

Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 243

УРОВЕНЬ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ
ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В СТАНДАРТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Ю.В. Новиков
А.В. Разин
В.Е. Фридман

Горький 1987

Новиков Ю.В., Разин А.В., Фридман В.Е.

УРОВЕНЬ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В СТАНДАРТНОЙ АТМОСФЕРЕ // Предпринт № 243. - Горький, НИРФИ. 1987. - 17 с.

УДК 534.222

Проводится расчет уровня нелинейных искажений акустической волны конечной амплитуды от точечного наземного источника. Показывается, что в стандартной атмосфере нелинейные искажения не зависят от угла выхода луча.

В работе [1] определялись условия, при которых проявляется любопытный эффект: нелинейные искажения сферической волны конечной амплитуды в изотермической атмосфере перестают зависеть от угла и определяются только высотой. В частности, было показано, что высота образования разрыва в первоначально гармонической волне, распространяющейся от точечного источника, является неизменной для широкого диапазона углов. Этот эффект был получен для модельной атмосферы, в которой скорость звука не меняется с высотой. В реальной атмосфере скорость звука не является неизменной величиной; фронты перестают быть сферическими и, даже для источника на земной поверхности, формируется достаточно сложная лучевая структура. Для модели стандартной атмосферы (ГОСТ 4401-81,[2]) профиль скорости звука и лучевая структура представлены на рис. 1. Как видно из лучевой картины, фронт волны не остается сферическим, площадь трубки меняется в зависимости от угла выхода луча и, казалось бы, уровень нелинейных искажений должен быть различен в разных направлениях. Будет ли при этом проявляться эффект, описанный в [1], из общих соображений сказать нельзя.

Задача, рассматриваемая здесь, посвящена расчету уровня нелинейных искажений акустической волны конечной амплитуды, распространяющейся от точечного источника на земной поверхности вдоль лучевых траекторий, определяемых профилем скорости звука стандартной атмосферы. Рассматривается ненаправленный

