

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени  
научно-исследовательский радиопизический институт (ИРФИ)

П р е п р и н т № 235

СКАЧОК ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ НА РАЗВИТОЙ СТАДИИ  
ТЕПЛОВОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Грач С. М.  
Митяков Н. А.

Г о р ь к и й 1 9 8 7

Грач С. М. , Митяков Н. А.

СКАЧОК ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ НА РАЗВИТОЙ СТАДИИ  
ТЕПЛОВОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ .  
Горький, Препринт № 235/НИРЭИ, 1987 - 25с.

УДК 551.510.535

Показано, что на развитой стадии тепловой параметрической неустойчивости (ТПН) стрикционное давление плазменных волн приводит к существенному искажению профиля электронной концентрации, в частности, к появлению скачка на профиле, что в свою очередь, сказывает значительное влияние на параметры турбулентности возникающей в результате развития ТПН. Решена стационарная задача о распределении концентрации плазмы и параметрах искусственной турбулентности при заданной интенсивности мелкомасштабных неоднородностей, возникающих при ТПН. Приближенно определена зависимость интенсивности неоднородностей от мощности волны накачки с учетом модификации профиля электронной концентрации.

1. При воздействии мощной электромагнитной волны на столкновительную плазму, находящуюся в постоянном магнитном поле, вследствие развития тепловой параметрической неустойчивости (ТПН) могут возбуждаться интенсивные плазменные волны и сильно вытянутые вдоль магнитного поля  $\vec{H}$  ( $l_{||} \gg l_{\perp}$ ) мелкомасштабные ( $l_{\perp} \approx \lambda_0$ ,  $\lambda_0$  - длина волны накачки) неоднородности электронной концентрации /1,2/. Плазменные волны оказываются локализованными в узкой области вблизи уровня верхнего гибридного резонанса (ВГР) волны накачки /2-4/. Рассмотрение в /2/ проводилось в приближении линейного слоя плазмы

$$\nu = (1 - \alpha)(1 - \xi), \quad (1)$$

где  $\nu = \omega_{pe}^2 / \omega^2$ ,  $\omega$  - частота волны накачки  $\omega_{pe} = (4\pi e^2 N / m)^{1/2}$  - плазменная частота,  $\alpha = \omega_{ce}^2 / \omega^2$ ,  $\omega_{ce} = eH / mc$  - электронная циклотронная частота,  $\nu \gg \alpha$ ,  $N$  - электронная концентрация уменьшается с ростом  $\xi$ ,  $\xi = z / L_0$ ;  $L_0 = \left| \frac{1}{N} \frac{dN}{dz} \right| = \left| \frac{1}{\nu} \frac{d\nu}{dz} \right|$  - характерный масштаб линейного слоя; за начало координат  $\xi = 0$  положен уровень ВГР волны накачки  $\nu = 1 - \alpha$ . В /1/ считалось,

что волна накачки падает на плазму из области низкой плотности, и ее волновой вектор  $\vec{k}_t$  направлен противоположно оси  $\vec{z}$ , а магнитное поле параллельно градиенту концентрации ( $\vec{k}_t \uparrow \nabla N \uparrow z \parallel \vec{H}$ ).

Высокочастотное давление электрического поля плазменных волн должно приводить к эффективному вытеснению плазмы из области сильного поля и искажению профиля электронной концентрации. Этот факт, в свою очередь, существенно влияет на свойства искусственной турбулентности, такие, как аномальное ослабление (АО) волны накачки.

распределение интенсивности плазменных волн по координате  $\xi$ , интенсивность вытянутых неоднородностей. В настоящей работе рассмотрена задача о стационарных параметрах плазмы и плазменной турбулентности на развитой стадии ТПН с учетом вытеснения плазмы из области локализации плазменных волн при заданной плотности энергии волны накачки  $W_0$  на входе в плазму и заданных спектре  $n_{\vec{x}}^2$  интенсивности  $\Delta n^2 = \int n_{\vec{x}} d\vec{x}$  вытянутых неоднородностей плотности плазмы ( $\vec{x} \perp \vec{H}$ ,  $\vec{x}$  - волновой вектор). С помощью приближенного решения самосогласованной задачи о возбуждении ТПН в модифицированном слое сделаны оценки зависимости интенсивности неоднородностей  $\Delta n^2$  от  $W_0$ , показана возможность существования гистерезисной зависимости  $\Delta n^2(W_0)$ .

Возмущение концентрации плазмы, обусловленные стрикционным вытеснением плазменными волнами из области ВГР в стационарном состоянии, определяется следующим соотношением:

$$\frac{\Delta N}{N} = -\omega,$$

где  $\omega = \frac{W}{NT}$ ,  $T$  - температура плазмы,  $W = \int \omega_{\vec{k}, \omega} d\vec{k} d\omega$  - полная плотность энергии плазменных волн. Профиль электронной концентрации при этом определяется формулой

$$v = (1-u)(1-\xi-\omega). \quad (1a)$$

Если известна зависимость плотности энергии плазменных волн от электронной концентрации  $W(v)$ , то для  $dv/d\xi$  из (1a) следует

$$\frac{dv}{d\xi} = -(1-u) \left( 1 + \frac{d\omega}{d\xi} \right) = - \frac{1-u}{1+(1-u) \frac{d\omega}{dv}}. \quad (2)$$

При  $(1-u) \frac{d\omega}{dv} \rightarrow -1$  величина  $\frac{dv}{d\xi} \rightarrow \infty$  и на профиле концентрации возникает скачок. Отметим, что возникновение

скачков плотности плазмы в поле сильной электромагнитной волны в области плазменного резонанса исследовалось в целом ряде работ (см. /5/ и цитированную там литературу).

Согласно /5/, образование скачков связано с эффектом резонансного возрастания продольной (параллельной градиенту плотности) компоненты электрического поля интенсивной электромагнитной волны. В отличие от /5/, в настоящей работе рассмотрим случай возрастания электрического поля вследствие возбуждения интенсивных мелкомасштабных плазменных волн при развитии в резонансной области параметрической неустойчивости.

2. Выражение для плотности энергии плазменных волн на развитой стадии ТПН в неоднородной магнитоактивной плазме было получено в работе /2/:

$$\omega = \frac{\pi a \omega_0 \exp \left\{ -\Gamma(v(z)) \right\} n_{\vec{x}}^2(v(z))}{\gamma \frac{dz_c}{d\vec{x}^2}(v(z))}, \quad (3)$$

