Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт №266

ПУЧКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Г.И.Григорьев
О.Н.Савина
С.М.Файнштейн

Горький 1988

Григорьев Г.И., Савина О.Н., Файнштейн С.М.

ПУЧКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Горький, Препринт №266 / НИРФИ, 1988. - 9с.

УДК 534.2-13

Проведено теоретическое исследование пучковой неустойчивости звуковых волн в системе из движущегося нейтрального потока газа и неподвижной нейтральной среды. Взаимодействие частиц пучка и среды осуществляется через их соударения. В пятимоментном приближении выведено и проанализировано дисперсионное уравнение, описывающее новый тип неустойчивости звуковых колебаний.

Взаимодействие потока заряженных частиц с плазмой изучено весьма подробно (см., например, [I,2]). Частицы взаимодействуют с плазмой через электрическое и магнитное поля, при этом может возникнуть либо гидродинамическая (моноскоростной поток), либо более слабая, кинетическая (пучок с достаточно большим разбросом по скоростям) стадии нестабильности. При движении нейтрального потока одного газа через другой взаимодействие частиц осуществляется через их столкновения. В данной работе рассмотрена пучковая неустойчивость именно в такой ситуации, когда движущаяся компонента газа взаимодействует с основной средой через соударения частиц. В пятимоментном приближении получено и проанализировано дисперсионное уравнение, описывающее новый тип неустойчивости звуковых волн, найдены условия их генерации.

Пусть среда из нейтральных частиц с массой m_1, имеющая температуру T_1 и плотность ρ_1, пронизывается пучком движущихся с равновесной скоростью u_0 частиц с параметрами m_2, T_2, ρ_2. Взаимодействие между двумя компонентами осуществляется через соударения.

Для описания такой системы мы далее воспользуемся пятимоментным приближением, используемым при решении кинетического уравнения, когда не учитываются вязкость и теплопроводность [3]. Система квазигидродинамических уравнений в этом случае для частиц одноатомного газа сортов I и 2 имеет вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + div(\rho_1 \vec{u}_1) = 0 , \tag{I}$$

$$\rho_1 \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} + \frac{\varkappa}{m_1} \nabla (\rho_1 T_1) = \rho_1 \nu (\vec{u}_2 - \vec{u}_1), \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 T_1) + \frac{5}{3}\rho_1 T_1 \operatorname{div} \vec{u}_1 = 2\rho_1 \nu \mu \left[T_2 - T_1 + \frac{m_2}{3\varkappa}(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)^2 \right], \qquad (3)$$

$$\frac{D\rho_2}{Dt} + \rho_2 \operatorname{div} \vec{u}_2 = 0, \qquad (4)$$

$$\rho_2 \frac{D\vec{u}_2}{Dt} + \frac{\varkappa}{m_2} \nabla (\rho_2 T_2) = \rho_1 \nu (\vec{u}_1 - \vec{u}_2), \qquad (5)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho_2 T_2) + \frac{5}{3}\rho_2 T_2 \operatorname{div} \vec{u}_2 = 2\rho_1 \nu \mu \left[T_1 - T_2 + \frac{m_1}{3\varkappa}(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)^2 \right]. \qquad (6)$$

Здесь $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ - скорости, ν - частота столкновений частиц сорта I и 2, $\varkappa$ - постоянная Больцмана, $\mu = m_1(m_1+m_2)^{-1}$, $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{u}_2 \cdot \nabla)$.