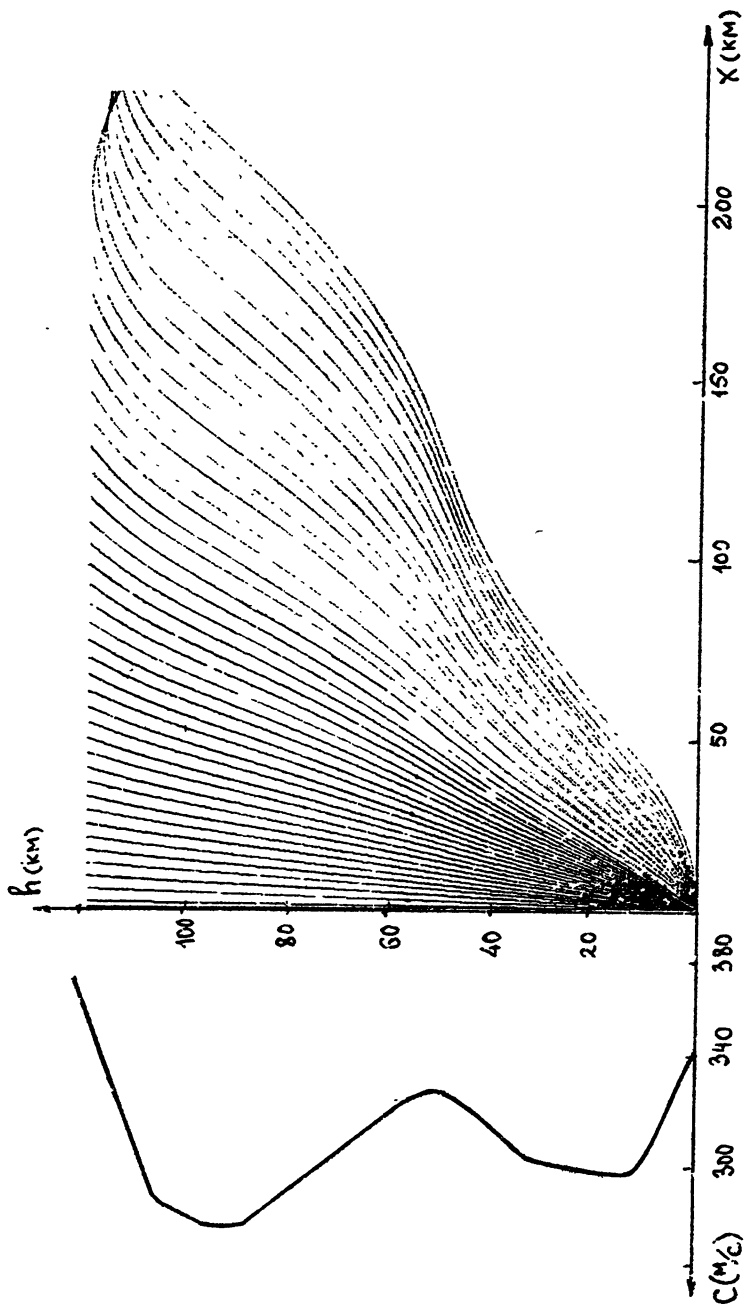


Рис. 1. Скорость звука и лучевая структура наземного источника в стандартной атмосфере.

и источник сферической волны; параметры поля (амплитуда давления P_m , характерная длительность или период T_m) задаются на его эффективном размере $r = r_0$. Параметры атмосферы (скорость звука, плотность) меняются с высотой: $c(h), \rho(h)$. На уровне моря (нулевая высота стандартной атмосферы $h = 0$) значения скорости звука и плотности обозначаются как c_0, ρ_0 . Положение источника определяется высотой h_0 ; параметры атмосферы на высоте источника: $\rho(h_0), c(h_0)$.

Введем характерный масштаб нелинейности

$$R_* = \frac{\lambda_m}{\varepsilon_0 M_m} = \frac{c^2(h_0) \rho(h_0) T_m}{\varepsilon_0 P_m} \quad (1)$$

Здесь ε_0 - параметр нелинейности (для атмосферы можно принять $\varepsilon_0 \approx 1,2$), λ_m - характерная длина волны ($\lambda_m = c(h_0) T_m$), M_m - число Маха при $r = r_0$ ($M_m = P_m / P(h_0)$, где $P(h_0)$ - атмосферное давление на уровне источника).

Будем рассматривать решение нелинейной задачи о поле акустической волн в стандартной атмосфере в разрывном приближении. При этом потери учитываются только на фронте ударной волны; вне фронта волна является римановой. Решение для поля описывается следующими выражениями (см., например, [3]).

$$P = \left\{ \frac{a\sigma}{A} \right\}^{1/2} \frac{P_m}{(a_0 \sigma_0)^{1/2}} U(z, \tau) \quad (2)$$

$$U = \mathcal{F} \{ \tau - z U \} \quad (3)$$

$$z = \frac{(a_0^5 \sigma_0)^{1/2}}{R_*} \int_{r_0}^{\ell} \frac{d\ell}{(A a^5 \sigma)^{1/2}} \quad (4)$$

Здесь P - давление, $\tau = t - \int_0^{\ell} \frac{d\ell}{c}$, $\ell = \ell(h, x)$ - лучевая координата, x - координата, направленная параллельно земной поверхности. При записи формул (2)-(4) введены безразмерные переменные

$$a = \frac{c(h)}{c_0}, \quad a_0 = \frac{c(h_0)}{c_0}, \quad b = \frac{\rho(h)}{\rho_0}, \quad b_0 = \frac{\rho(h_0)}{\rho_0}, \quad A = \frac{\Delta(\ell)}{\Delta(\ell_0)}, \quad (5)$$

