

Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 241

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВУМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ
ИНТЕРАЦИОННЫМИ АЛГОРИТМАМИ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ
КОЛИЧЕСТВЕ СКАНОВ ПОЗЕВЫМ ЛУЧЕМ

М.И. Агафонов
О.А. Подвойская

Горький 1987

А гра ф о н о в М.И., П о д в о й с к а я О.А.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВУМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ
ИТЕРАЦИОННЫМИ АЛГОРИТМАМИ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ
КОЛИЧЕСТВЕ СКАНОВ НОЖЕВЫМ ЛУЧОМ

Горький, Препринт № 241 / Н И Р Ф И, 1987 - 27 с.

УДК 523.164 : 621.395

На основании численных экспериментов даны рекомендации по применению алгоритмов CLEAN при реконструкции двумерного распределения яркости по ограниченному числу профилей, полученных ножевыми лучами. Показано, что эффективным способом решения задачи обращения свертки в данном случае является алгоритм чистки с использованием приспособленного контура. Рассмотрен путь оптимизации параметров на основании критерия по соответствию одномерных профилей. Предложен также способ повышения устойчивости стандартной чистки. Полученные результаты полезны при восстановлении изображений по стрип-распределениям покрытий радиисточника Луной, для обработки данных наблюдений сектором радиотелескопа РАТАН-600, а также при использовании ножевых лучей для обзора при дистанционных исследованиях. Приводятся наглядные примеры результатов численного моделирования.

ВВЕДЕНИЕ. В работе рассмотрен синтез двумерного распределения яркости по одномерным профилям, полученным при сканировании по изучаемой области ограниченным количеством ножевых лучей. Случай соответствует редкому заполнению весовой функцией системы формирования uv -плоскости, поэтому для экстраполяции решения задачи обращения свертки необходимы нелинейные методы обработки [1]. При восстановлении можно использовать применяемые в радиоастрономии итерационные алгоритмы чистки [2, 3, 4, 5] или метод максимальной энтропии [6, 7, 8, 9].

Актуальность задачи связана с возможностью получить более качественное решение по сравнению с ранними процедурами обработки [10, 11, 12]. Предпосылками послужили новые теоретические результаты [1] на основе современных методов решения некорректных задач [13] и развитие в последние годы итерационных алгоритмов [1, 4, 5]. Подобная задача имеет место в апертурном синтезе, например, при наблюдениях сектором с плоским отражателем на радиотелескопе РАТАН-600 (см. напр. [14]), при восстановлении двумерного распределения яркости по одномерным профилям стрип-распределений, полученным при покрытиях радиосточника Луной [10, 11]. Вопрос восстановления также интересен для задач дистанционных исследований, поскольку при использовании современных методов цифровой обработки в некоторых случаях целесообразнее сканирование ножевым, а не карандашным лучом.

Цель работы - выяснить возможности восстановления при ограниченном числе сканов, дать рекомендации использования современных алгоритмов.

1. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ЗАДАЧИ. Возникновение задачи связано с восстановлением детального распределения яркости Крабовидной туманности по неполным данным - малому количеству одномерных профилей стрип-распределений яркости, полученных на частоте 750 МГц при покрытиях радиосточника Луной. Как сообщалось [16, 17], при заходах и выходах туманности из-за лимба Луны, который можно рассматривать в качестве

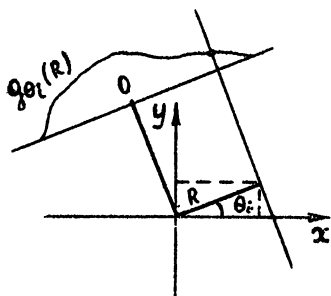
плоского экрана, получены 4 интегральных кривых распределения яркости на разных позиционных углах. Высокое угловое разрешение метода покрытий определяется зоной Френеля и составляет на частоте 750 МГц ($\Delta\psi_{\Phi} = \sqrt{\lambda/2\ell}$, ℓ — расстояние от наблюдателя до Луны) 5 секунд дуги. Стрип-распределения были получены дифференцированием после сглаживания с помощью скользящего суммирования. В отличие от методов [19, 20], применяемых для точечных источников, использование подобного приема [21] в данном случае целесообразно, поскольку радиоисточник на частоте 750 МГц имеет лишь протяженные структуры различных угловых размеров. Выбор интервала сглаживания $\Delta\psi \approx 3\Delta\psi_{\Phi}$ связан с усреднением шумов. В результате, одномерные профили стрип-распределений эквивалентны сканированию по источнику ножевым лучом, имеющим гауссово сечение на уровне половины интенсивности $\Delta\psi = 15$ секунд дуги.

Априорная информация об объекте: в исследуемой области расположен протяженный объект, имеющий угловые размеры 360 x 488 секунд дуги [22]. Детальные изображения имеются на более высоких частотах, например на 1.4 ГГц [23], и указывают на присутствие на протяженном фоне, плавно спадающем к краям, мечких образований. Известно также, что с понижением частоты возможны изменения структуры [16, 21, 24, 25].

Численное моделирование выполнено в первую очередь для последующего синтеза распределения яркости Крабовидной туманности на частоте 750 МГц. Поэтому исходным объектом для численного эксперимента послужило детальное изображение радиоисточника, полученное с помощью VLA на близкой частоте 1.4 ГГц [23] (см. рис. 7, а). Данный пример может хорошо иллюстрировать возможности восстановления в целом, так как в структуре объекта на общем протяженном фоне присутствуют как крупномасштабные, так и мелкомасштабные компоненты. Заметим, что ранние методы [2] сталкивались с известными затруднениями именно при обработке протяженных областей.

2. ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ. Ранее мы выделили процесс восстановления стрип-распределений из интегральных кривых. Поэтому сканирование по изучаемому, истинному объекту $f(x, y)$ (см. рис. 7, а), средний диаметр которого равен $D \approx 400$ сек дуги, проводится ножевыми диаграммами с гауссовым сечением на уровне половины интенсивности $\Delta\psi = 15$ сек дуги. Позиционные углы, соответствующие обстоятельствам покрытий 1982, 1983 гг. [16, 17], составляют 249, 105, 230, 127⁰ и

охватывают сектор 77° . Полученные в результате свертки одномерные профили стрип-распределений $g_{\theta_i}(R)$ изображены на рис.1. Их площадь нормирована на 1, значения интенсивности по вертикальной оси приводятся в расчете на 1 сек дуги. На этом же рисунке показана ориентация сканирующих лучей по отношению к объекту. Совокупность ножевых лучей на разных позиционных углах можно представить в виде синтезированной диаграммы или весовой функции формирования системы $h(x,y)$, пространственное изображение которой для нашего случая показано на рис.2,а. Размеры синтезированного луча на уровне половины интенсивности составили $\Delta\psi_{\Sigma} = 20 \times 35$ сек дуги ($\langle\Delta\psi_{\Sigma}^2\rangle = 28.5$ сек дуги). Вследствии линейности передаточной характеристики формирующей системы как синтезированная диаграмма $h(x,y)$, так и синтезированное двумерное изображение объекта - некорректная карта $g(x,y)$, показанная на рис.7,б, построены одинаковой методикой [26]. При этом значения функций $h(x,y)$ и $g(x,y)$ вычисляются суммированием соответствующих откликов каждого из одномерных профилей (см.рисунок в разрезе текста) по формуле



$$(1) \quad g(x,y) = \alpha_i \sum_{i=1}^4 g_{\theta_i}(x \cdot \cos \theta_i + y \cdot \sin \theta_i),$$

где α_i - весовой коэффициент каждого скана (α_i может быть приравнен 1 при применении далее процедуры чистки с помощью аналогичным образом синтезированной диаграммы). Полученная грязная карта

$g(x,y)$ эквивалентна свертке исходного объекта с синтезированной диаграммой

$$(2) \quad g(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x-x_0, y-y_0) f(x,y) dx dy + n(x_0, y_0),$$

где $n(x_0, y_0)$ - в общем случае случайный шум.

