Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 2 6 8

О КОРРЕКТНОСТИ ПОСТАНОВКИ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПОЧТИ ЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ В КЛАССЕ РАЗРЫВНЫХ РЕШЕНИЙ

В.Н.Гольдберг

Горький 1989

Гольдберг В. Н.

О КОРРЕКТНОСТИ ПОСТАНОВКИ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПОЧТИ ЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ В КЛАССЕ РАЗРЫВНЫХ РЕШЕНИЙ // Препринт № 268. - Горький: НИРФИ. - 1989.- 10 с.

УДК 517.956

В работе изучается корректность постановки смешанной задачи для почти линейной гиперболической системы с достаточно гладкими и хорошо согласованными данными в некотором классе кусочно гладких вектор-функций. Устанавливается устойчивость изучаемых кусочно гладких решений относительно сингулярных возмущений граничных условий.

I. В $\overline{G}_{\overset{\circ}{T}} = \{0 \le x \le \lambda_{r_0+r_1} t + \overset{\circ}{X},\ 0 \le t \le \overset{\circ}{T}\}$, где числа $\overset{\circ}{X}, \overset{\circ}{T} > 0$ и $(\lambda_1 + |\lambda_{r_0+r_1}|)\overset{\circ}{T} < \overset{\circ}{X}$, а числа $\lambda_1 > 0$ и $\lambda_{r_0+r_1} < 0$ определены ниже, рассмотрим задачу

(I) $$u_t(x,t) + \lambda u_x(x,t) = U(x,t,u(x,t)),$$

(2) $$u(x,0) = u_0(x),$$

(3) $$\mu\left[C_0 p_t(0,t) + C_1 p_x(0,t) + D_0 q_t(0,t) + D_1 q_x(0,t)\right] = H(t,u(0,t)) + \mu F(t,u(0,t)).$$

Здесь: $u = (u^1, \ldots, u^N)$, $N > 2$; постоянная $N \times N$ – матрица $\lambda = \|\lambda_{a,b}\| = \operatorname{diag}[\lambda^+, \lambda^-]$, где $\lambda^+(\lambda^-)$ – диагональная положительная (отрицательная) матрица с собственными значениями $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{r_0}$ ($\lambda_{r_0+1} > \ldots > \lambda_{r_0+r_1}$), $r_0 > 1$, $r_1 \ge 1$, кратностей $K_1, K_2, \ldots, K_{r_0}$ ($K_{r_0+1}, \ldots, K_{r_0+r_1}$) соответственно[+)]; $p = (u^1, \ldots, u^n)$, $q = (u^{n+1}, \ldots, u^N)$, $n = \sum_{a=1}^{r_0} K_a$; вектор-функция (в.-ф.) $U = (U^1, \ldots, U^N) \in C_2(\overline{G}_{\overset{\circ}{T}} \times R^N)$, $u_0 \in C_1[0, \overset{\circ}{X}]$, $u_0^i \in C_2[0, \overset{\circ}{X}]$, $n < i \le N$; C_0, C_1 – постоянные $n \times n$ – матрицы, $\det[C_0 - C(\lambda^+)^{-1}] \ne 0$; D_0, D_1 – постоянные $n \times (N-n)$ – матрицы; в.-ф. H – аналитическая в $[0, \overset{\circ}{T}] \times R^N$; в.-ф. $F \in C_2([0, \overset{\circ}{T}] \times R^N)$; $\mu \ge 0$ – малый параметр; при $\mu = 0$ ($\mu > 0$) выполнены условия (выполнено условие) согласования, необходимые (необходимое) для существования в $\overline{G}_{\overset{\circ}{T}}$ решения задачи (I)–(3) класса $C_1(\overline{G}_{\overset{\circ}{T}})$; при $t = 0$, $u = u_0(0)$ действительные части всех собственных значений

+) Условие $(\lambda_1 + |\lambda_{r_0+r_1}|)\overset{\circ}{T} < \overset{\circ}{X}$ наложено вместо условия $|\lambda_{r_0+r_1}|\overset{\circ}{T} < \overset{\circ}{X}$ ради упрощения изложения.