где $\Delta(\ell)$ - площадь поперечного сечения лучевой трубки. Для источника, находящегося на нулевой высоте, очевидно, $a_0 = b_0 = 1$. Величина $z = z(\ell) = z(h, x)$ отмечает уровень нелинейных искажений в ринановой волне $U(z, \tau)$, которая описывает трансформацию профиля волны. Начальная форма волны (при $r = r_0$) задается функцией $F(t)$. При распространении акустической волны вдоль лучевой траектории $\ell(h, x)$ давление меняется из-за изменения параметров среды (первый множитель в соотношении (2)) и из-за искажения формы (функция $U(z, \tau)$). Искажения формы приводят на некотором расстоянии к образованию разрыва в волне, после чего начинается эффективная диссипация энергии на разрыве. Полное решение должно, естественно, включать закон изменения амплитуды от координаты $z(h, x)$. Для нескольких начальных профилей сигнала имеем (см. [3])

$$U_s = \frac{1}{\sqrt{1+z}}, \quad U_s = \frac{2}{1+\sqrt{1+2z}}, \quad U_s = \sin z U_s \quad (6)$$

Первое соотношение описывает амплитуду треугольного импульса, второе - импульса экспоненциальной формы, а третье - дает изменение величины поля на скачке, образующемся в гармонической

волне. В последнем случае $\bar{z} \geq 1$, т.к. разрыв образуется в лучевой координате, определяемой условием $\bar{z} = 1$.

Величина поля давления на разрыве P_s связана с величиной U_s соотношением (2). Для расчета поля в стандартной атмосфере перейдем в (4) от интегрирования вдоль лучевой координаты ℓ к интегрированию по высоте h

$$\hat{z}(h, h_0, \varphi_0) = (a_0^5 \sigma_0)^{1/2} \int_{h_0 + r_0 \sin \varphi_0}^h \frac{dh}{(A a^5 \sigma)^{1/2} (1 - \frac{a^2 \cos^2 \varphi_0}{a_0^2})^{1/2}} \quad (7)$$

Здесь введена безразмерная величина $\hat{z} = \bar{z} R_*$ и учтен закон искривления лучей

$$\cos \varphi = \frac{a(h)}{a_0} \cos \varphi_0, \quad (8)$$

где φ_0 — начальный угол выхода луча, считываемый от горизонтальной координаты X . Необходимо теперь сказать несколько слов о пределах интегрирования. Выражение (7) корректно описывает уровень нелинейных искажений только при условии малости Γ_0 по сравнению с характерными масштабами изменения скорости звука и плотности. При этом можно считать, что $c(r_0) \approx c(h_0)$, $\rho(r_0) \approx \rho(h_0)$.

Расчеты выражения (7), описывающего уровень нелинейных искажений, проводились численно для источника, находящегося на нулевой высоте стандартной атмосферы (рис.2). Схема расчета включала в себя последовательный счет лучевой структуры $\ell(h, X)$, площади поперечного сечения лучевой трубки $A(h)$ и, окончательно, счет интеграла (7). Шаг выдачи по углу составлял 2° , размер источника принимался как $r_0 = 10^3$ м. По

