

Министерство высшего и среднего специального образования  
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени  
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

---

П р е п р и н т № 2 4 2

РЕЗОНАНСНОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ  
РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН  
ПОЛЕМ ОБЪЕМНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Соколов А.В.

Горький 1987

С о к о л о в А. В.

РЕЗОНАНСНОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕЛЕЕВСКИХ ВОЛН ГОЛЕМ  
ОБЪЕМНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ // Препринт № 242. - Горький: НИРФИ. - 1987.

- 16 с.

УДК 534:530.182

В работе изучается начальная стадия вырожденной параметрической неустойчивости поверхностной рэлеевской волны на границе однородного квадратично-нелинейного полупространства в поле гармонических объемных возмущений, сформированных падающей и отраженными от границы плоскими волнами. Для комплексной огибающей квазимонохроматического сигнала рэлеевской волны получено укороченное уравнение первого приближения асимптотического метода. Показано, что при падении на границу полупространства интенсивных  $P$  и  $SV$  волн возникает неустойчивость рэлеевской волны. Воздействие интенсивного  $SH$  поля проявляется в изменении частоты поверхностной волны. В работе исследуются зависимости инкрементов от угла падения объемной волны и определяются пороговые значения полей, необходимые для возбуждения рэлеевской волны при наличии диссипативных потерь в среде.

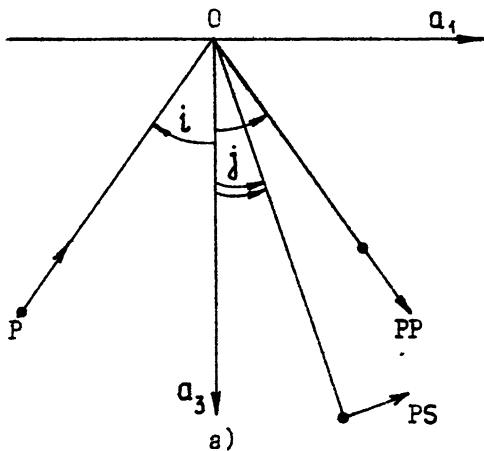
В линейном приближении падение однородной плоской волны на границу упругого полупространства не сопровождается возникновением поверхностной волны Рэлея [1]. Нелинейность среды обуславливает наличие слабой связи между объёмными и поверхностными возмущениями и, следовательно, становится возможным генерация или усиление рэлеевских волн интенсивными объёмными возмущениями. Взаимодействие рэлеевских и объёмных волн в квадратично-нелинейном полупространстве рассматривалось в работах [2-5]; в [6-7] изучались процессы нерезонансного параметрического взаимодействия высокочастотных поверхностных волн с полями низкочастотных объёмных возмущений.

В настоящей работе исследуется начальная /линейная/ стадия вырожденной параметрической неустойчивости рэлеевской волны в поле интенсивных объёмных возмущений. Получено уравнение первого приближения асимптотического метода для огибающей квазимонохроматического сигнала рэлеевской волны в приближении заданного поля высокочастотной накачки.

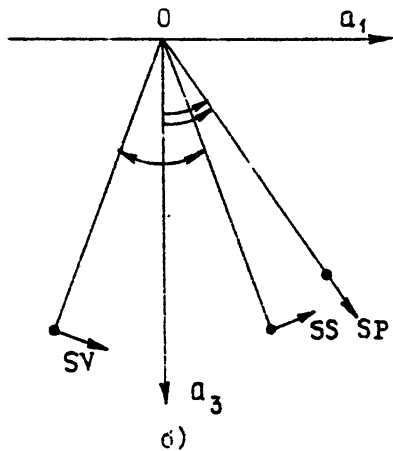
Пусть на границу изотропного упругого полупространства  $z_3 \geq 0$  / $z_3$  - декартова координата, перпендикулярная к границе/ падает гармоническая плоская волна частоты  $2\omega_0$  с волновым вектором  $2\vec{\alpha} = (2\alpha_1, 0, 2\alpha_3)$ . В рассматриваемом случае изотропного твёрдого тела возможны три независимых типа падающей волны /рис.1/: продольная волна /P/; поперечная волна с поляризацией в плоскости падения /SV/ и поперечная волна поляризованная перпендикулярно к плоскости падения /SH/.