где  $\omega_0 = W_0 / NT$ ,  $\gamma$  - декремент затухания плазменных волн равный в данном случае частоте электронных столкновений  $\alpha = \frac{\pi \omega L}{2N^2}$ , величина  $\Gamma(v(z)) = \int_{\vec{x}(v(z))}^{\infty} \frac{\alpha}{v_t} n_{\vec{x}}^2 d\vec{x}$  характеризует аномальное ослабление (АО) волны накачки вследствие ее рассеяния на вытянутых неоднородностях в плазменные волны при распространении через область локализации последних,  $v_t$  - групповая скорость волны накачки,  $L = \left| \frac{1}{v} \frac{dv}{dz} \right|^{-1}$  локальный масштаб неоднородности среды. Согласно (2), в области ВГР

$$L = \frac{L_0}{1 + d\omega/d\xi}. \quad (4)$$

Взаимодействие волны накачки с плазменными волнами и вытянутыми неоднородностями происходит при выполнении условий пространственного синхронизма, которые при  $\vec{z} \parallel \nabla N \parallel \vec{H}$ ,  $\vec{k}_t \parallel \vec{z}$  имеют вид

$$|\vec{k}_\perp| = |\vec{\alpha}|, \quad k_z = k_t,$$

где  $\vec{k}_\perp$  и  $k_z$  - компоненты волнового вектора плазменной волны,  $\vec{k}_t$  - волновой вектор волны накачки. В плавнонеоднородной среде существует однозначная зависимость положения точки синхронизма  $z_c$  от величины  $k_\perp$ . Эта зависимость определяется плотностью плазмы при  $z = z_c$ , дисперсионным соотношением для плазменной волны при  $k_z = k_t$ ,  $k_\perp = \alpha$  и должна быть использована в соотношении (3) в выражениях для  $\Gamma(v(z))$ ,  $n_\alpha^2(v(z))$  и  $dz_c/d\alpha^2(v(z))$ . Будем использовать степенную модель спектра вытянутых неоднородностей

$$n_\alpha^2 = \frac{\Delta n^2 l_{T\perp}}{\pi^2 \alpha (1 + \alpha^2 l_{T\perp}^2)}. \quad (5)$$

Спектр (5) является результатом решения самосогласованной задачи о возбуждении ТПН без учета модификации профиля  $v(\xi)/2$ . В (5)  $l_{T\perp}$  - поперечная длина теплопроводности,  $l_{T\perp} = \rho_l/\sqrt{\delta}$ ,  $\rho_l$  - радиус циклотронного вращения тепловых электронов,  $\delta$  - доля энергии, теряемая электроном при одном соударении с тяжелой частицей.

Дисперсионное уравнение плазменных волн ( $d_e$  - радиус Дебая)

$$3k^2 d_e^2 - (1 - \alpha - v + \alpha v k_z^2/k^2) = 0$$

при  $k_z = k_t$ ,  $k_\perp = \alpha$ ,  $k_t \ll k_\perp$  удобно записать следующим образом:

$$v = \frac{1 - \alpha}{1 + 3\delta\alpha \left[ (x^4 - \tilde{\alpha}_0^2)/x^2 \right]}, \quad (6)$$

где  $x = \alpha l_{T\perp}$ ,  $\tilde{\alpha}_0^2 = k_t^2 l_{T\perp}^2 / 3\delta$ . Отметим, что значение  $x^4 = \tilde{\alpha}_0^2$  соответствует уровню верхнего гибридного резонанса.

Уравнение (3) с учетом (4), (5) и (6) имеет вид

$$\omega(v(\xi)) = 6 \delta u B G \omega_0 F(x) g(x) \exp\left\{-\Gamma\left(x, \frac{dw}{d\xi}(x)\right)\right\}, \quad (3a)$$

где

$$G = \frac{\omega L_0}{V_t} \frac{\Delta n^2}{N^2}, \quad (7)$$

$$B = \frac{V_t}{36 \delta^2 u^2 \gamma_e L_0}, \quad (8)$$

$$g(x) = \frac{3 \delta u l_{\tau 1} L(v(\xi))}{dz_c / d\xi^2} = \frac{x^4}{x^4 + \tilde{x}_0^2}, \quad (9)$$

$$F(x) = \frac{1}{x(1+x^2)}, \quad (10)$$

$$\Gamma\left(x, \frac{dw}{d\xi}(x)\right) = G \int_x^\infty \frac{x' F(x') dx'}{1 + \frac{dw}{d\xi}(x')}. \quad (11)$$

Величина  $\frac{\pi}{2} G = \Gamma_{m0}$  характеризует полное anomальное ослабление волны накачки в неискаженном линейном слое с масштабом  $L_0$ . Связь  $\nu(\xi)$  и величины  $x$  в (3a) и (9) определяется соотношением (6).

Таким образом, для определения  $\nu(\xi)$  и  $\mathcal{W}(\nu(z))$  необходимо найти величину  $\eta(x) = \frac{d\mathcal{W}}{d\xi}(x)$ . Дифференцируя соотношение (3a) по  $\xi$ , мы с учетом (9) получаем для  $\eta$  следующее уравнение:

$$\eta(x) = \frac{BG\omega_0 \exp(-\Gamma(x, \eta(x))) [F_1(x) + GF_2(x)]}{1 - BG\omega_0 F_1(x) \exp(-\Gamma(x, \eta(x)))} \quad (I2a)$$

при\*)  $\eta > -1$ ,

$$\eta(x) = \frac{BG\omega_0 \exp\{-\Gamma(x, \eta(x))\} [F_1(x) + GF_2(x)]}{1 - BG\omega_0 \exp\{-\Gamma(x, \eta(x))\} F_1(x)} \quad (I2b)$$

при\*)  $\eta < -1$ .

с граничными условиями  $\eta \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ ,  $\eta \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow 0$ . В уравнениях (I2a) и (I2b)

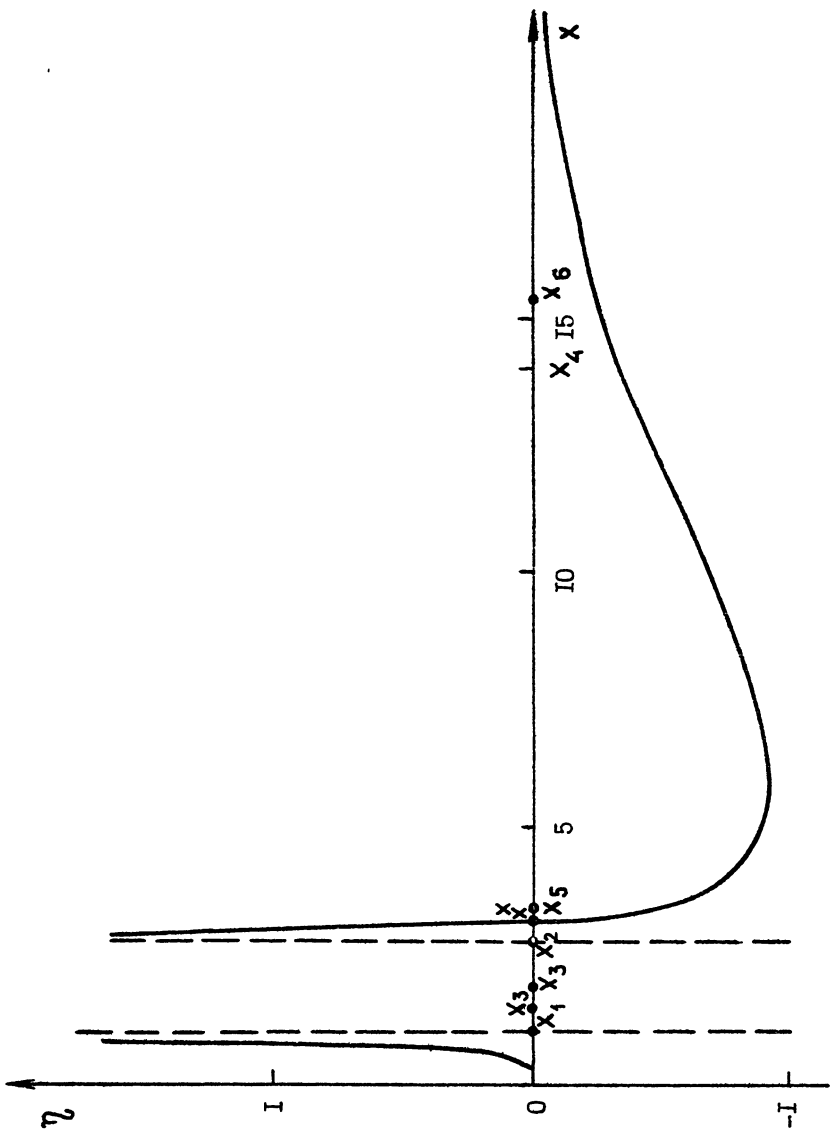
$$F_1(x) = \frac{g(x)}{x} \frac{d}{dx} (F(x)g(x)), \quad F_2(x) = F^2(x)g^2(x). \quad (I3)$$

