

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 237

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН
В ПЛАЗМЕ

Ч а с т ь II

Докучев В.П.
Крупина А.Е.
Оболенский Л.М.
Яшнов В.А.

Горький 1987

Докучаев В.П., Крушина А.Е., Оболенский Л.М., Ялнов В.А.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ // Препринт № 237. - Горький, НИРФИ. - 1987.

- 31 с.

УДК 621. 396. 67

Рассмотрены основные вопросы теории линейных электрических антенн, помещенных в плазму. В приближении заданных электрических токов определены характеристики и параметры антенн ("внешняя" задача). Описаны методы расчета входного импеданса антенн; найден импеданс симметричного электрического вибратора в холодной магнитоактивной плазме.

Обсуждается влияние слабой пространственной дисперсии на излучение электромагнитных и плазменных волн в изотропной среде. Рассмотрены некоторые вопросы излучения электромагнитных волн в холодной магнитоактивной плазме. Для случая изотропной плазмы анализируется "внутренняя" задача излучения - расчет тока в электрической вибраторной антенне.

3. АНТЕННА В ХОЛОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

В большинстве практически интересных и важных задач волновые свойства плазменных сред в значительной степени подвержены влиянию внешних магнитных полей: солнечная плазма находится в магнитном поле Солнца, плазма земной ионосферы находится в магнитном поле Земли. Поэтому представляет интерес проблема излучения электромагнитных волн источниками, помещенными в магнитоактивную плазму.

Здесь рассмотрены некоторые вопросы излучения линейных электрических токов, находящихся в магнитоактивной плазме. При этом использована модель холодной магнитоактивной плазмы. Основное внимание уделяется анализу общего характера электрических полей и влиянию резонансных особенностей на импеданс антенны. Следует отметить, что в проблеме излучения волн антеннами в магнитоактивной плазме много нерешенных вопросов. В настоящее время различные задачи теории антенн в замагниченной плазме находятся в центре внимания экспериментаторов и теоретиков.

3.1 Излучение электрического диполя в магнитоактивной плазме

Рассмотрим вопрос об излучении линейной электрической антенны в холодной однородной магнитоактивной плазме. Будем исходить из основного уравнения для напряженности поля

$$\Delta \vec{E} - \nabla \operatorname{div} \vec{E} + k_0^2 \hat{\epsilon} \vec{E} = i\omega \mu_0 \vec{j}_s. \quad (3.1)$$

Здесь $\hat{\epsilon}$ - тензор диэлектрической проницаемости. В приближении одножидкостной холодной магнитоактивной плазмы при достаточно высоких частотах тензор в декартовой системе координат с осью Z , направленной вдоль силовых линий внешнего магнитного поля \vec{B}_0 , имеет вид [21]

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & -ig & 0 \\ ig & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$$\epsilon_{\perp} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{he}^2}; \quad g = \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{he}}{(\omega^2 - \omega_{he}^2)\omega}; \quad \epsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \quad (3.3)$$

где ω_{pe} - по-прежнему, плазменная частота электронов, $\omega_{he} = \frac{eB_0}{m}$ - гиросчастота электронов в магнитном поле [21].

Применим преобразование Фурье

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_f(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\vec{r}} d\vec{k}, \quad (3.4)$$

$$\vec{j}(\vec{R}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \vec{j}_f(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\vec{R}} d\vec{k} \quad (3.5)$$

к уравнению (3.1). В результате получим систему неоднородных алгебраических уравнений для фурье-компонент $E_{fk}(\vec{k})$. Эту систему удобно записать в индексном обозначении

$$A_{ik} E_{fk} = -i \frac{Z_0}{k_0} j_{fi}, \quad (3.6)$$

где введен тензор

$$A_{ik} = n^2 \delta_{ik} - n_i n_k - \epsilon_{ik}. \quad (3.7)$$

Индексы i, k пробегает значения 1, 2, 3 в соответствии с координатами x, y, z . В выражении (3.7) введен также вектор волновой нормали $\vec{n} = \vec{k}/k_0$, модуль которого равен показателю преломления $n(\alpha)$, где α - угол между векторами \vec{k} и \vec{B}_0 .

Рассмотрим случай, когда линейная антенна ориентирована вдоль внешнего магнитного поля \vec{B}_0 , то есть вдоль оси Z . В этом случае решение системы уравнений (3.6) имеет вид

$$\begin{aligned} E_x &= i \frac{Z_0 j_{fz}}{k_0 D} n_z \left[n_x (n^2 - \epsilon_1) - i g n_y \right]; \\ E_y &= i \frac{Z_0 j_{fz}}{k_0 D} n_z \left[n_y (n^2 - \epsilon_1) + i g n_x \right]; \\ E_z &= i \frac{Z_0 j_{fz}}{k_0 D} \left[(n_z^2 - \epsilon_1)(n^2 - \epsilon_1) - g^2 \right], \end{aligned} \quad (3.8)$$

где введены обозначения

$$n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2, \quad n_z^2 = n_x^2 + n_y^2,$$

$$D = n^2(\varepsilon_{\perp} n_{\perp}^2 + \varepsilon_{\parallel} n_{\parallel}^2) - [n_{\perp}^2(\varepsilon_{\perp}^2 - q^2 - \varepsilon_{\perp}' \varepsilon_{\parallel}) + 2\varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel} n^2] + \varepsilon_{\parallel} (\varepsilon_{\perp}^2 - q^2). \quad (3.9)$$

Отсюда легко получить обычное биквадратное дисперсионное уравнение $D=0$ для показателей преломления волн n в холодной магнитоактивной плазме

$$An^4 + Bn^2 + C = 0,$$

$$A = \varepsilon_{\parallel} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{\perp} \sin^2 \alpha, \quad (3.10)$$

$$B = -\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp} (1 + \cos^2 \alpha) - (\varepsilon_{\perp}^2 - q^2) \sin^2 \alpha,$$

$$C = \varepsilon_{\parallel} (\varepsilon_{\perp}^2 - q^2).$$

Выражение (3.9) можно представить также в виде квадратки Букера

$$D = \varepsilon_{\parallel} n_{\parallel}^4 - [2\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp} - (\varepsilon_{\parallel} + \varepsilon_{\perp}) n_{\perp}^2] n_{\parallel}^2 + (\varepsilon_{\parallel} - n_{\perp}^2) [\varepsilon_{\perp} (\varepsilon_{\perp} - n_{\perp}^2) - q^2]. \quad (3.11)$$

Из соотношения (3.11) следует, что

$$D = \varepsilon_{\parallel} (n_{\parallel}^2 - q_{\parallel}^2)(n_{\perp}^2 - q_{\perp}^2), \quad (3.12)$$

где введены обозначения

$$q_{\parallel, \perp}^2 = (\varepsilon_{\perp} - [\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\parallel}] [2\varepsilon_{\parallel}]^{-1} n_{\perp}^2) \pm \left[\frac{1}{4} (1 - \varepsilon_{\perp} / \varepsilon_{\parallel})^2 n_{\perp}^4 + (1 - n_{\perp}^2 / \varepsilon_{\parallel}) q^2 \right]^{1/2}. \quad (3.13)$$

Знаки \pm отражают существование двух типов нормальных волн в холодной магнитоактивной плазме.

Все дальнейшие вычисления проведем только для E_z -компоненты электрического поля. Это обусловлено тем, что энергетические характеристики излучения и, в частности, импеданс линейной электрической антенны в силу известного соотношения для средней излучаемой мощности

$$W = \frac{1}{2} \iiint_{-\infty}^{\infty} (\vec{j} \vec{E}^*) d\vec{R} \quad (3.14)$$

определяется продольной по отношению к току компонентой электрического поля.