Эффективное нелинейное взаимодействие волн возможно при выполнении условий пространственно-временного синхронизма. Условия синхронизма при взаимодействии поверхностных и объёмных возмущений должны выполняться в проекции на плоскость  $z_1, z_2$ . Для вырожденного параметрического распада [8] на поверхностные волны частоты  $\omega_0$  условия синхронизма принимают следующий вид:

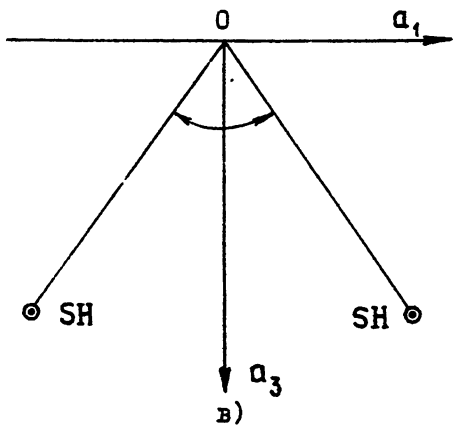
$$2\omega_0 = \omega_0 + \omega_0, \quad (I)$$



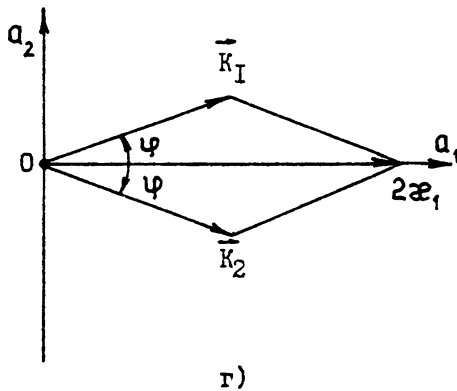
Падают продольная волна P, отражаются волны PP и PS



Падают поперечная волна SV с поляризацией в плоскости падения, отражаются волны SS и SP



Падают поперечная волна SH поляризованная перпендикулярно к плоскости падения, отражается волна SH



Условия синхронизма в плоскости  $a_1, a_2$

Р и с. I. Геометрия задачи

$$2 \alpha_1 \vec{a}_1^0 = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 . \quad (2)$$

Здесь  $\vec{K}_1, \vec{K}_2$  - волновые векторы рэлеевских волн,  $\vec{a}_1^0$  - единичный вектор в направлении оси  $\alpha_1$ .

Процесс трёхволнового взаимодействия будем описывать уравнением нелинейной теории упругости второго приближения /9-10/. В переменных Лагранжа уравнение движения для вектора перемещений  $\vec{u}$  имеет вид

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial a_k^2} - (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_e}{\partial a_e \partial a_i} = \mu N_{ik,k}, \quad (3)$$

где  $\rho_0$  - невозмущённая плотность среды;  $\lambda$  и  $\mu$  - линейные модули упругости;  $\mu N_{ik,k}$  - компонента нелинейной объёмной силы в направлении оси  $i$ ;

$$\begin{aligned} \mu N_{ik,k} = & \left( \mu + \frac{A}{4} \right) \left( \frac{\partial u_e}{\partial a_i} \frac{\partial u_e}{\partial a_k} + \frac{\partial u_k}{\partial a_e} \frac{\partial u_i}{\partial a_e} + \frac{\partial u_e}{\partial a_k} \frac{\partial u_i}{\partial a_e} \right) + \\ & + \frac{\lambda + B}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_e}{\partial a_m} \right)^2 \delta_{ik} + 2 \frac{\partial u_i}{\partial a_k} \frac{\partial u_e}{\partial a_e} \right] + \frac{A}{4} \frac{\partial u_k}{\partial a_e} \frac{\partial u_e}{\partial a_i} + \\ & + \frac{B}{2} \left( \frac{\partial u_e}{\partial a_m} \frac{\partial u_m}{\partial a_e} \delta_{ik} + 2 \frac{\partial u_k}{\partial a_i} \frac{\partial u_e}{\partial a_e} \right) + C \left( \frac{\partial u_e}{\partial a_e} \right)^2 \delta_{ik} ; \end{aligned} \quad (4)$$

$A, B, C$  - модули упругости третьего порядка;  $\delta_{ik}$  - символ Кронеккера. На свободной поверхности полупространства  $\alpha_3 = 0$  компоненты тензора напряжений Лагранжа должны обращаться в нуль

$$L_{i3} \equiv \mu (u_{i,3} + u_{3,i}) + \lambda u_{e,e} \delta_{i3} + \mu N_{i3,3} = 0 \quad (i=1,2,3). \quad (5)$$