матрицы $M(t,u)=\|\partial A^i(t,u)/\partial u^j\|$, $1\le i,j\le n$, отрицательны; $(A^1(t,u),\dots,A^n(t,u))=A(t,u)=[C_0-C_1(\lambda^+)^{-1}]^{-1}H(t,u)$. Все данные задачи (I)-(3) вещественные. Задачу (I)-(3) при $\mu=0$ назовем вырожденной задачей (в.з.), а при $\mu>0$ - сингулярно возмущенной задачей (с.в.з.). Настоящая работа посвящена исследованию корректности постановки в.з. в $\bar{G}_{\overset{\circ}{T}}$.

2. Для случая $|\det M(t,u)|>C \ \forall (t,u)\in[0,\overset{\circ}{T}]\times R^N$, где число $C>0$, соответствующие результаты о корректности постановки в.з. в классе C_1 - решений вытекают из работ [I,2].

В настоящей заметке идеи известных работ А.Н.Тихонова, Л.С.Понтрягина и Е.Ф.Мищенко о сингулярно возмущенных системах обыкновенных дифференциальных уравнений применяются к исследованию корректности постановки в.з. в $\bar{G}_{\overset{\circ}{T}}$ в том случае, когда в $\bar{G}_{\overset{\circ}{T}}$ не существуют не только C_1 - решение, но и непрерывное обобщенное решение (н.о.р.) $u(x,t)$ в.з. в смысле [I,2] из-за обращения $\det M(t,u(0,t))$ в ноль при продолжении $u(x,t)$ по t.

Поясним содержание заметки. Пусть $U\equiv F\equiv 0$, $C_1=D_0=D_1=0$, C_0 - единичная матрица. Тогда н.о.р. в.з. существует в $\bar{G}_{\overset{\circ}{T}}$ тогда и только тогда, когда на $[0,\overset{\circ}{T}]$ существует решение $v(t)=(v^1(t),\dots,v^n(t))\in C[0,T]$ задачи

$$(4)\quad H(t,v^1,\dots,v^n,u_0^{n+1}(|\lambda_{n+1,n+1}|t),\dots,u_0^N(|\lambda_{N,N}|t))=0,\quad v(0)=u_0(0).$$

При естественных условиях (см. [3-6]) задача (4) не имеет на $[0,\overset{\circ}{T}]$ решения $v(t)\in C[0,\overset{\circ}{T}]$, но имеет на $[0,\overset{\circ}{T}]$ единственное кусочно-непрерывное решение $v(t)$, устойчивое относительно возмущения правой части первого уравнения в (4) членом $\mu\dfrac{dv(t)}{dt}$. В.-ф. $v(t)$ и $u_0(x)$ определяют в $\bar{G}_{\overset{\circ}{T}}$ обобщенное решение в.з., устойчивое относительно выбранного возмущения граничного условия. Это обобщенное решение в.з. назовем ее разрывным решением (р.р.) в $\bar{G}_{\mathring{T}}$.

В данной заметке вводится определение р.р. в.з. (I)-(3) в $\bar{G}_T$, $T\in[0,\mathring{T}]$, имеющего l , $1\le l<\infty$, точек разрыва непрерывности первого рода на $\gamma_T=\{(x,t): x=0,\ t\in(0,T)\}$, и устанавливаются теоремы о единственности р.р. в $\bar{G}_T$, о первых производных р.р. в $\bar{G}_T$, о продолжаемости по t р.р. и возникновении на $\gamma_{\mathring{T}}$ новых точек разрыва непрерывности первого рода р.р. при продолжении его по t , о непрерывной зависимости р.р. от начального условия и о сходимости C_1 -решения с.в.з. к р.р. в.з. при $\mu\to 0$. Исследование р.р. с $l=1$, возникающего при продолжении по t C_1 - решения в.з. проведено в [7-9].