В работе Брейсуэлла [26] рассмотрен случай полного заполнения весовой функцией формирующей системы области пространственных час-

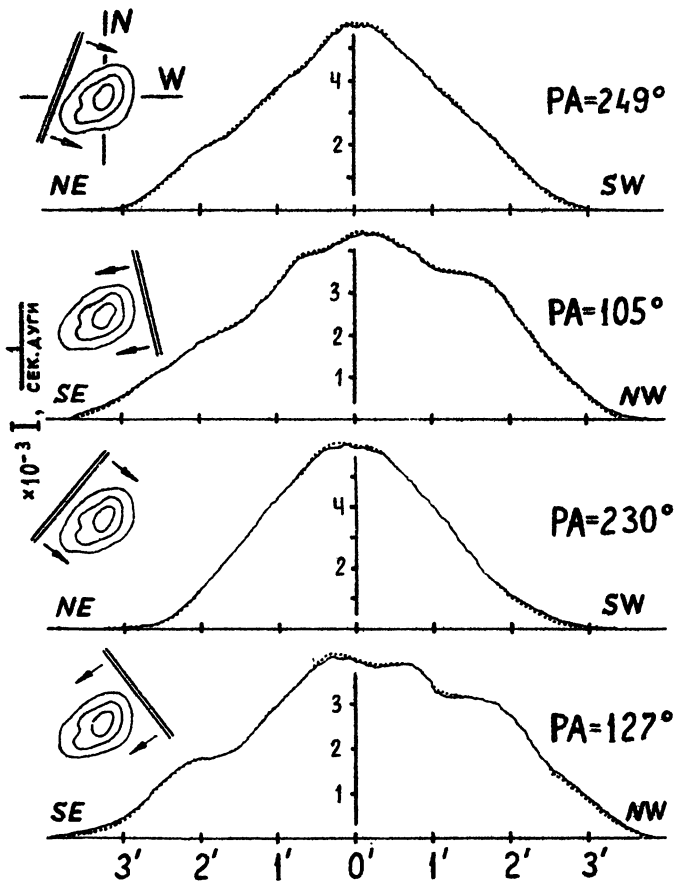


Рис. 1. Исходные и контрольные (нанесены точками) профили стрип-распределений. Рядом показана ориентация сканирующих лучей по отношению к объекту.

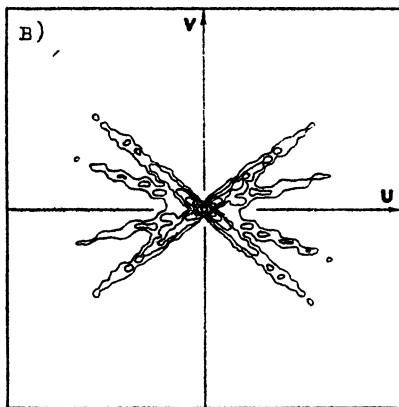
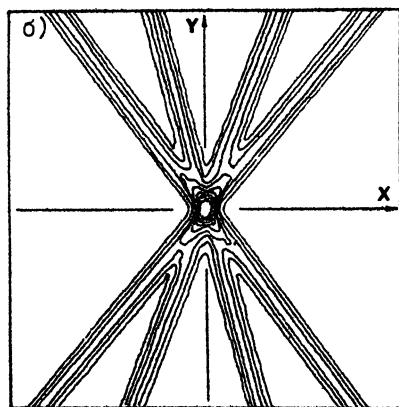
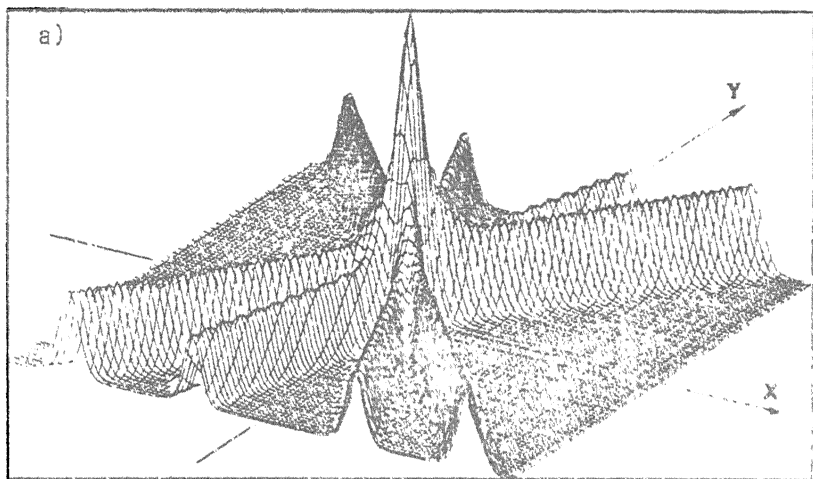


Рис. 2. Синтезированная диаграмма: а) пространственное изображение; б) изображение на плоскости; в) модуль спектра.

тот до заданной граничной частоты ω_T , синтезированное распределение яркости $g_{II}(x, y)$ при этом можно рассматривать в качестве распределения яркости исходного объекта $g_{II}(x, y) \approx f(x, y)$. Отметим, что используемая в [26] предварительная фильтрация стрипов – свертка с функцией вида $\sin x/x$, соответствует срезу верхних гармоник за пределами прямоугольной полосы пропускания до ω_T и выполняется с целью сужения области неопределенности решения. Ошибка определения решения $\hat{f}(x, y)$ при полном заполнении для $\omega < \omega_T$ составляет менее 1%, восстановление называют полным [26]. По формуле:

$$(3) \quad N \geq \pi D / \Delta \varphi$$

из [26], связывающей желаемое угловое разрешение $\Delta \varphi = 1/\omega_T$, диаметр изучаемой области D с необходимым количеством сканов N , определяем необходимое их число в нашем случае. Получим, что потребуется около 40 сканов. Как видно из рис.7,б, при 4 профилях искажения исходного распределения яркости на некорректной карте $g(x, y)$ столь существенны, что интерпретация структуры объекта данного вида не имеет смысла. Сказывается высокий уровень боковых (около 25%), которые имеют форму расходящихся лучей.