Считая возмущения слабыми, линеаризуя систему (I)-(6) и не вводя новых обозначений для отклонений параметров от их равновесных значений, помеченных индексом "о", имеем

$$\frac{\partial r_1}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{u}_1 = 0, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} + v_1^2(\nabla\theta_1 + \nabla r_1) = \nu_0 \left[\vec{u}_2 - \vec{u}_1 + \left(r_1 + \frac{\nu}{\nu_0}\right)\vec{u}_0 \right], \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{\partial r_1}{\partial t} + \frac{5}{3} \operatorname{div} \vec{u}_1 =$$

$$= \omega_0 \left[\tau\theta_2 - \theta_1 + \frac{2}{3}\tau \frac{\vec{u}_0}{v_2^2}(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) + \left(r_1 + \frac{\nu}{\nu_0}\right)\left(\tau - 1 + \frac{\tau}{3}\frac{u_0^2}{v_2^2}\right) \right] \qquad (9)$$

$$\frac{D r_2}{Dt} + \operatorname{div} \vec{u}_2 = 0, \qquad (10)$$

$$n\frac{D\vec{u}_2}{Dt}+nv_2^2(\nabla\theta_2+\nabla r_2)=\nu_0\left[\vec{u}_1-\vec{u}_2-\left(r_1+\frac{\nu}{\nu_0}\right)\vec{u}_0\right], \quad (11)$$

$$n\left(\frac{D\theta_2}{Dt}+\frac{Dr_2}{Dt}+\frac{5}{3}\operatorname{div}\vec{u}_2\right)=$$

$$=\omega_0\frac{m_2}{m_1}\left[\frac{\theta_1}{\tau}-1+\frac{2}{3}\frac{\vec{u}_0}{v_1^2\tau}(\vec{u}_2-\vec{u}_1)+\left(r_1+\frac{\nu}{\nu_0}\right)\left(\frac{1}{\tau}-1+\frac{u_0^2}{3v_1^2\tau}\right)\right], \quad (12)$$

где $\theta_1=T_1/T_{10}$, $\theta_2=T_2/T_{20}$, $\tau=T_{20}/T_{10}$, $r_1=\rho_1/\rho_{10}$, $r_2=\rho_2/\rho_{20}$, $n=\rho_{20}/\rho_{10}$, $v_1^2=\varkappa T_{10}/m_1$, $v_2^2=\varkappa T_{20}/m_2$, $\omega_0=2\mu\nu_0$, $D/Dt=\partial/\partial t+(\vec{u}_0\cdot\nabla)$.

Предполагая далее, что возмущения всех величин характеризуются фактором $\exp(st+i\vec{k}\vec{r})$, и учитывая, что для газа максвелловских молекул $\nu/\nu_0=r_2$, получаем из (8)-(12) дисперсионное уравнение $\mathcal{D}(s,\vec{k})=0$,

$$\mathcal{D}=\begin{vmatrix} a(s+\omega_0)-\omega_0\tau d-ikA_1+B_1u_0 & b(s+\omega_0)-\omega_0\tau c-B_1u_0-ikC_1 \\ -a\Omega_0+(n\Omega+\Omega_0\tau)d-ikA_2+B_2u_0 & -b\Omega_0+(n\Omega+\Omega_0\tau)c-B_2u_0-ikC_2 \end{vmatrix}, \quad (13)$$

при записи которого использованы обозначения

$$a=\frac{i}{kv_1^2}\left(s+\nu_0+\frac{k^2v_1^2}{s}+\frac{i\nu_0ku_0}{s}\right),$$

$$b=\frac{i\nu_0}{kv_1^2}\left(\frac{iku_0}{\Omega}-1\right),$$

$$c=\frac{i}{nkv_2^2}\left(n\Omega+\nu_0+\frac{nk^2v_2^2}{\Omega}-\frac{i\nu_0ku_0}{\Omega}\right),$$

$$d=-\frac{i\nu_0}{nkv_2^2}\left(\frac{iku_0}{s}+1\right),$$

$$A_1=-\frac{2}{3}-\frac{\omega_0}{s}\left(\tau-1+\frac{\tau u_0^2}{3v_2^2}\right),$$

$$B_1 = \frac{2}{3}\,\frac{\omega_0 \tau}{v_2^2},$$

$$C_1 = -\frac{\omega_0}{\Omega}\left(\tau - 1 + \frac{\tau u_0^2}{3 v_2^2}\right),$$