С помощью (3.8) и (3.11) представим поле E_z в виде

$$E_z = i \frac{Z_c k_0^2}{\epsilon_{11}} \iiint_{-\infty}^{\infty} \left\{ j_{\pm z} - \frac{j_{\pm z} n_z^2 [\epsilon_1 (n_z^2 - \epsilon_1) + q^2]}{\epsilon_{11} (n_z^2 - q_1^2) (n_z^2 - q_2^2)} \right\} e^{-ik_0 \vec{R} \vec{n}} d\vec{n}. \quad (3.15)$$

В выражении (3.15) выделена часть пространственного спектра, не связанная с излучением нормальных волн. Проинтегрировав первое слагаемое, получим

$$E_z = i \frac{Z_0 j_z}{k_0 \epsilon_{11}} - i \frac{Z_0 k_0^2}{\epsilon_{11}^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{j_{\pm z} n_z^2 [\epsilon_1 (n_z^2 - \epsilon_1) + q^2]}{(n_z^2 - q_1^2) (n_z^2 - q_2^2)} e^{-ik_0 \vec{R} \vec{n}} d\vec{n}. \quad (3.16)$$

В выражении (3.16) первый член описывает ближнее поле источника, а второй - поле излучения.

Заметим, что подынтегральное выражение в (3.16) имеет полюса в точках $n_z = \pm q_1$ и $n_z = \pm q_2$, лежащих на действительной оси. Следовательно, интеграл по n_z можно вычислить методом вычетов, замкнув контур интегрирования полуокружностью бесконечно большого радиуса в нижней полуплоскости. Для определенности будем рассматривать поле в области $z > 0$. В этом случае необходимо обйти

полюса по полускружностям бесконечно малого радиуса так, чтобы точки $n_z = q_1$ и $n_z = q_2$ оказались внутри, а точки $n_z = -q_1$ и $n_z = -q_2$ вне контура интегрирования. Способ обхода особых точек определяется принципом предельного поглощения. В соответствии с этим принципом следует предположить наличие исчезающе малых потерь в среде. Тогда величины q_1 и q_2 будут иметь малые отрицательные мнимые части, т.е. полюса $n_z = q_1$ и $n_z = q_2$ сместятся с действительной оси в нижнюю полуплоскость. При этом контур интегрирования будет захватывать их. Тогда вместо (3.16) получим

$$E_z = -\frac{Z_0 k_0^2 \pi}{\varepsilon_1} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j_{fz} n_1^2 [\varepsilon_1 (n_1^2 + q_1^2 - \varepsilon_1) + g^2] e^{-ik_0 q_1 z}}{q_1 (q_1^2 - q_2^2)} e^{-ik_0 (n_x x + n_y y)} dn_x dn_y \right. \\ \left. - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j_{fz} n_1^2 [\varepsilon_1 (n_1^2 + q_2^2 - \varepsilon_1) + g^2] e^{-ik_0 q_2 z}}{q_2 (q_1^2 - q_2^2)} e^{-ik_0 (n_x x + n_y y)} dn_x dn_y \right. \quad (3.17)$$

Представление поля в (3.17) в виде суммы двух интегралов отражает существование двух типов нормальных волн в холодной магнитоактивной плазме - обыкновенной и необыкновенной.

Интегралы в (3.17) можно свести к однократным. Для этого введем полярные координаты ρ , ψ на плоскости x , y и n_x , n_y на плоскости n_x , n_y :

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi, & n_x &= n_1 \cos \psi, \\ y &= \rho \sin \varphi, & n_y &= n_1 \sin \psi. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Интеграл в (3.17) при этом сводится к виду

$$I = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} F(n_1) e^{-ik_0 n_1 \rho \cos(\varphi - \psi)} n_1 dn_1 d\psi, \quad (3.19)$$

где $F(n_1)$ - четная функция от переменной n_1 . Заменяем экспоненту

в подынтегральном выражении ее разложением в ряд

$$e^{i\beta\cos\gamma} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(\beta) e^{im\gamma}, \quad (3.20)$$

где $J_m(\beta)$ - функция Бесселя m -го порядка. Если теперь проинтегрировать в (3.19) по ψ , получим представление интеграла в виде разложения Фурье-Бесселя

$$I = 2\pi \int_0^{\infty} F(n_{\perp}) J_0(k_{\perp} n_{\perp} \rho) n_{\perp} dn_{\perp}. \quad (3.21)$$

Воспользуемся известным соотношением из теории бesselевых функций

$$J_0(x) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x)], \quad (3.22)$$

где $H_0^{(1)}(x)$ и $H_0^{(2)}(x)$ - функции Ханкеля нулевого порядка первого и второго рода. Подставив (3.20) в (3.21), после несложных преобразований придем к интегралу вида

$$I = \pi \int_{-\infty}^{\infty} F(n_{\perp}) H_0^{(2)}(k_{\perp} n_{\perp} \rho) n_{\perp} dn_{\perp}. \quad (3.23)$$

Интегрирование в (3.23) ведется вдоль действительной оси.

Используя (3.23), получим следующее выражение для компоненты E_z электрического поля, создаваемого линейным источником, ориентированным вдоль внешнего магнитного поля:

$$E_z = -\frac{\pi^2 Z_0 k_0^2}{E_0^2} \left\{ \frac{j_{fz} n_{\perp}^3 [\varepsilon_1(n_{\perp}^2 + q_1^2 - \varepsilon_1) + g^2] e^{-ik_{\perp} q_1 z} H_0^{(2)}(k_{\perp} n_{\perp} \rho) dn_{\perp}}{q_1(q_1^2 - q_2^2)} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j_{fz} n_{\perp}^3 [\varepsilon_1(n_{\perp}^2 + q_2^2 - \varepsilon_1) + g^2] e^{-ik_{\perp} q_2 z} H_0^{(2)}(k_{\perp} n_{\perp} \rho) dn_{\perp}}{q_2(q_1^2 - q_2^2)} \right\}. \quad (3.24)$$

Выразить интегралы в (3.24) через известные функции; даже для элементарного электрического диполя, когда

$$j_{\pm z} = \frac{(I_z \ell)}{8\pi^3}, \quad (3.25)$$

не представляется возможным. Поэтому получим приближенные выражения для поля в дальней зоне. При условии $k_0 R \gg 1$, можно воспользоваться асимптотическим представлением функции Ханкеля

$$H_0^{(2)}(k_0 n_{\perp} \rho) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 n_{\perp} \rho}} \exp[-ik_0 n_{\perp} \rho + i\pi/4]. \quad (3.26)$$

Интегралы, входящие в (3.24), приводятся к виду

$$I_i = \int_{-\infty}^{\infty} L_i(n_{\perp}) e^{-ik_0 R M_i(n_{\perp})} dn_{\perp}, \quad (3.27)$$

где

$$M_i(n_{\perp}) = q_i(n_{\perp}) \cos \theta + n_{\perp} \sin \theta, \quad i = 1, 2.$$

В (3.27) используется сферическая система координат R, θ, φ с центром в точке, где расположен источник,

$$\rho = R \sin \theta, \quad z = R \cos \theta \quad (3.28)$$

При $k_0 R \gg 1$, т.е. в дальней зоне, интегралы вида (3.27) могут быть вычислены методом перевала [16]. В этом случае основной вклад в интеграл вносит окрестность точки перевала, определяемой условием

$$\frac{dM_i(n_{\perp})}{dn_{\perp}} = 0 \quad (3.29)$$

или

$$\frac{dq_i(n_{\perp})}{dn_{\perp}} = -\operatorname{tg} \theta. \quad (3.30)$$

Вещественным решениям n_{13} уравнения (3.29) в дальней зоне соответствуют распространяющиеся волны, а комплексным - экспоненциально затухающие.