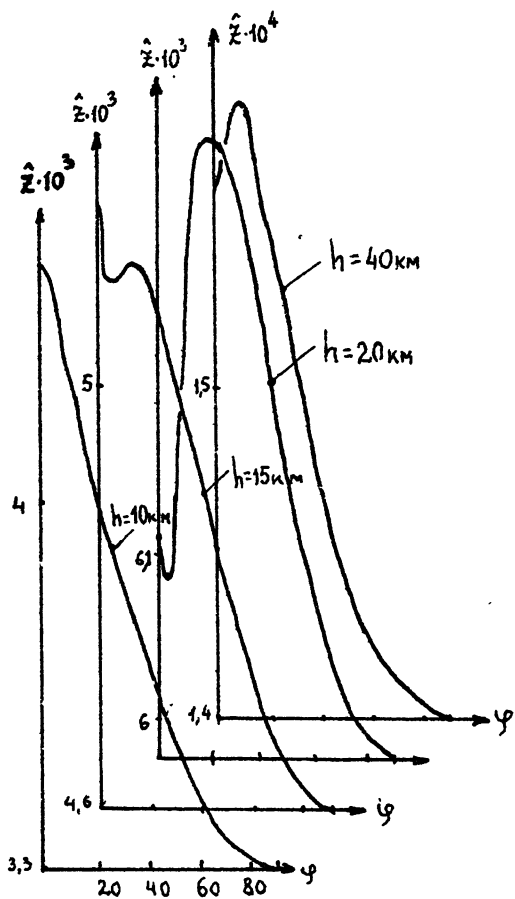
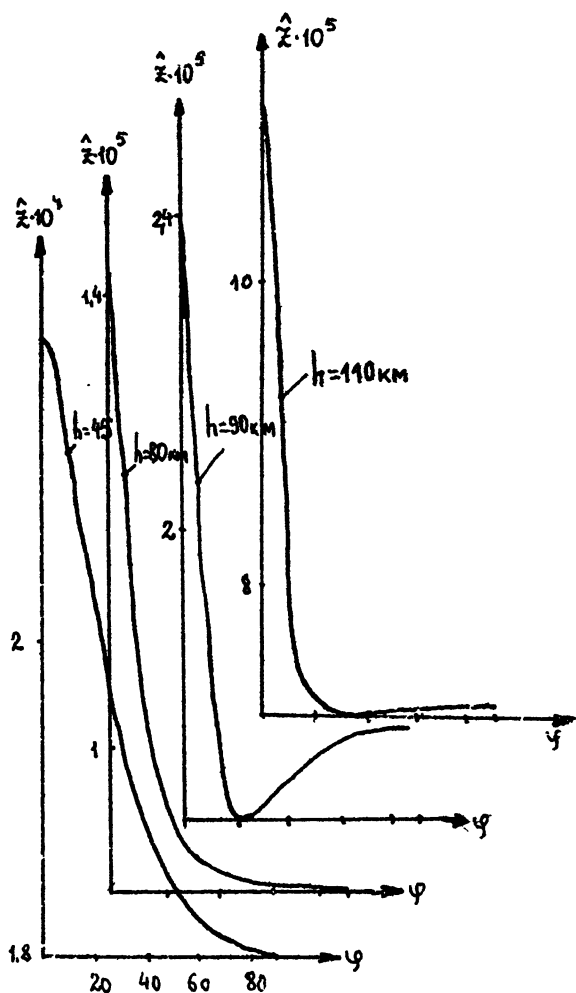


Рис.2. Зависимость $\hat{z}(\psi)$ для различных высот h . При малых высотах ($h = 10$ км) нелинейные искажения максимальны при малых углах, т.е. для лучей, скользящих вдоль земной поверхности, поскольку для них длина трассы максимальна. С увеличением высоты проявляются характерные признаки сжатия лучевой трубки. Так, начиная с $h = 15$ км максимальное значение \hat{z} достигается при угле $\psi = 0$. Наибольшим этот угол становится на высоте $h = 20$ км;



здесь $\psi = 20^\circ$. Затем максимум $\hat{z}(\psi)$ вновь уходит к углу $\psi \approx 0$ ($h = 45$ км), т.к. на этой высоте наиболее сильно сжимаются лучевые трубки, выходящие под малыми углами. При дальнейшем росте высоты положение максимума не меняется, но появляется небольшой локальный минимум, связанный с расходимостью ($h = 90$ км). Начиная с $h = 45$ км функция \hat{z} обнуается, поскольку сильно сжимаются пограничные трубки.

результатам расчета величины $\hat{\xi}$ проводились расчеты пикового значения давления и скорости частиц в волне, как функции угла для различных высот (аналогично $\hat{\xi}(h, \varphi_0)$). По полученным графикам строилось положение изобар для максимальной амплитуды давления в импульсе треугольной формы (в соответствии с (2) и первым соотношением (6)) при различных значениях масштаба нелинейности R_* (рис.3). Проанализируем положение изобары $P_s = 2 \cdot 10^{-4} P_m$ при различных энергиях источника. Очевидно, что очень интенсивная волна испытывает нелинейную диссипацию уже вблизи источника, там, где неоднородность атмосферы еще не успела сказаться; при этом изобара имеет форму, близкую к окружности (этот случай подробно проанализирован в [1]). С уменьшением интенсивности, т.е. с увеличением масштаба нелинейности R_* , начинают проявляться эффекты, определяемые неоднородностью атмосферы. Это видно по положению изобар, рассчитанных для $R_* = 1$ км и $R_* = 10$ км. Начиная с $R_* = 10^2$ км изобары принимают горизонтальное положение, что подтверждает расчеты работы [1], выполненные на простейшей модели изотермической атмосферы. Уменьшение начальной интенсивности волны приводит только к увеличению высоты положения изобары, стремящейся к положению, характерному для линейной волны (рис.3).