Изменим масштаб пространственных координат таким образом, чтобы в новых независимых переменных  $\alpha_1 \rightarrow x, \alpha_2 \rightarrow y, \alpha_3 \rightarrow z$  / скорость поперечной волны равнялась единице. Тогда уравнение движения /3/ и граничные условия /5/ для вектора перемещений  $U, V, W$  принимают вид:

$$U_{tt} - rU_{xx} - U_{yy} - U_{zz} - (r-1)[V_{xy} + W_{xz}] = N_{xx,x} + N_{xy,y} + N_{xz,z},$$

$$V_{tt} - V_{xx} - rV_{yy} - V_{zz} - (r-1)[U_{xy} + W_{yz}] = N_{yx,x} + N_{yy,y} + N_{yz,z} \quad (6)$$

$$W_{tt} - W_{xx} - W_{yy} - rW_{zz} - (r-1)[U_{xz} + V_{yz}] = N_{zx,x} + N_{zy,y} + N_{zz,z};$$

$$U_z + W_x + N_{xz} = 0,$$

$$V_z + W_y + N_{yz} = 0, \quad (7)$$

$$(r-2)U_x + rV_z + N_{zz} = 0.$$

В уравнениях движения /6/ перейдём к Фурье-представлению по переменным  $x, y, z, t$ . Полученную систему уравнений представим в векторной записи

$$\hat{I} \frac{\partial \vec{q}}{\partial z} + \hat{A}(k_x, k_y, \omega) \vec{q} = \vec{\Phi}(\vec{q}). \quad (8)$$

Здесь  $\vec{q} = (\bar{U}; \bar{U}_z; \bar{V}; \bar{V}_z; \bar{W}; \bar{W}_z)^T$ ,  $\vec{\Phi} = (0; \bar{\Phi}_2; 0; \bar{\Phi}_4; 0; \bar{\Phi}_6)^T$ ;

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega^2 - rk_x^2 - k_y^2 & 0 & (1-r)k_x k_y & 0 & 0 & ik_x(r-1) \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ ik_y(1-r) & 0 & \omega^2 - k_x^2 - rk_y^2 & 0 & 0 & ik_y(r-1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ik_x(1-r^{-1}) & 0 & ik_y(1-r^{-1}) & \frac{\omega^2 - k_x^2 - k_y^2}{r} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Phi}_2 = -ik_1 \bar{N}_{xx} - ik_2 \bar{N}_{xy} - \bar{N}_{xz,z},$$

$$\bar{\Phi}_4 = -ik_1 \bar{N}_{yx} - ik_2 \bar{N}_{yy} - \bar{N}_{yz,z},$$

$$\bar{\Phi}_6 = -r^{-1} [ik_1 \bar{N}_{zx} + ik_2 \bar{N}_{zy} + \bar{N}_{zz,z}],$$

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}(k_x, k_y, \omega) = \int \varphi(x, y, t) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t) dk_x dk_y d\omega, \quad (8)$$

$\hat{I}$  - единичная матрица; верхний знак  $T$  означает транспонирование

Представим вектор переменных  $\vec{q}$  в виде разложения по собственным векторам  $\vec{\Psi}_n(k_x, k_y, \omega)$  матрицы  $\hat{A}$  /II/

$$\vec{q} = \hat{T} \vec{M}(k_x, k_y, \omega, z), \quad (10)$$

$$\hat{T} = \|\vec{\Psi}_i\|, \quad \vec{M} = (M_i), \quad i=1,2,\dots,6.$$

Здесь  $\hat{A} \vec{\Psi}_n = \lambda_n \vec{\Psi}_n$ ,  $\text{Det} \|\hat{A} - \lambda_n \hat{I}\| = 0$ ,  $n=1,2,\dots,6$ ,

$$\vec{\Psi}_n = \frac{1}{\omega} \left( \frac{k_x}{K}, \mp \frac{k_y}{K} \lambda_p, \frac{k_y}{K}, \mp \frac{k_x}{K} \lambda_p, \mp \frac{\lambda_p}{iK}, \frac{\lambda_p^2}{iK} \right)^T, \quad n=1,2,$$

$$\vec{\Psi}_m = \frac{i}{\omega} \left( 1, \mp \lambda_s, 0, 0, \pm \frac{ik_x}{\lambda_s}, -ik_x \right), \quad m=3,4, \quad (11)$$

$$\vec{\Psi}_e = \frac{i}{\omega} \left( 0, 0, 1, \mp \lambda_s, \pm \frac{ik_y}{\lambda_s}, -ik_y \right), \quad e=5,6,$$

$$\lambda_{1,2} = \pm \lambda_p, \quad \lambda_{3,5} = \lambda_s, \quad \lambda_{4,6} = -\lambda_s,$$

$$\lambda_p = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{r}}, \quad \lambda_s = \sqrt{k^2 - \omega^2}, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2.$$