3. Обозначим через p любую точку из $\bar{G}_{\mathring{T}}$, а через x и t - ее координаты; если p отмечена как-либо, то также отметим ее координаты. Пусть $i\in[1,r_0+r_1]$ +), $p\in\bar{G}_{\mathring{T}}$, $u=(u^1,\dots,u^N)$. Обозначим: $\varkappa_i(\tau,p)=\lambda_i(\tau-t)+x$, $\tau\in R^1$, $J_i(a,b,p)=\{p'\in\bar{G}_{\mathring{T}}: x'=\varkappa_i(t',p),\ a\le t'\le b\}$, $0\le a\le b\le\mathring{T}$; $\xi_i(p)$, $\theta_i(p)$ - соответственно абсцисса и ордината точки $J_i(0,t;p)\cap\partial\bar{G}_{\mathring{T}}$; $z_k(t,u)$, $k=\overline{1,n}$ - собственные значения матрицы $M(t,u)$, занумерованные так, что $\operatorname{Re} z_j(t,u)\le\operatorname{Re} z_{j+1}(t,u)$, $1\le j<n$, $u_i=(u^{e_i+1},\dots,u^{e_i+k_i})$, где $e_i=0$ при $i=1$, $e_i=\sum_{a=1}^{i-1}k_a$ при $i>1$; $p=(u^1,\dots,u^n)$, $q=(u^{n+1},\dots,u^N)$, $U_i(x,t,u_i,u_{j\ne i})=U_i(x,t,u)$, $A(t,p,q)=A(t,u)$. Если вектор u отмечен как-либо, то также отметим векторы u_i, p, q . Пусть $v=(v^1,\dots,v^m)\in R^m$, $m\ge 1$. Обозначим $|v|=\sum_{a=1}^{m}|v^a|$. Пусть в.-ф. f определена на множестве $D\in\bar{G}_{\mathring{T}}$. Обозначим $|f|_D=\sup_D|f(p')|$. Если в точке $p'\in D$ существуют в.-ф. $\partial_x f(p')$, $\partial_t f(p')$, то через $\partial f(p')$ обозначим любую из них.

+) Здесь и всюду ниже, как правило, не указываем, что выбранное число - целое.

4. Введем определение р.р. в.з. Зафиксируем любые целое число $l \geq 1$ и числа $0 < T_1^* < \ldots < T_l^* \leq T \leq \mathring{T}$. Обозначим p_k^*, $1 \leq k \leq l$, точку $(0, T_k^*)$. Назовем $J_s(T_k^*, T; p_k^*)$, $1 \leq s \leq r_0$, $1 \leq k \leq l$, отмеченной характеристикой (о.х.). Обозначим $g(T)$ число попарно различных, лежащих в $\bar{G}_T \setminus \gamma_T$ точек пересечения о.х. Если $g(T) > 0$, то обозначим p_1, $\ldots p_{g(T)}$ все попарно различные лежащие в $\bar{G}_T \setminus \gamma_T$ точки пересечения о.х. и предположим, что выполнены следующие условия:

У. I) p_g, $1 \leq g \leq g(T)$ – точка пересечения двух и только двух о.х.; У.2) если $g(T) > 1$, то $t_g < t_j$, $1 \leq g < j \leq g(T)$; У.3) $T_k^* \neq t_g$, $1 \leq k \leq l$, $1 \leq g \leq g(T)$; У.4) если $l > 2$, то $p_k^* \notin J_s(t_g, T; p_g)$, $2 < k \leq l$, $1 \leq g \leq g(T)$, $r_0 < s \leq r_0 + r_1$; У.5) если $g(T) > 1$, то точка $(0, t_j) \notin J_s(t_g, T, p_g)$, $1 \leq g < j \leq g(T)$, $r_0 < s \leq r_0 + r_1$; У.6) если $g(T) > 1$, а точки p_g и p_j, $1 \leq g < j \leq g(T)$, таковы, что они не лежат на одной и той же о.х., то $p_j \notin J_s(t_g, T; p_g)$, $1 \leq s \leq r_0 + r_1$; У.7) если $g(T) > 1$, то $J_s(0, t_j; p_j) \cap \cap J_w(t_g, T; p_g) \cap \gamma_T = \emptyset$, $1 \leq g < j \leq g(T)$, $1 \leq s \leq r_0 < w \leq r_0 + r_1$.

