна, а точка C медленнее, чем вторая боковая волна. Скорость точки B по вертикали падает и при $M \rightarrow 2\sqrt{2}$ область взрыва исчезает (рис.10б). При $M > 2\sqrt{2}$ область взрыва отсутствует вовсе, что связано с переходом системы в устойчивое состояние.

Наконец, остановимся на исследовании поля вблизи точки B . Эта точка выделена в том смысле, что в ней полюс X_{10} совпадает с полюсом коэффициента отражения X_6 и $\eta = 0$ (см. (33)). Это обстоятельство дало авторам работы [9] возможность утверждать, что поле в точке B обращается в бесконечность и здесь ^{не} применима линейная теория. На самом деле это не так. Дело в том, что формулы (45) и (46) получены лишь в предположении $|\eta| \gg \lambda$. В противном случае следует исходить из более точных формул (33) и (34). При этом, как видно из (33), бесконечные слагаемые компенсируются (это эквивалентно вычислению интеграла по x с учетом того, что $x = X_{10}$ - полюс второго порядка) и единственная расходящаяся при $\lambda \rightarrow 0$ часть содержится в (34).

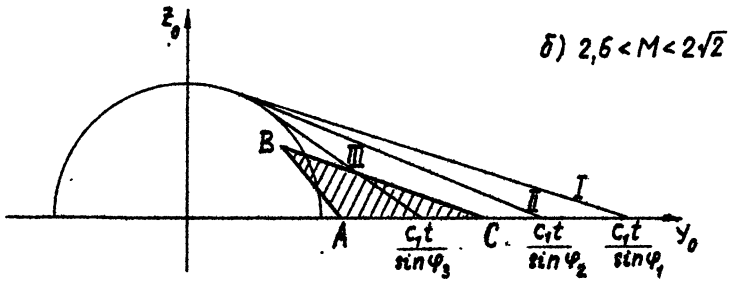
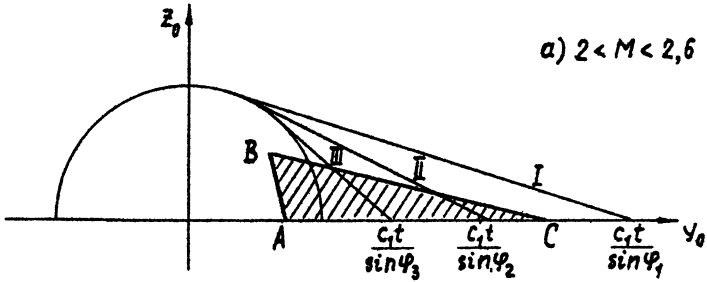


Рис. 10

После тривиального интегрирования в (34) для поля в точке получим:

$$\rho(B, t) = \frac{A_0}{8\sqrt{\pi}c_1} \frac{G(x_0)}{F_x(x_0)\sqrt{x_0^2-1}} \lambda_1 + \text{к.с.}$$

Прошедшая волна

Аналитические результаты для прошедшей волны удается сравнительно просто получить для случая, когда источник находится вблизи границы ($\ell = 0$).

Аналогично тому, как это сделано для отраженной волны, поле прошедшей волны (I4) можно представить в виде совокупности двух интегралов, первый из которых берется по контуру, проходящему близко к действительной оси ω , а второй — по контуру, охватывающему полюс ω_0 . Опуская все промежуточные вычисления, приведем лишь окончательный результат расчета:

$$P_{tr} = \frac{iA_0}{4\pi c_1} \frac{W(x_{11})}{\sqrt{R^2 - c_1^2 t^2}} + \text{к.с.} \quad \text{вне } \triangle ABC, \quad (59)$$

$$P_{tr} = \frac{A_0}{4\sqrt{\pi}c_1} \frac{G(x_0) \exp(-\eta_0^2/4\lambda_1^2)}{\lambda_1 \sqrt{x_0^2-1} F_x(x_0)} + \text{к.с.} \quad \text{внутри } \triangle ABC, \quad (60)$$

$$\lambda_1 \rightarrow 0.$$

Здесь введены обозначения:

$$x_{11} = \begin{cases} M + \frac{c_1 t y_1 + \sqrt{R_1^2 - c_1^2 t^2} |z|}{c_1^2 t^2 - z^2}, & y_1 > 0, |z| < c_1 t < R_1, \\ M + \frac{c_1 t y_1 - \sqrt{R_1^2 - c_1^2 t^2} |z|}{c_1^2 t^2 - z^2}, & y_1 < 0, |z| < c_1 t < R_1, \\ M + \frac{c_1 t y_1 + i\sqrt{c_1^2 t^2 - R_1^2} |z|}{c_1^2 t^2 - z^2}, & c_1 t > R_1, \end{cases} \quad (61)$$

$$y_1 = y - vt; R_1 = \sqrt{(y-vt)^2 + z^2}; \eta_0 = c_1 x_0 t - y + \sqrt{(x_0 - M)^2 - 1} z.$$

