Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 237

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ

Часть I

Докучаев В.П.
Крупина А.Е.
Оболенский Л.М.
Яшнов В.А.

Горький 1987

Докучаев В.П., Крупина А.Е., Оболенский Л.М., Яшнов В.А.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ.// Препринт № 237. - Горький, НИРФИ. - 1987.

- 41 с.

УДК 621. 396. 67

Рассмотрены основные вопросы теории линейных электрических антенн, помещенных в плазму. В приближении заданных электрических токов определены характеристики и параметры антенн ("внешняя" задача). Описаны методы расчета входного импеданса антенн; найден импеданс симметричного электрического вибратора в холодной магнитоактивной плазме.

Обсуждается влияние слабой пространственной дисперсии на излучение электромагнитных и плазменных волн в изотропной среде. Рассмотрены некоторые вопросы излучения электромагнитных волн в холодной магнитоактивной плазме. Для случая изотропной плазмы анализируется "внутренняя" задача излучения - расчет тока в электрической вибраторной антенне.

В в е д е н и е

Антенные устройства предназначены для излучения и приема радиоволн. Передающие антенны преобразуют подводимые к ним от передатчика электромагнитные колебания в излучение электромагнитных волн. В приемных антеннах, наоборот, электромагнитные волны преобразуются в электрические колебания токов и зарядов, которые регистрируются приемниками. В 1887 г. Генрих Герц впервые использовал дипольную антенну (диполь Герца) для экспериментальной проверки и подтверждения электромагнитной теории Максвелла.

Антенны являются важной составной частью многих радиотехнических устройств, используемых для целей радиосвязи, радиолокации, радионавигации и радиозондирования [1, 2]. Помимо наземной радиосвязи в последние годы различные виды антенн находят широкое применение для связи с подземными, подводными и, особенно, космическими объектами, находящимися в средах, электрические параметры которых значительно отличаются от соответствующих параметров воздуха; широкое применение антенны нашли в геофизических и медикобиологических исследованиях [3, 4].

Окружающая антенну среда при определенных условиях оказывает существенное влияние на характеристики антенн. Это позволяет использовать антенны для целей диагностики различных сред. Например, радиозонд, помещенный в плазму, позволяет измерять многие параметры плазмы - температуру электронов и ионов, концентрацию заряженных частиц и т.д.

В силу принципа взаимности передающую антенну можно использовать для приема электромагнитных волн, а приемную - для излучения.

Разнообразие конструкций антенных систем столь велико, что здесь невозможно описать и даже перечислить их особенности. Поэтому будут рассмотрены в основном простейшие излучатели - электрические вибраторы (линейная проволочная антенна, элементарные диполи). В некоторых случаях используются и магнитные диполи - рамки с электрическим током. Современные сложные антенные системы - антенные решетки - состоят из набора идентичных электрических вибраторов. Например, фазированные антенные решетки (ФАР) , позволяющие управлять положением и параметрами диаграммы направленности, получили наиболее широкое распространение в современной технике СВЧ. Не менее сложными являются антенные системы радиотелескопов [5 - 7] . Принцип действия радиотелескопа тот же, что и оптического: он собирает в металлическом отражателе (изогнутом "зеркале") энергию падающих электромагнитных волн и направляет ее в приемник. Диаметр антенной чаши крупнейшего радиотелескопа в Аресибо (Пуэрто-Рико) составляет 300 м.

Если характерные геометрические размеры антенной системы меньше длины электромагнитной волны в окружающей среде, то принято говорить об элементарных излучателях - электрическом и магнитном диполе, квадруполе и т.д.

Основными параметрами приемо-передающих антенн являются диаграмма направленности, входной импеданс и коэффициент полезного действия (К.П.Д.) . Вторичные параметры антенны - коэффициент направленного действия (КНД) , ширина главного лепестка диаграммы направленности, уровень боковых лепестков, сопротивление излучения, рабочая полоса частот.

Приемные антенны характеризуют теми же параметрами, что и передающие. Однако, для приемных антенн вводятся дополнительные характеристики (параметры) : эффективная площадь для апертурных антенн и действующая высота (длина) - для линейных проволочных антенн ; эффективная шумовая температура антенны, помехозащищенность.

В связи с быстрым развитием космической техники в настоящее время большое внимание уделяется изучению характеристик антенн, находящихся в плазме. Установленные на борту космических аппаратов антенны позволяют не только осуществить радиосвязь, но и исследовать параметры ионосферной, магнитосферной и межпланетной плазмы [8] . Имеется значительное число публикаций, посвященных расчетам параметров антенны, расположенной в плазме (см., например, [9 -12]).

Цель данной работы - изложить основы теории линейных электрических антенн в плазме, продемонстрировать влияние плазмы на такие характеристики антенн, как входной импеданс и диаграмма направленности.

Здесь будут рассмотрены основные вопросы теории линейных электрических антенн, помещенных в плазму. Все рассмотрение ведется на примере симметричного электрического вибратора. Известно, что теория антенн подразделяется на две части: более сложная "внутренняя задача" теории состоит в нахождении функции распределения плотности высокочастотных электрических токов $\vec{j}_s(\vec{R})$ излучающей системы. "Внешняя задача" заключается в нахождении электромагнитных полей по известному распределению плотности электрических токов. "Внутренняя задача", как правило, сводится к интегральному или интегро-дифференциальному уравнению для электрических токов в антенне с учетом граничных условий и условий возбуждения ("запитки") антенны [I, 2, 4, I3].

Такое разделение удобно и полезно в целом ряде случаев. Например, в теории излучения электромагнитных волн при движении заряженных частиц малых размеров (черенковское, переходное и магнитотормозное излучение) рассматривается только "внешняя задача", по-существу, без учета влияния сил реакции излучения на движение частиц [I4, I5]. Иное положение имеет место в теории синтеза антенн, когда по заданным параметрам электромагнитного поля требуется найти распределение электрических токов, и в конечном итоге, отыскать соответствующую конструкцию антенной системы.

Содержание состоит из трех разделов. В первом разделе изучается работа антенн в холодной изотропной плазме. Здесь в приближении заданных электрических токов определяются все основные характеристики и параметры антенн в плазме ("внешняя задача"). Во втором параграфе сформулирована и изучена "внутренняя задача" теории линейных (проволочных) антенн - составлено интегро-дифференциальное уравнение для тока в антенне и указаны способы его приближенного решения.

Во втором разделе рассматривается проблема излучения электромагнитных и электростатических (плазменных) волн в изотропной плазме с учетом теплового движения электронов в приближении слабой пространственной дисперсии [I0, I6].

В третьем заключительном разделе рассмотрены некоторые вопросы излучения электромагнитных волн в холодной однородной магнитоактивной плазме. Так как окончательного решения последняя проблема не получила, то анализ её в третьем разделе не является достаточно полным и завершенным.

I. АНТЕННА В ИЗОТРОПНОЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ

I.I. Основные параметры антенн в среде

Теория антенных систем и технические расчеты характеристик антенн основываются на теории электромагнитного поля. Уравнения Максвелла для гармонических процессов $\sim exp(i\omega t)$ в системе СИ записываются в виде

$$rot\,\vec{H} = \vec{j}_s + i\omega\vec{D}, \qquad (I.1) \qquad\qquad div\,\vec{D} = \rho_s, \qquad (I.3)$$

$$rot\,\vec{E} = -i\omega\vec{B}, \qquad (I.2) \qquad\qquad div\,\vec{B} = 0. \qquad (I.4)$$

Здесь использованы обычные обозначения: $\vec{E}$ и $\vec{H}$ - напряженность электрического и магнитного поля, $\vec{D}$ и $\vec{B}$ - электрическая и магнитная индукции ; сторонние электрические токи и заряды в антенне связаны уравнением непрерывности

$$i\omega\rho_s + div\,\vec{j}_s = 0. \qquad (I.5)$$

Материальные уравнения для сред представим в виде*)

$$\vec{D} = \hat{\varepsilon}(\omega)\varepsilon_0\vec{E}, \qquad\qquad \vec{B} = \mu_0\vec{H}, \qquad (I.6)$$

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega), \qquad (I.7)$$

где $\hat{\varepsilon}$ и ε_{ij} - тензор диэлектрической проницаемости среды, диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума

$$\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}, \qquad \mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}\ \text{Гн/м}. \qquad (I.8)$$

Если ввести вектор-потенциал $\vec{A}$ и скалярный потенциал Φ для описания электромагнитных полей и воспользоваться калибровкой Ло-

*) В плазме с большой точностью $\mu = \mu_0$.