Решая уравнения (I2a) и (I2b), мы можем определить зависимость  $\Gamma(x)$  и  $\mathcal{W}(x)$ , а далее, с помощью соотношений (Ia) и

---

\*) Случай  $\eta > -1$  соответствует нарастанию концентрации плазмы в направлении распространения волны накачки.





Р и с. I

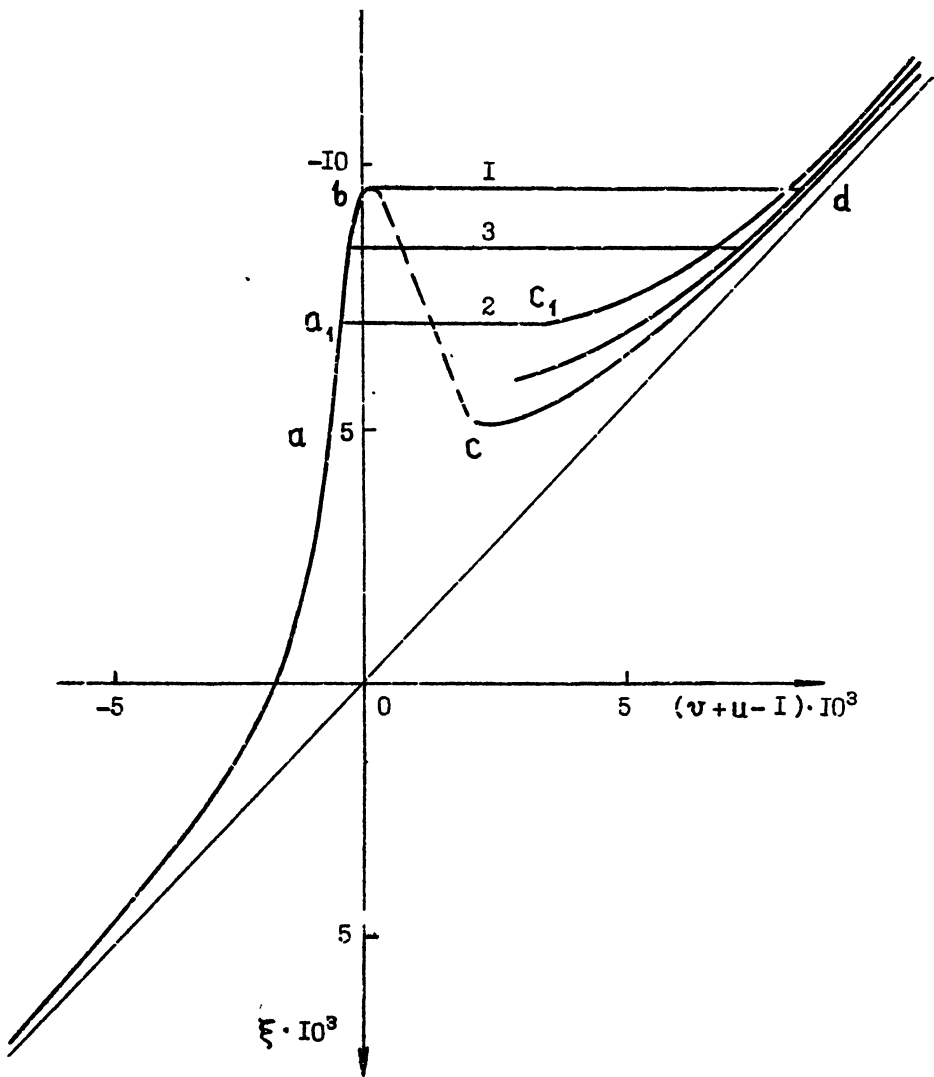
(6) определить зависимость  $\nu(\xi)$ , т.е. полностью определить профиль электронной концентрации плазмы и плотности энергии плазменных волн.

Интегральные уравнения (I2a) и (I2б) просто свести к дифференциальным уравнениям Абеля I-го рода для  $\eta(x)$ , решения которых в известных функциях найти, однако, не удастся. Анализ выражений (I2) и (I3) показывает, что для степенных спектров неоднородностей типа (5)  $|F_1| \gg F_2$  практически на всем интервале  $0 < x < \infty$ , за исключением узкой окрестности точки (см. рис. I)  $x^*$ , в которой  $\frac{d}{dx}(F_1) = 0$ ,  $F_1(x) = 0$ , а функция  $F_2(x)$  имеет максимум<sup>\*)</sup>. На участке  $x > x^*$  функция  $F_1(x)$  отрицательна и имеет минимум в точке  $x_{\min}$ , а при  $x < x^*$   $F_1(x)$  положительна и имеет максимум в точке  $x_{\max}$ . Кроме того,  $F_1(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow 0$ ,  $x \rightarrow \infty$ . При достаточно больших значениях параметра  $BG\omega_0$  ( $BG\omega_0 F_1(x) \gg 1$ ) знаменатель уравнений (I2a) и (I2б) обращается в ноль в двух точках:  $x_1$  и  $x_2$  ( $|\eta(x_1)|, |\eta(x_2)| \rightarrow \infty$ ), причем  $x_1 < x_{\max} < x_2 < x^*$ . При  $x < x_1$  и  $x > x_2$  для  $\eta(x)$  имеет место уравнение (I2a), т.к.  $\eta(x) \rightarrow 0 > -1$  при  $x \rightarrow 0$ ,  $x \rightarrow \infty$ . Внутри отрезка  $x_1 \leq x \leq x_2$  в области, примыкающей к левому его краю  $x_1 < x < x_3$ , справедливо уравнение (I2б) ( $\eta < -1$ , концентраций плазмы убывает в направлении  $(-\xi)$ ), а на участке  $x_3 \leq x \leq x_2$  решения уравнений (I2a) и (I2б), удовлетворяющие соответствующим неравенствам на величину  $\eta(x)$ , отсутствуют<sup>жж)</sup>. Переход из области  $x > x_2$  в область  $0 < x < x_1$ , (или в область  $x_1 < x < x_3$ ) должен, таким образом, осуществляться скачком, а значения концентрации плазмы  $\nu$  соответствующие значениям  $x_3 \leq x \leq x_2$  и формально определяемые выражением (6) не могут реализоваться.