Точка D движется вниз со скоростью $c_1 \text{Im} x_0 / \text{Im} \sqrt{x_0^2 - 1}$ и вправо со скоростью $c_1 (\text{Re} x_0 + \text{Re} \sqrt{x_0^2 - 1} \text{Im} x_0 / \text{Im} \sqrt{x_0^2 - 1})$. Таким образом,

четыреугольник $ABCD$ представляет собой параллелограмм (см. рис.6), внутри которого звуковые возмущения быстро нарастают. Полная картина волновых фронтов для различных M представлена на рис. II (а-в).

На рис. IIа изображена картина фронтов для случая $M \ll 1$. Область неустойчивости представляет собой квадрат, расширяющийся со скоростью u . Боковые волны присутствуют как в верхней среде (I), так и в нижней (III). Полуокружностям I и IV соответствуют фронты цилиндрических возмущений в верхней и нижней средах.

Картина фронтов при $2 < M < 2,6$ представлена на рис. IIб, цифрами I, II, IV, V обозначены фронты боковых волн, VI, VII соответствуют фронтам цилиндрических волн. Прямая III соответствует максимуму поля поверхностной волны, причем в верхней среде поверхностная волна отходит от границы, а в нижней - все время к ней приближается. Такая необычная картина следует из того, что в системе отсчета, где нижняя среда покоится, поверхностная волна движется со скоростью $-v/2$, превышающей скорость звука в нижней среде, а значит, в ней возникает излучение ВЧ. Фронты этого излучения наклонены к границе под углом φ_3' , равным углу наклона поверхностной волны в верхней среде. Говоря другими словами, поверхностная волна в данном случае не преломляется на границе раздела.

В устойчивом случае, когда $M > 2\sqrt{2}$, картина волн представлена на рис. IIв. Цифрами I - IV обозначены фронты боковых волн, V - VII - поверхностных, VIII - IX - цилиндрических. Поверхностные и боковые волны в нижней среде движутся по направлению к границе раздела. Причина возникновения этого явления пояснена выше.

В заключение остановимся на вопросе о влиянии формы источника

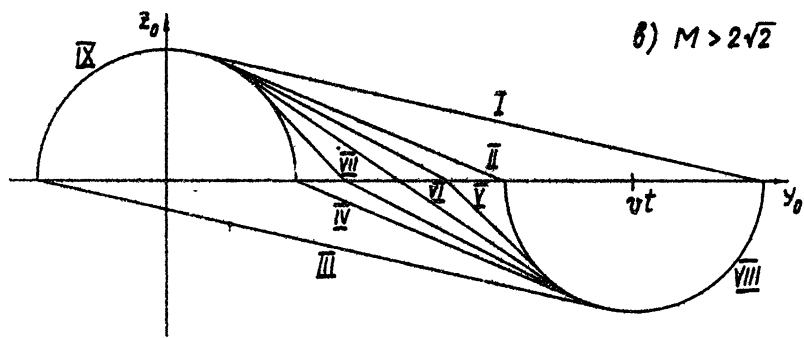
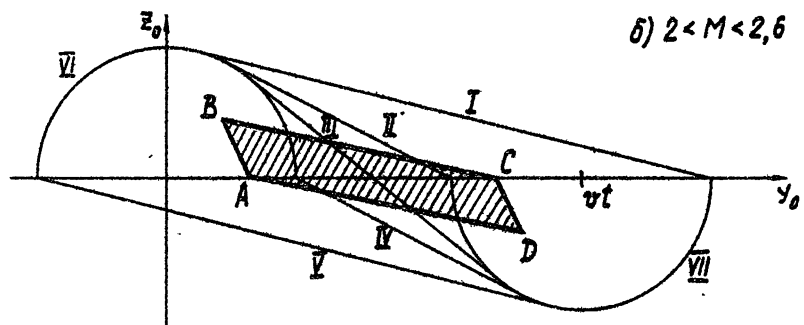
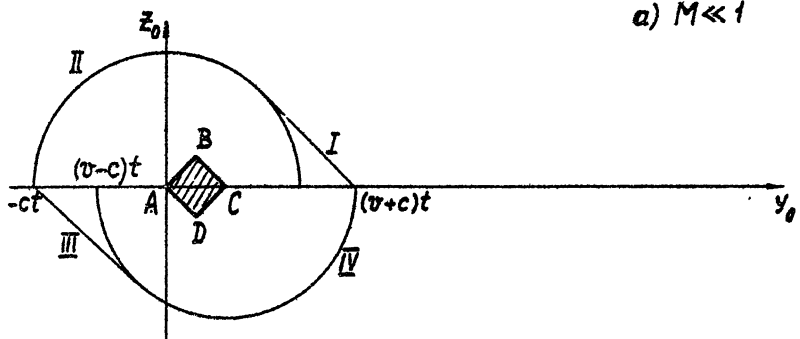


