

Министерство высшего и среднего специального образования  
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени  
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 246

О ЧАСТИЧНОМ УСРЕДНЕНИИ ФЛУКТУАЦИЙ

Ерухимов Л.М.

Широ П.И.

Горький 1987

Е р у х и м о в Л. М., Ш п и р о П. И.

О ЧАСТИЧНОМ УСРЕДНЕНИИ ФЛУКТУАЦИЙ // Препринт № 246. - Горький:  
НИРФИ. - 1987. - 16 с.

УДК 523.164.4

Рассмотрен эффект взаимного влияния неоднородностей различных масштабов (или неоднородностей, расположенных на разных расстояниях относительно плоскости наблюдения) на "усредняющее" действие источника излучения конечных угловых размеров. Показано, что этот эффект следует учитывать при диагностике параметров неоднородной структуры космической плазмы методом ее просвечивания.

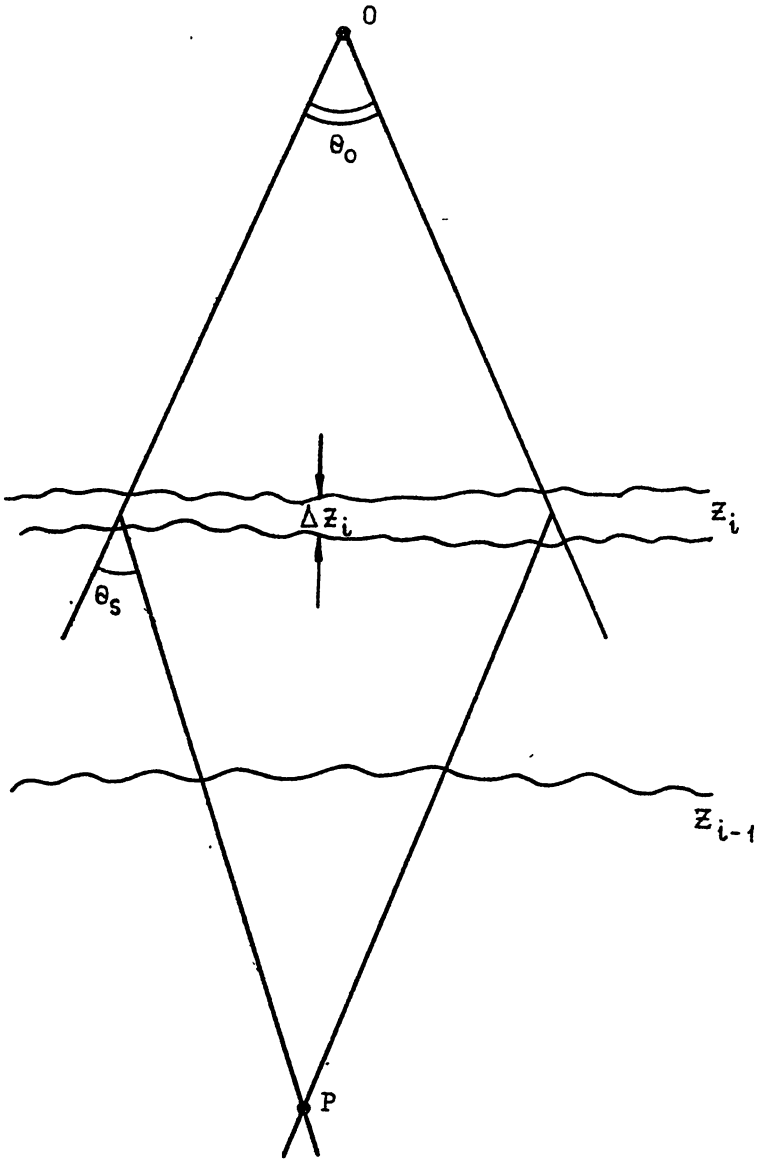
Хорошо известно, что протяженная турбулентная среда "запутывает" информацию об источнике радиоизлучения. Примером этого служат эффекты "уширения" угловых размеров галактических и внегалактических источников на неоднородностях межзвездной среды и источников спорадического радиоизлучения Солнца на неоднородностях солнечной короны. При распространении сигнала происходит неконтролируемое усреднение или "сглаживание" флуктуаций, которое не позволяет восстановить информацию об источнике, расположенном за неоднородным слоем. Такое же "частичное" (неконтролируемое) усреднение может быть связано и с процессом измерения (усреднение в аппаратуре по времени, частоте и пространству).

Вместе с тем, в работах, посвященных данному вопросу (см, например, [1,2]), не учитывается один из основных эффектов - эффект взаимного влияния различных рассеивающих слоев (или неоднородностей разного масштаба) на "сглаживание" флуктуаций (так усредненные при конечных угловых размерах источников излучения - квазаров неоднородности межзвездной среды влияют на флуктуации интенсивности, вызванные межпланетной плазмой).