В отличие от случая [26], наша синтезированная диаграмма имеет редкое заполнение в пределах выбранной граничной частоты $\omega_T = 1/\Delta \varphi$. Ее изображение на плоскости, а также модуль спектра показаны на рис.2,б и 2,в соответственно. Как видно из рис.2,в, на $U\mathcal{U}$ -плоскости существует большая область пространственных частот в пределах ω_T , в которой отклик весовой функции формирующей системы равняется нулю. Заполнение для нашего случая составляет лишь около 10%. Следовательно, нужна экстраполяция решения, а значит – нелинейные методы обработки.

В математическом смысле восстановление является задачей обращения линейного уравнения Фредгольма I рода типа свертки (2). Ввиду некорректности задачи вопрос о степени приближения решения $\hat{f}(x, y)$, об информации, которую возможно получить, следует выяснять с помощью численного эксперимента. При этом необходимо учитывать требование регуляризации решения [13], что неразрывно связано с методом восстановления.

3. ВЫБОР И ОБСУЖДЕНИЕ МЕТОДИКИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ. Ввиду относительной простоты в сравнении с методом максимальной энтропии (МЕМ) наибольшую привлекательность для решения задачи представляют итерационные алгоритмы с нелинейными ограничениями, называемые в радиоастрономии CLEAN (чистка). Кроме того, новые эффективные варианты МЕМ, например [9], хотя и демонстрируют хорошие возможности, однако предполагают использование для статистики больших массивов данных. Поскольку подобные алгоритмы требуют весьма значительного количества вычислений, реализация и использование их доступны на современных векторных компьютерах. Наши программы решения задачи составлены применительно к ЭВМ БЭСМ-6.

3.1. Обобщенный подход. Известно, что шум в правой части уравнения (2) делает задачу неустойчивой, малые его изменения могут приводить к большим отклонениям оценки решения $\hat{f}(x, y)$ от ее истинного значения. Для устранения некорректности разработаны способы регуляризации обратных задач [13]. В случае простой инверсной фильтрации, эквивалентной использованию обратного оператора, регуляризация сводится к коррекции частотной характеристики инверсного фильтра путем домножения ее на стабилизирующий множитель [29]. Для итерационных алгоритмов, при разложении обратного оператора в бесконечный ряд [1], методика решения задачи регуляризации на базе тихоновских алгоритмов [13] описана в работе [30]. Таким образом, возможности применения для решения поставленной задачи используемых в радиоастрономии модификаций итерационных алгоритмов CLEAN [2, 3, 4, 5] необходимо рассматривать с учетом требования регуляризации.

В нашей задаче, следуя обобщенному подходу [13], нужно минимизировать функционал:

$$(4) \quad \Phi[f] = \Phi_0[f] + C[f, \lambda_1, \dots, \lambda_L] + \alpha \Omega[f],$$

где $\Phi_0[f]$ — функционал критерий (мера качества); $C[f, \lambda]$ — ограничения (например, уравнение формирования $g = h * f + n$, неотрицательность решения $\hat{f}(x, y) \geq 0$, ограничения на пространственную или спектральную протяженность, если известно, что $f(x, y) \neq 0$ в каком-то интервале $x \in (a, b)$, $y \in (c, d)$ или, что $F(\omega) = F(\omega)$ при $\omega \leq \omega_T$ и $F(\omega) = 0$ при $\omega > \omega_T$; $\Omega[f]$ — стабилизирующий функционал для устойчивости к шумам; α — стабилизирующий множитель. Как правило, ме-

рой качества могут являться энтропия, мощность или норма ошибки. В нашем случае в качестве теста-критерия разумно использовать норму ошибки сравнения контрольных профилей, полученных стрип-интегрированием решения $\hat{f}(x, y)$, и исходных одномерных кривых (см. рис. I). Однако, прежде чем положиться на оценку качества решения с помощью этого критерия, желательно на численном эксперименте убедиться в эффективности данного теста при малом числе профилей и сложной структуре исходного объекта. Решение задачи (4) можно искать традиционно [13] путем решения системы нелинейных уравнений или методами прямой оптимизации градиентного вида. В [1] отмечалось, что методы прямой оптимизации представляют собой многомерный итерационный процесс, в целом аналогичный итерационным алгоритмам. Поэтому и итерационные алгоритмы, в свою очередь, можно рассматривать, исходя из обобщенного вида (4). Отметим однако, что выбранный нами критерий по соответствию стрип-распределений не может быть непосредственно включен в общую схему итерационного алгоритма, представленную в [30]:

$$(5) \quad f^{k+1} = r_{\alpha} C f^k + \lambda (g - h C f^k),$$

где r_{α} — стабилизатор; C — ограничения, которых много в общем случае ($C = C_1 \cdot C_2 \cdot \dots \cdot C_n$); λ — управляющий параметр (константа, называемая усиление). Согласно [30] стабилизатор r_{α} вычисляется через обратное преобразование Фурье от частотной характеристики тихоновского стабилизирующего множителя:

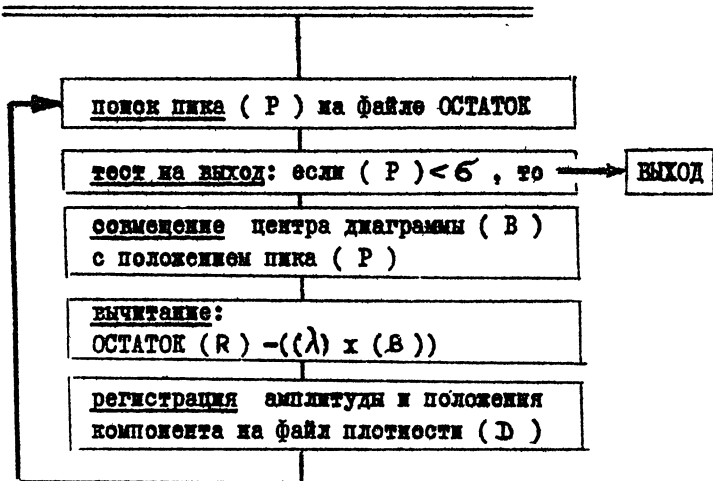
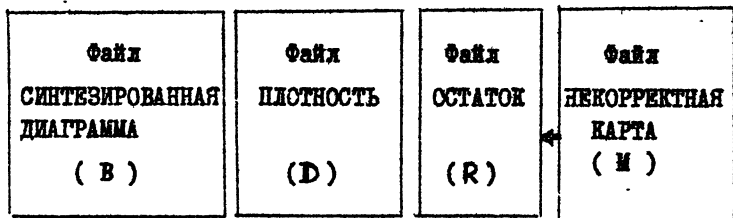
$$(6) \quad r_{\alpha}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(\omega)}{|H(\omega)|^2 + \alpha \varphi(\omega)} e^{i\omega x} d\omega,$$

где $H(\omega)$ — преобразование Фурье от $h(x)$, $\varphi(\omega)$ — возрастающая функция, например, $\varphi(\omega) = \omega^2$, α — параметр регуляризации [29]. Интервал изменения λ в общем случае $0 < \lambda < 2/\max H(\omega)$ [30]. Следовательно, после первичной оценки $\hat{f}(x, y)$ с учетом дальнейшего стрип-интегрирования вводятся поправки в итерационную схему. Они обычно связаны с изменением управляющего параметра λ . В итоге решение можно свести к набору задач оптимизации. В первой находится приближение решения $\hat{f}(x, y)$ при помощи итерационного процесса (5), вторая включает стрип-интегрирование, вычисление ошибки сравнения исходных и

контрольных профилей $b(\lambda)$, при этом минимизация $b(\lambda)$ при изменении управляющего параметра λ позволяет определить лучшее приближение решения, укладывающееся в интервал ошибки исходных профилей.