Зависимость  $\eta(x)$ , полученная численно из уравнения (I2a) при  $B\omega_0 = 10^5$ ,  $G = 1$  для спектра неоднородностей (5) приведена на рис. I, а зависимость  $\nu(\xi)$ , полученная с помощью выражений (Ia), (3a) и (6), - на рис. 2 (кривая I). Видно, что на участке

<sup>\*)</sup> В точке  $x = x^*$  плотность энергии плазменных волн максимальна: Для спектра (5)  $x^* \approx (x_0^2/3)^{1/4}$ ,  $x_0^2 = 3\delta x_0^2$ .

<sup>жж)</sup> В точке  $x_3$   $BG^2 F_2(x) \exp(-\Gamma(x)) = 1$ ,  $\eta = 1$ .



Р и с . 2

имеет место неоднозначная зависимость  $\nu(\xi)$ . Участок  $bc$ , показанный на рис. 2 пунктиром, соответствует значениям  $x_1 < x < x_2$ , причем точка  $b$  соответствует  $x = x_2$ , точка  $c$  —  $x = x_1$ . Реальная зависимость  $\nu(\xi)$  должна, естественно, быть однозначной, и переход, например из точки  $b$  в точку  $d$ , осуществляется скачком. Скачок возможен на достаточно большом интервале левой ветви кривой  $\nu(\xi)$ . Этот факт также иллюстрирует рис. 2, на котором построены три возможных профиля электронной концентрации, причем область допустимых системой уравнений (1), (3а) и (6) скачков — участок  $a_1b$  кривой 1. Кривая 1 отвечает скачку от значения  $\nu(x = x_2)$  в область  $\nu(x < x_1)$  ("верхний скачок"), кривая 2 — скачку из области  $\nu(x > x_2)$  к значению  $\nu(x = x_1)$  ("нижний скачок"), кривая 3 — промежуточным значениям. Точка  $c_1$  на кривой 2 соответствует  $x = x_1$ . Различие кривых 1, 2 и 3 за скачком объясняется тем, что интенсивности плазменных волн и соответственно искажений профиля концентрации проводилась с учетом аномального ослабления волны накачки, которое имеет различные значения перед скачком. например  $\Gamma(b) > \Gamma(a_1)$ .

Физически появление скачка на профиле концентрации можно пояснить следующим образом /5/. Полное давление  $p$  в плазме складывается из давления электронов, ионов и давления электрического поля плазменных волн. Благодаря наличию резонансного максимума поля в плазме, в данном случае вблизи значения плотности  $\nu$ , отвечающего уровню ВГР, кривые зависимости  $p(\nu)$  имеют вид изотерм Вайдера — Ваньса для неидеального газа /5, 6/. При достаточно больших значениях плотности энергии плазменных волн  $W$ , которые достигаются при превышении плотности энергии волны накачки некоторого значения  $\omega_0 > \omega_{0th}$ , существует интервал давлений  $p_2 < p < p_1$ , внутри которого каждому фиксированному значению  $p$  соответствует три возможных значения концентрации:  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  ( $\nu_1 > \nu_2 > \nu_3$ ). Промежуточное состояние с  $\nu = \nu_3$  неустойчиво, для него квадрат скорости звука  $c_3^2 = dp/dN < 0$ . В рассмотренной задаче неустойчивые состояния реализуются при  $x_1 < x < x_3$ . Два другие состояния равновесия  $\nu_1(x)$  и  $\nu_2(x)$  могут контактировать (при условии постоянства  $p$ ) по некоторой граничной поверхности  $z = \text{const}$ . Переход между ними в рамках принятой для формулы (3) идеализации (отсутствие группового выноса плазменных волн из области их возбуждения) должен осуществляться скачком. Отметим также, что в рамках рассмотренной стационарной задачи не удастся однозначно опи-

ределить положение скачка на участке  $\Omega_6$ . Для определения его положения необходимо решение динамической задачи о его установлении, с учетом механизмов, определяющих структуру скачка, например группового выноса плазменных волн. Пороговую плотность энергии волны накачки, необходимую для возникновения скачка, можно оценить из соотношения  $BG\omega_0 F_1(x_{\max}) \sim \exp(\Gamma(x_{\max}))$ ,  $\Gamma(x_{\max}) \sim 1$ .

Для спектра (5)

$$\omega_{0 \text{ пор}} \sim 4,4 \cdot 10^6 \frac{\nu}{\omega} \frac{\Delta n^2}{N^2} \delta^2 \omega^2. \quad (14)$$

3. Описанные выше свойства функций  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  позволяют при достаточно высокой надпороговости ( $\omega_0 \gg \omega_{0 \text{ пор}}$ ) получить приближенное аналитическое решение уравнения (12а) в области, где  $GF_2(x) \ll |F_1(x)|$ . В частности при  $x \gg x_2$ ,  $x \gg x_4$   $\omega_0 BG^2 F_2(x_4) \sim 1$ ,  $\omega_0 BG^2 F_2(x) \ll 1$  (см. рис.1) в числителе правой части (12а) можно пренебречь вторым членом, при этом уравнение (12а) сводится к уравнению Бернулли, и его решение записывается следующим образом:

$$\eta(x) = \frac{BG\omega_0 F_1(x) \exp\{-\Gamma_1(x)\}}{1 + BG\omega_0 \int_x^\infty F_1'(x') \exp\{-\Gamma_1(x')\} dx'}, \quad (15)$$

где  $\Gamma_1(x) = G \int_x^\infty x' F(x')$ .

В области  $x_5 < x < x_6$  ( $BG\omega_0 F_1(x_6) \sim 1$ ,  $x_5 < x_4 < x_6$ ,  $GF_2(x_5) \approx F_1(x_5)$ ,  $BG\omega_0 F_1(x) \gg 1$ ,  $GF_2(x) \ll F_1(x)$ ) в знаменателе правой части уравнения (12а) можно пренебречь первым членом, и (12а) сводится к уравнению Абеля второго рода, решение которого можно записать как

$$\eta(x) = -1 - \frac{GF_2(x)}{F_1(x)} \frac{\sqrt{1 + 2BG^2 F_2(x) \omega_0}}{\sqrt{1 + 2BG^2 \omega_0 F_2(x)} - 1}. \quad (16)$$

"Сшивка" решений (I5) и (I6) происходит в области  $x_4 < x < x_6$ , где  $BG^2 F_2(x)w_0 \ll 1$ , а  $BGF_1(x)w_0 \gg 1$ . В области  $x_2 < x < x_5$  имеет место полное уравнение (I2a), и его аналитическое решение, как уже указывалось, найти не удается. В этой области величина  $\eta(x)$  резко меняется от  $\eta \approx -1$  ( $x \approx x_5$ ) до  $\eta \rightarrow +\infty$  при  $x \rightarrow x_2$ . При  $x \leq x_2$  решение уравнения (I2a) отсутствует, и возникает скачок. Следует отметить, что величина  $\Gamma(x)$  слабо изменяется на участке  $x_2 < x < x_5$ , так как  $\Delta\Gamma(x) \sim \frac{1}{x} \ll 1$ . В то же время, при  $B\bar{F}_2(x) \ll |F_1(x_{\max})|$ ,  $BGF_1(x_{\max})w_0 \gg 1$  можно считать, что  $x_2 \approx x^* \approx x_5$ .