ренца, то в случае однородной изотропной среды поля через $\vec{A}$ и Φ выразятся следующим образом:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}, \qquad (I.9) \qquad \vec{E} = -\operatorname{grad} \Phi - i\omega \vec{A}, \qquad (I.10)$$

$$i\omega \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 \Phi + \operatorname{div} \vec{A} = 0. \qquad (I.11)$$

При этом уравнения для потенциалов имеют вид

$$\Delta \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}_s, \qquad (I.12)$$

$$\Delta \Phi + k^2 \Phi = -\frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \rho_s. \qquad (I.13)$$

Здесь использовано обычное обозначение для волнового числа в среде

$$k = k_0 \sqrt{\varepsilon}, \qquad k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, \qquad (I.14)$$

k_0 - волновое число в вакууме. В силу калибровочного условия (I.II), достаточно найти решение основного уравнения для электромагнитных потенциалов (I.I2) и определить $\vec{E}$ и $\vec{H}$ по формулам (I.9), (I.I0).

Для произвольного распределения сторонних электрических токов в ограниченном объеме пространства решение (I.I2) легко получить с помощью функции Грина с запаздывающими потенциалами [I7]

$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\vec{j}_s(\vec{R}')\, e^{-ik|\vec{R}-\vec{R}'|}\, d^3\vec{R}'}{|\vec{R}-\vec{R}'|}, \qquad (I.15)$$

где $\vec{R}$ - радиус-вектор точки пространства, в которой находится поле, $\vec{R}'$ - радиус-вектор, по которому ведется интегрирование по распределению сторонних токов,

$$|\vec{R}-\vec{R}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}, \qquad d^3\vec{R}' = dx'\, dy'\, dz'. \qquad (I.16)$$

Аналогично находим решение уравнения (I.I3)

$$\Phi(\vec{R})=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho_s(\vec{R}')\, e^{-ik|\vec{R}-\vec{R}'|}\, d^3\vec{R}'}{|\vec{R}-\vec{R}'|}. \qquad (I.17)$$

Выражение для полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ через потенциал (I.I5) запишем в виде

$$\vec{E}=-\frac{i\omega\mu_0}{4\pi k^2}\left(\nabla \operatorname{div}+k^2\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\vec{j}_s(\vec{R}')\, e^{-ik|\vec{R}-\vec{R}'|}\, d^3\vec{R}'}{|\vec{R}-\vec{R}'|}, \qquad (I.18)$$

$$\vec{H}=\frac{1}{4\pi}\operatorname{rot}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\vec{j}_s(\vec{R}')}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\, e^{-ik|\vec{R}-\vec{R}'|}\, d^3\vec{R}'. \qquad (I.19)$$

Пусть электрические токи занимают ограниченную область пространства с максимальным характерным размером L, т.е. $R'=\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}\leqslant \leqslant L$ В этом случае волновая зона (зона Фраунгофера) системы сторонних токов расположена на расстоянии R, удовлетворяющем условию [17]

$$kL^2 \ll R. \qquad (I.20)$$

В зоне Фраунгофера выражения (I.I5) и (I.I7) значительно упрощаются и принимают вид

$$\vec{A}(\vec{R})=\frac{\mu_0}{4\pi R}\,\dot{\vec{I}}_\kappa\, e^{-ikR}, \qquad (I.21)$$

$$\Phi(\vec{R})=\frac{\dot{\rho}_\kappa}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}\, e^{-ikR}, \qquad (I.22)$$

где введены следующие обозначения для фурье-спектров плотности электрических токов и зарядов

$$\vec{I}_k = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{j}_s(\vec{R}')\, e^{ik(\vec{n}_0 \vec{R}')}\, d^3\vec{R}', \qquad (I.23)$$

$$\rho_k = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_s(\vec{R}')\, e^{ik(\vec{n}_0 \vec{R}')}\, d^3\vec{R}'. \qquad (I.24)$$

Здесь введены обозначения

$$\vec{n}_0 = \frac{\vec{R}}{R}, \qquad (\vec{n}_0 \vec{R}') = \frac{xx' + yy' + zz'}{R}. \qquad (I.25)$$

С помощью соотношений (I.9) - (I.II),(I.2I) , (I.22) находим поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в волновой зоне

$$\vec{E} = -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi R}\left[\vec{I}_k - \vec{n}_0(\vec{n}_0 \vec{I}_k)\right] e^{-ikR}, \qquad (I.26)$$

$$\vec{H} = -\frac{ik}{4\pi R}\left[\vec{n}_0 \times \vec{I}_k\right] e^{-ikR}. \qquad (I.27)$$

Таким образом, электромагнитные поля в волновой зоне полностью определяются фурье-образами сторонних электрических токов. Средняя за период $T = 2\pi/\omega$ плотность потока энергии электрического поля определяется вектором Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right], \qquad (I.28)$$

(*) - означает комплексно-сопряженную величину. Подставляя в (I.28) соотношения (I.26), (I.27) находим, что

$$\vec{S} = \frac{\omega^2 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\, \mu_0}{32\pi^2 R^2}\, \vec{n}_0 \left(\left[\vec{n}_0 \times I_k\right] \cdot \left[\vec{n}_0 \times I_k^*\right]\right). \qquad (I.29)$$

Это означает, что поток энергии в сферической системе координат R,

θ, φ (см. рис. I.I) с центром внутри области, занятой сторонними электрическими токами, в соответствии с (I.29) имеет только радиальную компоненту

$$S_R = \frac{\omega^2 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\, \mu_0}{32 \pi^2 R^2} \left| \left[\vec{n}_0 \times \vec{I}_K \right] \right|^2. \tag{I.30}$$

В соответствии с определением функции I_K по формуле (I.23) и тем, что в сферических координатах

$$(\vec{n}_0 \vec{R'}) = (x' \cos\varphi + y' \sin\varphi) \sin\theta + z' \cos\theta, \tag{I.31}$$

ясно, что интенсивность излучения S_R записывается в виде

$$S_R = W(\theta, \varphi) / R^2. \tag{I.32}$$

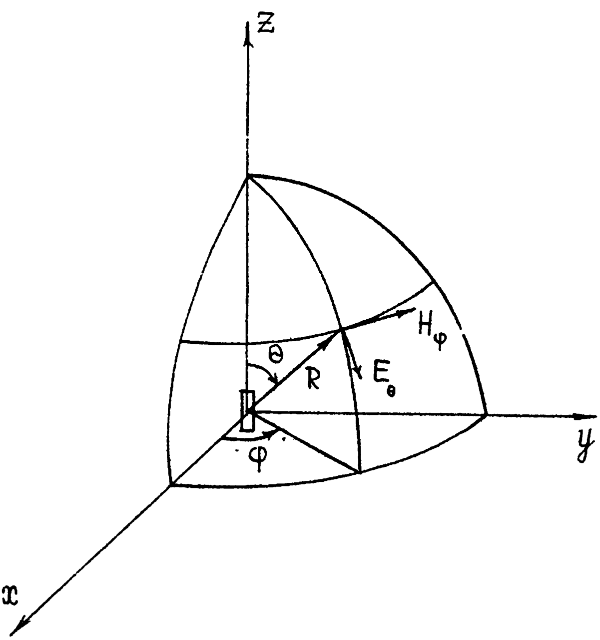

Рис. I.I

Полная мощность излучения определяется потоком энергии через сферу радиуса R [18]:

$$W_0 = R^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} W(\theta, \varphi) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi. \qquad (I.33)$$

Функция $W(\theta, \varphi)$ представляет распределение радиального потока энергии по углам θ, φ в волновой зоне и называется диаграммой направленности по мощности. Таким образом, диаграмма направленности описывает мощность, излучаемую антенной в различных направлениях. Важным параметром антенны, характеризующим её свойство направлять основной поток энергии в выделенном направлении (в область главного лепестка), является коэффициент направленного действия D , который определяется соотношением [19]

$$D = \frac{\int_{\Omega} W_{max} \, d\Omega}{\int_{\Omega} W \, d\Omega} = \frac{4\pi W_{max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} W(\theta, \varphi) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}, \qquad (I.34)$$

$$D = 4\pi W_{max} / W_0 , \qquad (I.34')$$

где W_{max} - мощность излучения в направлении главного максимума. Следовательно, КНД показывает выигрыш по мощности, который получается в направлении главного максимума излучения за счет концентрации энергии антенной в этом направлении и ослабления в других.