Физическая сущность эффекта состоит в следующем. Пусть через турбулентную среду проходит радиоизлучение в телесном угле  $\theta_0$ , принимаемое в точке наблюдения  $P$  (рис.1). Стандартное рассмотрение здесь справедливо в случае слабого рассеяния (малы флуктуации фазы волны) или когда углы рассеяния  $\theta_s$  в среде много меньше углового размера источника  $\theta_0$ . В противоположном случае неоднородности слоя  $\Delta z_i$ , наиболее удаленного от точки наблюдения (для которых выполнено условие  $\theta_0 > l_i / S_{0i} z_i$  при  $S_{0i} \equiv S_0^2 (\Delta z_i) \gg 1$ ) будут "усреднены" излучением источника до величины  $\theta_s (\Delta z_i) = 2 S_{0i} / k l_i$ , которая в случае  $\theta_s (\Delta z_i) > \theta_0$  определяет усреднение флуктуаций нижеследующего слоя  $i-1$ . Условие такого усреднения в любом  $i-1$

---

В основу работы положены материалы доклада на Международном симпозиуме "Солнечный ветер - результаты измерений", Москва, 1978 г.



Р и с. I

слой будет иметь вид  $\theta_S (\Delta z_i) z_{i-1} > l_{E,i-1} (l_{E,i-1} = l_{i-1}/S_{0,i-1})^*$ .  
 В частности, если рассмотреть слой с неоднородностями двух различных масштабов ( $l_{E,1} \ll l_{E,2}$ ,  $S_{01} \gg 1$ ,  $S_{02} \gg 1$ ), то, проводя стандартные вычисления, можно получить, независимо от соотношений  $\theta_0$  и  $l_{E1,2}/z$ , выражение для индекса мерцаний, аналогичное [3]:

$$F = \frac{1}{1 + \frac{4\theta_0^2 z^2}{\bar{l}_E^2}}, \quad \text{где} \quad \bar{l}_E = \frac{l_{E1} l_{E2}}{l_{E1} + l_{E2}} \approx l_{E1}. \quad (I)$$

Согласно представлениям о "частичном" сглаживании флуктуаций будем иметь (в случае  $l_{E1}/z < \theta_0 < l_{E2}/z$ )

$$F = \frac{1}{1 + \frac{4\theta_{S1}^2 z^2}{l_{E2}^2}} \quad (2)$$

Чтобы проанализировать такую физическую ситуацию, введем понятие частично усредненной (сглаженной) компоненты амплитуды поля

$$\hat{E} = \hat{E} + e \quad (3)$$

В этом выражении знак  $\hat{\vee}$  означает частичное усреднение флуктуирующей компоненты в отличие от усреднения по ансамблю реализаций, обозначаемого, как обычно, знаком  $\langle \rangle$ .

Ограничимся рассмотрением наиболее интересного случая сильного рассеяния ( $S_0^2 \gg 1$ ), когда средняя по ансамблю реализаций амплитуда поля  $\langle E \rangle$  пренебрежимо мала:

$$\langle E \rangle \equiv \langle \hat{E} \rangle = \langle \hat{E} \rangle + \langle e \rangle = 0.$$

Учитывая, что  $\langle e \rangle = 0$ , получим  $\langle \hat{E} \rangle = 0$ .

Интенсивность частично усредненного поля, определяемая как  $I = \hat{E} \hat{E}^*$ , будет равна

---

\* ) Как известно, радиус корреляции комплексного поля  $E$ , прошедшего  $i$ -ый слой с неоднородностями характерного масштаба  $l_i$ , определяется выражением [3]

$$l_{Ei} = \begin{cases} l_i, & S_{0i} < 1 \\ l_i/S_{0i}, & S_{0i} \gg 1 \end{cases},$$

где  $S_{0i}^2$  - средний квадрат флуктуаций фазы волны в этом слое.

$$\hat{I} = \hat{E} \hat{E}^* + \hat{E} e^* + \hat{E}^* e + ee^* = \hat{I} + I_{\sim}, \quad (4)$$

где величина  $\hat{I} = \hat{E} \hat{E}^*$  характеризует постоянную компоненту принимаемого сигнала, которая появляется в любом флуктуирующем поле в результате неконтролируемого усреднения.