Уравнение (3.30) допускает наглядную геометрическую интерпретацию. Рассмотрим поверхность волновых нормалей $q_i(n_{\perp})$, например, в диапазоне частот ω , удовлетворяющих условию

$$\max(\omega_{не}, \sqrt{\omega_{ре}^2 + \frac{1}{4}\omega_{не}^2} - \omega_{не}/2) < \omega < \omega_{ре}. \quad (3.31)$$

Вид поверхности волновых нормалей для указанного диапазона частот показан на рис. 3.1

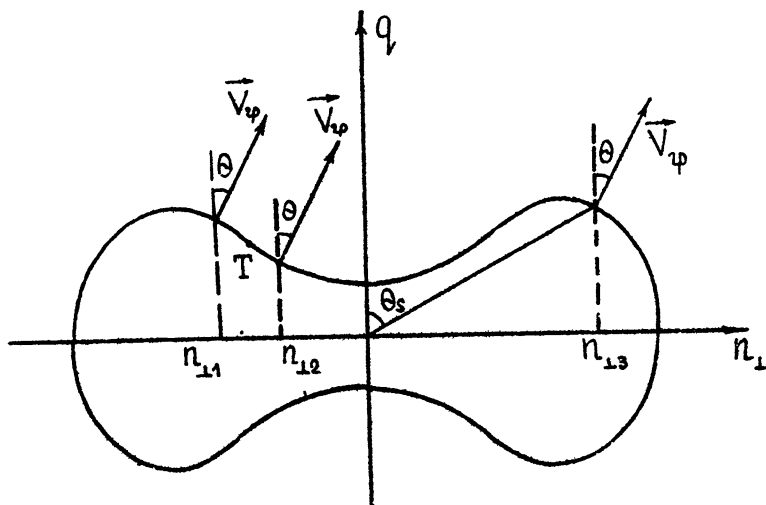


Рис. 3.1

Из уравнения (3.30) следует, что вещественными значениями точек пелвала n_{13} определяется положение таких точек на поверхности

волновых нормалей, в которых перпендикуляр к поверхности образует угол θ с положительным направлением оси Z . Как известно, перпендикуляр к поверхности $q_i(n_{1i})$ в каждой точке совпадает с направлением вектора групповой скорости (вектора Пойнтинга). Следовательно, вклад каждой точки перевала представляет собой волну, переносящую энергию в радиальном направлении от источника. Если существует несколько перевальных точек, то полный поток энергии может и не быть радиальным, так как возможна интерференция между различными волнами.

Для приближенного вычисления интеграла в (3.27) удобно деформировать контур интегрирования в контур наискорейшего спуска КНС, проходящий через перевальные точки. Проходящий через перевальную точку n_{1s} КНС определяется условием

$$\operatorname{Re} M(n_{1i}) = \operatorname{Re} M(n_{1s}). \quad (3.32)$$

Интегрируя по КНС, получаем [27]

$$E_z = \frac{Z_0 k_0 (I_z l) \cos \theta}{4\pi \epsilon_n^2 \sqrt{\sin \theta \cos \theta}} \times \quad (3.33)$$

$$\times \sum_{i,s} \frac{\beta_i n_{1s}^{5/2} [\epsilon_{\perp}(n_{1s}^2 + q_{1is}^2 - \epsilon_{\perp}) + g^2] R_s^{1/2}}{q_{1is}(q_{1is}^2 - q_{2is}^2)} \frac{e^{-ik_0 R N_{1is} \cos \gamma}}{R},$$

Суммирование в (3.33) ведется по всем вещественным точкам перевала n_{1s} для каждой нормальной волны $i = 1, 2$. Обозначения в (3.33):

$$R_s = \left(\cos^3 \theta \frac{d^2 q_i}{dn_1^2} \right)^{-1}; \quad N_{1is} = (n_{1s}^2 + q_{1is}^2)^{1/2}; \quad \beta_1 = 1, \beta_2 = -1;$$

$$\gamma = \theta - \alpha_s$$

Заметим, что амплитуда электрического поля в дальней зоне зависит от радиуса кривизны поверхности волновых нормалей R_s в перевальной точке. Очевидно, что наибольший вклад в поле дают лучи, соответствующие участкам поверхности с малой кривизной. Вблизи

точек перегиба поверхности волновых нормалей $R_3 \rightarrow \infty$, следовательно, необходима более тщательная оценка интегралов (3.27). Если поверхность имеет вид, изображенный на рис. 3.1, то точки перегиба n_{11} и n_{12} сливаются в точке Γ . В данном случае точки n_{11} и n_{12} дают распространяющиеся волны в интервале углов наблюдения $0 < \theta < \theta_c$. При $\theta_c < \theta < \pi/2$ значения n_{11} и n_{12} становятся комплексными. Это означает, что соответствующий интервал углов лежит для упомянутых лучей в области тени.

Радиус кривизны R_3 поверхности волновых нормалей стремится к бесконечности и в тех случаях, когда поверхность имеет незамкнутые ветви. В магнитоактивной плазме такая ситуация имеет место на резонансных частотах, определяемых из условия (см. формулу (3.10)):

$$\epsilon_{\parallel} \cos^2 \alpha + \epsilon_{\perp} \sin^2 \alpha = 0 \quad (3.34)$$

В качестве примера рассмотрим структуру поля в резонансной области в сильно замагниченной плазме, т.е. при выполнении условий

$$\omega^2 \ll \omega_{ne}^2, \quad \omega_{pe}^2 \ll \omega_{ne}^2 \quad (3.35)$$

Распространение электромагнитных волн в такой плазме приближенно описывается диагональным тензором диэлектрической проницаемости [II]

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (3.36)$$

компоненты которого имеют вид

$$\epsilon_{\perp} = 1, \quad \epsilon_{\parallel} = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2. \quad (3.37)$$

В этом приближении при $q=0$ из (3.13) получаем

$$q_{V1}^2 = \epsilon_{\perp} - \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} n_{\perp}^2, \quad q_{V2}^2 = \epsilon_{\perp} - n_{\perp}^2. \quad (3.38)$$

Показатели преломления необыкновенной и обыкновенной волн определяются выражениями

$$n_1^2 = \frac{\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\parallel} \cos^2 \alpha + \epsilon_{\perp} \sin^2 \alpha}; \quad n_2^2 = \epsilon_{\perp}, \quad (3.39)$$

откуда видно, что обыкновенная волна в этом приближении распространяется изотропно, а необыкновенная имеет резонанс при $\alpha = \alpha_2$, где угол α_2 определяется выражением

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \sqrt{-\frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}}} \quad (3.40)$$

Область прозрачности для необыкновенной волны (область положительных значений n_1^2) заключена в интервале углов $0 < \alpha < \alpha_2$. При этом вектор групповой скорости лежит внутри конуса $\theta < \theta_2$, где

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \sqrt{-\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}} = \operatorname{ctg} \alpha_2 \quad (3.41)$$

Предельный угол θ_2 определяется нормалью к асимптоте для поверхности волновых нормалей.

Рассмотрим поведение E_z -компоненты электрического поля, возбуждаемого элементарным электрическим диполем. Из (3.24) при $q=0$ с учетом (3.38) получаем

$$E_z = -\frac{z_0 k_0^2 (I_z \ell)}{8\pi \epsilon_{\parallel}^2} \int_{-\infty}^{\infty} n_{\perp}^3 \frac{e^{-ik_0 q_1 z}}{q_1} H_0^{(2)}(k_0 n_{\perp} \rho) dn_{\perp}. \quad (3.42)$$

$$E_z = \frac{Z_0(I_z \ell)}{8\pi \epsilon_n} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ik_0 q_1 z}}{q_1} H_0^{(1)}(k_0 n_z \rho) n_z dn_z. \quad (3.43)$$

Используя известное соотношение [26]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\sqrt{\beta^2 - \alpha x^2}|z|}}{\sqrt{\beta^2 - \alpha x^2}} H_0^{(1)}(\alpha x \rho) dx = \frac{2i}{\alpha} \frac{e^{-i\beta\sqrt{z^2 + \rho^2/\alpha}}}{\sqrt{z^2 + \rho^2/\alpha}}, \quad (3.44)$$