При  $x < x_4$  величина  $BG^2 F_2(x) e^{-\Gamma(x)} \ll 1$  и для  $\eta(x)$  имеет место то же самое уравнение, что и на участке  $x > x_4$ . Решение его имеет вид

$$\eta(x) = \frac{BGw_0 F_1(x) e^{-\Gamma(\bar{x}) - \Gamma_2(x, \bar{x})}}{1 - BGw_0 F_1(\bar{x}) \exp\{-\Gamma(\bar{x})\} + BGw_0 \int_x^{\bar{x}} F_1(x') \exp\{-\Gamma_2(x, \bar{x}) - \Gamma(\bar{x})\} dx'} \quad (I7)$$

где  $\bar{x}$  - значение величины  $x$  сразу за скачком,  $\Gamma_2(x, \bar{x}) = G \int_x^{\bar{x}} x' F(x') dx'$ . С помощью выражений (I2a) и (I5) - (I7) можно найти "текущее" аномальное ослабление волны накачки  $\Gamma(x)$ . Так при  $x > x_4$  искажение слоя сказывается слабо\*) и  $\Gamma(x) \approx \Gamma_1(x)$ . При  $x_2 < x < x_6$  величина текущего АО существенно изменяется по сравнению с неискаженным слоем, и

$$\exp\{-\Gamma(x)\} \approx \frac{\sqrt{1 + 2BG^2 w_0 F_2(x)} - 1}{BG^2 F_2(x) w_0} \quad (I8)$$

Набег АО за скачком слабо изменяется в искаженном слое, и при  $x < \bar{x}$

$$\Gamma(x) \approx \Gamma_2(x, \bar{x}) + \Gamma(\bar{x}), \quad (I9)$$

\*) В линейном слое  $\Gamma(x) \equiv \Gamma_1(x)$ .

На скачке величина аномального ослабления не претерпевает изменений<sup>\*</sup>), и  $\Gamma(\bar{x}) = \Gamma(\bar{x})$ . Полное аномальное ослабление в искаженном слое определяется, таким образом, выражением

$$\Gamma_m = \Gamma(x_0) = \Gamma_2(x_0, \bar{x}) + \Gamma(\bar{x}), \quad (19a)$$

где  $x_0 = K_t \downarrow_{T_1}$ ,  $\bar{x}$  - значение величины  $x$  сразу перед скачком (на его "нижнем" краю), а  $\Gamma(\bar{x})$  определяется выражением (18). Параметры скачка, необходимые для вычисления  $\Gamma_m$  (значения  $\bar{x}$ ,  $\bar{x}$ , перепад концентрации в скачке  $\Delta v = v(\bar{x}) - v(\bar{x})$ ), можно определить из условия постоянства координаты  $\xi$  на скачке:

$$\xi = 1 - \frac{v(\bar{x})}{1-u} - w(\bar{x}) = 1 - \frac{v(\bar{x})}{1-u} - w(\bar{x}) \quad (16)$$

Из (1a) с учетом (6), (3a) и (18) при  $BG^2\omega_0 F_2(\bar{x}) \gg 1$  ( $F_2 = F^2 q^2$ ) имеем

$$\Delta v \approx (1-u) \delta u \left[ \sqrt{2B\omega_0} - \frac{1}{G F(\bar{x}) q(\bar{x})} \right], \quad (20)$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{2} \bar{x}_0^2 \left( \sqrt{2B\omega_0} - \frac{1}{G F(\bar{x}) q(\bar{x})} \right)^{-1}. \quad (21)$$

Из (20) видно, что перепад концентрации в скачке растет с увеличением плотности энергии волны накачки и интегральной интенсивности неоднородностей  $G$ . Кроме того, величина  $\Delta v$  увеличивается при уменьшении  $\bar{x}$  и достигает максимальной величины при  $x = x^*$  (кривая I на рис. 2).

<sup>\*</sup>) Как показано ниже, коэффициент прохождения волны накачки через скачок плотности можно приближенно наложить равным единице.

Чтобы определить параметры "нижнего" скачка, соответствующего кривой 2 на рис.2, необходимо совместно решить уравнение (16) с условием обращения в ноль знаменателя уравнения (12a):

$$BG \omega_0 F_1(\bar{x}) \exp\{-\Gamma(\bar{x})\} = 1. \quad (22)$$

Для спектра неоднородностей (5) из (22) и (16) приближенно получаем

$$\bar{x} \approx \tilde{x}_0^{4/5} (AG/8+1)^{1/5} (ABG\omega_0)^{-1/5}, \quad (23)$$

где A - численный коэффициент,  $A \sim 1,5$

$$\bar{x} \approx \left(\frac{2}{A}\right)^{1/3} \left(\frac{ABG\omega_0}{AG/8+1}\right)^{1/5} \tilde{x}_0^{-2/15}, \quad (24)$$

$$\exp\{-\Gamma(\bar{x})\} = \left(\frac{AG}{8} + 1\right)^{-1}, \quad (25)$$

$$\Delta v_2 \approx (1-\alpha) 3\delta\alpha \tilde{x}_0^{2/5} \left(\frac{ABG\omega_0}{AG/8+1}\right)^{2/5}. \quad (26)$$

Для параметров, соответствующих рис.1, 2 ( $B\omega_0 = 10^5$ ,  $G=1$ ), величина перепадов концентрации для верхнего и нижнего скачков равны



соответственно  $\Delta u_1 = 0,086$ ,  $\Delta u_2 = 0,039$ . Зависимость значения  $A_0$  от координаты  $x$  приведена на рис. 3, от координаты  $\xi$  - на рис. 4, кривая 1 соответствует верхнему скачку, кривая 2 - нижнему. Пунктиром на рис. 3, 4 приведена зависимость  $\Gamma(x) = \Gamma_1(x)$  в линейном слое. Из рис. 3 видно, что вклад неоднородностей различных масштабов в  $A_0$  волны накачки существенно меняется в модифицированном слое: если в линейном слое оно определяется в основном крупномасштабной частью спектра неоднородностей ( $x < x^*$ ), то в слое со скачком - неоднородностями мелких масштабов ( $x > \bar{x}$ ). Полное аномальное ослабление имеет, естественно, различные значения при различных резонансах профиля концентрации, и  $\Gamma_{m_2} < \Gamma_{m_0} < \Gamma_{m_1}$  ( $\Gamma_{m_0} = \Gamma_1(x_0) - A_0$  - в линейном слое). Для параметров, соответствующих рис. 1-3,  $\Gamma_{m_2} = 0,96$ ,  $\Gamma_{m_1} = 1,51$ ,  $\Gamma_{m_0} = 1,37$ . На рис. 5 приведены зависимости плотности энергии плазменных волн  $\omega$  от координаты  $\xi$  для случаев "верхнего" (1), "нижнего" (2) скачков. Пунктиром приведена зависимость  $\omega(\xi)$  в линейном слое. Видно, что область локализации плазменных волн существенно расширяется, а максимальная их интенсивность уменьшается по сравнению с линейным слоем плазмы.