Аналогично можно ввести понятие корреляционной функции частично усредненных полей

$$\hat{\Gamma}_e(\vec{x}, \vec{\xi}) = \hat{E}(\vec{x}) \hat{E}^*(\vec{x} + \vec{\xi}) = \hat{E} \hat{E}^* + \Gamma_{\sim}(\vec{x}, \vec{\xi})$$

и частично сглаженной корреляционной функции интенсивностей

$$\hat{\Gamma}_I(\vec{x}, \vec{\xi}) = \hat{I}(\vec{x}) \hat{I}(\vec{x} + \vec{\xi}) = \hat{I}^2 + \Gamma_{I_{\sim}}(\vec{x}, \vec{\xi}),$$

которая после усреднения по ансамблю перейдет в

$$\Gamma_I(\vec{\xi}) = \langle \hat{\Gamma}_I \rangle = \hat{I}^2 + 2 \hat{I}^2 [\Gamma_e(0) + \Gamma_e(\vec{\xi})] + \langle e(\vec{x}) e^*(\vec{x}) e(\vec{x} + \vec{\xi}) e^*(\vec{x} + \vec{\xi}) \rangle,$$

$$\text{где } \Gamma_e(\vec{\xi}) = \langle e(\vec{x}) e^*(\vec{x} + \vec{\xi}) \rangle.$$

В случае нормального распределения флуктуирующей компоненты  $e(\vec{x})$ , что имеет место в достаточно протяженных рассеивающих слоях, либо, когда точка наблюдения находится во френгоферовой зоне,

$$\Gamma_I(\vec{\xi}) = \hat{I}^2 + 2 \hat{I}^2 [\langle I_{\sim} \rangle + \Gamma_e(\vec{\xi})] + \langle I_{\sim} \rangle^2 + \Gamma_e^2(\vec{\xi}),$$

$$\langle I_{\sim} \rangle = \Gamma_e(0).$$

Чтобы определить индекс мерцаний частично усредненного поля

$$\hat{F} = \frac{\langle \hat{I}^2 \rangle - \langle \hat{I} \rangle^2}{\langle \hat{I} \rangle^2} = \frac{\langle I_{\sim}^2 \rangle - \langle I_{\sim} \rangle^2}{\langle \hat{I} \rangle^2}, \quad (5)$$

воспользуемся известным свойством сохранения корреляционной функции

$\Gamma_E(\vec{\xi})$  и средней интенсивности  $\langle I \rangle$  поля, распространяющегося за слоем с неоднородностями [4]:

$$\langle I \rangle \equiv \langle \hat{I} \rangle = \hat{I} + \langle I_{\sim} \rangle \equiv I.$$

Тогда, согласно (4)-(5), получим, что параметр  $\hat{F}$ , характеризующий степень усреднения флуктуаций, определяется соотношением

$$\hat{F} = 1 - \hat{I}^2 \quad (6)$$

В отсутствие частичного усреднения ( $\hat{I} = 0$ ), очевидно,  $\hat{F} = I$ .

Предположим, что излучение бесконечно удаленного источника конечных угловых размеров  $\theta_0$  осредняет флуктуации, вызванные слоем с неоднородностями, расположенными на расстоянии  $z$  от точки наблюдения. Тогда

$$\hat{\Gamma}(\vec{\xi}) = \int E(\vec{x} - \vec{\eta}) E^*(\vec{x} + \vec{\xi} - \vec{\eta}) T(\vec{\eta}) d\vec{\eta} \quad (7)$$

и для гауссовой осредняющей функции  $T(\vec{\eta}) = \frac{1}{\pi L^2} e^{-\eta^2/L^2}$  и корреляционной функции поля  $\Gamma_E = \exp(-\xi^2/l_E^2)$  можно показать, что

$$\hat{F} \equiv \gamma^2 = \frac{1}{1 + \frac{4L^2}{l_E^2}} \quad (8)$$

Здесь  $L = z\theta_0$  - масштаб усреднения, и в отсутствие частичного усреднения (если  $L \ll l_E$ )  $\gamma^2 \approx I$ . В случае, когда флуктуаций полностью осреднены источником ( $L \gg l_E$ , см. рис. I)  $\gamma^2 \approx 0$ .

Если представить протяженную турбулентную среду как  $n$  экранов с хаотическими неоднородностями, то можно предположить, что каждый  $i$ -й слой оказывает (в случае выполнения соответствующих условий) осредняющее действие на флуктуации сигнала, вызванные другими слоями, подобно тому, как сглаживает флуктуации источник конечных угловых размеров. Для его описания можно ввести функцию  $\hat{\Gamma}^{(i)}(\vec{\xi})$ , аналогичную

\*) Легко показать, что в случае умеренного рассеяния ( $\langle E \rangle \neq 0$ )  
 $\hat{F} = 1 - \hat{I}^2 - \langle E \rangle^4$ .

(7).

Рассмотрим наиболее простой случай, когда среда представляет из себя либо два достаточно близко расположенных хаотических экрана, один из которых (второй) частично усреднен, либо один экран с неоднородностями двух различных масштабов.