из (3.43) получаем

$$E_z = i \frac{Z_0(I_z \ell)}{4\pi k_0 \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_n}} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) \frac{e^{-ik_0 \sqrt{\epsilon_1 z^2 + \epsilon_n \rho^2}}}{\sqrt{\epsilon_1 z^2 + \epsilon_n \rho^2}}. \quad (3.45)$$

Введем

$$N = \sqrt{\epsilon_1 \cos^2 \theta + \epsilon_n \sin^2 \theta}. \quad (3.46)$$

Выполнив дифференцирование, приходим к выражению

$$E_z = -i \frac{Z_0(I_z \ell)}{4\pi k_0 \sqrt{\epsilon_1} N^5} \left\{ \frac{2(1 + ik_0 NR) \epsilon_1 \cos^2 \theta}{R^2} - \frac{[1 - 3ik_0 NR + (ik_0 NR)^2] \epsilon_n \sin^2 \theta}{R^2} \right\} \frac{e^{-ik_0 NR}}{R} \quad (3.47)$$

Формула (3.47) является строгим выражением для поля элементарного диполя в сильно замагниченной плазме, справедливым на любых расстояниях R от источника. В дальней зоне, определяемой соотношением

$$k_0 R N \gg 1, \quad (3.48)$$

которое при $N \neq 0$ эквивалентно условию $k_0 R \gg 1$, имеем

$$E_z = \frac{-i Z_0(I_z \ell) k_0 \epsilon_{\parallel} \sin^2 \theta}{4\pi \sqrt{\epsilon_{\perp}} N^3} \frac{e^{-ik_0 NR}}{R} \quad (3.49)$$

Анализ выражения (3.46) показывает, что функция $N(\theta)$ может обращаться в нуль вдоль резонансного конуса $\theta = \theta_z$, определяемого выражением (3.41). Таким образом, вдоль резонансных направлений $k_0 R N \rightarrow 0$ даже при $k_0 R \gg 1$, и из (3.47) следует результат квазистатического приближения:

$$E_z = -i \frac{3 Z_0(I_z \ell) \sqrt{\epsilon_{\perp}} \epsilon_{\parallel}}{4\pi k_0 (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp})^{3/2} [\sin(\theta - \theta_z) \sin(\theta + \theta_z)]^{5/2} R^3} \quad (3.50)$$

Нетрудно убедиться, что на резонансном конусе $\theta = \theta_z$ все компоненты поля обращаются в бесконечность при любых значениях R . Соответствующая плотность потока мощности вблизи резонансного конуса ведет себя как $(\theta - \theta_z)^{-5/2}$. Это означает, что сопротивление излучения $R_E \rightarrow \infty$. Если ввести малые потери, то есть считать компоненты тензора $\hat{\epsilon}$ комплексными величинами с малыми мнимыми частями, то особенности в выражениях для компонент поля исчезнут. Можно показать, что поле и полная излучаемая мощность становятся конечными в том случае, если источник имеет конечные размеры. Действительно, для источника конечных размеров фурье-образ плотности тока $j_{\pm z}$ не будет постоянным, как для точечного источника, а будет функцией n_{\perp} . Причем, для источника конечных размеров функция $j_{\pm z}(n_{\perp})$ стремится к нулю при $n_{\perp} \rightarrow \infty$. Следовательно, уменьшается вклад в интеграл,

определяющий компоненты поля, удаленных областей в пространстве волновых нормалей. Таким образом, мощность излучения в анизотропной среде без потерь конечна, если пространственный спектр распределенного источника достаточно быстро убывает на бесконечности. Этот вывод справедлив и для магнитоактивной плазмы при учете ее гиротропии.

3.2 Входной импеданс симметричного электрического вибратора в холодной магнитоактивной плазме

Определение входного импеданса Z_A дано в разделе 1.1, методы расчета Z_A обсуждались в разделе 1.2. Здесь проведен расчет входного импеданса электрического вибратора конечных размеров, помещенного в холодную магнитоактивную плазму. Распределение тока в короткой антенне считаем заданным

$$\vec{j}_3 = \begin{cases} I_0 \left(1 - \frac{|z|}{L}\right) \frac{\delta(z-a)}{2\pi \sqrt{za}} \vec{z}_0, & \text{при } z \leq L, \\ 0, & \text{при } z > L. \end{cases} \quad (3.51)$$

Здесь \vec{z}_0 - единичный вектор вдоль внешнего магнитного поля \vec{H}_0 , a - радиус вибратора, $2L$ - его длина.

Входной импеданс Z_A в соответствии с формулой (1.36) определяется полной средней за период мощностью W и амплитудой электрического тока I_0 . По определению средней мощности

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{j}_3 \vec{E}^*) d^3R = \\ &= 4\pi^3 \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{j}_{3k} \vec{E}_k^*) d^3K, \end{aligned} \quad (3.52)$$

где \vec{j}_{3k} и \vec{E}_k^* спектральные представления плотности тока в антенне и электрического поля, * - знак комплексно-сопряженной величины. Выражение для входного импеданса в соответствии с (1.36)

$$Z_A = \frac{2W}{I_0^2} \quad (3.53)$$

Вспользуемся известным приближением квазистатики для расчета Z_A . В этом приближении вблизи достаточно коротких антенн можно пренебречь полями излучения поперечных электромагнитных волн и ограничиться только учетом квазистатических полей [10]. Это означает, что приближенно можно считать

$$\vec{E} = -\text{grad } \Phi. \quad (3.54)$$

В этом приближении из соотношений (3.52) - (3.53) следует, что

$$Z_A = -i \frac{(2\pi)^3}{I_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{k} \vec{j}_{sk}) \Phi_k^*(\vec{k}) d\vec{k} \quad (3.55)$$

Из уравнений (3.1) - (3.3) получаем уравнение для потенциала

$$\text{div}(\hat{\epsilon} \text{grad } \Phi) = -i \frac{\text{div } \vec{j}_s}{\omega \epsilon_0}. \quad (3.56)$$

Используя соотношения (3.2) окончательно находим, что

$$\epsilon_{\perp} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + \epsilon_{\parallel} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -i \frac{\text{div } \vec{j}_s}{\omega \epsilon_0}. \quad (3.57)$$

Это уравнение является основным уравнением квазистатики. Если ϵ_{\perp} и ϵ_{\parallel} имеют одинаковые знаки, то (3.57) является уравнением эллиптического типа, а в случае разных знаков - гиперболического типа. Как будет видно из дальнейшего, в первом случае квазистатические электрические поля не содержат волновых решений, а во втором случае в

диапазонах частот $\epsilon_{\perp}(\omega) < 0$, $\epsilon_{\parallel}(\omega) > 0$ и $\epsilon_{\perp}(\omega) > 0$, $\epsilon_{\parallel}(\omega) < 0$ имеет место излучение электростатических волн в магнитоактивной холодной плазме [28].

Подставим в уравнение (3.57) выражение для тока (3.51)

$$\begin{aligned} \epsilon_{\perp} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + \epsilon_{\parallel} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) = \\ = -i \frac{I_0 \delta(z-a)}{2\pi\omega\epsilon_0\sqrt{za}} \frac{\partial}{\partial z} \left(1 - \frac{|z|}{L} \right). \end{aligned} \quad (3.58)$$

Фурье-преобразование выражения (3.51) дает

$$\vec{j}_{zk} = \frac{4I_0 J_0(k_x a) \sin^2(k_z L/2)}{(2\pi)^3 k_z^2 L} \vec{z}_0, \quad (3.59)$$

где $J_0(k_x a)$ - функция Бесселя нулевого порядка, $k_z^2 = k_x^2 + k_y^2$.
Решение (3.58) с учетом (3.54) и (3.59) представим в виде

$$\Phi_k(k, \omega) = -\frac{1}{\omega\epsilon_0} \frac{k_z j_{zk}}{\epsilon_{\perp} k_x^2 + \epsilon_{\parallel} k_z^2}, \quad (3.60)$$

$$E_{zk}(k, \omega) = -\frac{i}{\omega\epsilon_0} \frac{k_z^2 j_{zk}}{\epsilon_{\perp} k_x^2 + \epsilon_{\parallel} k_z^2} \quad (3.61)$$

Соотношение (3.61) можно получить из (3.6), (3.8) при условии $\eta^2 \gg 1$, которое имеет место вблизи резонансных частот (см. ниже соотношения (3.66)).