Очевидно, что в рассматриваемом случае собственные векторы  $\vec{\Psi}_{1,2}$  описывают продольные возмущения,  $\vec{\Psi}_{3,4}$  и  $\vec{\Psi}_{5,6}$  - поперечные. Для двузначных комплексных функций  $\lambda_p$  и  $\lambda_s$  выберем ветвь таким образом, чтобы собственные векторы  $\vec{\Psi}_1$ ,  $\vec{\Psi}_3$  и  $\vec{\Psi}_5$  соответствовали экспоненциально-затухающим при  $z \rightarrow \infty$  волнам / для больших  $k$  / или уходящим от границы полупространства объёмным возмущениям / для малых  $k$  /. В соответствии с правилами знаков, принятыми в соотношении /9/, подходящую ветвь комплексных функций можно определить условием  $\text{Im } \lambda_{p,s} < 0$ . Подставляя разложение /10/ в матричную систему /8/ и домножая слева на обратную матрицу  $T^{-1}$ , получим уравнение для коэффициентов разложения  $M_n(k_x, k_y, \omega, z)$

$$\left[ \frac{d}{dz} + \lambda_n \right] M_n = (\vec{e}_n, \vec{\Phi}) \equiv B_n, \quad n=1,2,\dots,6. \quad (12)$$

Здесь  $\vec{e}_n$  - строки матрицы  $T^{-1}$ :

$$\begin{aligned} \vec{e}_n &= -\frac{ik}{2\omega} \left( rk_x, \mp \frac{k_x}{\lambda_p}, rk_y, \mp \frac{k_y}{\lambda_p}, \pm \frac{i\lambda_s^2}{\lambda_p}, -ir \right), \\ \vec{e}_m &= \frac{l}{2\omega} \left( r(\lambda_p^2 - k_y^2), \mp \frac{\lambda_s^2 - k_y^2}{\lambda_s}, k_x k_y r, \mp \frac{k_x k_y}{\lambda_s}, \right. \\ &\quad \left. \pm ik_x \lambda_s, -ik_x r \right), \\ \vec{e}_e &= \frac{l}{2\omega} \left( k_x k_y r, \mp \frac{k_x k_y}{\lambda_s}, (\lambda_p^2 - k_x^2)r, \mp \frac{\lambda_s^2 - k_x^2}{\lambda_s}, \pm ik_y \lambda_s, -ik_y r \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения /12/ допускают формальное интегрирование. В результате соотношения для  $M_n$  принимают вид

$$M_n = e^{-\lambda_n z} \left[ A_n(k_x, k_y, \omega) + \int_0^z e^{\lambda_n z'} B_n dz' \right], \quad n=1,2,\dots,6. \quad (14)$$

Выражение /14/ содержит шесть констант  $A_n$ , которые должны быть определены из граничных условий при  $z \rightarrow \infty$  и  $z=0$ . Для  $n=2,4,6$  экспоненциальный множитель в соотношении /14/ будет либо нарастать с глубиной при действительных  $\lambda_p$  и  $\lambda_s$ , либо определять изменения фазы комплексной амплитуды распространяющейся в минус  $z$  -направле-



нии волны. При условии, что на бесконечности задана восходящая объёмная волна со спектральной плотностью  $A_n^0$ , для констант  $A_2, A_4, A_6$  получаем следующее соотношение:

$$A_n(k_x, k_y, \omega) + \int_0^{\infty} e^{-\lambda_n z} B_n dz \equiv A_n + I_n = A_n^0(k_x, k_y, \omega), n=2, 4, 6. \quad (15)$$