3.2. Варианты метода чистки. Наиболее известной в радиоастрономии реализацией итерационного метода является широко применяемый с 1974 года алгоритм стандартной чистки Хегбома [2]. При этой процедуре в каждой итерации обрабатывается только один компонент используемой для изображения сетки. К негативным проявлениям относятся малая скорость и вероятные искажения – "морщины", или "овражная" структура, проявляющиеся на протяженных областях. На обстоятельства, при которых возникает несоответствие результата обработки истинной яркости неба, указывалось в [32]. Сходимость метода для определенных случаев доказана Шварцем [27]. Теоретическая база подробно представлена в [32]. Блок-схема алгоритма показана на рис.3. Первоначальный вариант чистки не включал явный критерий выбора управляющего параметра λ , называемого усиление, однако, неоднократно отмечалось, в том числе в [32], что результат реконструкции может зависеть от его выбора сложным образом. Привлекательна простота данного алгоритма, что важно при программировании и существенно для пользователей. Рекомендации о возможном применении метода в рассматриваемой задаче приводятся в следующем разделе.

В 80-е годы появились модификации базового алгоритма. В 1980 году Кларком [3] введены изменения с целью ускорения процесса. В 1983 Корнвеллом [4] предложены две модификации для стабилизации базового алгоритма и уменьшения искажающих эффектов: SSC-чистка, стабилизированная сглаживанием и ESC-чистка, стабилизированная энтропией. Идея метода SSC, называемого иначе "spike" beam CLEAN, состоит в создании положительно определенного луча. Для компенсации смещающего эффекта с центром синтезированной диаграммы симметрируется μ нк, величина которого зависит от степени гладкости, определяемой суммой квадратов интенсивностей элементов изображения (см. [4, 32]). При малом значении усиления λ алгоритм SSC эффективен в понижении искажений, однако ценой асимптотического поведения процесса. В [32] было показано теоретически и на одномерном примере, что единственное решение к которому алгоритм сходится, не должно иметь желанных качеств подавления боковых. В [32] приведены некоторые предостережения для пользователей и отмечалось, что вторая методика – ESC не мо-



Начальные параметры:

(λ) - усиление

Б - пороговый уровень

Рис.3. Блок-схема стандартной чистки.

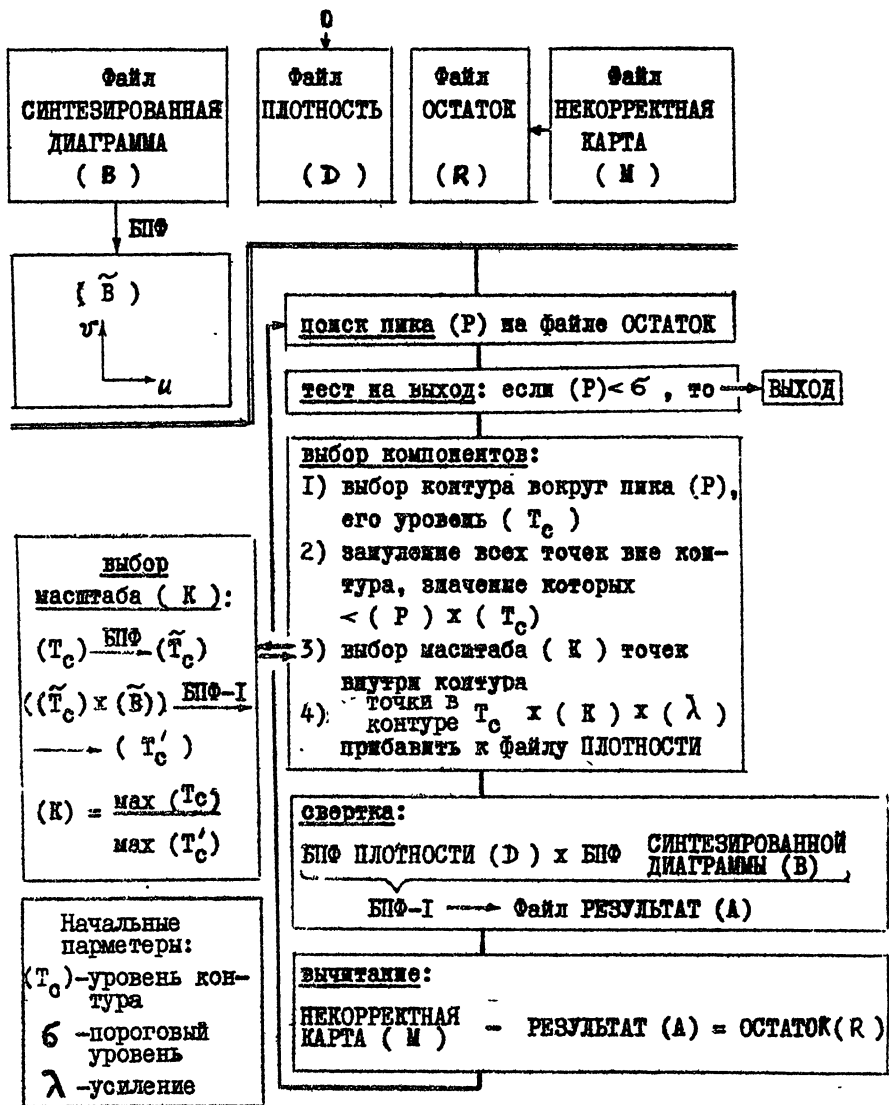


Рис. 4. Блок-схема чистки с применением приспособленного контура (TC-CLEAN).

жет быть использована, так как процесс не сходится.

В работе Стира и др. 1984 года [5] представлена существенная модификация чистки TC-CLEAN, в которой для выбора компонентов в каждой итерации используется метод приспособленного контура (TC). Как отмечалось в [5], ценные качества алгоритма особенно проявляются при обработке протяженных областей. Поскольку в каждой итерации участвует одновременно большое количество компонентов с интенсивностью, превосходящей установленный уровень контура, - предотвращается образование дефектов в виде полос: "морщин" и "гребней". Отметим, что ускорение в варианте Кларка [3] достигается за счет вычитания диаграммы одновременно из нескольких пиков. Поскольку при этом из каждого пика вычитается только центральная часть синтезированного луча, возможны заблуждения при наличии у диаграммы достаточно сильных боковых на удалении от центра. В нашем случае уровень боковых с увеличением радиуса не снижается, что делает неприемлимым использование модификации [3]. В алгоритме [5] возникновение подобных дефектов исключено. Кроме того, существенное сокращение времени достигается при перемножении матриц в частотной области и из-за выбора в каждой итерации оптимального шага приращеня при применении двух пар БПФ.