Тогда, используя  $n$ -экранное приближение [5] и проводя последовательно вычисления, будем иметь

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{\kappa^4}{(2\pi)^4 z^4} \int \Gamma^{(1)}(\vec{x}-\vec{y}') \Gamma^{(1)}(\vec{y}-\vec{x}') \times \\
 &\times \left\{ \left[ \Gamma^{(2)}(\vec{x}-\vec{x}') \Gamma^{(2)}(\vec{y}-\vec{y}') - \hat{\Gamma}^{(2)}(x-x') \hat{\Gamma}^{(2)}(y-y') \right] + \right. \\
 &+ \left. \hat{\Gamma}^{(2)}(\vec{x}-\vec{y}') \hat{\Gamma}^{(2)}(\vec{y}-\vec{x}') \right\} \exp\left[-\frac{i\kappa}{2z}(x^2-x'^2+y^2-y'^2)\right] d\vec{x} d\vec{x}' d\vec{y} d\vec{y}' = \quad (9) \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{16z^2}{\kappa^2 l_{E_1}^2 l_{E_2}^2}} - \gamma_2^2 \frac{1}{1 + \frac{16z^2 \gamma_2^2}{\kappa^2 l_{E_1}^2 l_{E_2}^2}} + \gamma_2^2, \\
 &\quad \gamma_2^2 = \left[ 1 + (4L^2/l_{E_2}^2) \right]^{-1}.
 \end{aligned}$$

В предельном случае полного усреднения (флуктуирующая часть излучения отсутствует:  $\hat{I} \sim 0$ ,  $\gamma_2 = 0$ ) из (9) можно получить выражение, аналогичное (2),

$$F = \frac{1}{1 + \frac{16z^2}{\kappa^2 l_{E_1}^2 l_{E_2}^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\theta_{S_2}^2}{\theta_{H_1}^2}}. \quad (10)$$

В обратном случае, когда частичное усреднение отсутствует ( $L/l_E \ll 1$ ,  $\hat{I} \approx 0$ ,  $\gamma_2 \approx 1$ ) из (9) следует  $F = I$ .

Если частично усреднены оба экрана, характеризующихся параметрами  $l_{E_1}$  и  $l_{E_2}$ , то будем иметь следующее выражение для индекса мерцаний:

$$F_z = \gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \frac{1}{1 + \frac{16z^2 \gamma_2^2}{\kappa^2 l_{E_1}^2 l_{E_2}^2}} + \gamma_1^2 \frac{1}{1 + \frac{16z^2 \gamma_1^2}{\kappa^2 l_{E_1}^2 l_{E_2}^2}} - 2\gamma_1^2 \gamma_2^2 \frac{1}{1 + \frac{16z^2 \gamma_1^2 \gamma_2^2}{\kappa^2 l_{E_1}^2 l_{E_2}^2}}, \quad \gamma_{1,2}^2 = \frac{1}{1 + \frac{4L^2}{l_{E_{1,2}}^2}}$$



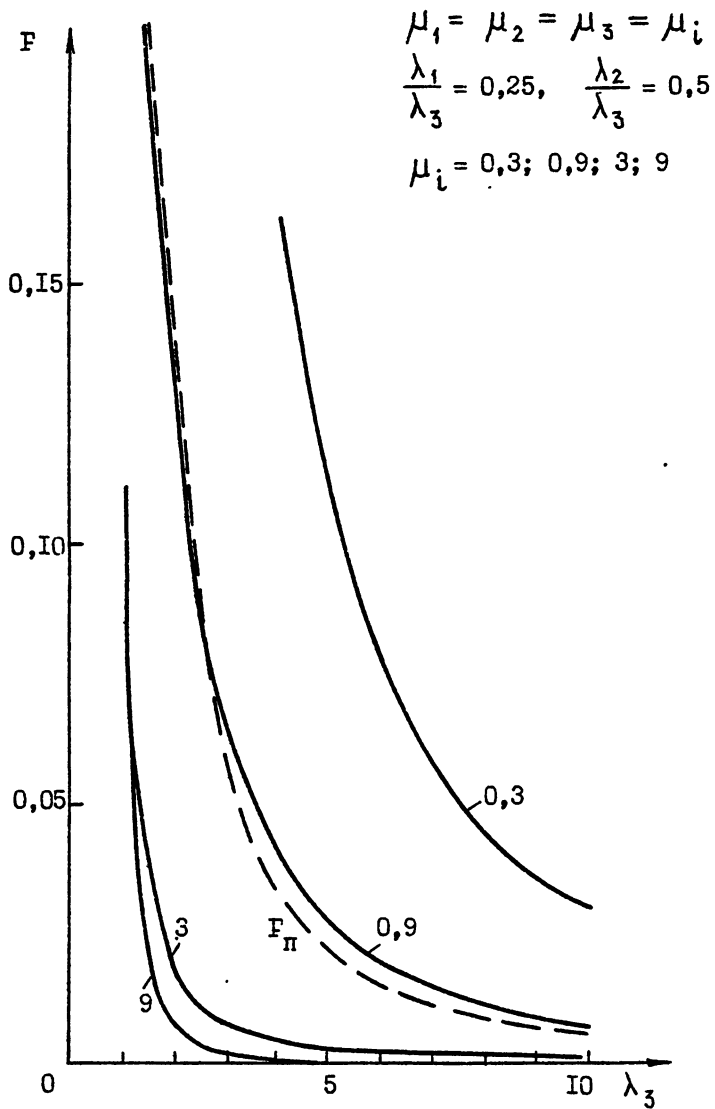
откуда в случае, когда на  $T$  экране нет частичного усреднения ( $L/l \ll \ll I; \gamma_i \approx I$ ), можно получить рассмотренное выше соотношение (9).