Для нахождения коэффициентов  $A_1, A_2, A_3$ , определяющих подсистему поверхностных волн, запишем граничные условия /7/ в Фурье-представлении по переменным  $x, y, t$ :

$$\bar{U}_z + ik_x \bar{W} + \bar{N}_{xz,z} = 0,$$

$$\bar{V}_z + ik_y \bar{W} + \bar{N}_{yz,z} = 0, \quad (16)$$

$$(r-2) [ik_x \bar{U} + ik_y \bar{V}] + r\bar{W}_z + \bar{N}_{zz,z} = 0.$$

Из системы уравнений /16/, после подстановки разложения /10/, получаем алгебраическую систему уравнений для  $A_1, A_3, A_5$ :

$$-\frac{2i}{\omega} \frac{k_x}{k} \lambda_p A_1 - \frac{i(\lambda_s^2 + k_x^2)}{\omega \lambda_s} A_3 - \frac{ik_x k_y}{\omega \lambda_s} A_5 = D_1,$$

$$-\frac{2i}{\omega} \frac{k_y}{k} \lambda_p A_1 - \frac{ik_x k_y}{\omega \lambda_s} A_3 - \frac{i(\lambda_s^2 + k_y^2)}{\omega \lambda_s} A_5 = D_2, \quad (17)$$

$$\frac{2k^2 - \omega^2}{\omega k} A_1 + \frac{2k_x}{\omega} A_3 + \frac{2k_y}{\omega} A_5 = D_3.$$

В системе /17/ правые части определяются выражениями

$$D_1 = -\left( \frac{2i}{\omega} \frac{k_x}{k} \lambda_p A_2^0 + \frac{i}{\omega \lambda_s} (\lambda_s^2 + k_x^2) A_4^0 + \frac{ik_x k_y}{\omega \lambda_s} A_6^0 \right) + \left[ \frac{2i}{\omega} \frac{k_y}{k} \lambda_p I_2 + \frac{i}{\omega \lambda_s} (\lambda_s^2 + k_x^2) I_4 + \frac{ik_x k_y}{\omega \lambda_s} I_6 - \bar{N}_{xz,z} \right] \equiv D_1^0 + D_1^R,$$

$$D_2 = -\left( \frac{2i}{\omega} \frac{k_y}{k} \lambda_p A_2^0 + \frac{ik_x k_y}{\omega \lambda_s} A_4^0 + \frac{i(\lambda_s^2 + k_y^2)}{\omega \lambda_s} A_6^0 \right) +$$

$$+ \left[ \frac{2i}{\omega} \frac{\kappa_y}{\kappa} \lambda_p I_2 + \frac{i \kappa_x \kappa_y}{\omega \lambda_s} I_4 + \frac{i(\lambda_s^2 + \kappa_y^2)}{\omega \lambda_s} I_6 - \bar{N}_{y,z,z} \right] \equiv D_2^0 + D_2^R,$$

$$D_3 = \left( \frac{\omega^2 - 2\kappa^2}{\omega \kappa} A_2^0 - \frac{2\kappa_x}{\omega} A_4^0 - \frac{2\kappa_y}{\omega} A_6^0 \right) - \quad (18)$$

$$- \left[ \frac{\omega^2 - 2\kappa^2}{\omega \kappa} I_2 - \frac{2\kappa_x}{\omega} I_4 - \frac{2\kappa_y}{\omega} I_6 - \bar{N}_{z,z,z} \right] \equiv D_3^0 + D_3^R.$$

В выражениях /18/, слагаемые, заключённые в круглые скобки и обозначенные через  $D_n^0$ , определяют поле отражённых от границы объёмных волн. Слагаемые в квадратных скобках, обозначенные через  $D_n^R$ , определяют спектральную плотность поверхностных волн. Разрешая алгебраическую систему /17/ относительно переменных  $A_1, A_3, A_5$ , получаем

$$A_1 = Q_1 / \Delta + \Gamma_{pp} A_2^0 + \Gamma_{ps} A_4^0,$$

$$A_3 = Q_3 / \Delta + \Gamma_{ss} A_4^0 + \Gamma_{ps} A_2^0, \quad (19)$$

$$A_5 = Q_5 / \Delta + A_6^0.$$

Здесь  $Q_n = \sum_{i=1}^3 D_i^R \cdot \Delta_n^i$ ;  $\Delta_n^i$ ,  $\Delta$  - алгебраические дополнения и определитель системы уравнений /17/;  $\Delta = -\xi R(\xi)$ ,  $\xi = \kappa / \omega$ ,  $R$  - функция Рэлея /1/, определяющая дисперсионное соотношение для поверхностных волн;  $\Gamma_{pp}, \Gamma_{ps}, \Gamma_{sp}, \Gamma_{ss}$  - коэффициенты отражения объёмных плоских волн от свободной границы полупространства