В итоге модификация алгоритма TC-CLEAN [5] является, видимо, наиболее привлекательной для решения поставленной задачи.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИТЕРАЦИОННЫМИ АЛГОРИТМАМИ. Ввиду относительной простоты в первую очередь было целесообразно использовать метод стандартной чистки [2]. Кроме того, несомненный интерес представляло сравнение результатов моделирования обоими алгоритмами [2, 5] при применении теста-критерия по соответствию одномерных профилей.

4.1. Стандартная чистка, регуляризация решения. Известно, что итерационный процесс алгоритма [2] (см. блок-схему на рис.3) предусматривает смещение центра синтезированной диаграммы h с пиком P_i на некорректной карте g и последующее вычитание луча с амплитудой $M_i = \lambda \cdot P_i$, зависящей от величины установленного усиления λ . Точечный компонент, масштабированный таким образом, прибавляется каждый раз к результату. Цикл повторяется до тех пор, пока пики на некорректном изображении не уменьшатся до порога, соответствующего уров-

ню шума n . В этом случае полученное решение \hat{f} будет в согласии с данными некорректной карты: $\|g - h * \hat{f}\| \approx \|n\|$. Таким образом, пользователю следует установить два параметра: коэффициент усиления λ и пороговый уровень для некорректной карты. Нами уже отмечалось [28], что использование больших величин усиления, для данной структуры объекта $\lambda > 0.25$, хотя и дает сокращение времени счета, поскольку $\log N \sim \log \lambda$, где N — число итераций, однако приводит к значительным искажениям изображения — дроблению источника на обособленные сильные компоненты. Слишком малые значения λ также не оказывают положительного эффекта из-за суммирования арифметических ошибок, к тому же значительно увеличивают расчетное время. Рис. 5, а иллюстрирует результат необоснованного выбора усиления λ . Произвольная установка коэффициента привела в данном случае к полному разногласию результата с исходным объектом. Для выбора λ необходимо ограничение, основанное на дополнительной априорной информации. Критерием в данной задаче должен служить процесс минимизации функционала, зависящего от суммарной величины ошибки исходных и контрольных профилей. Подобная процедура соответствует решению по невязке (см. напр. [34]).

В итоге решение задачи должно отвечать следующим требованиям: 1) находиться в согласии с данными на некорректной карте $\|g - h * \hat{f}\| \approx \|n\|$; 2) удовлетворять ограничениям, введенным в структуру итерационного алгоритма $\hat{f} = C f$; 3) минимизировать функционал $\hat{f} = \min_f \Phi_0[\sigma^2(\hat{f})]$, где σ — среднеквадратичная ошибка исходных и контрольных профилей.

Для целого ряда изображений, построенных для различных значений λ в интервале от 0.01 до 0.5, получены стрип-интегральные профили (для $\lambda = 0.1$ они показаны точками на рис. 1), которые сравнивались с исходными. На рис. 5, б приведены значения ошибки профилей $\sigma(\lambda)$ от величины выбранного усиления. Из графика видно, что зависимость носит шумоподобный характер, но существует ярко выраженный минимум в интервале от 0.05 до 0.10. Осцилляции появляются вследствие неустойчивости алгоритма. Дефекты структуры наиболее заметны при картографировании источников с протяженной эмиссией, поскольку в этом случае результат реконструкции состоит из большого количества отдельных мелких компонентов, между которыми расположена "овражная" структура. Пространственное положение пиков перестраивается случайным образом при изменении λ даже на очень малую величину (~ 0.001).

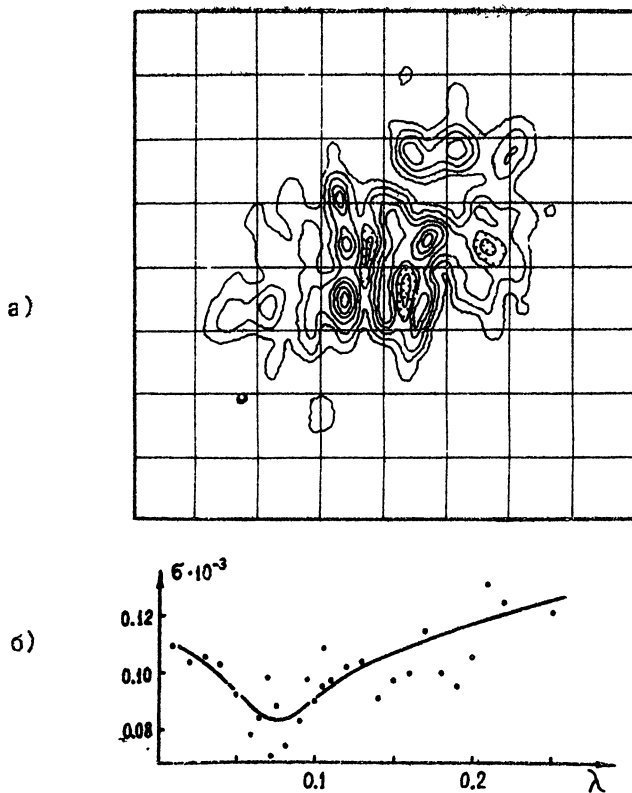


Рис. 5. Моделирование стандартной чисткой: а) результат необоснованного выбора усиления λ ; б) зависимость величины ошибки исходных и контрольных профилей от значений выбранного усиления λ .

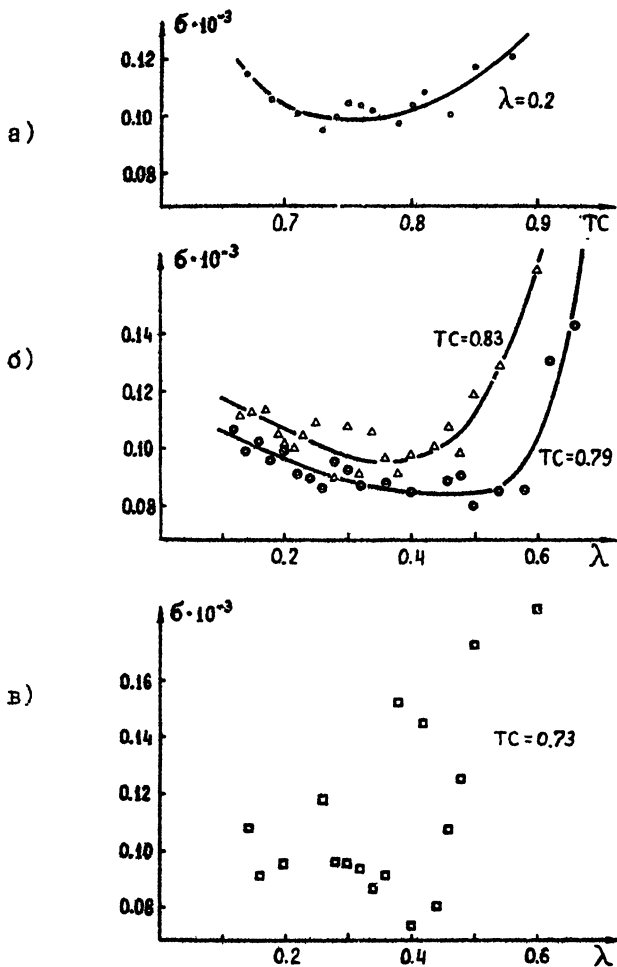


Рис. 6. Процесс оптимизации при использовании чистки с применением приспособленного контура TC.