Для того, чтобы оценить влияние рассмотренного нами эффекта частичного усреднения на величину флуктуаций интенсивности, проведем конкретные вычисления индекса мерцаний в случае, когда неоднородная среда представляет три хаотических экрана с различными корреляционными характеристиками:

$$\begin{aligned}
 F_3 = & \gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \frac{\gamma_1^2}{1+16\gamma_1^2 \mu_1^2 \lambda_1^2 (\alpha_{12}^2 + \alpha_{13}^2)} + \\
 & + \frac{\gamma_2^2}{1+16\gamma_2^2 (\mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{12}^2 + \mu_3^2 \lambda_2^2 \alpha_{22}^2)} + \frac{\gamma_3^2}{1+16\gamma_3^2 (\mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{13}^2 + \mu_2^2 \lambda_2^2 \alpha_{23}^2)} - \\
 & - \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2}{1+16\gamma_1^2 \mu_1^2 \lambda_1^2 (\gamma_2^2 \alpha_{12}^2 + \alpha_{13}^2)} - \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2}{1+16\gamma_2^2 (\gamma_1^2 \mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{12}^2 + \mu_3^2 \lambda_2^2 \alpha_{22}^2)} + \\
 & + \frac{\gamma_1^2 \gamma_3^2}{1+16(\gamma_1^2 \mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{13}^2 + \gamma_2^2 \mu_2^2 \lambda_2^2 \alpha_{23}^2)} - \frac{\gamma_1^2 \gamma_3^2}{1+16\gamma_1^2 \mu_1^2 \lambda_1^2 (\alpha_{12}^2 + \gamma_3^2 \alpha_{13}^2)} + \\
 & + \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3^2}{1+16(\gamma_1^2 \mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{12}^2 + \gamma_3^2 \mu_3^2 \lambda_2^2 \alpha_{22}^2)} - \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3^2}{1+16\gamma_3^2 (\gamma_1^2 \mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{13}^2 + \mu_2^2 \lambda_2^2 \alpha_{23}^2)} + \\
 & + \frac{\gamma_2^2 \gamma_3^2}{1+16\mu_1^2 \lambda_1^2 (\gamma_2^2 \alpha_{12}^2 + \gamma_3^2 \alpha_{13}^2)} - \frac{\gamma_2^2 \gamma_3^2}{1+16\gamma_2^2 (\mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{12}^2 + \gamma_3^2 \mu_3^2 \lambda_2^2 \alpha_{22}^2)} - \\
 & - \frac{\gamma_2^2 \gamma_3^2}{1+16\gamma_3^2 (\mu_1^2 \lambda_1^2 \alpha_{13}^2 + \gamma_2^2 \mu_2^2 \lambda_2^2 \alpha_{23}^2)}.
 \end{aligned} \tag{II}$$

Здесь  $\gamma_i^2 = \frac{1}{1+4\lambda_i^2}$ ,  $\lambda_i = \frac{z_i \theta_0}{l_{E_i}}$ ,  $\mu_i = \frac{\theta_{si}}{\theta_0} = \frac{1}{\kappa l_{E_i} \theta_0}$ ,  $\alpha_{ij} = \frac{l_{E_i}}{l_{E_j}}$ ,

волновые параметры  $D_i = 4\lambda_i \mu_i > 1$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ . На рис. 2-4 показаны результаты расчетов индекса мерцаний для различных параметров задачи. Пунктиром на этих графиках нанесены данные, которые можно получить