Подставляя (3.59) и (3.61) в соотношение (3.52), получим следующее интегральное выражение для входного импеданса

$$Z_A = -\frac{2i}{\pi^3 \omega \epsilon_0 L^2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^4(k_z L/2)}{k_z^2} \frac{\gamma_0^2(k_\perp a)}{\epsilon_\perp k_\perp^2 + \epsilon_n k_z^2} d^3 \vec{k}. \quad (3.62)$$

Переходя в интеграле (3.62) к цилиндрическим координатам в \vec{k} -пространстве, находим, что

$$\Sigma_A = \frac{-8i}{\pi^2 \omega^2 \epsilon_0 L^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin^4(k_z L/2)}{k_z^2} \frac{k_\perp \gamma_0^2(k_\perp a)}{\epsilon_\perp k_\perp^2 + \epsilon_n k_z^2} dk_z dk_\perp. \quad (3.63)$$

Равенство нулю знаменателя в подынтегральном выражении (3.63) определяет полюсы и одновременно является дисперсионным соотношением для электростатических волн (волны пространственного заряда) в холодной магнитоактивной плазме [28] :

$$\epsilon_\perp(\omega) k_\perp^2 + \epsilon_n k_z^2 = 0. \quad (3.64)$$

Это уравнение полностью эквивалентно условию для резонансных частот показателя преломления электромагнитных волн в плазме [21]

$$1 - U - V + UV \cos^2 \theta = 0, \quad (3.64')$$

$$U = \omega_{ne}^2 / \omega^2, \quad V = \omega_{pe}^2 / \omega^2, \quad \cos^2 \theta = k_z^2 / (k_z^2 + k_\perp^2).$$

Здесь θ - угол между направлением распространения волны и внешним магнитным полем. Из соотношений (3.64) и (3.64') приходим к уравнению для резонансных частот

$$\omega^4 - \omega_r^4 \omega^2 + \omega_{pe}^2 \omega_{ne}^2 \cos^2 \theta = 0, \quad (3.65)$$

где введено обозначение для верхней гибридной частоты $\omega_r = (\omega_{pe}^2 + \omega_{ne}^2)^{1/2}$. Решения биквадратного уравнения (3.65) имеют вид

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_r^2 \pm \sqrt{\omega_r^4 - 4\omega_{pe}^2 \omega_{ne}^2 \cos^2 \theta} \right) \quad (3.66)$$

В соответствии с (3.3) и (3.64) имеются две полосы частот, в которых ϵ_{\perp} и ϵ_{\parallel} имеют разные знаки.

Для анализа интегралов, определяющих входной импеданс, удобно ввести новую переменную $x = \frac{k_{\perp} L}{2}$ и представить (3.63) в виде

$$Z_A = -\frac{4i}{\pi^2 \epsilon_0 \omega L} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^2} \frac{k_{\perp} J_0^2(k_{\perp} a) dk_{\perp} dx}{\epsilon_{\perp} k_{\perp}^2 + (4\epsilon_{\parallel} x^2/L^2)} \quad (3.67)$$

Отдельно рассмотрим случаи замагниченной и плотной плазмы.

3.2.1. Вибратор в сильно замагниченной плазме ($\omega_{ne} > \omega_{pe}$).

В этом случае в области низких частот $\omega \ll \omega_{pe}$ из соотношения (3.3) видно, что $\epsilon_{\parallel} \leq 0$ и $\epsilon_{\perp} > 0$. Таким образом, при $\omega_{pe} < \omega_{ne}$ частоты $\omega \ll \omega_{pe}$ являются резонансными (3.66) и имеет место излучение электростатических волн. Вычисление интеграла в (3.67) по k_{\perp} дает

$$Z_A = \frac{2}{\pi \epsilon_0 \epsilon_{\perp} \omega L} \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^2} y_0(\zeta_1, x) H_0^{(1)}(\zeta_1, x) dx, \quad (3.68)$$

где $H_0^{(1)}$ - функция Ханкеля первого рода [26]. Случай сверхнизких частот $\omega \ll \omega_{pe}$ не представляет здесь особого интереса. Поэтому ограничимся анализом (3.68) в приближении "тонкой" антенны

$$\zeta_1 = \frac{2a}{L} \sqrt{\frac{-\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}}} \ll 1 \quad (3.69)$$

При этом можно воспользоваться в (3.68) первыми членами разложения

цилиндрических функций при малых аргументах [26]

$$J_0(\zeta, x) = 1, \quad H_0^{(1)}(\zeta, x) = 1 + 2i/\pi \ln(\gamma \zeta, x/a),$$

где константа γ просто связана с постоянной Эйлера $C = \ln \gamma \approx 0,577$. Пользуясь этими разложениями в (3.68), можно вычислить интеграл по x и окончательно получим при $\omega \in \omega_{pe}$ [29]

$$Z_1 = \frac{Z_0}{(k_0 L) \epsilon_1} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{i}{\pi} \left[\ln \left(\sqrt{\frac{\epsilon_1}{|\epsilon_n|}} L/a \right) - 1 \right] \right\}, \quad (3.69)$$

$Z_0 = (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2}$ - импеданс свободного пространства, k_0 - волновое число в вакууме. Из этого соотношения следует, что импеданс имеет активную составляющую и реактивную емкостного характера. Наличие активного сопротивления свидетельствует об излучении электростатических волн в холодной магнитоактивной плазме ("резонансные потери"). Отметим, что в области $\omega \in \omega_{pe} \leq \omega \leq \omega_{uc}$ волны пространственного за-ряда являются прямыми: при каждом фиксированном k_x фазовая и групповая скорости волн направлены по радиусу z , как это легко установить из дисперсионного уравнения (3.64) или (3.64').

В диапазоне частот $\omega_{pe} \leq \omega \leq \omega_{uc}$ из (3.3) видно, что $\epsilon_n \geq 0$, $\epsilon_1 \geq 0$. Этот диапазон не содержит резонансных частот (3.66) и, следовательно, нет излучения электростатических волн. Полюсы интеграла (3.63) в пространстве волновых чисел k_x и k_z являются чисто мнимыми. Интегрируя по k_x в формуле (3.67), получим:

$$Z_2 = -\frac{4i}{\pi^2 \epsilon_0 \epsilon_1 \omega L} \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^2} I_0(\zeta_2 x) K_0(\zeta_2 x) dx, \quad (3.70)$$

где I_0 и K_0 - модифицированные функции Бесселя и введено обозначение

$$\zeta_2 = \frac{2a}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_n}{\epsilon_1}} = \frac{2a}{\omega L} \sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)(\omega_{uc}^2 - \omega^2)}{\omega_r^2 - \omega^2}}.$$

Вновь рассмотрим случай тонкой антенны $\zeta_2 \ll 1$, когда в подинтегральном выражении (3.70) можно использовать разложения

$$I_0 \approx 1, \quad K_0' \approx \ln(2/\gamma \zeta_2 x).$$

При этом интегрирование по x дает [29]

$$Z_2 = -\frac{iZ_0}{\pi \epsilon_1(k_0 L)} \left[\ln\left(L/a \sqrt{\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}}\right) - 1 \right]. \quad (3.71)$$

Таким образом, импеданс в полосе нерезонансных частот $\omega_{pe} \leq \omega \leq \omega_{ne}$ является чисто реактивным (квазиэлектростатическая емкость). Заметим, что при $\epsilon_{\perp} = \epsilon_{\parallel} = 1$ (3.71) дает известную формулу для реактанса элементарного электрического вибратора в вакууме

$$Z_1 = -i \frac{Z_0}{\pi(k_0 L)} \left[\ln(L/a) - 1 \right].$$

Следующая область частот

$$\omega_{ne} \leq \omega \leq \omega_r \quad (3.72)$$

вновь является резонансной в соответствии (3.66)

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_r^2 + \sqrt{\omega_r^4 - 4\omega_{pe}^2 \omega_{ne}^2 \cos^2 \theta} \right)$$

при этом $\epsilon_{\parallel} > 0$, $\epsilon_{\perp} < 0$. Интересная особенность верхней гибридной моды волн пространственного заряда в полосе частот (3.72) состоит в том, что эти волны являются обратными: фазовая и групповая скорости по z при фиксированном k_x направлены навстречу друг к другу [28]. Иными словами выбор контура интегрирования по k_{\perp} в формуле (3.67) должен дать поле E_{\perp}^* в опережающих потенциалах с тем, чтобы поток энергии от антенны в плазму был положительным, как и сопротивление излучения.