$$\Gamma_{pp} = \left[ 4\alpha_p \alpha_s - (2 - c_x^2)^2 \right] / \Delta_0, \quad \Gamma_{sp} = 4(c_x^2 - 2) / \Delta_0,$$

$$\Gamma_{ss} = \left[ (c_x^2 - 2)^2 - 4\alpha_p \alpha_s \right] / \Delta_0, \quad \Gamma_{ps} = 4\alpha_p \alpha_s (c_x^2 - 2) / \Delta_0,$$

$$\Delta_0 = 4\alpha_p \alpha_s + (2 - c_x^2)^2, \quad \alpha_p = \sqrt{c_x^2 / r - 1}, \quad \alpha_s = \sqrt{c_x^2 - 1},$$

$c_x$  - скорость объёмной волны в направлении оси X.

Из вида выражения для  $\alpha_p$  следует, что при углах падения сдвиговой волны  $i_s > \arcsin(\sqrt{r})$  величина  $\alpha_p^2$  становится отрицательной. При этом часть энергии поперечной волны трансформируется в неоднородную по  $z$  продольную волну и необходимо считать  $\text{Im } \alpha_p > 0$ .

В соотношениях /19/ слагаемые вида  $Q_n/\Delta$  определяют поле поверхностных волн. Разложим эти дроби по нулям знаменателя  $\Delta$ , соответствующим поверхностным рэлеевским волнам /12-13/. В разложении сохраним только слагаемые, соответствующие квазимонохроматическим волнам, распространяющимся в направлениях единичных векторов  $\vec{n}_{1,2} = (\cos\varphi, \pm\sin\varphi)$ , где угол  $\varphi$  определяется из условий пространственно-временного синхронизма. Опуская громоздкие вычисления, связанные с подстановкой физических полей в нелинейные слагаемые  $I_2, I_4, I_6$ , после процедуры усреднения, получаем уравнения для огибающих рэлеевских волн  $V_{1,2}$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial V_{1,2}}{\partial t} + \cos\varphi \frac{\partial V_{1,2}}{\partial x} \pm \sin\varphi \frac{\partial V_{1,2}}{\partial y} = i\omega_0 \sigma_{1,2}^m V_0^m V_{2,1}^* \quad (20)$$

$$m = 1, 2, 3, \quad \sigma_1^n = \sigma_2^n, \quad \sigma_1^3 = -\sigma_2^3, \quad n = 1, 2,$$

где  $V_{1,2}$  - амплитуда горизонтальной скорости в поверхностной волне на границе полупространства;  $V_0^m$  - амплитуда колебательной скорости в падающей объёмной волне; значение индекса  $m=1,2,3$  соответствуют исходным P, SV и SH волнам.

Уравнения /20/ определяют динамику поверхностных волн малой амплитуды в поле интенсивных объёмных возмущений. Выражения для комплекснозначных коэффициентов нелинейного взаимодействия  $\sigma_{1,2}^m$  имеют громоздкий вид и здесь не приводятся.

В пространственно-однородном случае из уравнений /20/ получаем выражения для характеристических показателей системы

$$\chi_e^m = \pm \omega_0 c |\sigma_e^m| V_0^m, \quad m = 1, 2,$$

$$\chi_e^3 = \pm i\omega_0 c |\sigma_e^3| V_0^3, \quad e = 1, 2.$$

Действительные значения характеристических показателей для  $m=1,2$  указывают на возможность развития неустойчивости рэлеевских волн в

Действительные значения характеристических показателей для  $m = 1, 2$  указывают на возможность развития неустойчивости рэлеевских волн в поле P и SV возмущений. В поле интенсивных SH возмущений поверхностная волна устойчива и воздействие объёмного поля в этом случае проявляется в изменении частоты рэлеевской волны /ср./15//.

На рис. 2-3 приведены зависимости  $|\sigma^m|$  и  $\arg(\sigma^m)$  от угла падения объёмной волны. Расчёты выполнены для различных коэффициентов Пуассона среды и постоянном соотношении модулей  $\lambda/\mu = 10$ ,  $\lambda = \nu = c$ . Из рисунков следует, что величина параметрического воздействия и оптимальная разность фаз для  $m = 1, 2$  существенно зависят от угла падения объёмной волны.