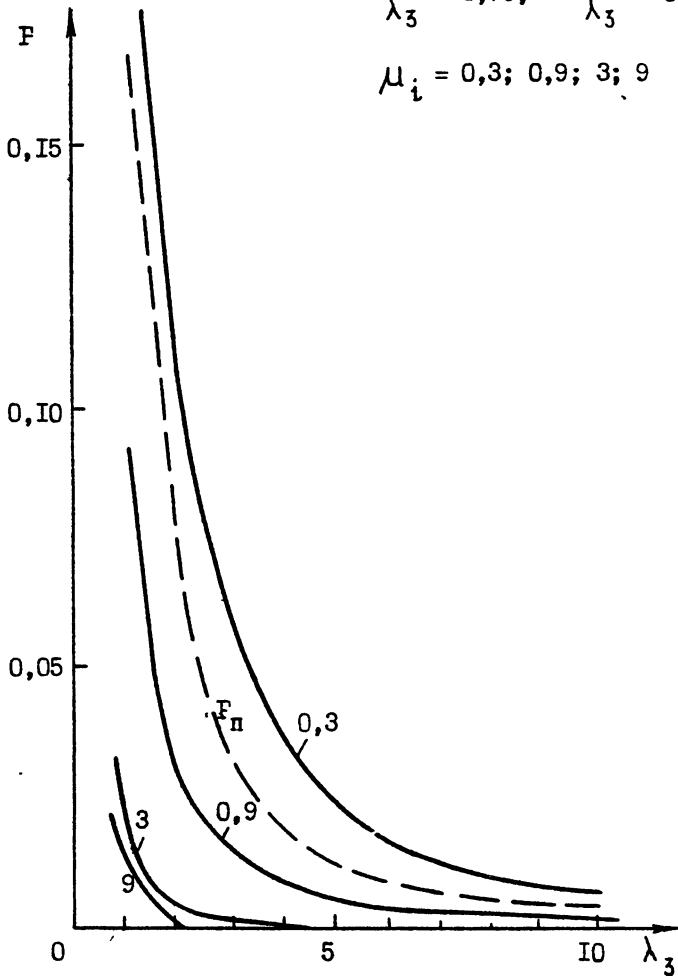


Р и с. 2 а

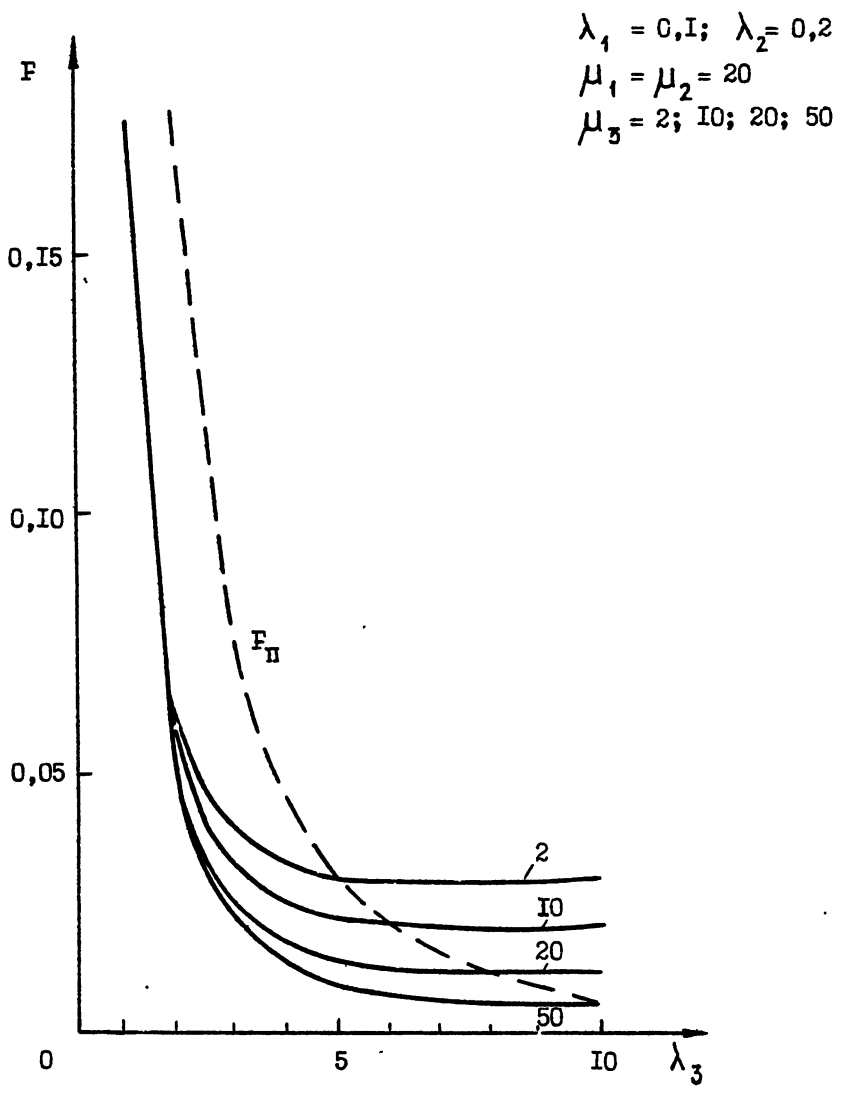
$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_i$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 0,75, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = 0,9$$