Важным параметром теории приемо-передающих антенн является сопротивление излучения R_Σ , которое определяется отношением мощности излучения (I.33) W_0 к квадрату силы электрического тока на входе антенны [19]

$$R_\Sigma = 2 W_0 / I_0^2 . \qquad (I.35)$$

Сопротивление излучения является частью входного импеданса или полного сопротивления антенны. Ближнее поле антенны содержит реактивную часть электромагнитной мощности W_1 и, следовательно, входной импеданс антенны

$$Z_A = 2(W_0 + iW_1)/|I_0|^2 = R_\Sigma + iX. \qquad (I.36)$$

Влияние входного сопротивления на работу антенны проявляется в проблеме согласования антенны с источником колебаний в передатчиках и нагрузкой в приемниках. На рис. I.2 схематически представлена электрическая цепь в антенне с приемо-передающим устройством:

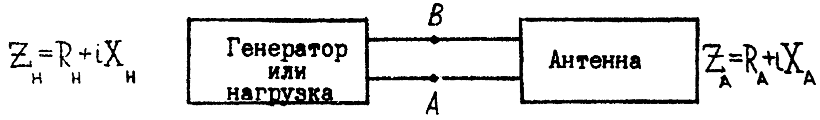

Рис. I.2

Z_A - входной импеданс антенны, $Z_н$ - импеданс нагрузки. Ток через нагрузку определяется выражением

$$I = \frac{U}{Z_A + Z_н} = \frac{U}{(R_A + R_н) + i(X_A + X_н)}, \qquad (I.37)$$

где U - напряжение холостого хода генератора. Мощность, передаваемая нагрузке

$$P = \frac{1}{2} R_н I I^* = \frac{R_н U^2}{2[(R_A + R_н)^2 + (X_A + X_н)^2]}. \qquad (I.38)$$

Максимальная мощность передается в нагрузку при условии

$$X_A = -X_н, \quad R_A = R_н. \qquad (I.39)$$

При этом $P_{max} = U^2/8R_A$. Следовательно, условие согласования антенны с приемо-передающим трактом записывается в виде

$$Z_н = Z_A^*. \qquad (I.40)$$

В антенной системе имеются собственные омические потери и омическое сопротивление $R_п$, поэтому

$$R_A = R_\Sigma + R_п. \qquad (I.41)$$

В связи с этим для антенн вводится коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{R_\Sigma}{R_\Sigma + R_n}\,, \tag{I.42}$$

который характеризует эффективность преобразования энергии в излучение и, наоборот, излучения в энергию приёма.

С коэффициентами направленного действия D и полезного действия η просто связан коэффициент усиления антенны

$$G = D \cdot \eta \tag{I.43}$$

Коэффициент усиления антенны указывает во сколько раз нужно увеличить входную мощность при замене направленной антенны с потерями на изотропную ненаправленную антенну без потерь при условии сохранения постоянного максимального значения мощности излучения W_{max}.

В случае линейного распределения электрического тока из соотношения (I.26) можно получить следующее представление для электрического поля в волновой зоне [2]

$$\vec{E} = \frac{Z_c}{2\lambda}\, h_g\, I_A\, \vec{F}(\theta,\varphi). \tag{I.44}$$

Здесь использовано обозначение для волнового сопротивления изотропной среды:

$$Z_c = Z_0/\sqrt{\varepsilon}\,, \quad Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi \ (\text{Ом}). \tag{I.45}$$

Для холодной изотропной плазмы

$$Z_c = Z_0 \,/\sqrt{\varepsilon(\omega)}\,, \tag{I.46}$$

λ - длина волны в среде, $\vec{F}(\theta,\varphi)$ - в общем случае комплексная векторная характеристика направленности и поляризации электрического поля в волновой зоне, нормированная на единицу; h_g - действующая длина линейной антенны.

В случае апертурных антенн вместо действующей длины используется другой параметр - эффективная площадь антенны

$$S_{эф} = \lambda^2 D/4\pi\,, \tag{I.47}$$

где λ - длина волны в среде, D - коэффициент направленного действия. Эффективная площадь антенны определяет величину максимальной мощности, которая извлекается приемной антенной из падающей электромагнитной волны. В дальнейшем здесь не рассматриваются апертурные антенны, а более подробные сведения об $S_{эф}$ можно найти в работах [I - 3].

Поляризационные характеристики линейных антенн содержатся в соотношениях (I.26) - (I.29), (I.44) и обсуждены только в связи с конкретными примерами.

В качестве примера рассмотрим поле элементарного электрического диполя в безграничной изотропной холодной плазме. Поместим диполь в начале сферической системы координат и направим его вдоль полярной оси. Распределение тока в диполе представим в виде

$$j_z = I_z \ell \, \delta(\vec{R}), \tag{I.48}$$

где $I_z \ell = p$ - токовый момент диполя, $\delta(\vec{R})$ - дельта-функция Дирака. Подставив (I.48) в (I.14), найдем компоненты векторного потенциала

$$A_r = \frac{\mu_0 p}{4\pi R} \cos\theta \, e^{-ikR},$$

$$A_\theta = -\frac{\mu_0 p}{4\pi R} \sin\theta \, e^{-ikR}, \tag{I.49}$$

$$A_\varphi = 0$$

Используя выражения (I.9) и (I.10), запишем компоненты электрического и магнитного полей

$$E_r = \frac{p\cos\theta}{2\pi i\omega\varepsilon\varepsilon_0 R^3} (1 + ikR) e^{-ikR}, \tag{I.50}$$

$$E_\theta = \frac{p\sin\theta}{4\pi i\omega\varepsilon\varepsilon_0 R^3} \left[1 + ikR + (ikR)^2\right] e^{-ikR},$$

$$H_\varphi = \frac{p \sin\theta}{4\pi R^2}(1 + ikR)\, e^{-ikR}, \qquad (I.50)$$

$$E_\varphi = H_r = H_\theta = 0.$$

Полученные выражения определяют электромагнитные поля, создаваемые в однородной изотропной плазме элементарным электрическим диполем.

В волновой зоне при $kR \gg 1$, в соответствии с (I.26) и (I.27), поле имеет две отличные от нуля компоненты

$$E_\theta = i\frac{p k Z_c \sin\theta}{4\pi R} e^{-ikR},$$

$$H_\varphi = i\frac{p k \sin\theta}{4\pi R} e^{-ikR}. \qquad (I.51)$$

Таким образом, электромагнитное поле элементарного электрического диполя в волновой зоне является поперечным. Вектор Пойнтинга имеет только радиальную компоненту

$$S_r = \frac{p^2 k^2 Z_c \sin^2\theta}{32\pi^2 R^2}. \qquad (I.52)$$

Диаграмма направленности может быть записана в виде

$$W(\theta, \varphi) = W(\theta) = \frac{p^2 k^2 Z_c \sin^2\theta}{32\pi^2 R^2}. \qquad (I.52')$$

Для характеристики направленных свойств излучателей обычно используют нормированную диаграмму направленности

$$f(\theta, \varphi) = \frac{W(\theta, \varphi)}{W_{max}}. \qquad (I.53)$$

Диаграмма направленности элементарного электрического диполя имеет вид

$$f(\theta, \varphi) = f(\theta) = \sin^2\theta \tag{I.54}$$

Используя соотношения (I.34) и (I.54) , легко подсчитать коэффициент направленного действия D . Он равен

$$D = 3/2, \tag{I.55}$$

то есть мощность, излучаемая элементарным диполем в направлении главного максимума в полтора раза превосходит мощность, излучаемую гипотетическим изотропным излучателем.

Полную мощность W_0 , можно подсчитать проинтегрировав (I.52) по поверхности сферы радиуса R . В результате получаем полную мощность, излучаемую диполем

$$W_0 = \frac{p^2 k^2 Z_c}{12\pi}. \tag{I.56}$$

Отсюда, с учетом (I.35) , следует, что сопротивление излучения элементарного диполя

$$R_\Sigma = 20\sqrt{\varepsilon}(k_0 \ell)^2 \ (\text{Ом}). \tag{I.57}$$

Выражение (I.51) для напряженности электрического поля элементарного диполя в волновой зоне может быть представлено в виде(I.44). При этом действующая длина элементарного диполя

$$h_g = \ell, \tag{I.58}$$

а функция $\vec{F}(\theta, \varphi)$ имеет вид

$$\vec{F}(\theta, \varphi) = i\sin\theta \cdot \vec{\ell}_\theta, \tag{I.59}$$

где $\vec{\ell}_\theta$ - единичный орт, соответствующий координате θ .

Приведенные выше основные параметры элементарного излучателя в изотропной холодной плазме получены в предположении положительных значений относительной диэлектрической проницаемости. В изотропной холодной плазме

$$\varepsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2 , \qquad (I.60)$$

где ω_p - плазменная частота. Следовательно, вблизи плазменного резонанса, т.е. на частотах $\omega \simeq \omega_p$ компоненты электрического поля E_r и E_θ имеют особенность. При $\omega \to \omega_p$ излучаемая мощность $W_0 \to 0$. На частотах $\omega < \omega_p$ диэлектрическая проницаемость отрицательна, излучаемая мощность и сопротивление излучения становятся чисто мнимыми. Это связано с тем, что на частотах ниже плазменной среда становится непрозрачной для электромагнитных волн.