Определим пороговое значение колебательной скорости объёмной волны, обусловленное диссипативными процессами в твёрдом теле. В этом случае линейные модули упругости становятся комплексными и могут быть представлены в виде следующих соотношений:

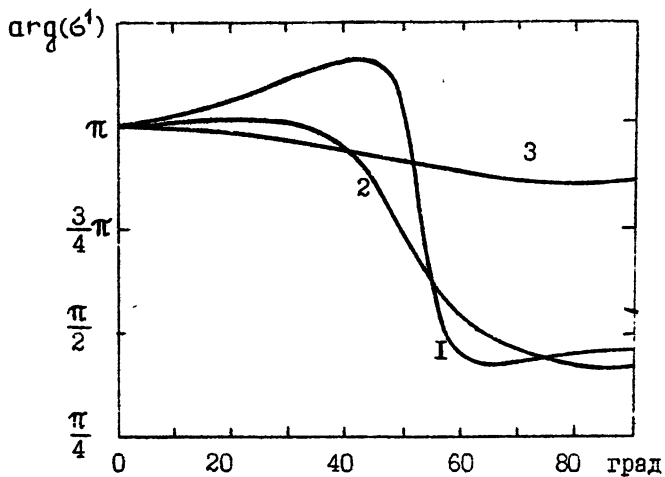
$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{i}{Q}\right), \quad \mu = \mu_0 \left(1 - \frac{i}{Q}\right),$$

где Q - добротность среды.

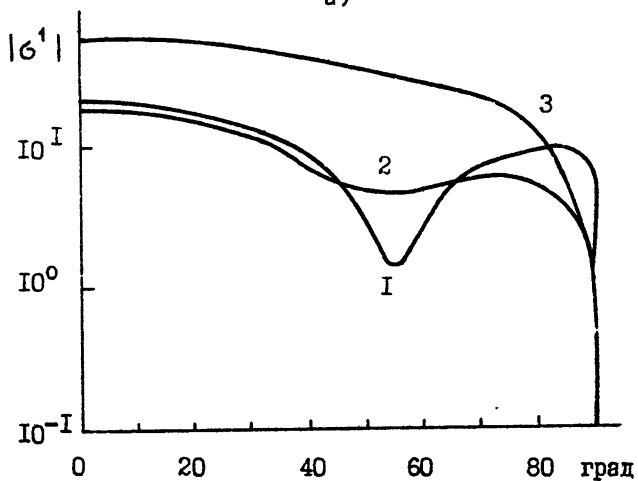
Для сейсмических волн, например, в диапазоне частот от 1гц до 100гц добротность практически не зависит от частоты /1/. Приравнивая инкремент неустойчивости  $\chi^m$  коэффициенту линейного затухания рэлеевской волны в сейсмической среде /  $\lambda_0 = \mu_0$  /  $\chi_{\text{лим}} = \omega_0 / 2cQ$ , получаем соотношение для колебательной скорости

$$V_0^m = (2c^2 Q |\sigma^m|)^{-1}.$$

При нормальном падении продольной волны на границу полупространства с параметрами  $Q = 100$ ,  $c = 0,92$  /сейсмическая среда/,  $\lambda/\mu = 500$ , получаем  $V_0^1 \approx 10^{-5}$ .

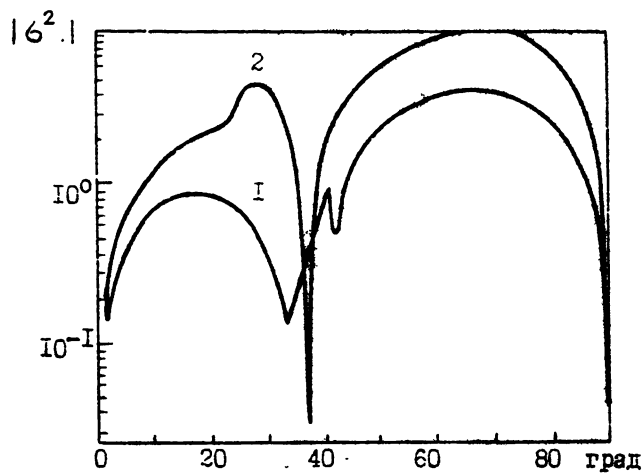
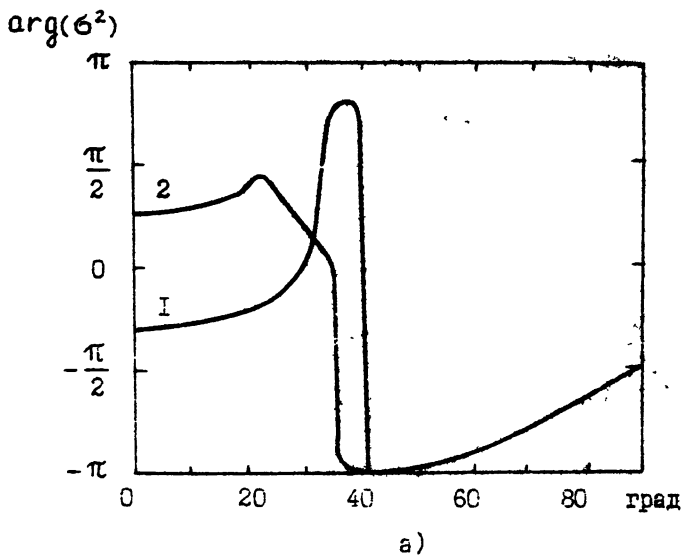