Рис. 11

на картину волн. То обстоятельство, что параметры источника λ, λ (при $\lambda, \lambda, -0$) не содержатся в формулах для отраженного поля вне неустойчивой области (см. (45), (59)), означает, что в этой области форма сигнала мало меняется при малых изменениях в форме источника. Совсем другая ситуация в неустойчивой области. При малом изменении в спектре источника поля внутри неустойчивой области и сама ее форма сильно изменяются. Чтобы проиллюстрировать это, рассмотрим два примера источников, спектр которых мало отличается от выбранного в начале работы (25):

$$1. \quad f(k) = \begin{cases} e^{-\lambda|k|} & , \quad |k| < k_m \\ 0 & , \quad |k| > k_m, \quad k_m \lambda \gg 1 \end{cases} \quad (62)$$

При этом, как показывает анализ, поля внутри неустойчивой области растут по закону $e^{-ik_m \eta}$, который существенно отличается от (58). Более того, форма неустойчивой области в этом случае будет иметь вид полосы, ограниченной линиями, параллельными границе раздела и проходящими через точки B и D .

$$2. \quad f(k) = \exp\left(-\lambda|k| - \frac{\lambda_2^3 |k|^3}{3}\right), \quad \lambda_2 \ll \lambda. \quad (63)$$

Опуская вычисления (они аналогичны рассмотренным выше), приведем лишь результат для отраженного поля внутри неустойчивой области:

$$P_r = \frac{A_0}{4\sqrt{\pi}c_1} \frac{G(x_0) \exp(-i\chi/4 + i\pi/8)}{\lambda_2^{3/4} |\eta|^{1/4} F_x(x_0) \sqrt{x_0^2 - 1}} \exp\left(\frac{2|\eta|^{3/2}}{3\lambda_2^{3/2}}\right) \exp\left(\frac{i3\chi}{2} - \frac{3i\pi}{4}\right), \quad (64)$$

+ k.c.

$$\eta = |\eta| e^{i\chi}, \quad |\eta| \gg \lambda_2.$$

Граница области неустойчивости в этом случае имеет вид треугольника ABC (см. рис.6), причем координаты точки B совпадают с вычисленными для гауссова спектра (44), а точки A и C имеют координаты:

$$A = c_1 \{(Re x_0 - \sqrt{3} Im x_0)t, 0\}, \quad (65)$$

$$C = c_1 \{(Re x_0 + \sqrt{3} Im x_0)t, 0\} \quad (66)$$

(ср. с формулами (39), (40) и (41)). Интересно отметить, что точка A в данном случае может двигаться против потока. Это возможно при не слишком больших скоростях потока ($v \lesssim c_1$).

Рассмотренные примеры показывают, что мы имеем дело с необычной формой неустойчивости, когда граница области неустойчивости сильно изменяется при малом изменении формы источника. По понятным соображениям, имеет смысл называть данное явление конфигурационной неустойчивостью.

З а к л ю ч е н и е

1. Как показано выше, при рассмотрении отражения от тангенциального разрыва возникает область неустойчивости, где возмущения сильно растут во времени и имеют малый пространственный масштаб. В этих условиях необходим учет нелинейных эффектов и вязкости. Учет этих факторов приводит к очень сильному усложнению задачи, а нахождение аналитических результатов становится безнадежным делом. Несомненно, однако, то, что выясненные в работе особенности в отражении и преломлении волн на тангенциальном разрыве должны проявляться в численных экспериментах, где эти факторы будут приняты во внимание.