Для повышения устойчивости на основании результатов численного моделирования рекомендуется следующая процедура: 1) Определить методом наименьших квадратов по профилям стрип-распределений наиболее благоприятный интервал λ . Для поиска в случае протяженных структур рекомендуется область значений $0.03 \leq \lambda \leq 0.20$; 2) В установленном интервале выполнить более тщательный выбор ряда параметров λ_j , при которых отклонения σ минимальны; 3) Для отобранной серии значений λ_j провести усреднение результатов чистки $\langle \hat{f}_j(x, y) \rangle$. При этом контурнее проявляются истинные элементы, сводятся к минимуму случайные, ложные детали. На рис.8,а показан результат реконструкции после усреднения трех реализаций. Итерационный процесс [2] вследствие неустойчивости имеет сложный статистический характер. Предложенный путь решения — это объединение итерационного алгоритма стандартной чистки и процесса оптимизации, основанного на сравнении профилей, с методами, позволяющими извлекать необходимую информацию из ансамбля искаженных изображений. Подобные приемы применительно к случайно-неоднородным средам достаточно хорошо известны [1, 35].

4.2. Восстановление алгоритмом чистки с применением приспособленного контура, процесс оптимизации. Существенные улучшения при обработке протяженной структуры дает второй реализованный алгоритм чистки [5], структурная схема которого показана на рис.4. В каждой итерации одновременно обрабатывается большое число точек изображения, интенсивность которых превышает заданный уровень приспособленного контура TC. Как видно из рис.7,б, некорректная карта в нашем случае имеет весьма гладкую структуру. Естественно, что при этом в контур вначале попадает наиболее протяженная область, с ростом номера итерации в качестве компонентов участвуют все более мелкие детали. Подобный характер процесса в нашей задаче не потребовал дополнительного введения стабилизатора Γ_α . На заключительной стадии итерационный процесс можно всегда остановить в случае усиления шума. Свертки выполняются через БПФ в частотной области, с использованием дополнительной пары БПФ выбирается оптимальный шаг приращения в каждой итерации. Прелесть качества — большая скорость обработки, высокая устойчивость. Отсутствуют искажения в виде "оврагов", в 20–30 раз уменьшается число итераций по сравнению со стандартной чисткой. Численное моделирование показало высокую эффективность метода для нашей

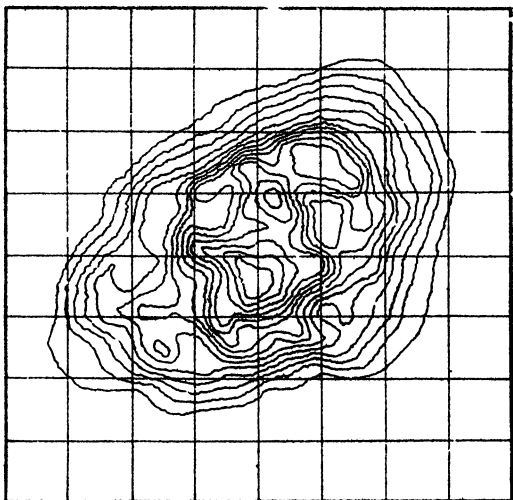
задачи.

Подробнее рассмотрим вопрос, связанный с выбором решения на основании минимизации ошибки стрип-интегральных профилей. Структура алгоритма [5] предусматривает, что пользователю следует установить 3 параметра: уровень контура TC, ускоряющий параметр усиление λ и пороговый уровень на некорректной карте. Величину TC, согласно [5], рекомендуется устанавливать немного выше уровня большего боковика. В нашей задаче, при ножевых лучах, подобный низкий уровень не дает сходимости процесса, поскольку в контур, начиная с первой итерации попадает эмиссия грязной карты, расположенная вне истинной области излучения источника. Выполненные расчеты иллюстрируют возможности оптимизации при выборе параметров TC и λ . На рис.6,а показаны значения σ (TC), полученные при изменении уровня контура TC и постоянном усилении $\lambda = const$. Из графика видно, что критерий позволяет определить наиболее благоприятный интервал для выбора уровня контура. в данной задаче он соответствует $0.7 \leq TC \leq 0.8$. Небольшой разброс точек, являющийся следствием малого числа профилей, не позволяет провести более точную оптимизацию контура TC на основании одной зависимости $\sigma(TC, \lambda = const)$. Уточнение возможно лишь при расчете нескольких зависимостей $\sigma(\lambda, TC = const)$. Из графиков на рис.6 видно, что значение $TC = 0.79$ наиболее близко к оптимальной величине, значительный разброс точек при $TC = 0.73$ иллюстрирует заниженный уровень контура. В итоге для подобных задач рекомендуется: 1) на основании априорных сведений о пространственной протяженности источника установить уровень TC по возможности ниже, однако в пределах границ истинной области излучения; 2) величину усиления выбрать несколько больше, чем $I-TG$; 3) далее можно выполнить тщательную оптимизацию параметров TC и λ , подобная процедура показана на рис.6.

Для процесса характерна высокая устойчивость. Полученные в результате оптимизации варианты решения при $TC = 0.79$ практически не отличаются друг от друга при изменении усиления в достаточно широком интервале $0.25 \leq \lambda \leq 0.50$. Изображение для $TC = 0.79, \lambda = 0.26$ показано на рис.8,б.