I.2 Методы расчета распределения тока и входного импеданса антенны.

В разделе I.I на примере элементарного диполя были рассмотрены способы вычисления основных параметров антенн - диаграммы направленности и сопротивления излучения. Аналогично могут быть рассчитаны характеристики линейных излучателей произвольных размеров, если распределение тока в них известно.

В этом разделе рассматривается задача о нахождении распределения тока в антенне, находящейся в холодной изотропной плазме. Получено интегро-дифференциальное уравнение тока и обсуждаются некоторые приближенные методы его решения. Описаны способы вычисления входного импеданса антенны.

Пусть антенна представляет собой два сплошных металлических цилиндра радиусом a и длиной L , разделенные между собой промежутком толщиной $2\Delta z$ (см. рис. I.3) . Между плечами диполя включен источник ЭДС, создающий в "зазоре" электрическое поле с напряженностью E_z^s . Если металл, из которого изготовлена антенна, является идеально проводящим, то ток будет течь лишь по поверхности. Плотность поверхностного тока $\vec{j}_s$ может быть записана в виде

$$\vec{j}_s = \frac{I(z)}{2\pi a}\,\delta(r-a)\,\vec{i}_z , \qquad (I.61)$$

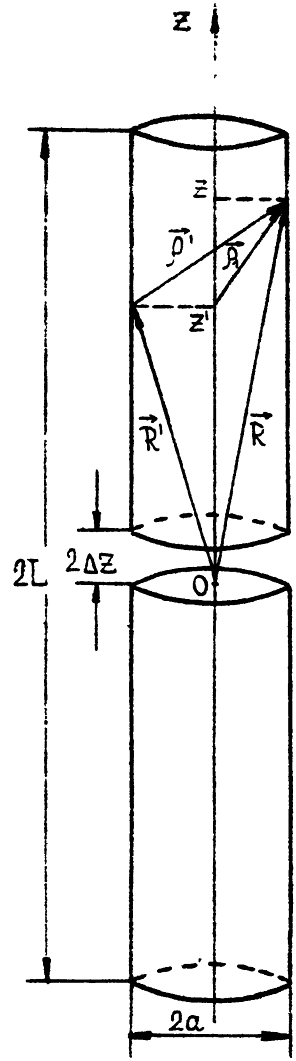

Рис. I.3

где $I(z)$ - полный ток в антенне, $\vec{i}_z$ - единичный вектор вдоль оси z. (Используется цилиндрическая система координат r, φ, z с осью z, направленной вдоль оси диполя). На поверхности диполя тангенциальная компонента электрического поля должна обращаться в нуль. Следовательно, граничное условие можно представить в виде

$$E_z^s(r=a) + E_z(r=a) = 0, \tag{1.62}$$

где E_z - z-я компонента напряженности электрического поля, создаваемая поверхностными токами.

Выразим E_z через полный ток в антенне. Для этого воспользуемся соотношением (I.18). Учитывая, что сторонний ток направлен по оси z, запишем [18]

$$E_z = -i\frac{Z_c}{8\pi^2 k}\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2\right)\int_0^{2\pi}\int_{-L}^{L} I(z')\frac{e^{-ikp'}}{p'}\,d\varphi'\,dz, \tag{I.63}$$

где

$$p' = \left[2a^2(1-\cos\varphi') + (z-z')^2\right]^{1/2}$$

Подставив (I.63) в (I.62), получим следующее интегро-дифференциальное уравнение для тока

$$E_z^s = i\frac{Z_c}{8\pi^2 k}\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2\right)\int_0^{2\pi}\int_{-L}^{L} I(z')\frac{e^{-ikp'}}{p'}\,d\varphi'\,dz'. \tag{I.64}$$

Точное решение уравнения (I.64) можно получить лишь численными методами. Однако, используя некоторые упрощающие предположения, можно получить приближенные решения, которые с достаточной степенью точности описывают реальное распределение тока в антенне. Для этого заменим в ядре уравнения p' на p_1, p_1 определяется выражением

$$p_1 = \left[a^2 + (z-z')^2\right]^{1/2}. \tag{I.65}$$

Такая замена означает, что ток протекает по оси диполя. Если диполь достаточно тонкий ($a/L \ll 1$), то получается решение, хорошо согласующееся с данными эксперимента.

Решение уравнения (I.64) можно получить, перейдя от интегрирования по z' к интегрированию по ρ_1 .

Из (I.65) следует, что

$$
\begin{aligned}
z' &= z - \left[\rho_1^2 - a^2\right]^{1/2} \qquad \text{при} \quad z' < z, \\
z' &= z + \left[\rho_1^2 - a^2\right]^{1/2} \qquad \text{при} \quad z < z'.
\end{aligned}
\tag{I.66}
$$

Тогда

$$
\begin{aligned}
\frac{dz'}{\rho_1} &= -\frac{d\rho_1}{\sqrt{\rho_1^2 - a^2}} = -d\left\{\ln\left[\rho_0\left(\rho_1 + \sqrt{\rho_1^2 - a^2}\right)\right]\right\}, \quad z > z', \\
\frac{dz'}{\rho_1} &= \frac{d\rho_1}{\sqrt{\rho_1^2 - a^2}} = d\left\{\ln\left[\rho_0\left(\rho_1 + \sqrt{\rho_1^2 - a^2}\right)\right]\right\}, \quad z' > z,
\end{aligned}
\tag{I.67}
$$

где ρ_0 - произвольная константа интегрирования, которую можно выбрать, в частности, равной k .

С учетом (I.66) и (I.67) уравнение (I.64) приводится к виду

$$
\begin{aligned}
i\frac{Z_c}{4\pi k}\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2\right)&\left\{-\int_{-L}^{z} I(z')\, e^{-ik\rho_1}\, d\ln\left[\rho_0\left(\rho_1 + \sqrt{\rho_1^2 - a^2}\right)\right] + \right. \\
&\left. + \int_{z}^{L} I(z')\, e^{-ik\rho_1}\, d\ln\left[\rho_0\left(\rho_1 + \sqrt{\rho_1^2 - a^2}\right)\right]\right\} = E_z^s .
\end{aligned}
\tag{I.68}
$$

Интегрируя по частям и учитывая граничные условия для тока

$$
I(-L) = 0, \qquad I(L) = 0, \tag{I.69}
$$

получаем

$$
-i\frac{Z_c}{4\pi k}\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2\right)\left\{2I(z)\, e^{-ika}\ln(ka) - \int_{-L}^{z}\ln\left[k\left(\rho_1 + \sqrt{\rho_1^2 - a^2}\right)\right] d\left[I(z')\, e^{-ik\rho_1}\right] - \right.
$$

$$-\int_{z}^{L} \ln\left[k\left(\rho_1+\sqrt{\rho_1^2-a^2}\right)\right] d\left[I(z')e^{-ik\rho_1}\right]\Bigg\} = E_z^{s}. \qquad (I.70)$$

Введем обозначения : $\qquad \Omega = 2\ln(ka), \qquad (I.71)$

$$G = i\frac{Z_c}{4\pi k}\left(\frac{d^2}{dz^2}+k^2\right)\int_{-L}^{L} \operatorname{sign}(z-z')\ln\left\{k\left[\sqrt{(z-z')^2+a^2}+(z-z')\right]\right\}\times$$

$$\times\frac{d}{dz'}\left[I(z')\exp\left(-ik\sqrt{a^2+(z-z')^2}\right)\right]dz' \qquad (I.72)$$

Учтем, что $ka \ll 1$, и положим в (I.70) $e^{-ika} \approx 1$. Тогда (I.70) примет вид

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2}+k^2 I(z) = i\frac{4\pi k}{Z_c\,\Omega}\left[G(I,z)+E_z^{s}\right]. \qquad (I.73)$$

Это уравнение может быть решено методом последовательных приближений. Представим $I(z)$ в виде ряда по степеням малого параметра $1/\Omega$

$$I(z) = I_0(z)+\frac{1}{\Omega}I_1(z)+\frac{1}{\Omega^2}I_2(z)+\ldots \qquad (I.74)$$

Аналогично запишем

$$G(I,z) = G(I_0,z)+\frac{1}{\Omega}G(I_1,z)+\frac{1}{\Omega^2}G(I_2,z)+\ldots \qquad (I.75)$$

Подставляя (I.74) и (I.75) в (I.73), получим систему уравнений последовательных приближений

$$\frac{d^2 I_0}{dz^2}+k^2 I_0 = 0, \qquad (I.76)$$

$$\frac{d^2 I_1}{dz^2} + k^2 I_1 = i\,\frac{4\pi k}{Z_0}\left[G(I_0, z) + E_z^s\right], \tag{I.77}$$

$$\frac{d^2 I_2}{dz^2} + k^2 I_2 = i\,\frac{4\pi k}{Z_0}\, G(I_1, z). \tag{I.78}$$

Решение уравнения нулевого приближения (I.76) может быть записано в виде

$$I_0(z) = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz. \tag{I.79}$$

Это решение удовлетворяет граничным условиям (I.69) при

$$\sin(2kL) = 0, \tag{I.80}$$

откуда

$$L = n\,\lambda/4, \qquad n = 1, 2, \ldots, \tag{I.81}$$

где n - целое число.