$$A_2 = -\frac{\omega_0 (1-\mu)}{s\mu\tau}\left(1 - \tau + \frac{u_0^2}{3 v_1^2}\right),$$

$$B_2 = \frac{2}{3}\,\frac{\omega_0 (1-\mu)}{\mu\tau v_1^2},$$

$$C_2 = -\frac{2}{3}n - \frac{\omega_0 (1-\mu)}{\mu\tau\Omega}\left(1 - \tau + \frac{u_0^2}{3 v_1^2}\right),$$

$$\Omega = s + iku_0, \qquad \Omega_0 = \frac{\omega_0 (1-\mu)}{\mu\tau}.$$

В отсутствие соударений ($\nu = 0$)

$$\mathcal{D}_0(s,k) = \Omega s\left(s^2 + \frac{5}{3}k^2 v_1^2\right)\left(\Omega^2 + \frac{5}{3}k^2 v_2^2\right) = 0. \qquad (14)$$

Акустические возмущения в этом случае распространяются в основной среде и пучке без взаимодействия и описываются соотношениями

$$s_1 = -ic_{s1}k = -i\sqrt{\frac{5}{3}}\,kv_1, \quad s_2 = -ic_{s2}k - iku_0.$$

Найдем поправку γ_1 из-за столкновений к частоте $s_1 = -ic_{s1}k$, считая ее малой ($\gamma_1 \ll c_{s1}k$) и пренебрегая в дисперсионном уравнении (13) членами порядка ν_0^2, γ_1^2 и $\nu_0\gamma_1$. После несложных, но громоздких преобразований получаем

$$\gamma_1 = \frac{\nu_0}{2}\left[\frac{2}{3}M^2\frac{m_2}{m_1+m_2} + M\left(1 - \frac{4}{3}\frac{m_2}{m_1+m_2}\right) + \frac{6\mu\tau}{5} - 1 - \frac{2m_2}{m_1+m_2}\right], \qquad (15)$$

где $M = \vec{k}\vec{u}_0 / c_{s1}k$. Принимая для простоты $m_1 = m_2$, из (15) имеем

$$\gamma_1 = \frac{\nu_0}{2}\left[\frac{1}{3}(M^2+M)+\frac{1}{5}(3\tau-10)\right]. \qquad (16)$$

Из формулы (16) следует, что неустойчивость звуковых волн, распространяющихся в среде с пучком, может возникать по двум причинам: за счет движения частиц пучка ($M \neq 0$) и даже для покоящегося пучка+) ($M = 0$), если он имеет высокую температуру ($\tau = T_{20}/T_{10} \gtrsim 3{,}5$). Рис.1 иллюстрирует зависимость $\gamma_1(M)$ для трех значений параметра τ, помеченных цифрами у соответствующих кривых. Из рис.1 и формулы (16) следует, что при $\tau \gtrsim 3{,}5$ пучковая неустойчивость звуковых волн имеет место при любых скоростях u_0. Если же $\tau < 3{,}5$, неустойчивость может развиваться при

$$M > -\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{125-36\tau}{20}} \quad \text{и} \quad M < -\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{125-36\tau}{20}}.$$

На рис.2 изображена на плоскости (τ, M) кривая $\gamma_1 = 0$, разделяющая области затухания звуковых волн ($\gamma_1 < 0$) и их раскачки ($\gamma_1 > 0$).

Для возмущений с параметрами, удовлетворяющими второму из корней дисперсионного уравнения (14), т.е. $s_2 = -i c_s k - i \vec{k}\vec{u}_0$, аналогично можно получить выражение для инкремента γ_2 :