Из уравнения (16) можно оценить также смещение уровня верхнего гибридного резонанса волны накачки в возмущенном слое по отношению к линейному. В линейном слое  $\xi_{ин}^{(0)} = 0$ . При  $\beta G^2 \omega_0 F_2(x) \gg 1$  поскольку  $\psi(x) \approx 1 - U$ , имеем

$$\Delta \xi_{ин} \approx -6 \delta U \sqrt{2B\omega_0} = -\sqrt{\frac{2V_t \omega_0}{\nu_0 L_0}} \quad (27)$$

4. Используя приближенное аналитическое решение (16), (17) уравнения (12а), можно оценить зависимость интегральной интенсивности вытянутых неоднородностей от плотности энергии волны накачки  $\Delta n^2(\omega_0)$ . Для этого мы воспользуемся соотношениями, полученными в [2] при построении нелинейной самосогласованной теории ГПН без учета модификации линейного слоя. В частности, для интенсивности неоднородностей  $\Delta n^2$ , возникающих при нагреве плазмы плазменными волнами, соот-

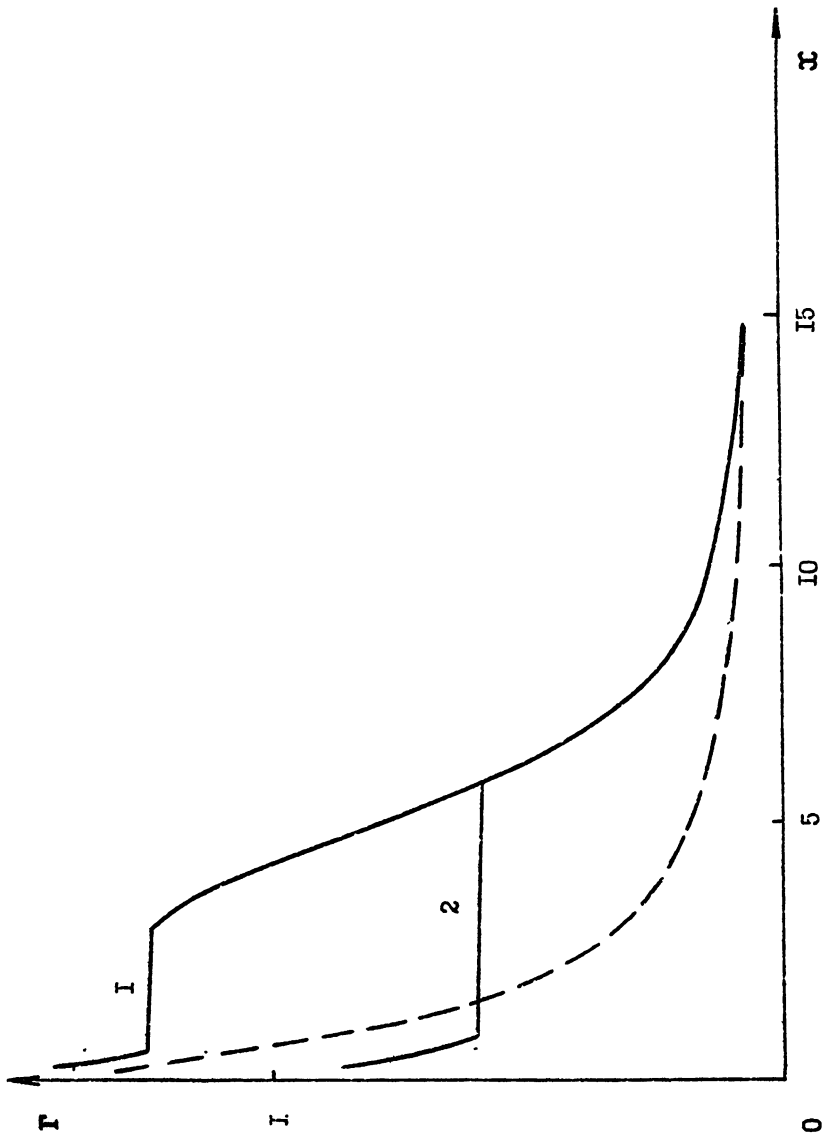
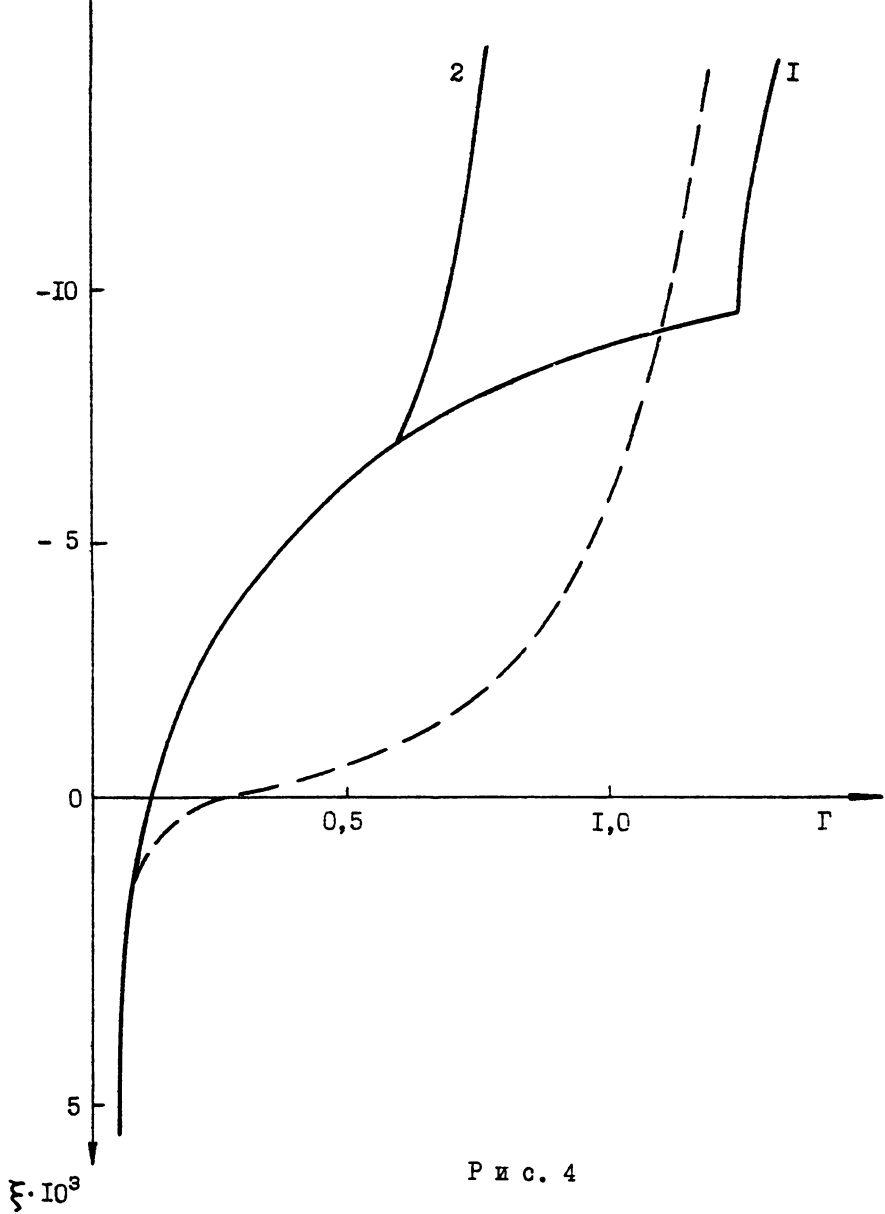
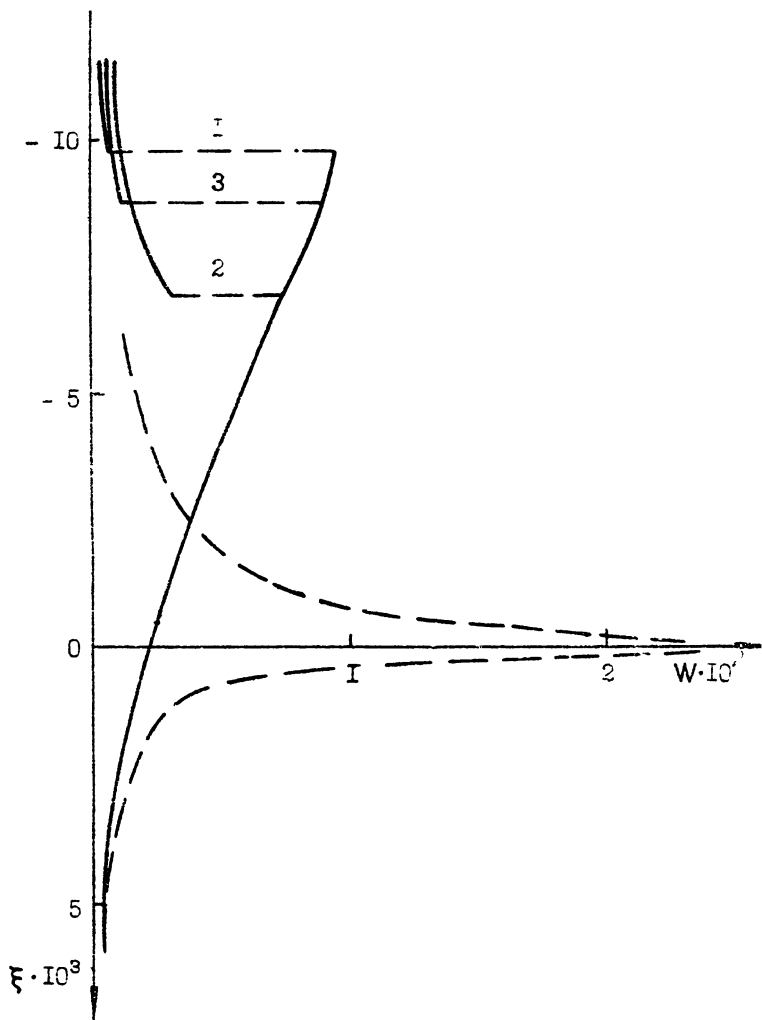