Уменьшение величины изобары приводит к увеличению их высоты. Ясно, при этом, что положение других изобар также горизонтальное (рис.4).

Приведенные расчеты позволяют сделать основной вывод: в реальной земной атмосфере имеет место проявление эффекта независимости амплитуды поля от угла выхода луча из точечного

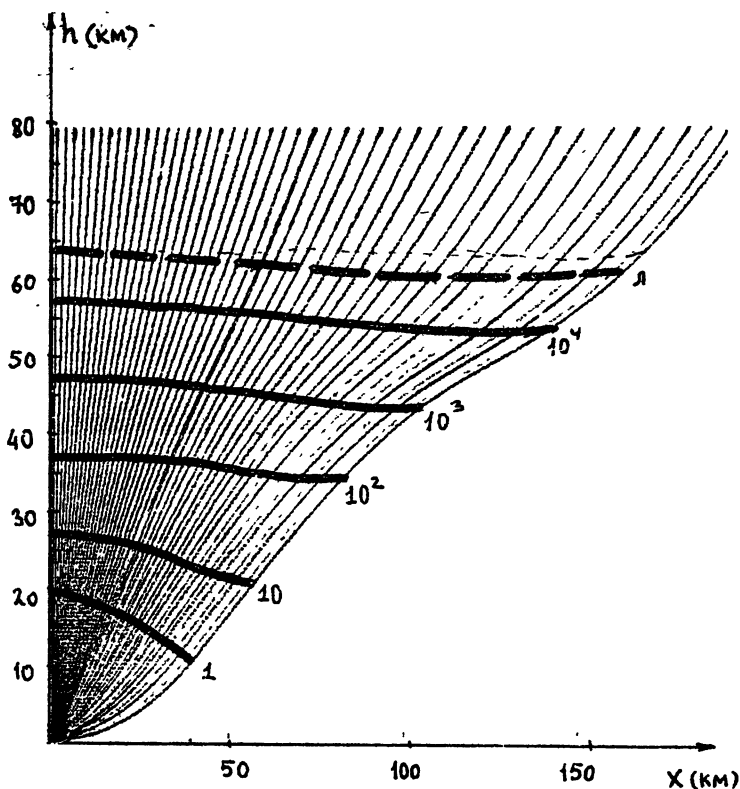


Рис.3. Положение изобар $P/P_m = 2 \cdot 10^{-4}$ для треугольного импульса с различной начальной энергии. Лучевая картина построена с шагом 2° , начиная с граничного луча, выходящего из источника под углом $\varphi = 1^\circ$ к горизонтальной оси.