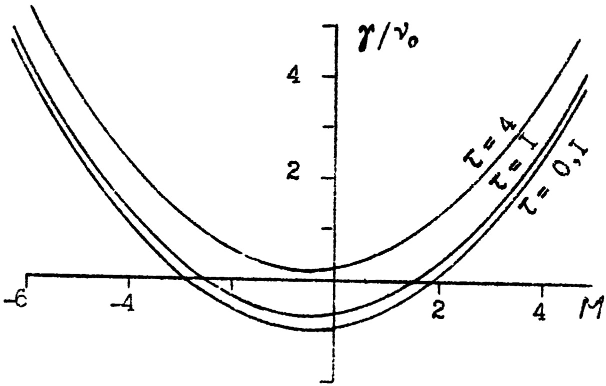
$$\gamma_2 = \frac{\nu_0}{2n}\left[\frac{1}{3}(M_2^2-M_2)+\frac{1}{5}\left(\frac{3}{\tau}-10\right)\right],$$

где $M_2 = \vec{k}\vec{u}_0 / c_{s2} k$.

В принятых модельных уравнениях не учитывались потери энергии из-за вязкости и теплопроводности. При учете этих факторов появилась бы дополнительная диссипация звуковых волн с декрементом $\gamma_0 \sim k^2$ [4]. Так как полученные инкременты γ_1 или γ_2 не зависят от волнового числа k , то и при учете указанной дополнительной диссипации найдутся такие возмущения, для которых $\gamma_{1,2} > \gamma_0$. Укажем, что в работе [5] рассматривалась нестабильность акустических волн в верхней атмосфере, связанная с неизотермичностью ионосферной плазмы.

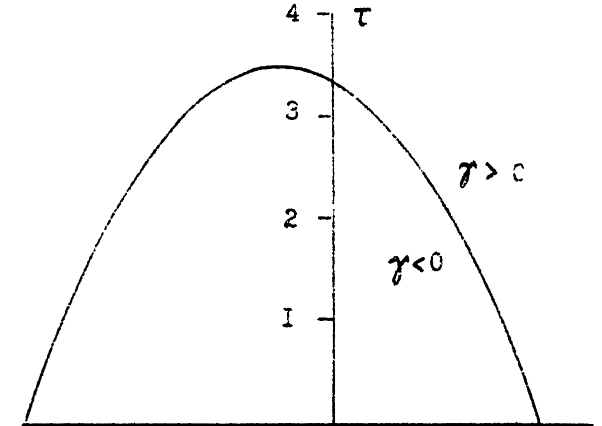
Таким образом, в системе, состоящей из неподвижной нейтральной среды и движущегося в ней нейтрального потока газа, возможна генера-

+) Или волн, распространяющихся перпендикулярно скорости $\vec{u}_0$.



γ/ν_0
4
2
-6
-4
2
4
M
$\tau = 4$
$\tau = I$
$\tau = 0,I$

Р и с. I



4
3
2
I
τ
$\gamma > 0$
$\gamma < 0$
-3
-2
-I
0
I
2
M

Р и с. 2

ция звуковых волн с достаточно большим инкрементом возбуждения. Следует заметить, что для оценки уровня генерируемых в такой системе колебаний необходимо исследование нелинейной стадии указанной неустойчивости. Авторы признательны А.В.Гапонову-Грехову, Н.Г.Денисову и Л.А.Островскому за полезные дискуссии.

Литература

I. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т.I. - М.: Атомиздат, I970.
2. Незлин М.В. Динамика пучков в плазме. - М.: Энергоиздат, I982.
3. Schunk R.W. Mathematical structure of transport equation for multispecies flows. - Geophys.Space Phys., 1977, v.15, c. 429.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. - М.: Наука, I986.
5. Бирагов С.Б., Гершман Б.Н. О возможной нестабильности, связанной с неизотермичностью ионосферной плазмы. - Геомагнетизм и аэрономия, I973, т.I3, № 3, с.463-467.

Дата поступления статьи
I6 августа I988г.

Геннадий Иванович Григорьев
Ольга Николаевна Савина
Семен Михайлович Файнштейн

ПУЧКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Подписано в печать 22.08.88 г. МЦ II205. Формат 60 x 84 I/I6
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 0,48 усл.п.л. Тираж I20
Заказ 4779. Бесплатно

Отпечатано на ротапринте в НИРФИ