При L, не удовлетворяющем условиям (I.81), $I_0(z) \equiv 0$ и $G_0(I_0, z) \equiv 0$. Уравнение (I.77) в этом случае принимает вид

$$\frac{d^2 I_1}{dz^2} + k^2 I_1 = i\,\frac{4\pi k}{Z_c}\, E_z^s. \tag{I.82}$$

Можно показать, что решение уравнения (I.82), удовлетворяющее граничным условиям.

$$I_1(-L) = I_1(L) = 0, \tag{I.83}$$

имеет вид

$$I_1(z) = -i\,\frac{4\pi}{Z_c \sin 2kL}\left\{\sin[k(L-z)]\int_{-L}^{z} E_z^s(z')\sin[k(L+z')]\,dz' + \right.$$

$$+\sin\left[k(L+z)\right]\int\limits_{z}^{L} E_z^s(z')\sin\left[k(L-z')\right]dz'\Big\}. \tag{I.84}$$

Из выражения (I.84) видно, что в первом приближении $I_1(z)$ определяется видом функции $E_z^s(z')$. Предположим, что E_z^s отлична от нуля лишь в зазоре толщиной $2\Delta z$. Обозначим

$$\mathcal{E}^s = \int\limits_{-\Delta z}^{\Delta z} E_z^s(z')\,dz'. \tag{I.85}$$

Тогда

$$I_1(z) = -i\,\frac{2\pi\,\mathcal{E}^s}{Z_c\cos kL}\sin\left[k(L+z)\right] \quad \text{при} \quad z<-\Delta z,$$
$$I_1(z) = -i\,\frac{2\pi\,\mathcal{E}^s}{Z_c\cos kL}\sin\left[k(L-z)\right] \quad \text{при} \quad z>\Delta z. \tag{I.86}$$

Выражения (I.86) при $\Delta z\to 0$ могут быть представлены в виде

$$I_1(z) = -i\,\frac{2\pi\,\mathcal{E}^s}{Z_c\cos kL}\sin\left[k(L-|z|)\right]. \tag{I.87}$$

Формула (I.87) позволяет определить входной импеданс антенны, который в соответствии с (I.36) определяется выражением

$$Z_A = \frac{\mathcal{E}^s}{I(0)} = \frac{\Omega\,\mathcal{E}^s}{\cdot\, I_1(0)} = i\,\frac{Z_c}{\pi}\ln(ka)\,\mathrm{ctg}(kL). \tag{I.88}$$

В первом приближении входной импеданс антенны является чисто мнимым. Для определения реальной части Z_A надо найти следующее приближение для тока.

Распределение тока в антенне может быть найдено более простым методом, в основе которого лежит приближение квазистатики. Будем считать, что выполняются следующие условия:

$$a \ll L, \qquad a \ll \lambda. \tag{I.89}$$

Электромагнитные поля вблизи антенны, т.е. на расстоянии $r \ll \lambda$ могут быть найдены из уравнений (I.I) и (I.3) и представлены в виде [I3]

$$H_\varphi = \frac{I(z)}{2\pi r} + \delta H, \tag{I.90}$$

$$E_r = \frac{Q_z(z)}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} + \delta E, \tag{I.91}$$

где $I(z)$ - полный ток в антенне,

$Q(z)$ - линейная плотность заряда.

В выражениях (I.90) и (I.9I) первые слагаемые описывают квазистатические поля, а величины δH и δE - поправки к ним, связанные с излучением. Ток $I(z)$ и плотность заряда $Q_z(z)$, как это следует из (I.5), связаны между собой соотношением

$$\frac{dI(z)}{dz} + i\omega Q_z(z) = 0. \tag{I.92}$$

Из уравнения (I.2) следует

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{\partial E_r}{\partial z} + i\omega\mu_0 H_\varphi . \tag{I.93}$$

Подставляя в (I.93) выражения (I.90), (I.9I) и принимая во внимание уравнение непрерывности (I.92), получаем

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{i\omega\mu_0}{2\pi r} I(z) + \frac{i}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0\omega r} \frac{d^2 I(z)}{dz^2} + \delta, \tag{I.94}$$

где δ - полная поправка, связанная с излучением. Проинтегрируем (I.94) по r от $r = a$ до $r = \ell^* > a$. В результате получаем

$$E_z(r=a) = \frac{\ln(\ell^*/a)}{2\pi i\omega\varepsilon\varepsilon_0}\left[\frac{d^2 I(z)}{dz^2} + k^2 I(z)\right] - \int_a^{\ell^*} \delta\, dr - E_z(r = \ell^*). \tag{I.95}$$

Введем величину

$$G(I) = -E_z(r=\ell^*) - \int_a^{\ell^*} \delta\, dr, \qquad (I.96)$$

которая является линейным однородным функционалом $I(z)$. Конкретный вид этого функционала в дальнейшем рассматриваться не будет.

Предположим, что на поверхности антенны при $r=a$ выполняется граничное условие (I.62). Подставив (I.95) в (I.62), получим уравнение, определяющее распределение тока в антенне

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} + k^2 I(z) = -\frac{4\pi i k}{Z_c \Omega^*}\left[E_z^s + G(I)\right], \qquad (I.97)$$

где $\Omega^* = 2\ln(\ell^*/a)$.

До сих пор мы не конкретизировали величину ℓ^*. Она может быть выбрана из следующих соображений. Квазистатическое приближение (I.90), (I.91) справедливо до расстояний r, не превышающих λ и L. Поэтому в качестве ℓ^* разумно взять наименьшую из этих величин. Заметим, что свобода в выборе ℓ^* приведет к незначительной ошибке в окончательном результате в силу того, что функция $\Omega^* = 2\ln(\ell^*/a)$ достаточно слабо меняется при изменении аргумента. Если положить $\ell^* = \lambda/2\pi = 1/k$, то $\Omega^* = -\Omega$, и уравнение (I.97) совпадает с уравнением (I.73), полученным из интегро-дифференциального уравнения (I.68).

Заметим, что выражение (I.88) для входного импеданса антенны неприменимо при $kL = m\pi$, где $m = 1, 2, \ldots$ - целое число. Формула (I.88) приводит к бесконечным значениям импеданса в тех случаях, когда длина плеча антенны L равна целому числу полуволн. В связи с этим возникает необходимость в получении приближенных функций распределения тока в антенне, пригодных для "настроенных" антенн $(L = m\lambda/2)$. Методика получения уравнений для тока в антенне в этих случаях приводится в монографии [2].

Для линейной антенны в соответствии с (I.14) выражение для z-компоненты векторного потенциала имеет вид

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{-L}^{L} I(z')\,\frac{e^{-ikr}}{r}\,dz' \qquad (I.98)$$

Используя (I.18), запишем выражение для вертикальной компоненты вектора напряженности электрического поля

$$E_z = -i\frac{\omega}{k^2}\left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z\right) \qquad (I.99)$$

Для идеальной проводящей антенны $E_z = 0$ всюду на поверхности диполя, за исключением области "зазора". С учетом этого из (I.99) следует, что

$$A_z = -i\frac{k}{\omega}\left[C_1\cos(kz) + C_2\sin(k|z|)\right] \qquad (I.100)$$

В соответствии с (I.87) $C_2 = \mathcal{E}^s/2$ и

$$A_z = -i\frac{k}{\omega}\left[C_1\cos(kz) + \frac{1}{2}\mathcal{E}^s\sin(k|z|)\right]. \qquad (I.101)$$

Приравнивая (I.98) и (I.101), получаем интегральное уравнение для тока в антенне [2]

$$i\frac{Z_c}{4\pi}\int\limits_{-L}^{L} I(z')\,\frac{e^{-ikR}}{r}\,dz' = C_1\cos(kz) + \frac{1}{2}\mathcal{E}^s\sin(k|z|). \qquad (I.102)$$

Решение уравнения (I.102) может быть найдено в виде разложения по степеням малого параметра $1/\Omega$, где Ω определяется формулой (I.71). Используя условие равенства нулю тока при $z = \pm L$, получаем

$$I(z) = i\frac{2\pi\mathcal{E}^s}{Z_c\Omega}\,\frac{\sin[k(L-|z|)] + 1/\Omega\,\beta_1(z)}{\cos(kL) + 1/\Omega\,\alpha_1(z)}. \qquad (I.103)$$

Выражения для функций $\alpha_1(z)$ и $\beta_1(z)$ могут быть получены из (I.102), если взять интеграл в левой части (I.102) по частям.