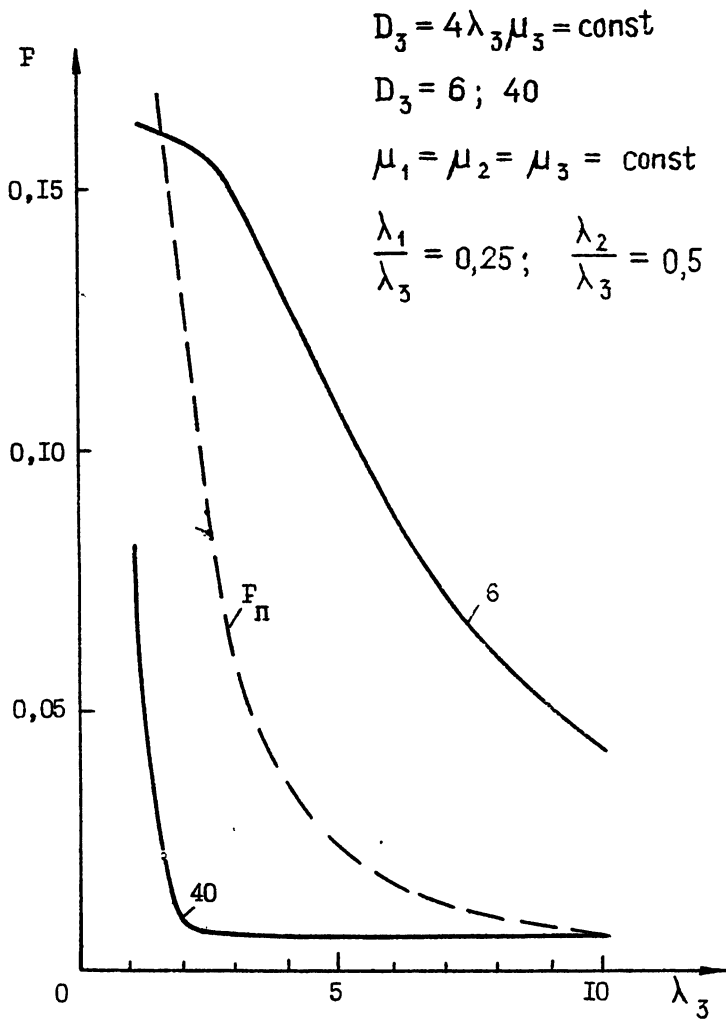
$$\mu_i = 0,3; 0,9; 3; 9$$



Р и с. 26



Р и с. 3



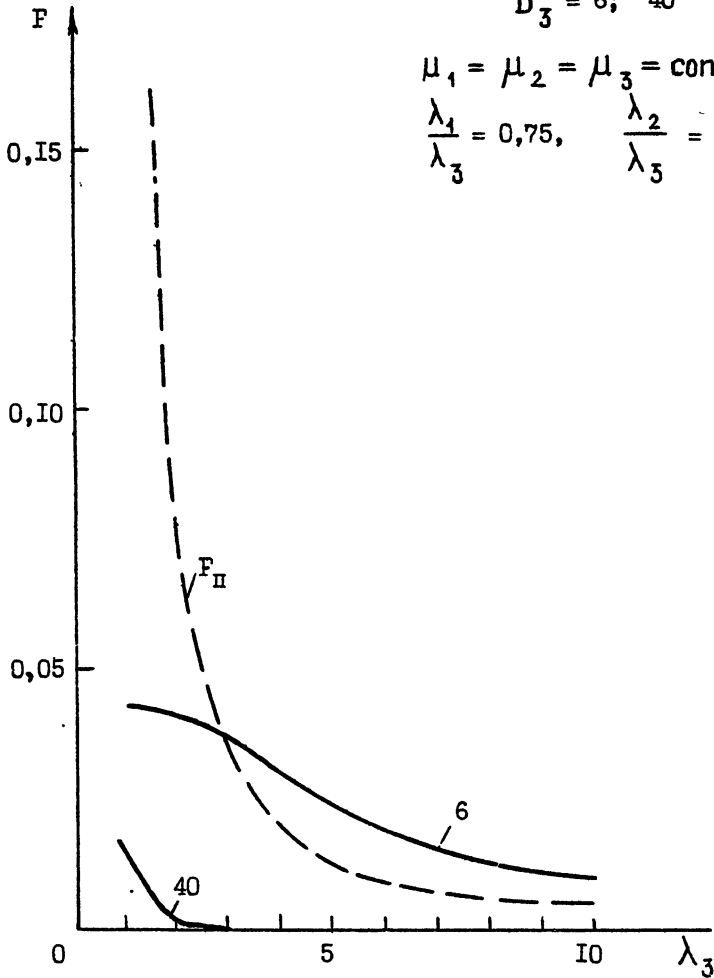
Р и с: 4а

$$D_3 = 4\lambda_3\mu_3 = \text{const}$$

$$D_3 = 6; 40$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \text{const}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 0,75, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = 0,9$$



Р и с. 46

не учитывая отмеченного нами эффекта, а пользуясь соотношением [2]

$$F_n = \left[ 1 + \frac{1}{3} \sum_i \frac{\theta_o^2}{\theta_{H_i}^2} \right]^{-1} \quad (12)$$

На рис.2 а,б изображены результаты вычислений в случае, когда параметры неоднородностей всех слоев одинаковы ( $\epsilon_i = \text{const}$ ,  $\mu_i = \text{const}$ ) и весь эффект определяется различием в их взаимном расположении (рис. 2 а -  $\lambda_1/\lambda_3 = 0,25$ ,  $\lambda_2/\lambda_3 = 0,5$ , 2 б -  $\lambda_1/\lambda_3 = 0,75$ ,  $\lambda_2/\lambda_3 = 0,9$ ). Видно, что при  $\mu_i \approx 1$ , величина флуктуаций будет меньше, чем это следует из стандартных выражений (12), а при  $\mu_i < 1$   $F_3$  превосходит  $F_n$ .

Влияние третьего экрана в случае, если два других зафиксированы, а флуктуации на них практически не осреднены ( $\lambda_1 = 0,1$ ,  $\lambda_2 = 0,2$ ,  $\gamma_{1,2} \approx 1$ ), показано на рис.3. Можно заметить, что с ростом волнового параметра  $D_3 = 2\theta_{S_3}/\theta_{H_3}$  величина флуктуаций уменьшается, однако, начиная с некоторого достаточно большого значения степени усреднения  $\lambda_3$ , индекс мерцаний практически не меняется, так как флуктуации третьего экрана осреднены полностью ( $\gamma_3 \rightarrow 0$ ).