2. Наличие конфигурационной неустойчивости в рассматриваемой системе означает, что рассмотрение модельных задач (типа отражения волн с плоским фронтом) в ряде случаев может не иметь ничего общего с реально существующими процессами отражения. Выяснение этого вопроса, однако, выходит за рамки настоящей статьи, и мы надеемся его осветить в следующей публикации.

Б л а г о д а р н о с т и

Автор признателен В.Л.Гинзбургу за предложение рассмотреть задачи отражения от инвертированных сред, Н.Г.Денисову, В.Я.Эйдману и Г.И.Григорьеву за многочисленные обсуждения затронутых в работе вопросов, а также А.Л.Фабриканту, указавшему на работы [9,II].

Научно-исследовательский
радиофизический институт
г.Горький

Дата поступления статьи
2 апреля 1986г.

Л и т е р а т у р а

1. В.В.Курин, Б.Е.Немцов, В.Я.Эйдман. Предвестник и боковые волны при отражении импульсов от границы раздела двух сред. - УФН, 1985, т.147, №1, с.157-180.
2. Towne D.H. Pulse Shapes of Spherical Waves Reflected and Refracted at a Plane Interface Separating Two Homogeneous Fluids. - JASA, 1968, v.44, N 1, p.65 - 76,
3. Savage J.C. - JASA, 1958, v.30, p.974 - 978. Reflection from a fluid of high sound velocity.
4. De Hoop A.T. Pulse electromagnetic radiation from a line source in a two media configuration. - Radio Science, 1979, v.14, p.253 - 268.
5. Roever W.L., T.F.Vining. E.Strick. Propagation of Elastic Wave Motion from an Impulsive Source along Fluid-Solid Interface. - Phyl.Trans.Roy.Soc., Ser.A, 1959, v.251, p.455 - 495.
6. Винокуров Г.Н. Принципы излучения и отражения волн от усиливающих сред. - Оптика и спектроскопия, 1983, т.54, №3, с. 517-524.
7. Миронов М.А. Воздействие гармонического источника объемной скорости на течение с плоским тангенциальным разрывом (плоская задача). - Акустический журнал, 1975, т.22, №1, с.79-85.
8. Войт С.С. Переход сферических звуковых волн из движущейся среды в среду, движущуюся с другой скоростью и имеющей другую скорость. - ДАН СССР, 1953, т.92, № 3, с.491-493.
9. Jones D.S., Morgan J.B. The instability of a vortex sheet on a subsonic stream under acoustic radiation. - Proceeding of the Cambridge Phil.Soc., 1972, v.72, p.3, p.465 - 468.
10. Гинзбург В.Л., Эйдман В.Я. О реакции излучения в случае сред

с отрицательным поглощением. - ЖЭТФ, 1962, т.43, с.2114-2118.

11. Friedland A., Pierce A. Reflection of Acoustic Pulses from Stable and Instable Interface between moving Fluids. - Phys.Fluids, 1969, v.12, N 6, p.1148 - 1159.
12. Сыроватский С.И. Неустойчивость тангенциальных разрывов в сжимаемой среде. - ЖЭТФ, 1954, т.27, в.1(7), с.121-123.
13. Ewing W.M., Jardetsky W.S., Press F. Elastic Waves in Layered Media. N.Y., McGraw-Hill, 1957.
14. Cole J.P., C.Grefinger. Acoustic gravity waves produced by energy rebase. Acoustic gravity waves in atmosphere. Symposium preceeding. Colorado, 1968.
15. Miles J.W. On the reflection of sound at an interface of relative motion. - JASA, 1957, v.29, N 2, p.226 - 228.
16. Болотин Н.Н. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. - М.: Наука, 21964, 337 с.
17. Немцов Б.Е. О связи явления флаттера с излучением в области аномального и нормального эффектов Доплера. - Изв.вузов - Радиофизика, 1985, т.28, № 12, с.1549-1553.
18. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. - М.: Наука, 1980, 532 с.
19. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М. Наука, 1957, 456 с.

Борис Ефимович Немцов

**КОНФИГУРАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
ПРИ ОТРАЖЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА
ОТ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО РАЗРЫВА**

Подписано к печати, 24.04.86 г. МЦ 00804. Формат 60 x 84/16.
Бумага множ.тельная. Печать офсетная. Объем 1,94 усл. печ. л.
Заказ 4422. Тираж 120. Бесплатно.

Отпечатано на ротационте НИРФИ