Из выражения (I.103) можно получить формулу для входного импеданса антенны

$$Z_A = -i\frac{Z_c\,\Omega}{2\pi}\;\frac{\cos(kL)+\alpha_1(0)/\Omega}{\sin(kL)+\beta_1(0)/\Omega} \qquad (I.104)$$

Графики зависимости функций $\alpha_1(0)$ и $\beta_1(0)$ от отношения L/λ приведены на рис. I.4, I.5.

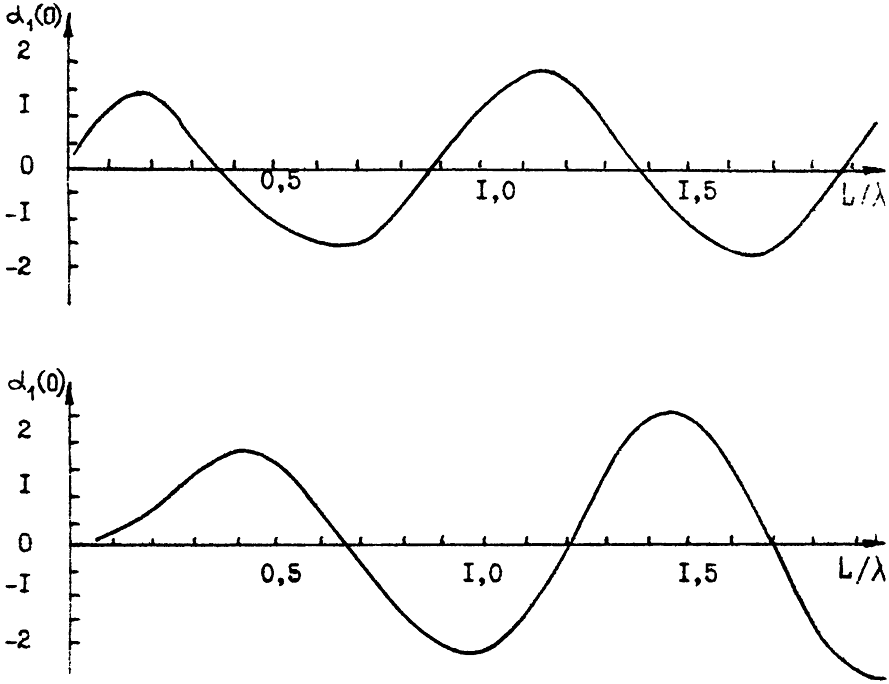

Рис. I.4.

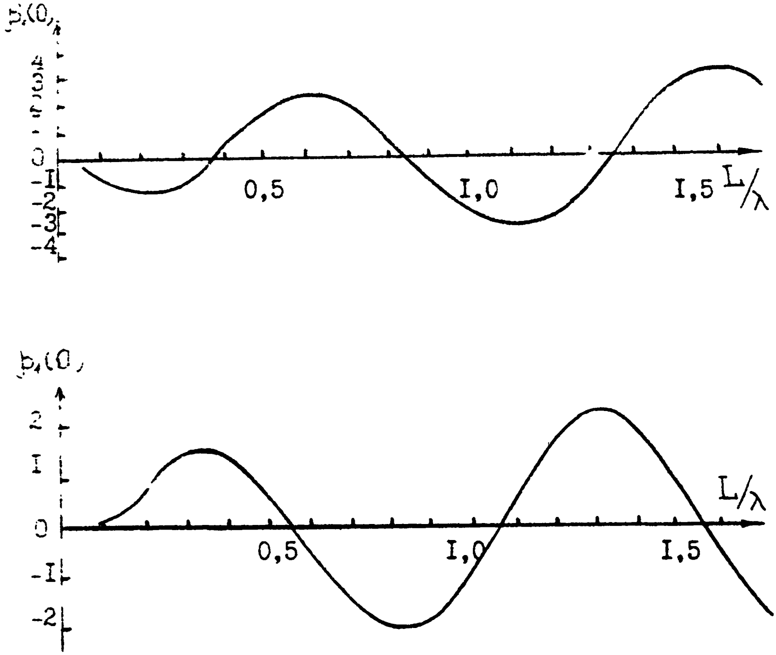

Рис. I.5.

В силу условия $|\Omega| \gg 1$ выражение (I.I04) переходит в (I.88) при $L \neq m\lambda/2$. Для "настроенных" антенн из (I.I04) следует

$$Z_A = -i\,\frac{\Xi_c\,\Omega^2\,\alpha_1(0)}{2\pi\,\beta_1(0)}\,. \qquad (I.I05)$$

Решение интегральных уравнений (I.68) , (I.I02) показало, что в первом приближении распределение тока в антенне можно считать синусоидальным. В этом случае для определения входного импеданса антенны применим метод теории длинных линий.

Для определения характеристик дипольной антенны вводится эквивалентная схема: симметричный вибратор (рис. I.6) заменяется эквивалентной разомкнутой длинной линией (рис. I.7).

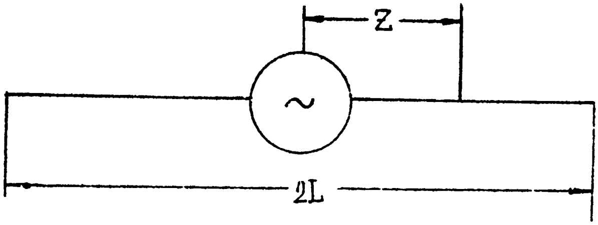

Рис. I.6.

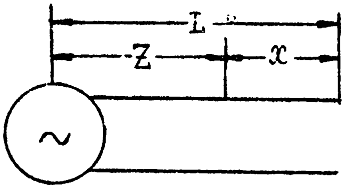

Рис. I.7.

Режим работы идеальной длинной линии, в которой пренебрегается джоулевыми потерями и потерями на излучение, описывается уравнениями [18,19]

$$I(x) = I_н \cos kx + i\, U/\rho_в \sin kx, \qquad (I.106)$$

$$U(x) = U_н \cos kx + i\, I_н \rho_в \sin kx,$$

где $\rho_в$ - волновое сопротивление линии, $U_н$ и $U(x)$ - разность потенциалов между проводами линии в точке присоединения нагрузки $x=0$ и на расстоянии X от нее, $I_н$ и $I(x)$ - токи в этих же точках. Для замкнутой линии $I_н = 0$. Поэтому (I.106) можно переписать в следующем виде

$$I(z) = i\frac{U_н}{\rho_в}\sin\left[k(L-|z|)\right] = I_0 \sin\left[k(\ell-|z|)\right],$$
$$U(z) = U_н/2\ \cos\left[k(L-|z|)\right]. \tag{I.107}$$

Выражения (I.107) позволяют определить входной импеданс антенны

$$Z_A = -i\rho_в\,ctg(kL). \tag{I.108}$$

Волновое сопротивление $\rho_в$ для линейной антенны определяется формулой

$$\rho_в = \frac{120}{\sqrt{\varepsilon}}\left(\ln L/a - 1\right) \quad (Ом). \tag{I.109}$$

Как видно из сопоставления формул (I.88) и (I.108), метод теории длинных линий позволяет вычислить импеданс дипольной антенны с достаточной для практических расчетов точностью.

Значительно более эффективным и более употребительным в настоящее время является метод наводимых ЭДС. Наиболее подробно он изложен в монографии [20]. С помощью этого метода возможен расчет взаимного влияния близко расположенных антенн. Применение этого метода требует задания токов в элементах излучающей системы, что вносит некоторую неопределенность в конечный результат.

Рассмотри излучающую систему, состоящую из n элементов. К каждому из элементов приложены напряжения U_k и в них текут токи I_k. При учете влияния элементов друг на друга можно записать следующие соотношения

$$\begin{aligned}
U_1 &= I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + \ldots + I_n Z_{1n}; \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
U_k &= I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} + \ldots + I_k Z_{kk} + \ldots + I_n Z_{kn}; \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
U_n &= I_1 Z_{n1} + I_2 Z_{n2} + \ldots + I_n Z_{nn}.
\end{aligned} \tag{I.110}$$

Z_{ik} при $i=k$ представляют собой собственные входные импедансы усредненных элементов, при $i \neq k$ – коэффициенты пропорциональности, определяющие влияние токов в других элементах. Коэффициенты Z_{ik} называются взаимными импедансами. При заданных напряжениях на элементах и известных Z_{ik} с помощью системы уравнений (I.II0) можно легко рассчитать амплитуды и фазы токов. Зная токи, можно найти диаграмму направленности системы и входные импедансы элементов. По определению входной импеданс k -го элемента $Z_{k\,вх}$ равен

$$Z_{k\,вх}=\frac{U_k}{I_k}=Z_{k1}\frac{I_1}{I_k}+Z_{k2}\frac{I_2}{I_k}+\ldots+Z_{kk}+\ldots+Z_{kn}\frac{I_n}{I_k}. \qquad \text{(I.III)}$$

Для расчета взаимных импедансов без нарушения общности можно рассмотреть пару элементов с одинаковыми токами. Заметим также, что в общем случае, согласно теореме взаимности $Z_{ik}=Z_{ki}$.