На рис.4 а,б проиллюстрировано влияние двух экранов при фиксированном третьем ( $D_3 = \text{const}$ ). Видно, что величина флуктуаций существенно зависит от степени усреднения промежуточных слоев  $\lambda_{1,2}$  (4а -  $\lambda_1/\lambda_3 = 0,25$ ,  $\lambda_2/\lambda_3 = 0,5$ ; 4б -  $\lambda_1/\lambda_3 = 0,75$ ,  $\lambda_2/\lambda_3 = 0,9$ ), а в результате расчеты отличаются от значений  $F_n$ , рассчитанных для тех же параметров согласно (12).

Таким образом, проведенный нами анализ показывает, что, используя метод просвечивания сигналами источников излучения конечных угловых размеров для диагностических параметров неоднородной структуры и структуры источников, следует учитывать факт взаимного влияния на осредняющее действие источника неоднородностей, имеющих различные угловые размеры.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шишов В.И. Мерцания источников конечных угловых размеров.// Изв.вузов, Радиофизика. - 1972. - Т.15. - С.1277-1283.
2. Чашей И.В., Шишов В.И. Мерцания протяженного источника на неоднородностях межзвездной плазмы.//Астрон.ж. - 1976. - Т.53. - С.26-32.
3. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Д.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. - М.: Наука, 1984.
4. Booker Н.G., Ratcliffe J.A., Schinn D.H. Diffraction from an Irregular Screen with Application to Ionospheric Problems.//Phil.Trans.Roy.Soc. - 1950. - V.A242. - P.579.
5. Ерухимов Л.М., Урядов В.П. О частотной корреляции флуктуаций радиоволн, прошедших в хаотических экранах.//Изв.вузов.Радиофизика. - 1968. - Т.11. - С.1852-1863.

Дата поступления статьи  
30 сентября 1987 г.

Лев Михайлович Ерухимов  
Полина Ильинична Широ

О ЧАСТИЧНОМ УСРЕДНЕНИИ ФЛУКТУАЦИЙ

---

Подписано в печать 03.12.87 г. МЦ 00648. Формат 60x84 / 16  
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 1 п. л.  
Заказ 4646. Тираж 120. Бесплатно

---

Отпечатано на ротационной НИРФИ