Таким образом, в результате интегрирования по k_{\perp} в (3.67) находим, что

$$Z_3 = \frac{2}{\pi \epsilon_0 |\epsilon_{\perp}| \omega L} \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^2} y_0(\zeta_3 x) H_0^{(2)}(\zeta_3 x) dx. \quad (3.73)$$

Здесь введено обозначение

$$\zeta_3 = \frac{2a}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_{||}}{-\epsilon_{\perp}}} = \frac{2a}{\omega L} \sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)(\omega^2 - \omega_{ne}^2)}{\omega_r^2 - \omega^2}} \quad (3.74)$$

При выполнении условия "тонкой" антенны $\zeta_3 \ll 1$ способом, аналогичным выводу (3.69), находим

$$Z_3 = \frac{Z_0}{|\epsilon_{\perp}|(k_0 L)} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{i}{\pi} \left[\ln \left(\frac{L}{a} \sqrt{\frac{-\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||}}} - 1 \right) \right] \right\} \quad (3.75)$$

Таким образом, в диапазоне (3.72) импеданс вновь имеет активную составляющую - сопротивление излучения электростатических волн и реактивную составляющую индуктивного характера.

В диапазоне высоких частот $\omega \gg \omega_r$ резонанс, обусловленный излучением электростатических волн, отсутствует: $\epsilon_{||} > 0$, $\epsilon_{\perp} \geq 0$. Интегрирование по k_{\perp} в формуле (3.67) дает

$$Z_4 = -\frac{4i}{\pi^2 \epsilon_0 \epsilon_{\perp} \omega L} \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^2} I_0(\zeta_4 x) K_0(\zeta_4 x) dx, \quad (3.76)$$

где использовано обозначение

$$\zeta_4 = \frac{2a}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_{||}}{\epsilon_{\perp}}} = \frac{2a}{\omega L} \sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)(\omega^2 - \omega_{ne}^2)}{\omega^2 - \omega_r^2}} \quad (3.77)$$

В случае тонкой антенны $\zeta_4 \ll 1$ из (3.76) сразу находим

$$Z_4 = -\frac{i Z_0}{\pi \epsilon_{\perp} k_0 L} \left[\ln \left(\frac{L}{a} \sqrt{\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||}}} \right) - 1 \right]. \quad (3.78)$$

Условие тонкой антенны в соответствии с (3.77) нарушается при $\omega \rightarrow \omega_r$. Поэтому рассмотрим предельный случай $\zeta_4 \gg 1$. Для этого воспользуемся известными асимптотическими представлениями для цилиндрических функций [26]:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} I_0(y) \approx \frac{e^y}{\sqrt{2\pi y}}; \quad \lim_{y \rightarrow \infty} K_0(y) = \sqrt{\frac{\pi}{2y}} e^{-y} \quad (3.79)$$

При этом интеграл в (3.76) преобразуется к виду

$$Z_4' = -\frac{2i}{\pi^2 \epsilon_0 \epsilon_1 \omega L \zeta_4} \int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^3} dx$$

и, окончательно, находим

$$Z_4' = -\frac{2i \ln 2 Z_0}{\pi^2 \epsilon_1 (k_0 L) \zeta_4}, \quad \zeta_4 \gg 1. \quad (3.80)$$

Таким образом, в диапазоне $\omega \gg \omega_r$ импеданс антенны является чисто реактивным и имеет емкостной характер. При $\omega \rightarrow \omega_r$ емкость антенны сильно возрастает, стремясь к бесконечности. Эту особенность можно устранить, введя в выражение для ϵ_1 соударения электронов с ионами и молекулами плазмы. Аналогично устраняется и особенность реактивной части импеданса при $\omega \rightarrow \omega_{pe}$.

На рис. 3.2 представлены графические зависимости активной X и реактивной Y части импеданса Z_A от частоты. Характерные частоты плазмы для удобства построения кривых выбраны следующим образом: $f_{pe} = \omega_{pe}/2\pi = 3 \text{ МГц}$, $f_{ne} = \omega_{ne}/2\pi = 4 \text{ МГц}$. При этом $f_r = 5 \text{ МГц}$.

3.2.2. Электрический вибратор в плотной слабомагнитиченной плазме ($\omega_{ne} < \omega_{pe}$).

При расчете импеданса электрической антенны, помещенной в плотную холодную слабомагнитиченную плазму, вновь воспользуемся основной формулой (3.57) и рассмотрим отдельно следующие полосы частот.

В первой полосе резонансных частот $0 < \omega \leq \omega_{ne}$ и при выполнении основного условия $\omega_{ne} < \omega_{pe}$ имеем $\epsilon_n < 0$ и $0 < \epsilon_1 < \infty$. В этом диапазоне частот антенна излучает при каждом фиксированном k_z прямые электростатические волны в соответствии с (3.64) и (3.65). В случае тонкого вибратора $\zeta_1 \ll 1$ вновь получаем Z_{A1} (3.69), как и в случае $\omega_{ne} > \omega_{pe}$.

В следующей нерезонансной полосе частот $\omega_{ne} \leq \omega < \omega_{pe}$, $\epsilon_n < 0$ и $\epsilon_1 < 0$ при условии тонкой антенны $\zeta_2 \ll 1$, находим, что