5. ОБСУЖДЕНИЕ. По результатам численного моделирования выше изложены рекомендации по применению в подобных задачах двух вариантов алгоритма CLEAN[2, 5]. Как следует из графиков на рисунках 5,б и 4,б, минимальная среднеквадратическая ошибка исходных и контрольных про-

а)



б)

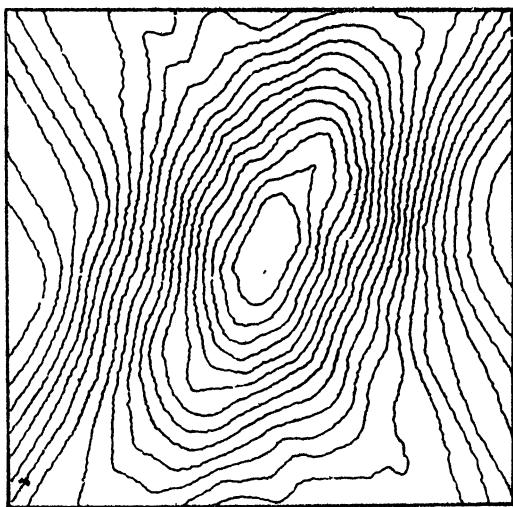
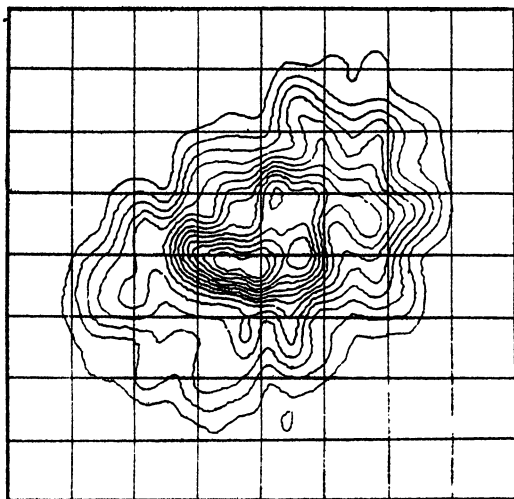


Рис. 7. а) истинное изображение объекта;
б) некорректная карта (размеры поля
соответствуют 8 x 8 мин дуги).

а)



б)

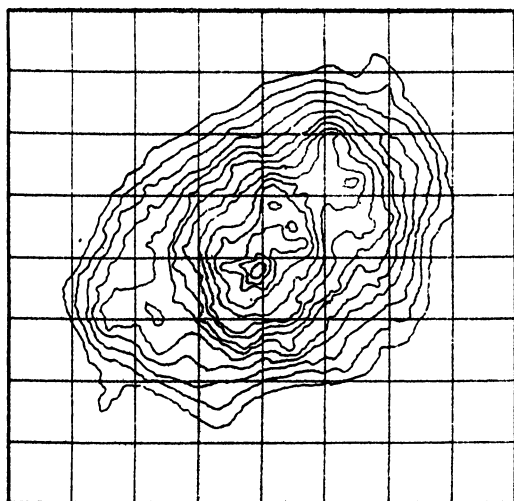


Рис. 8. а) изображение, полученное при использовании стандартной чистки (усреднение трех реализаций);
б) изображение, построенное чисткой с применением приспособленного контура.

филей при получении регуляризованных решений примерно одинакова для каждого варианта. В рассмотренном примере она соответствует $\sigma = \pm 0,09 \cdot 10^{-3}$, что составляет около 1,8% от значения максимальной интенсивности любого профиля. Однако регуляризация решения при применении алгоритма стандартной чистки в некоторых случаях сложная задача, требующая значительных вычислительных затрат. Особенно существенны трудности при наличии протяженных областей. Поэтому в качестве универсального алгоритма может быть рекомендован метод [5] с использованием приспособленного контура. Эксперимент показал, что применение его в подобных задачах позволяет получить качественное решение. Сравнение результатов обработки обоими алгоритмами иллюстрирует рис.8. Размеры поля каждой карты 8 x 8 мин дуги. Изображение, восстановленное с помощью алгоритма [5] лучше повторяет структуру истинного объекта (см.рис.8,б и 7,а). Совпадают положения большинства изофот, основных градиентов, хорошо восстановлена протяженная структура и основные элементы изображения. Подобного качества в сходных задачах можно достигнуть в условиях высокого отношения сигнала к шуму на исходных профилях, не превосходящего величину ошибки σ . Следствием большей величины шума может явиться ухудшение качества восстановленного изображения, поскольку минимизацию величины σ при условии регуляризованного решения следует проводить лишь до уровня ошибки исходных профилей. Использование алгоритма стандартной чистки рекомендуется лишь в случае ограниченного класса объектов, состоящих из обособленных сильных компонентов, или для получения дополнительной информации о положениях мелких деталей при условии ослабления регуляризации.

Процесс реконструкции двумерного изображения рассмотрен на конкретном примере при заполнении весовой функцией формирующей системы из ножевых лучей лишь 0,1 части UV -плоскости в пределах граничной частоты ω_r . Случай неравномерного распределения позиционных углов, при котором заполнение полностью отсутствует в большем секторе $180^\circ - 77^\circ = 103^\circ$, типичен как для задач, связанных с обстоятельствами покрытия Луной, так и для наблюдений сектором радиотелескопа РАТАН-600 [18]. При равномерном распределении сканирующих лучей следует ожидать более качественное восстановление. Полученные результаты необходимы для реконструкции детальной структуры Крабовидой туманности по стрип-распределениям покрытий, позволяют оценить возможности вос-

становления в смежных задачах. Сканирование ножевыми лучами может быть целесообразно для обзора при дистанционных радиометрических исследованиях.

С учетом изложенных рекомендаций составлены программы восстановления изображений по одномерным профилям с использованием алгоритмов стандартной чистки и чистки с применением приспособленного контура. В качестве основы используется стандартная библиотека ЭВМ БЭСМ-6. При составлении программ учитывались также результаты, изложенные в монографиях [36, 37, 15], по применению БПФ, дискретизации и машинной графике. Изображения, показанные на рис.2,5,7,8, построены на сетке 65 x 65 пиксел с использованием программы гладкой аппроксимации CONDEK. Пространственное представление диаграммы получено прецированием с помощью библиотечной программы THREEED.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Выполненное численное моделирование указывает на возможность достижения итерационными алгоритмами чистки хорошего качества восстановления изображений по ограниченному числу одномерных профилей. Полученные результаты свидетельствуют об эффективности использования в задаче алгоритма чистки с применением приспособленного контура. Вопросу реконструкции изображений по проекциям в последние годы уделяется большое внимание. Методы, применяемые в медицинской томографии изложены, например, в [31], приложениям в радиоастрономии посвящен один из докладов в сборнике [33]. Надеемся, что представленные рекомендации будут полезны при восстановлении изображений в радиоастрономии и дистанционных исследованиях с использованием радиометрии.

Авторы выражают благодарность К.С.Станкевичу за внимание к работе и ценные советы, а также К.П.Гайковичу за полезное обсуждение.

Л и т е р а т у р а

1. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. - М.: Радио и связь, 1986. -304 с.
2. Hogbom J.A. Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines.-Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 1974, v. 15, N 3, p. 417-426.
3. Clark B.G. An efficient implementation of the algorithm „CLEAN“.- Astron. Astrophys., 1980, v. 89, p. 377-378.