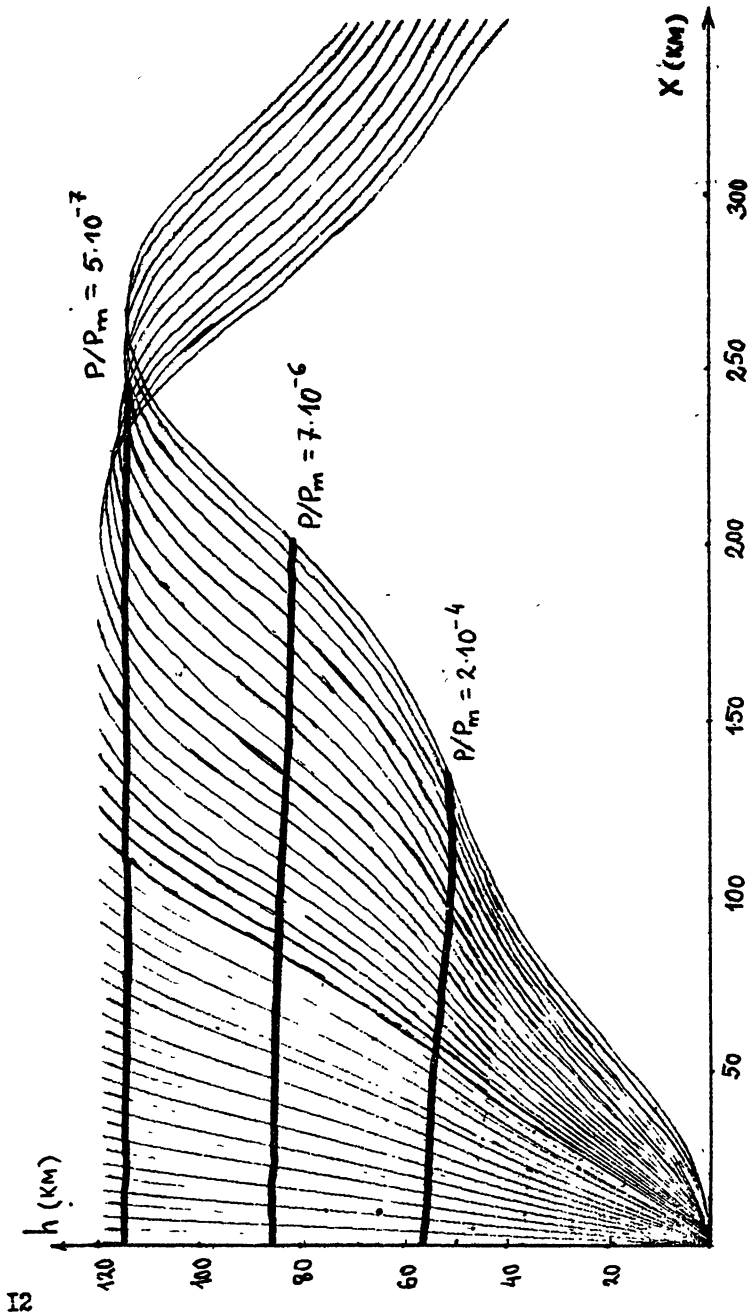


Рис. 4. Положение трех различных изобар треугольного импульса с начальной энергией, соответствующей величине $R_* = 10^4$ м.

источника. Этот эффект обусловлен резким уменьшением плотности в атмосфере; изменение скорости звука лишь формирует лучевую структуру, которая "помогает" проявиться этому эффекту при всех углах (имеется в виду то обстоятельство, что, в отличие от изотермической атмосферы, в реальной атмосфере отсутствуют скользящие у поверхности лучи). Выходя под сколь угодно малыми углами, лучи поворачивают вверх, в сторону резкого спада плотности, поэтому и для этих лучей проявляется эффект независимости амплитуды поля от угла. Именно в этом смысле изменение скорости звука "помогает" эффекту, который обязан уменьшению плотности с высотой.

Обсудим теперь влияние эффективного размера источника на результаты счета. В случае точечного источника в однородной среде уровень нелинейности $\hat{\xi}$ сильно зависит от величины r_0 .

$$\hat{\xi} = \int_{r_0}^r \frac{dr}{A^{1/2}(r)} = r_0 \ln \frac{r}{r_0}, \quad (8)$$

т.к. $A(r) = r^2/r_0^2$. Зависимость от r_0 приведена на рис.5. Поскольку обычно интерес представляет поле при $r > r_0$, то в этой области имеется сильная зависимость $\hat{\xi}$ от r_0 . Так, для расстояния 100 м изменение r_0 от 0,1 м до 1 м дает изменение $\hat{\xi}$ от 0,69 м до 4,6 м. (Конечно, изменение r_0 влечет за собой изменение величины R_x , т.к. меняется начальная амплитуда волны. Поэтому безразмерный уровень нелинейности $\hat{\xi}$ меняется существенно медленнее.) Из графика $\hat{\xi}(r_0)$ видно, что есть два процесса: медленный рост уровня нелинейности и спад амплитуды из-за расширения трубки. Уве-