а)



б)

Р и с. 2. Зависимости фазы (а) и модуля (б) коэффициента взаимодействия  $\epsilon'$  от угла падения продольной волны для различных коэффициентов Пуассона: 1 -  $\nu = 0,1$ , 2 -  $\nu = 0,25$ , 3 -  $\nu = 0,4$



Р и с. 3. Зависимости фазы (а) и модуля (б) коэффициента взаимодействия  $\sigma^2$  от угла падения поперечной волны SV для различных коэффициентов Пуассона: I -  $\nu = 0,25$ , 2 -  $\nu = 0,4$

## Л и т е р а т у р а

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т. I - М.: Мир, 1983.
2. Vella P.J., Padmore T.C., Stegeman G.I. Nonlinear surface-wave interactions: Parametric mixing and harmonic generation. - J. Appl. Phys., 1974, v.45, p.1993-2006.
3. Пятаков П.А., Лямов В.Е. Нелинейные взаимодействия объёмных и поверхностных упругих волн в кристаллах. - Физика твёрдого тела, 1975, Т. 17, стр. 752-761.
4. Padmore T.C., Stegeman G.I. Surface-wave nonlinearities: Nonlinear bulk-wave generation by two opposite directed collinear surface waves. - J. Appl. Phys., 1976, v.47, p.1209-1227.
5. Бондаренко В.С., Иванов П.Г., Плужников В.М., Соболев Б.В. Параметрическое взаимодействие поверхностных и объёмных волн в сегнетоэлектрических монокристаллах ниобата лития. - Тез. докл. Всесоюзной конф. "Проблемы исследования свойств сегнетоэлектриков". - Ужгород.: 1974, ч. I, с. 95-96.
6. Конюхов Б.А., Шалашов Г.М. О нерезонансных параметрических взаимодействиях поверхностных волн в изотропных твёрдых телах. - ПМТФ, 1973, № 4, стр. 163-172.
7. Гиц И.Д., Конюхов Б.А. Взаимодействие поверхностных и продольных волн в твёрдых телах. - Акуст. ж., 1974, т. 20, № 6, стр. 827-831.
8. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. - М.: 1975.
9. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. - М.: Наука, 1966.
10. Красильников В.А., Крылов В.А. Введение в физическую акустику. - М.: Наука, 1984.
11. Новиков А.А. О применении метода связанных волн к анализу нерезонансных взаимодействий. - Изв. вузов Радиофизика. - 1976. - Т. 19, № 2, стр. 321-323.
12. Постников Л.В. К вопросу отыскания и исследования квазигармонических колебаний в слабонелинейных системах. // Изв. вузов Радиофизика. - 1971. - Т. 14, № II, с. 1700-1707.

13. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах, Киев.: Наукова Думка, 1981.
14. Соколов А.В. Эволюционное уравнение для волны Рэлея на границе однородного полупространства.- Препринт НИРФИ № 225, Горький, 1987.
15. Заборонкова Т.М., Кондратьев И.Г., Петров В.В. О распадном взаимодействии электромагнитных волн в полуграниченной плазме. // Изв. вузов Радиофизика.- 1976, т. 19, с. 1475-1480.

Дата поступления статьи  
4 августа 1987 г.

Александр Васильевич Соколов

РЕЗОНАНСНОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ РЕЛЕЕВСКИХ ВОЛН  
ПОЛЕМ ОБЪЕМНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

---

Подписано в печать 03.12.87 г. МЦ 00651. формат 60x84 1/16  
Бумага множительная. Печать офсетная. Объем 1 п. л. Заказ 4619  
Бесплатно. Тираж:100

---

Отпечатано на ротационте НИРФИ