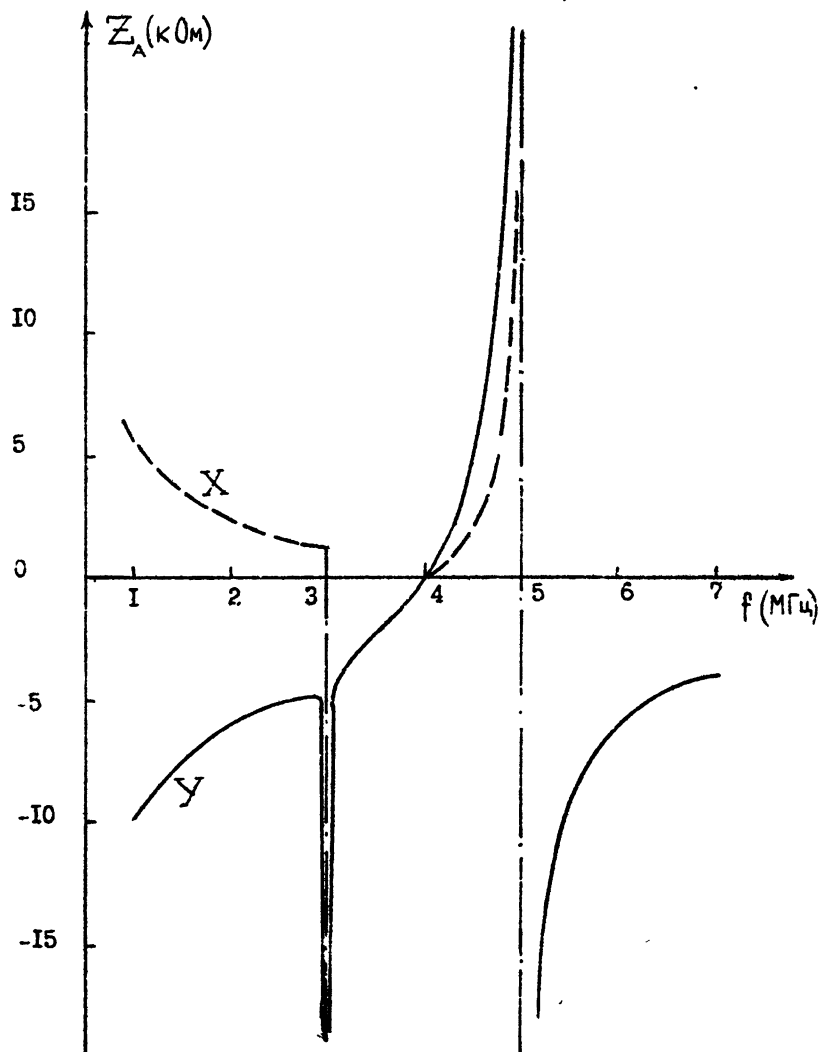


Рис. 3.2

импеданс является чисто реактивным, в виду отсутствия излучения, но в отличие от случая $\omega_{pe} > \omega_{pe}$ носит индуктивный характер

$$Z_2 = \frac{iZ_0}{\pi |\epsilon_{\perp}| (k_0 L)} \left[\ln \left(L/a \sqrt{\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}} \right) - 1 \right]. \quad (3.81)$$

В полосе частот $\omega_{pe} \leq \omega < \omega_r$, $\epsilon_{\parallel} > 0$, $\epsilon_{\perp} < 0$ вновь имеет место излучение обратных электростатических волн и импеданс тонкой антенны при условии $\zeta_3 \ll 1$ (3.74) определяется выражением

$$Z_3 = \frac{Z_0}{|\epsilon_{\perp}| (k_0 L)} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{i}{\pi} \left[\ln \left(L/a \sqrt{\frac{|\epsilon_{\perp}|}{\epsilon_{\parallel}}} \right) - 1 \right] \right\}, \quad (3.82)$$

совпадающим с соотношением (3.75), полученным для случая сильно замагниченной плазмы.

Наконец, в области частот $\omega > \omega_r$ для тонкой антенны получаем Z_4 в виде (3.78).

Результаты расчетов этого раздела представлены на рис. 3.3 при значениях

$$f_{ne} = 3 \text{ МГц}, \quad f_{pe} = 4 \text{ МГц}, \quad f_r = 5 \text{ МГц}.$$

На рис. 3.2 и 3.3 представлен характер изменения активной - X и реактивной - Y частей полного входного импеданса $Z_A = X + iY$ в зависимости от рабочей частоты f для короткого электрического вибратора в холодной магнитоактивной плазме без соударений, когда его электрическая ось направлена по силовым линиям внешнего магнитного поля.

Наличие активной составляющей импеданса антенны X в среде без соударений в двух резонансных полосах частот

$$f \leq \min(f_{ne}, f_{pe}), \quad \max(f_{pe}, f_{ne}) \leq f \leq f_r$$

обусловлено, как отмечено выше, излучением электростатических волн пространственного гармона [28]. Это излучение особенно интенсивно вблизи частот верхнего гибридного резонанса f_r .

Реактивная составляющая импеданса Y имеет две характерные особенности - на плазменной частоте f_{pe} и на верхней гибридной

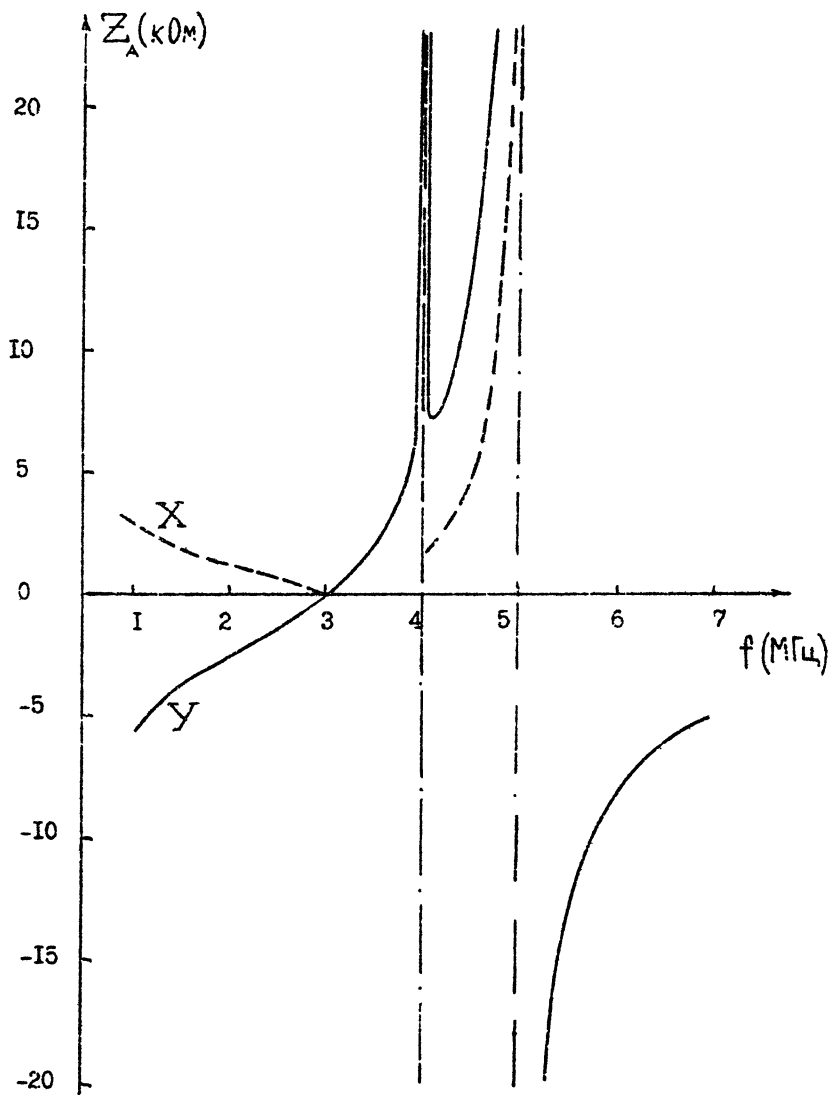


Рис. 3.3.

ной f_r . В сильно замагниченной плазме при $f \sim f_{pe}$ резко возрастает емкостное сопротивление антенны, а в плотной плазме, когда $f_{pe} > f_{me}$, в окрестности $f \sim f_{pe}$ сильно возрастает индуктивное сопротивление антенны. При переходе через f_r резко меняется характер реактивного сопротивления антенны: при $f < f_r$ оно всегда индуктивное, а при $f > f_r$ становится емкостным.

Здесь не затрагивается вопрос о диаграммах направленности электростатических волн. В работе [11] он обсуждается в связи с резонансом показателя преломления необыкновенной волны в плазме на частотах ниже ионной циклотронной частоты, когда свойства распространения столь низкочастотных волн описываются в приближении одноосного кристалла и тензор диэлектрической проницаемости принимает вид

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (3.83)$$

В этом случае показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волны:

$$n_1^2 = \epsilon_{\perp}, \quad n_2^2 = \frac{\epsilon_{\parallel} \epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\perp} \sin^2 \theta_1 + \epsilon_{\parallel} \cos^2 \theta} \quad (3.84)$$

где θ_1 - угол между волновым вектором \vec{k} и магнитным полем B_0 . Ясно, что при разных знаках ϵ_{\perp} и ϵ_{\parallel} имеет место резонанс $n_2 \rightarrow \infty$ и существует резонансный угол

$$\operatorname{tg} \theta_1 = -\sqrt{\left| \frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} \right|}. \quad (3.85)$$

В соответствии с результатами раздела 3 электромагнитные поля электрических антенн имеют особенность на биконической поверхности с осью по Z . Эта особенность имеет вид

$$\vec{E} \sim [|\epsilon_{\perp}| \cos^2 \theta - |\epsilon_{\parallel}| \sin^2 \theta]^{\nu}. \quad (3.86)$$

При этом показатель степени $\nu < -0,5$, то есть поле расходится при $\operatorname{tg} \theta = (\epsilon_{\perp} / \epsilon_{\parallel})^{1/2}$, где θ - угол между осью Z и радиус-вектором, проведенным из центра антенны в точку наблюдения.