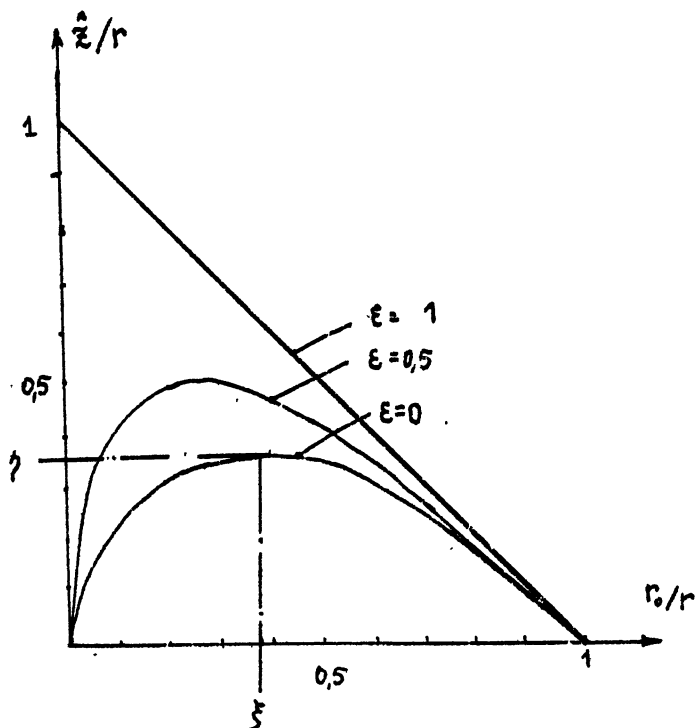


Рис.5. Уровень нелинейных искажений волны в трубках с различной степенью расходимостью. Прямая $\epsilon = 1$ соответствует плоской волне, а $\epsilon = 0$ описывает сферически расходящуюся волну. Максимальное значение уровня нелинейности $\hat{z} = (1 - \epsilon)^{1/\epsilon - 1}$ достигается при значении аргумента $\xi = (1 - \epsilon)^{1/\epsilon}$. При $r_0/r > \xi$ зависимость нелинейности от начального радиуса становится достаточно слабой и с ростом величины ϵ практически исчезает, как это имеет место в плоской волне.

лучевая Γ_0 , уменьшаем расходимость и $\hat{\alpha}$ нарастает, однако, при этом уменьшается длина трассы $\Gamma - \Gamma_0$, что приводит к уменьшению $\hat{\alpha}$. При $r = \Gamma_0$ $\hat{\alpha} = 0$, т.к. на источнике нелинейность среды не оказывается.

Перейдем теперь к неоднородной среде. Если в ней (для каких-либо трубок) расходимость меньше, чем $A \sim r^2$, то зависимость от Γ_0 проявляется слабее. Посмотрим это на простом примере. Представим закон изменения площади сечения трубки в виде $A = (r/\Gamma_0)^{2(1-\varepsilon)}$. При этом выражение для $\hat{\alpha}$ будет иметь вид

$$\hat{\alpha} = \frac{r_0}{\varepsilon} \left[\left(\frac{r}{r_0} \right)^\varepsilon - 1 \right] \quad (9)$$

При всех значениях Γ_0/r зависимость $\hat{\alpha}$ от Γ_0 слабее для трубок с меньшей расходимостью. Можно оценить зависимость для лучевых трубок, соответствующих малым углам выхода луча в стандартной атмосфере. Для этих трубок характерно некоторое сжатие, по сравнению со сферически расходящимися трубками однородной среды. Расчет изменения площади сечения лучевой трубки в зависимости от лучевой координаты для нескольких углов приведен на рис.6. Видно сильное отличие от сферической расходимости (показатель расходимости составляет 1,5 - 2). Для углов, меньших $\psi_0 \approx 5^\circ$ наблюдается даже некоторое сжатие. Чтобы оценить степень сжатия трубки рассмотрим величину

$$\Phi = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{S_{\min}} (\%),$$

причем S_{\max} соответствует длине луча $\ln(e/r_0) \approx 11.6$ и высоте $h \approx 35$ км и является максимальной шириной трубки перед