Согласно (I.III)

$$\begin{aligned} Z_{1\,вх} &= Z_{11}+Z_{12}, \\ Z_{2\,вх} &= Z_{22}+Z_{21}. \end{aligned} \qquad \text{(I.II2)}$$

Величины $Z_{12}=Z_{21}$ находятся из следующих соображений. Около элемента I имеется продольная компонента электрического поля E_{z2}, создаваемая током в элементе 2. Будем считать элементы идеально проводящими. Тогда на n поверхностях

$$E_z=E_{z1}+E_{z2}=0, \qquad \text{(I.II3)}$$

где E_{z1} – поле, создаваемое током в элементе I. Предположим, что при наличии 2-го элемента в I-ом элементе в каждой точке возникали ЭДС, компенсирующие действие 2-го элемента $dU_{z2}=-E_{z2}\,dz$ Возникновение этих ЭДС происходит за счет изменения амплитуды и фазы тока I_1. При наличии dU_{z2} в элементе I расходуется дополнительная мощность, равная

$$P_1 = -1/2 \int I_1^* \, dU_{z2} \, . \tag{I.II4}$$

Действительная часть P_1 определяет взаимное, или наводимое, сопротивление излучения, а мнимая - наводимый реактанс.

Таким образом, для расчета Z_{12} следует:

1) Найти поле E_{z2} около I-го элемента.

2) Найти $P_1 = -1/2 \int E_{z2} I_1^* \, dz_1$.

3) Найти $Z_{12} = 2P_1 / |I_1|^2$.

Вследствии того, что $I_1 = I_2$, а E_{z2} пропорциональна I_2, нахождение Z_{12} сводится к вычислению интеграла, зависящего от взаимного расположения элементов. Результаты вычислений приводятся в монографиях [19, 20].

Метод наводимых ЭДС может быть использован и для расчета импеданса уединенной антенны. Выражение для Z_{11} может быть получено с помощью совмещения двух идентичных элементов. При этом, естественно, Z_{12} переходит в $Z_{11} = Z_{22}$.

Формула (I.108) или (I.88) позволяет рассчитать входной импеданс дипольной антенны в холодной изотропной плазме. В области частот $\omega > \omega_p$ импеданс имеет емкостной характер. Вблизи плазменного резонанса при $\omega \to \omega_p$ значение Z_A по модулю неограниченно возрастает. При $\omega < \omega_p$ диэлектрическая проницаемость плазмы становится отрицательной. Положив в (I.108) $\sqrt{\varepsilon} = i\sqrt{|\varepsilon|}$, приходим к выражению

$$Z_A = i \frac{Z_0}{\pi \sqrt{|\varepsilon|}} \ln\left(L/a - 1\right) \operatorname{ctg}\left(|k| L\right). \tag{I.II5}$$

Из (I.115) следует, что на частотах ниже плазменной частоты импеданс имеет индуктивный характер.

2. АНТЕННА В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ СО СЛАБОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

2.I Одножидкостная модель плазмы с тепловым движением.

В холодной изотропной плазме на распространение волн влияют плазменные или ленгмюровские колебания электронов с частотой $\omega_{pe} = (e^2 N / m_e \varepsilon_0)^{1/2}$. Диэлектрическая проницаемость холодной плазмы

$$\varepsilon(\omega) = 1 - (\omega_{pe}/\omega)^2 \tag{2.I}$$

указывает на наличие временной дисперсии волн.

Здесь рассматривается более сложная модель плазмы - плазма с учетом теплового движения электронов в приближении слабой пространственной дисперсии. Известно, что в этом приближении в плазме существуют два типа нормальных волн - поперечные электромагнитные и продольные плазменные волны [2I - 23]. Если по-прежнему интересоваться высокочастотными процессами, то новую ветвь нормальных волн - электростатических, плазменных волн, можно приближенно описывать в рамках модели однокомпонентной электронной жидкости (газа) со средней тепловой скоростью электронов

$$C_{se} = \sqrt{\gamma_e \varkappa T_e / m_e}\ , \tag{2.2}$$

где $\varkappa$ - постоянная Больцмана, T_e - температура электронов, γ_e - показатель адиабаты. Это приближение принято называть слабой пространственной дисперсией.

Электромагнитные процессы малой амплитуды будем описывать следующей системой связанных друг с другом уравнений - уравнениями Максвелла в виде

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j}_s - eN_0 v_e + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\ , \tag{2.3}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \tag{2.4}$$

и линейными уравнениями динамики электронной жидкости

$$\rho_{oe}\frac{\partial v_e}{\partial t} = -\nabla p_e - eN_0\vec{E}, \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \mathrm{div}\, N_0\vec{v_e} = 0, \tag{2.6}$$

$$p_e = C_{se}^2\, \rho_e\,. \tag{2.7}$$

Здесь использованы обозначения: $\rho_{oe} = m_e N_0$ - средняя невозмущенная плотность массы электронов, $\vec{v_e}$ - скорость электронов, p_e и ρ_e - малые возмущения давления плотности электронного газа, n_e - возмущения средней концентрации плазмы $N_e \simeq N_i = N_0$, N_i - концентрация ионов. Уравнение (2.5) - линейное уравнение Эйлера при наличии электрического поля, (2.6) - закон сохранения числа частиц, (2.7) - выражает адиабатичность возмущений. Заметим, что в уравнении (2.8) выделен полный средний электрический ток в плазме $\vec{j_t} = -eN_0\vec{v_e}$, а $\vec{j_s}$ - электрический ток в антенне (сторонний ток).

Получим закон сохранения энергии из системы связанных уравнений (2.3) - (2.7) . Умножим скалярно (2.3) на $\vec{E}$, (2.4) на $\vec{H}$, (2.5) на $\vec{v_e}$, уравнение (2.6) на p_e/N_0 и сложим их. В результате получим закон сохранения энергии

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_0\vec{E}^2 + \mu_0\vec{H}^2}{2} + \frac{p^2}{2\gamma_e p_0} + \frac{\rho_{oe}\vec{v_e}^2}{2}\right) + \mathrm{div}\left(p\vec{v_e} + \vec{E}\times\vec{H}\right) = -\left(\vec{j_s}\vec{E}\right). \tag{2.8}$$

Дополнительные слагаемые в выражении для плотности энергии

$$w = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}^2 + \mu_0 \vec{H}^2}{2} + \frac{p^2}{2\gamma_e p_0} + \frac{\rho_{0e} \vec{v}_e^2}{2}, \qquad (2.9)$$

в соотношении для вектора Умова-Пойнтинга

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} + p\vec{v}_e \qquad (2.10)$$

обусловлены учетом теплового движения. В его отсутствии (2.9) содержит только слагаемое $\frac{1}{2} m_e N_0 \vec{v}_e^2$, обусловленное ленгмюровскими колебаниями холодной плазмы.

Рассматриваемая модель плазмы со слабой пространственной дисперсией широко используется в физике плазмы как при анализе вопросов распространения [21 - 23], так и в проблеме излучения волн [16, 24, 25].

Заметим, что для монохроматических волн в средах со слабой пространственной дисперсией широко используется также феноменологическое соотношение

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) \vec{E} + \delta_1 \, grad \, div \vec{E} + \delta_2 \Delta \vec{E}, \qquad (2.11)$$

которое подробно обсуждается в монографии [21]. Для конкретной модели однокомпонентной электронной плазмы

$\delta_1 = \varepsilon_0 3 \varkappa T_e / (m_e \omega^2)$, $\delta_2 = 0$.

Более реальная, но вместе с тем и более сложная модель среды может быть получена с использованием метода кинетического уравнения [23]. На основе кинетических уравнений Власова может быть описана динамика электронного газа не только в приближении слабой, но и в приближении сильной пространственной дисперсии, когда становится существенным затухание Ландау и следует учитывать неоднородность плазмы.

Здесь мы ограничимся только рассмотрением слабой пространственной дисперсии в рамках модели однокомпонентной электронной жидкости.