Рис. 3



Р и с . 4



Р и с. 5

ласно /2/ имеем\*) ( $\Delta n^2 = GN^2 V_t / \omega L_0$ )

$$G = \frac{8\pi k_T^2 \omega L_0 k_m}{9 l_e^2 \delta l_{T\perp} V_t \sqrt{2}} \int_0^{k_m} dk_{\perp} \int dz w_{k_{\perp}}(z), \quad (28)$$

где  $k_T$  - термодиффузионное отношение,  $k_T \sim 1$ ,  $l_e = \frac{V_{Te}}{\nu}$  - длина свободного пробега электронов,  $\vec{k}_{\perp}$  - поперечный волновой вектор плазменных волн,  $w_{\vec{k}_{\perp}} = W_{\vec{k}_{\perp}} / NT$ ,  $W_{\vec{k}_{\perp}}$  - спектральная плотность энергии плазменных волн, согласно /2/  $w_{\vec{k}_{\perp}} = \omega / \pi k_m^2$ ,  $k_m$  - максимальное значение поперечного волнового вектора плазменных волн,  $k_m^2 \approx 1/12 g_e^2$ .

Подставляя, далее, выражение для плотности энергии плазменных волн (3а) в (28) и проводя интегрирование по  $z$  с помощью замены переменных  $x(z) = z(z) l_{T\perp}$ , с учетом (16), (18) и (9) из (28) имеем

$$G \approx 7\pi \frac{1}{V_{Te}} \sqrt{\frac{\nu L_0 V_t}{\delta u}} \omega_0^{3/2} (1 - e^{-\Gamma(\bar{x})})^{3/2} =$$

$$= 7\pi \frac{1}{V_{Te}} \sqrt{\frac{\nu L_0 V_t}{\delta u}} \omega_0^{3/2} \frac{\sqrt{1 + 28G^2 F_2(\bar{x}) - 1}}{\sqrt{1 + 28G^2 F_2(\bar{x}) + 1}}, \quad (29)$$

где  $V_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$  - тепловая скорость электронов. При  $28G^2 \omega_0^2 F_2(x) \gg 1$  из (29) для  $G$  получаем

\*) При построении нелинейной теории ТПН в /2/ считалось, что плазменные волны сосредоточены на частоте, равной частоте волны накачки. В /3/ было показано, однако, что интенсивность плазменных волн в области ВГР превышает порог, в частности, индуцированного рассеяния на ионах, и вследствие индуцированного рассеяния происходит существенное расширение частотного спектра плазменных волн. В настоящей работе используется модель, рассмотренная в /2/.

$$G \approx \frac{7\pi}{V_{Te}} \sqrt{\frac{\nu L_0 V_t}{\delta u}} \omega_0^{3/2} - \frac{3}{\sqrt{2B\omega_0} F(\bar{x}) g(\bar{x})} \quad (30)$$

Величина интенсивности неоднородностей, таким образом, при одной и той же плотности энергии волны накачки  $\omega_0$  принимает различные значения при различных положениях скачка  $\bar{x}_0$ . Согласно /5/, в случае роста плотности энергии  $\omega$  плазменных волн, более медленного, чем время установления модифицированного профиля концентрации, скачок устанавливается на нижнем краю интервала неоднозначности профиля концентрации (т.  $a_1$  на рис. 2, малые значения величины  $Fg(x)$ ) ближайшем по координате  $z$  к точке верхнего гибридного резонанса в линейном слое ( $z=0$ ). При уменьшении интенсивности плазменных волн (например, вследствие уменьшения плотности энергии накачки  $\omega_0$ ) он "дожидается" приближения к нему верхнего края неоднозначности (т.  $b$  на рис. 2) и вместе с ней движется в направлении начала координат. Таким образом, должна иметь место гистерезисная зависимость интегральной интенсивности вытянутых неоднородностей от плотности энергии волны накачки.