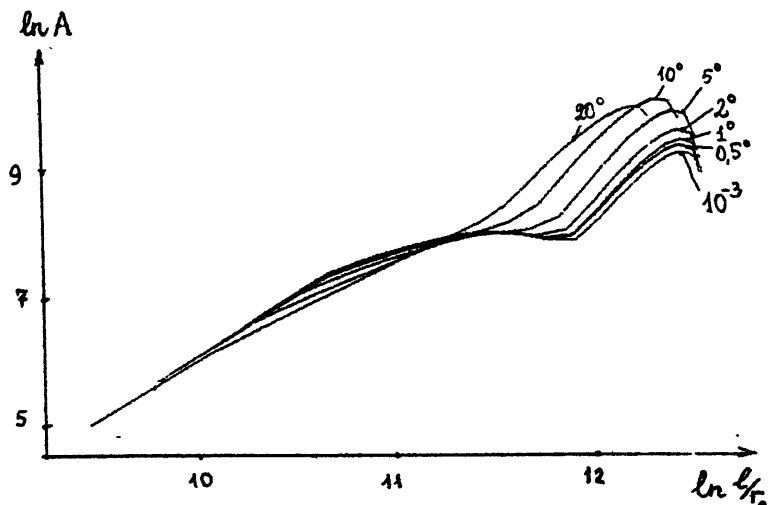


Рис.6. Зависимость площади сечения лучевой трубки от длины трассы. При малых углах расходимость замедляется; имеется область сжатия трубок.

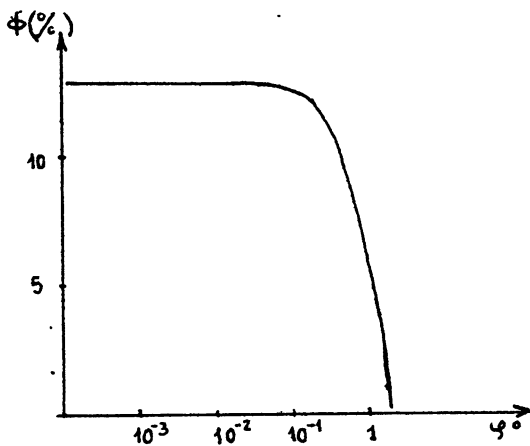


Рис.7. Максимальное сжатие пучка на высоте около 45 км.

сжатием, а S_{min} соответствует длине луча $\ln(e/r_0) \approx 12$ и $h \approx 45$ км, и является минимальной шириной лучевой трубки. Величина ϕ приведена на рис.7. Для углов $\varphi_c \geq 20^\circ$ расходимость становится сферической.

Таким образом, в стандартной атмосфере уровень нелинейных искажений в диапазоне углов, больших 20° , зависит от выбора начального радиуса r_0 , примерно также, как и в однородной среде. С уменьшением угла эта зависимость ослабляется.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Островский Л.А., Фридман В.Е. Диссипация интенсивного звука в изотермической атмосфере // Акуст.журн.-1985.-Т.31, № 5.-С.625-627.
2. Атмосфера стандартная: Параметры.-М.: Изд-во стандартов, 1981.-197 с.
3. Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е., Энгельбрехт Ю.К. Нелинейные эволюционные уравнения.-Таллин : Валгус. 1984.-154с.

Дата поступления статьи
13 августа 1987г.

Юрий Вячеславович Новиков
Андрей Владимирович Разин
Бениамин Ефимович Фридман

УРОВЕНЬ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ
ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В СТАНДАРТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Подписано в печать 28.08.87 г. МЦ 14282. Формат 60x84/16.
Бумага мнскительная. Печать офсетная. Объем 1,05 усл. печ. л.
Заказ 4616. Тираж 120. Бесплатно

Отпечатано на ротапинтере НИРФИ