2.2 Излучение в плазме со слабой пространственной дисперсией

В приближении заданных сторонних токов в антенне с плотностью $\vec{j}_s$ из уравнений (2.3) - (2.7) получаем следующие уравнения для напряженностей $\vec{E}$ и $\vec{H}$:

$$\Delta \vec{H} + k^2 \vec{H} = -\operatorname{rot} \vec{j}_s , \tag{2.12}$$

$$\Delta \vec{E} - \left(1 - C_{se}^2/c^2\right) \nabla \operatorname{div} \vec{E} + k^2 \vec{E} =$$

$$= i\omega\mu_0 \left(\vec{j}_s + C_{se}^2/\omega^2 \, \nabla \operatorname{div} \vec{j}_s\right), \tag{2.13}$$

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon(\omega) \varepsilon_0 \mu_0 .$$

Из соотношения (2.12) следует, что слабая пространственная дисперсия в приближении одножидкостной модели совершенно не влияет на магнитные поля в плазме.

Точные решения системы уравнений (2.12) - (2.13) по аналогии с (1.18) , (1.19) могут быть записаны в виде

$$\vec{E} = -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi k^2}\left[\left(\nabla \operatorname{div} + k^2\right) \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\vec{j}_s(\vec{R}')\, e^{-ik|\vec{R}-\vec{R}'|}}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\, d^3\vec{R}' + \right. \tag{2.14}$$

$$\left. + (\varepsilon - 1) \nabla \operatorname{div} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\vec{j}_s(\vec{R}')\, e^{-ik_s|\vec{R}-\vec{R}'|}}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\, d^3\vec{R}' \right]; \tag{2.15}$$

$$\vec{H} = \operatorname{rot} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\vec{j}_s(\vec{R}')\, e^{-ik|\vec{R}-\vec{R}'|}}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\, d^3\vec{R}' ,$$

где $k_з^2 = \omega^2/c_{зе}^2$.

Из соотношений (2.12) - (2.13) легко получить дисперсионные соотношения для двух типов нормальных волн в плазме со слабой пространственной дисперсией. Для этого следует искать решение в виде плоских волн $\sim exp(-i\vec{k}\vec{r})$. Тогда

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + c^2k^2, \tag{2.16}$$

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + c_{зе}^2k^2. \tag{2.17}$$

Вводя показатель преломления $n^2 = c^2k^2/\omega^2$, из (2.16), (2.17) получаем

$$n_1^2 = \varepsilon(\omega), \tag{2.18}$$

$$n_{зе}^2 = 1/\beta_T^2\ \varepsilon(\omega), \tag{2.19}$$

где $\beta_T^2 = c_{зе}^2/c^2 \ll 1$. Отсюда видно, что граница областей прозрачности для поперечных волн с показателем преломления $n = n_1$ и плазменных волн с показателем $n = n_{зе}$ совпадает и определяется условием $\omega = \omega_{pe}$.

Отношение показателей преломления $n_1/n_{зе} = \beta_T < 1$., т.е. всегда $n_{зе} > n_1$, что отражает малую фазовую скорость плазменных волн.

В волновой зоне, определяемой условиями

$$k_1L^2 \ll R, \qquad k_{зе}L^2 \ll R, \tag{2.20}$$

где L - характерный размер излучающей системы, из соотношений (2.14), (2.15) получаем

$$\vec{E} = \frac{ik_1 Z_c}{4\pi R}\left\{\vec{n}_0 \times \left[\vec{n}_0 \times \vec{I}_к\right] e^{-ik_1R} + \right. \tag{2.21}$$

$$\left. + \frac{1-\varepsilon(\omega)}{\beta_T^2}\vec{n}_0\left(\vec{n}_0\vec{I}_к^{(з)}\right)e^{-ik_зR}\right\},$$

$$\vec{H} = -\frac{ik}{4\pi R}\left[\vec{n}_0 \times \vec{I}_k\right] e^{-ik_1 R} \qquad (2.22)$$

По аналогии с (I.23) здесь введено обозначение

$$\vec{I}_k^{(s)} = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{j}_s(\vec{R}') e^{ik_s(\vec{R}'\vec{n}_0)} d^3\vec{R}'. \qquad (2.23)$$

Из соотношений (2.2I) , (2.22) видно, что в волновой зоне при учете слабой пространственной дисперсии кроме поперечных электромагнитных волн, в которых $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны $\vec{n}_0$, появляется чисто продольное плазменное поле.

Отметим некоторые простые следствия выражений (2.2I) , (2.22): отсутствует магнитное поле плазменных волн, азимутальные электрические токи в кольцевых антеннах не возбуждают плазменных волн в силу условия $(\vec{n}_0 \vec{I}_k^{(s)}) = 0$. Для произвольного распределения тока $\vec{j}_s(\vec{R})$ электрическое поле плазменных волн

$$\vec{E}_p = \frac{ik_1 Z_c}{4\pi R \beta_T^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \vec{n}_0 (\vec{n}_0 \vec{I}_k^{(s)}) e^{-ik_s R} \qquad (2.24)$$

имеет большую амплитуду в в силу малости параметра β_T .

Рассмотрим поле элементарного электрического диполя, распределение тока в котором определяется формулой (I.48) , в плазме со слабой пространственной дисперсией. Сравнивая выражения (I.I8) , (I.I9) и (2.2I) , (2.22) , легко убедиться в том, что отличие от излучателя в холодной плазме заключается в появлении аддитивного слагаемого в (2.2I) , определяющего поле плазменных волн. В связи с этим полное поле в плазме со слабой пространственной дисперсией удобно представить в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_{tz} + \vec{E}_p, \qquad (2.25)$$

где компоненты вектора $\vec{E}_{tz}$ в сферической системе координат определяются выражениями (I.50), а плазменное поле $\vec{E}_p$ имеет лишь одну радиальную отличную от нуля компоненту

$$E_{zp} = \frac{ik_1 Z_c}{4\pi \beta_T^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} p \cos\theta \, \frac{e^{-ik_s R}}{R}. \qquad (2.26)$$

Для нахождения энергетических характеристик излучения элементарного электрического диполя в плазме со слабой пространственной дисперсией удобно воспользоваться выражением для полной излучаемой мощности W_0, которое в соответствии с (2.8) представим в виде

$$W_0 = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\vec{j}_s \vec{E}^* \right) d^3 \vec{R}. \qquad (2.27)$$

Выражение (2.27) описывает работу полного электрического поля $\vec{E}$ над токами в антенне $\vec{j}_s$. Подставляя в (2.27) ток в виде (I.48) и значение E_z^*, в сферических координатах найдем

$$W_0 = \frac{Z_c (k^2 p^2)}{32\pi^2} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^{\pi} \left[f_{tz}(\theta) + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\frac{c}{c_s} \right)^3 f_p(\theta) \right] \sin\theta \, d\theta \, d\varphi. \qquad (2.28)$$

Здесь по аналогии с (I.54) введены нормированные диаграммы направленности для электромагнитных и продольных волн

$$f_{tz}(\theta) = \sin^2\theta,$$
$$f_p(\theta) = \cos^2\theta. \qquad (2.29)$$

Из выражений (2.28), (2.29) следует, что максимумы диаграмм направленности для продольных и поперечных волн сдвинуты в пространстве на 90°. Элементарный электрический диполь в изотропной плазме вдоль своей оси излучает лишь плазменные волны, а в поперечном направлении - только электромагнитные.

Проинтегрировав (2.28), получаем

$$W_0 = \frac{Z_c (k^2 p^2)}{12\pi} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\frac{c}{c_s} \right)^3 \right]. \tag{2.30}$$

Первое слагаемое в квадратных скобках определяет мощность, связанную с излучением электромагнитных, а второе - плазменных волн. В силу условия $c/c_s \gg 1$ элементарный диполь в среде со слабой пространственной дисперсией излучает в основном плазменные волны. Это справедливо для элементарного диполя. Вклад в излучаемую мощность продольных волн падает с увеличением размеров источника.

Сопротивление излучения элементарного диполя в плазме с учетом слабой пространственной дисперсии также удобно представить в виде двух слагаемых

$$R_\Sigma = 20 (k_0 \ell)^2 \sqrt{\varepsilon} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\frac{c}{c_s} \right)^3 \right]. \tag{2.31}$$

Из (2.31) видно, что R_Σ определяется в основном излучением плазменных волн.

Дата поступления статьи
I апреля 1987 г.

Содержание

Часть I

Часть II

Владимир Платонович Докучаев

Алла Ефимовна Крупина

Лев Михайлович Оболенский

Владимир Александрович Яшнов

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ

Часть 1

Подписано в печать 17.06.87 г. МЦ 00952. Формат 60х84 1/16.

Бумага множительная. Печать офсетная. Объем 2,48 усл. п. л.

Заказ 4589. Тираж 120. Бесплатно

Отпечатано на ротапринте НИРФИ