5. Скачок концентрации плазмы в области ВГР должен приводить к отражению электромагнитной волны от резкой границы показателя преломления, если ее частота  $\omega_0$  выше плазменной частоты в области ВГР  $\omega_{ун}$  для случая обыкновенной поляризации или  $\omega_0 > \omega_x$  ( $\omega_x \approx \omega_{ун} + \omega_H \cos \alpha / 2$ ,  $\alpha = \angle \vec{k}_0 \vec{H}$ ) для необыкновенной волны. Коэффициент отражения  $R$  от скачка определяется из формул Френеля. В частности, для обыкновенной волны в квазипродольном приближении ( $1 - \nu_0 > \sqrt{\mu_0} \sin^2 \alpha / 2 \cos \alpha$ ) величина  $R$  определяется выражением

$$\sqrt{R} \approx \frac{\Delta \nu_0}{4 \left( \frac{\Delta \omega}{\omega_0} + \frac{\sqrt{\mu_0}}{2} \cos \alpha \right)}, \quad (31)$$

где  $\Delta \nu_0 = \Delta \omega_{pe}^2 / \omega^2$ ,  $\Delta \omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 \Delta N / m$ ,  $\Delta N$  - перепад электронной концентрации в скачке,  $\Delta \omega = \omega_0 - \omega_{ун}$ . Для обыкновенной волны в квазипоперечном приближении для достаточно больших  $\Delta \omega$

$$\sqrt{R} \approx \frac{\Delta v_0}{4 \left( \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right)} \quad (32)$$

При  $\Delta \omega / \omega < \Delta v$  коэффициент отражения равен, естественно, единице. В частности, из (31) следует, что в достаточном широком диапазоне частот  $\omega \sin^2 \alpha / 4 \cos \alpha < \omega < \frac{\omega_H}{2}$  коэффициент отражения обыкновенной волны остается практически постоянным и равен

$$\sqrt{R} \approx \frac{\Delta v_0}{2 \sqrt{u_0}} \quad (33)$$

Для необыкновенной волны в квазипродольном приближении

$$\sqrt{R} \approx \frac{\Delta v_0}{4 \frac{\Delta \omega}{\omega} \left( 1 - \frac{\sqrt{u_0}}{2} \cos \alpha \right)} \quad (34)$$

В частности, для волны накачки, согласно (20), (33), величина  $R \ll 1$  при  $V_t \omega_0 \ll 2 \gamma_e L_0 u$ , и при этом в задаче об искажении профиля концентрации отражением накачки от скачка можно пренебречь.

6. В настоящей работе рассмотрение проведено для некоторой идеализированной модели искусственной турбулентности. В частности, не учитывался групповой вынос плазменных волн из области их возбуждения, что привело к резкому скачку концентрации. Не учитывался средний нагрев плазмы, который, как и стрикционное давление ВЧ поля, приводит к вытеснению плазмы из области возбуждения плазменных волн, но за гораздо более длительные времена ( $t \approx (\delta \gamma)^{-1}$ ) и на размерах, значительно превышающих характерные размеры области локализации плазменных волн. Не рассмотрена задача об установлении модифициро-

ванного профиля.

Все эти вопросы требуют специального анализа. В то же время ряд выводов не изменится и при учете указанных выше факторов. Кратко сформулируем некоторые из них.

При развитии в ионосфере мелкомасштабной искусственной ионосферной турбулентности вблизи уровня ВГР возникают интенсивные плазменные волны. Стрикционное давление плазменных волн приводит к вытеснению плазмы из области возбуждения последних и образованию "ступенеобразного" профиля электронной концентрации. Модификация профиля существенно влияет на свойства искусственной турбулентности, в частности, на аномальное ослабление волны накачки. Величина А0 существенно зависит от положения скачка на профиле и  $\Gamma_{m_1} < \Gamma_{m_0} < \Gamma_{m_2}$  ( $\Gamma_{m_1}$  соответствует нижнему скачку,  $\Gamma_{m_2}$  - верхнему,  $\Gamma_{m_0}$  - неискаженному слою). Существенно увеличивается в модифицированном профиле (см. рис. 3) вклад мелкомасштабной части спектра вытянутых неоднородностей в А0. Меняется и характер зависимости А0 от интенсивности накачки и вытянутых неоднородностей. Если в линейном слое  $\Gamma_m \propto \Delta n^2$ , то в модифицированном, например в случае "верхнего" скачка,  $\Gamma_{m_2} \propto \ln \omega_0 \Delta n^2$ . Существенно изменяется также распределение плазменных волн по высоте (см. рис. 5): область локализации плазменных волн существенно расширяется, а максимальная их интенсивность уменьшается. Происходит также смещение уровня ВГР вверх на расстояние, определенное формулой (27). Появляется дополнительное отражение электромагнитных волн от скачка плотности плазмы. Отметим, что вытеснение плазмы из области ВГР, появление дополнительного отражения и увеличение влияния мелкомасштабной части спектра неоднородностей на А0 было обнаружено на эксперименте /4, 8 - 10/.

Сделаем некоторые оценки для условий, типичных для экспериментов по модификации ионосферы. При  $\omega \sim 3 \cdot 10^7$  рад/с,  $\nu = 300$  с<sup>-1</sup>,  $\mu = 5 \cdot 10^{-2}$ ,  $\delta = 10^{-4}$ ,  $V_t = c\mu^{1/4} \approx c/2$ ,  $L_0 = 80$  км,  $\omega_0 = 1,4 \cdot 10^{-5}$  имеем  $B\omega_0 = 10^5$ , что соответствует условиям проведенных расчетов. Величина интенсивности вытянутых неоднородностей при  $G = 1$  составляет  $\Delta n^2/N \approx 0,6 \cdot 10^{-4}$ , что близко к экспериментально измеренным значениям /8, 9/. Порог возникновения скачка составляет, согласно (14),  $\omega_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ , что ниже порога возбуждения ТПН в типичных ионосферных условиях /1, 2/. Величина коэффициента отражения от скачка для  $\Delta n = 8 \cdot 10^{-3}$ ,  $10 \text{ кГц} < \Delta\omega/2\pi < 500 \text{ кГц}$  составляет



$R \approx 3 \cdot 10^{-4}$ , что близко к экспериментально измеренным значениям.

В заключение авторы благодарят Б.Ю. Трахтенгерца и А.Н.Караштица за обсуждения.

### Л и т е р а т у р а

1. Ерухимов Л.М., Метелев С.А. и др. - В кн.: Тепловые нелинейные явления в плазме. - Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 7-45.
2. Грач С.М., Митяков Н.А., Рапопорт В.О., Трахтенгерц В.Ю. - В кн.: Тепловые нелинейные явления в плазме. - Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 46-80.
3. Грач С.М. - Изв.вузов - Радиофизика, 1985, Т.28, № 6, с.684-693.
4. Васьков В.В., Голян С.Ф. и др. - Письма в ЖЭТФ, 1986, Т.43, № II, с. 5I2-5I5.
5. Гильденбург В.Б. - В кн.: Взаимодействие сильных электромагнитных волн с бесстолкновительной плазмой. - Горький: ИПФ АН СССР, 1960, с. 83-116.
6. Миронов В.А. - Изв.вузов Радиофизика, 1969, № 12, с. 1765.
7. Васьков В.В., Димант Я.С. - В кн.: Модификация ионосферы мощным радиоизлучением. - М.: ИЗМИРАН, 1986, с. 87-88.
8. Беликович В.В., Бенедиктов Е.А., Грач С.М., Терина Г.И. XIII Всес. конф. по распространению радиоволн. Горький, 1981. - Тезисы докладов. - М.: Наука, 1981, с. 107-108.
9. Беликович В.В., Бенедиктов Е.А., Грач С.М., Терина Г.И. - В кн.: Модификация ионосферы мощным радиоизлучением. - М.: ИЗМИРАН, 1986, с. 120-121.
10. Фролов В.Л. - Изв.вузов Радиофизика, в печати.

Савелий Максимович Грач  
Николай Анатольевич Митяков

СКАЧОК ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ НА РАЗВИТОЙ СТАДИИ  
ТЕПЛОВОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

---

Подписано в печать 30.09.87г. Мц 01079 . Формат 60x84/16  
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 1,62 усл. печ. л.  
Заказ 4609. Тираж 120. Бесплатно

---

Отпечатано на ротапринте НИИФМ