4. Cornwell T.J. A method of stabilizing of the clean algorithm. -Astron. Astrophys., 1983, v. 121, N 2, p. 281-285.
5. Steer D.G., Dewdney P.E., Ito M.R. Enhancements to the deconvolution algorithm "CLEAN".-Astron.Astrophys.,1984, v.137, N 2, p.159-165.
6. Frieden B.R.,Wells D.C.Restoring with maximum entropy: 3 Poisson sources and their backgrounds.-J. Opt. Soc. America, 1978, v. 68, N 1, p. 93-103.
7. Skilling J., Bryan R.K.Maximum entropy image reconstruction: general algorithm.-Mon.Not.R.astr.Soc.,1986, v.211, N 1, p. 111-124.
8. Cornwell T.J.,Evans K.F. A simple maximum entropy deconvolution algorithn.-Astron.Astrophys., 1985, v. 143, N 11, p. 77-83.
9. Reiter J., Pfleiderer J. Improvement of MEM-deconvolution by an additional constraint.-Astron. Astrophys., 1986, N 1/2, p.381-392.
10. Maloney F.P., Gottesman S.T. Lunar occultation observation of the Crab Nebula.- Astrophys. J., 1979, v. 234, p. 485-492.
11. Агафонов М.И., Асланян А.М., Гулян А.Г., Иванов В.П., Мартиросян Р.М., Подвойская О.А., Станкевич К.С. Радиоизображение Крабовидной туманности на частоте 750 МГц. - Письма в АЖ., 1986, т. 12, № 4, с. 275-280.
12. Минченко Б.С. Синтез радиоизображений на радиотелескопе РАТАН-600. -Изв. вузов.- Радиофизика, 1983, т. 26, № II, с.1463-1471.
13. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1986. - 288с.
14. Парийский Ю.Н. РАТАН-600 и апертурный синтез. - Препринт САО, № 33 Л., 1986, Ленинград. - 24 с.
15. Павлидис Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений/ Пер. с англ.- М.: Радио и связь, 1987. - 400 с.
16. Агафонов М.И., Асланян А.М., Барабанов А.П., Бубужин И.Т., Гулян А.Г., Иванов В.П., Мартиросян Р.М., Малышев И.А., Станкевич К.С., Столяров С.П. Результаты радиоастрономических наблюдений покрытия Крабовидной туманности Луной 2 декабря 1982 г. - Письма в АЖ., 1984, т. 10, №10, с. 730-736.
17. Агафонов М.И., Асланян А.М., Барабанов А.П., Бубужин И.Т., Гулян А.Г., Иванов В.П., Мартиросян Р.М., Малышев И.А., Станкевич К.С., Столяров С.П. Результаты радиоастрономических наблюдений покрытия Крабовидной туманности Луной 26 января 1983 г. - Астрофизика, 1984, т. 21, №2, с. 283-288.

18. Минченко Б.С. Азимутальный апертурный синтез солнца на радиотелескопе РАТАН-600 в режиме "Юг с перископом".-Изв.САО, 1986, № 21, с. 91-97.
19. Scheuer P.A.G. On the use of the lunar occultations for investigations the angular structure of radio sources.-Austr. J. Physics, 1962, v. 15, N 3, p. 333-343.
20. Гончарский А.В., Черепашук А.М., Ягола А.Г. Некорректные задачи астрофизики. - М.: Наука, 1985. - 352 с.
21. Дасточян В.П., Дукин Э.Б., Станкевич К.С., Цейтлин Н.М. Исследование Крабовидной туманности методом лунных покрытий. - Астрон. журн., 1965, т. 42, № 4, с. 705-708.
22. Агафонов М.И., Аслаяня А.М., Гулян А.Г., Иванов В.П., Мартиросян Р.М., Станкевич К.С., Столяров С.П. Радиоизлучение оболочки Крабовидной туманности.-Астрон.журн.,1987, т.64, №1, с.60-68.
23. Velusamy T. Structure of the Crab Nebula: intensity and polarisation at 20 cm.-Mon.Not.R.astr.Soc., 1985, v. 212, p. 359-365.
24. Матвеевко Л.И. Распределение яркости в Крабовидной туманности на частоте 535 МГц.-Астрон.журн., 1968, т. 45, №1, с.160-164.
25. Артюх В.С., Виткевич В.В., Власов В.И., Кафаров Г.А., Матвеевко Л.И. О распределении яркости Крабовидной туманности на метровых волнах, по наблюдениям покрытий Луной 4 августа 1964 г.-Астрон. журн., 1966, т. 43, № 1, с. 13-19.
26. Bracewell R.N., Riddle A.C. Inversion of fan-beam scans in radio astronomy.-Astrophys.J.,1967, v. 150, p. 427-434.
27. Schwarz U.J. Mathematical-statistical description of the iterative beam Removing Technique (Method CLEAN).-Astron.Astrophys., 1978, v. 65, N 3, p. 345-356.
28. Агафонов М.И., Подвойская О.А. О выборе параметров стандартной чистки при построении карты по стрип-распределениям. В кн.: XVIII Всесоюзная конференция "Радиотелескопы и интерферометры", Тез. докл. Иркутск, 1986, с. 154-155.
29. Василенко Г.И. Теория восстановления сигналов.- М.:Сов радио, 1979. - 272 с.
30. Тараторин А.М. О регуляризации итерационных алгоритмов восстановления сигналов. -Радиотехника и электроника, 1986, т. 31, № 3, с. 1316-1322.
31. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии / Пер. с англ.- М.: Мир, 1983. -352 с.

32. Tan Sze M. An analysis of the properties of CLEAN and Smoothness Stabilized CLEAN - some warnings.-Mon. Not. R. astr. Soc., 1986, v. 1 220, N 4, p. 971- 1001.
33. Построение изображений в астрономии по функциям когерентности / Под ред. К.Ван-Схонвелда: Пер.с англ.- М.: Мир, 1982. -320 с.
34. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие / Иванов В.В. - Киев: Наук. думка, 1986. - 584 с.
35. Компьютеры в оптических исследованиях / Под ред. Б.Фридена: Пер. с англ. - М.: Мир, 1983. - 488 с.
36. Макс Я. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. Пер. с франц.-М.: Мир, 1983-г. I, 312 с.
37. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Под ред. Т.С.Хуанга: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1984. - 224 с.

Дата поступления статьи

14 июля 1987 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Возникновение задачи	3
2. Постановка обратной задачи	4
3. Выбор и обсуждение методики восстановления	9
3.1. Обобщенный подход	9
3.2. Варианты метода чистки	II
4. Результаты численного моделирования итерационными алгоритмами	I4
4.1. Стандартная чистка, регуляризация решения.....	I4
4.2. Восстановление алгоритмом чистки с применением приспособленного контура, процесс оптимизации..	I8
5. Обсуждение	I9
Заключение	23
Литература	23

Михаил Игоревич Агафонов
Ольга Алексеевна Подвойская

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВУМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ
ИНТЕРАЦИОННЫМИ АЛГОРИТМАМИ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ
КОЛИЧЕСТВЕ СКАНОВ НОЖЕВЫМ ЛУЧЕМ

Подписано в печать 28.08.87 г. МЦ 14283. Формат 60x84/16
Бумага множительная. Печать офсетная. Объем 1,61 усл. печ. л.
Заказ 4612. Тираж 120. Бесплатно

Отпечатано на ротатристе НИРФИ