Особенность электрических полей на биконической поверхности является следствием резонансного характера показателя преломления n_2 в пространстве волновых чисел \vec{k} с полярным углом θ_1 . Излучение электростатических волн на резонансных частотах имеет значительную аналогию с излучением черенковских волн электрическими зарядами, движущимися в среде со скоростями больше фазовой скорости волн. Проиллюстрируем этот факт следующим примером.

Пусть в изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ движется с постоянной скоростью \vec{V} следующее распределение сторонних электрических зарядов:

$$\rho_s = \frac{q(1 - |z - Vt|/L)}{2\pi\sqrt{za}L} \delta(z-a), \quad (3.87)$$

что соответствует стороннему току

$$\vec{j}_s = \frac{qV(1 - |z - Vt|/L)}{2\pi\sqrt{za}L} \delta(z-a) \vec{z}_0. \quad (3.88)$$

Энергия черенковского излучения указанных источников находится обычным способом [15] и может быть представлена в виде

$$W = \frac{2\mu_0 q^2 V^3}{\pi^2 L^4} \operatorname{Re} i \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\epsilon\beta^2}\right) \frac{\sin^4(k_z L/2)}{k_z^3} \times \\ \times k_{\perp}^2 J_0^2(k_{\perp} a) \left[k_{\perp}^2 + (1 - \epsilon\beta^2) k_z^2 \right]^{-1} dk_z dk_{\perp}. \quad (3.89)$$

Интересно сравнить это соотношение с формулой для импеданса излучения электростатических волн, (см. формулу (3.63)). Вычисления интегралов в (3.63) и (3.89) проводятся совершенно аналогично. Эта аналогия обусловлена тем, что в обоих случаях имеет место излучение,

по-существу, конических волн. В случае электрической антенны излучение концентрируется вблизи биконической поверхности с углами $\tan^2 \theta = |\epsilon_{\perp} / \epsilon_{\parallel}|$, а в случае черенковского излучения - вблизи конической поверхности $\sin^2 \theta = 1/\beta^2 \epsilon$ [15]. Из (3.89) видно и условие излучения: $\epsilon \beta^2 > 1$. Безусловно, что с физической точки зрения эта аналогия не является полной. Это следует из существенного различия в постановке задач.

Л и т е р а т у р а

1. Шелкунов С., Фрисс Г. Антенны (Теория и практика). - М.: Сов. радио, 1955. - 604 с.
2. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. - М.: Энергия, 1975. - 528 с.
3. Антенны (Современное состояние и проблемы) / Под ред. А.Д.Бахраха и Д.И.Воскресенского. - М.: Сов. радио, 1979. - 206 с.
4. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах, кн. I и 2. - М.: Мир, 1984. - 822 с.
5. Цейтлин Н.М. Антенная техника и радиострономия. - М.: Сов. радио, 1976. - 352 с.
6. Методы измерения характеристик антенн СВЧ / Под ред. Н.М.Цейтлина. - М.: Радио и связь, 1985. - 368 с.
7. Станкевич К.С. Радиотелескоп // Препринт № 208. - Горький, НИРФИ. - 1986. - 40 с.
8. Аппаратура для исследования внешней ионосферы / Под ред. Г. В. Васильева, Ю.В. Кушнеревского. - М.: ИЗМИРАН СССР, 1980. - 300 с.
9. Galleys J. Antennas in inhomogeneous media. - N.J.: Pergamon Press, 1969. - 295 p.
10. Андронов А.А., Чугунов Ю.В. Квазистационарные электрические поля источников в разреженной плазме (Обзор) // УФН. - 1975. - Т. 116, вып. I. - С. 79-113.
11. Бедлюстин Н.С., Докучаев В.П. О генерации электромагнитных волн распределенными токами в анизотропной среде // Изв. вузов - Радиопизика. - 1975. - Т. 18, № I. - С. 17-26.

12. Balmain K.G. Impedance of short dipole in compressible plasma // Rad.Sci.-1965. - V.69D. - P. 559 - 566.
13. Левин М.Л. О теории металлических антенн // Ученые записки ГТУ. - 1950. - Вып. XVI, Горький. - С. 233-260.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. - М.: Наука, 1973. - 504 с.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука, 1982. - 620 с.
16. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучения и рассеяние волн, Т. I и 2. - М.: Мир, 1978. - 547 с.
17. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. - М.: Наука, 1973. - 607 с.
18. Фрадин А.З. Антенно-фидерные устройства. - М.: Связь, 1977. - 440 с.
19. Драбкин А.Л., Зузенко В.Л. Антенно-фидерные устройства. - М.: Сов. радио, 1961. - 816 с.
20. Лавров Г.А. Взаимное влияние линейных вибраторных антенн. - М.: Связь, 1975. - 128 с.
21. Гнезбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. - М.: Наука, 1967. - 683 с.
22. Гершман Б.Н., Брухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые волнения в ионосфере и космической плазме. - М.: Наука, 1984. - 392 с.
23. Электродинамика плазмы / Под ред. А.И. Ахиезера. - М.: Наука, 1974. - 719 с.
24. Андронов А.А., Эйрман В.Я. К теории тонкой цилиндрической антенны в изотропной плазме // ЕТФ. - 1965. Т.39, вып. 2. - С. 365-371.
25. Левин М.Л. Об излучении продольных волн в средах со слабой пространственной дисперсией // Изв. вузов - Радиофизика. - 1964. - Т. 7, № 1. - С. 180-182.
26. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовича, И. Стигана. - М.: Наука, 1979. - 830 с.

27. Arbel E., Felsen L.B. Theory of radiation from sources in anisotropic media. - Electromagnetic theory and antennas. - N.J.: Pergamon Press, 1963. - P. 391-459.
28. Кроля Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. - М.: Мир, 1975. - 525 с.
29. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Гос. издат. физ.-мат. литературы, 1963. - II00 с.

Дата поступления статьи
I апреля 1987 г.

С о д е р ж а н и е

Часть I

Введение	3
I. АНТЕННА В ИЗОТРОПНОЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ	6
I.1. Основные параметры антенн в среде	6
I.2. Методы расчета распределения тока и входного импеданса антенны	17
2. АНТЕННА В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ СО СЛАБОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ	33
2.1. Одножидкостная модель плазмы с тепловым движением	33
2.2. Излучение в плазме со слабой пространственной дисперсией	36

Часть II

3. АНТЕННА В ХОЛОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ	43
3.1. Излучение электрического диполя в магнитоактивной плазме	43
3.2. Входной импеданс симметричного электрического вибратора в холодной магнитоактивной плазме	57
3.2.1. Вибратор в сильно замагниченной плазме ($\omega > \omega_{pe}$)	61
3.2.2. Электрический вибратор в плотной слабозамагниченной плазме ($\omega_{ne} < \omega_{pe}$)	65
Литература	71

Владимир Платонович Докучаев

Алла Ефимовна Крудкая

Лев Михайлович Оболенский

Владимир Александрович Япшев

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ

Часть II

Подписано в печать 17.06.87 г. МЦ 00953. формат 60x84 1/16.

Бумага множительная. Печать офсетная. Объем 2,36 усл. п. л.

Заказ 4590. Тираж 120. Бесплатно

Отпечатано на ротативе НИРФИ