Обозначим $\mathfrak{A}(T)$ множество определенных в $\bar{G}_T$ N-мерных в.-ф. $u(p)$ таких, что: а) $q(p) \in C(\bar{G}_T)$; б) $\forall s \in [1, r_0]$ $u_s(p) \in C(\bar{\omega})$, где ω – любая компонента связности множества $\{p \in \bar{G}_T : p \notin J_s(T_k^*, T; p_k^*), 1 \leq k \leq l\}$, и $\forall k$, $1 \leq k \leq l$, $u_s(\text{æ}_s(t, p_k^*), t) = u_s(\text{æ}_s(t, p_k^*), t+0)$, $t \in [T_k^*, T)$, $u_s(\text{æ}_s(T, p_k^*), T) = u_s(\text{æ}_s(T, p_k^*) - 0, T)$; в) $u(x, 0) = u_0(x)$, $x \in [0, \mathring{X}]$, $A(t, u(0,t)) = 0$, $t \in [0, T]$;

$$u_i(p) = u_i(\xi_i(p), \theta_i(p)) + \int_{\theta_i(p)}^{t} U_i(p, \tau, u(p, \tau))\Big|_{p = \text{æ}_i(\tau, p)} d\tau, \quad p \in \bar{G}_T, \quad 1 \leq i \leq r_0 + r_1.$$

Определение I. Пусть $u \in \mathfrak{A}(T)$, $\operatorname{Re} z_n(t, u(0,t)) < 0$, $t \in [0, T]$, и $\forall k$, $1 \leq k \leq l$, выполнены следующие условия: с.I) $z_n(T_k^*, u^*) = 0$, $\operatorname{Re} z_{n-1}(T_k^*, u^*) < 0$ и

$$\sum_{i=1}^{n} g^i \sum_{a,b=1}^{n} \frac{\partial^2 A^i(T_k^*, u^*)}{\partial u^a \, \partial u^b} h^a h^b \neq 0,$$

где $u^* = u(0, T_k^* - 0)$, а $g = (g^1, \dots, g^n)$ и $h = (h^1, \dots, h^n)$ таковы, что $M^T(T_k^*, u^*)g = 0$, $M(T_k^*, u^*)h = 0$; с.2) траектория $\rho = \rho(k; \tau)$ системы

$$
(5) \qquad \frac{d\rho}{d\tau} = A(T_k^*, \rho, q(0, T_k^*)),
$$

стремящаяся к $\rho(0, T_k^* - 0)$, $\tau \to -\infty$ +), существует на $(-\infty, \infty)$ и стремится к $\rho(0, T_k^* + 0)$, $\tau \to \infty$; с.3) $|\det M(t, u(0,t))|^{-1} \in \mathcal{L}_1(T_{k-1}^*, T_k^*)$, где $T_0^* = 0$. Тогда $u(\rho)$ назовем $T_{1,l}^*$ - р.р. в.з. в $\bar{G}_T$.

Теорема I. Пусть $m \geq 1$ и $0 < t_1^* < \dots < t_m^* < T$ таковы, что условия У.I)–У.7) выполнены при $l = m$, $T_k^* = t_k^*$, $1 \leq k \leq m$, если соответствующее $t_1^*, \dots, t_m^*$ число $g(T) > 0$. Пусть в $\bar{G}_T$ существуют $T_{1,l}^*$ - р.р. $u(\rho)$ в.з. и $t_{1,m}^*$ - р.р. $v(P)$ в.з. Тогда $l = m$, $T_k^* = t_k^*$, $1 \leq k \leq l$, $u(P) = v(P)$, $P \in \bar{G}_T$.

5. Сформулируем теорему о первых производных $T_{1,l}^*$ - р.р. в.з. в $\bar{G}_T$. Число $t \in (0, T)$ назовем элементом множества $\mathcal{F}$, если либо $t = T_k^*$, где $1 \leq k \leq l$, либо $g(T) > 0$, и существуют такие $r_0 < s \leq r_0 + r_1$ и $1 \leq g \leq g(T)$, что точка $(0, t) \in J_s(t_g, T, P_g)$. Обозначим: ν - число попарно различных чисел в $\mathcal{F}$, а $f_1 < \dots < f_\nu$ все эти числа. Пусть $1 \leq s \leq r_0 + r_1$, $1 \leq j \leq \nu$. Обозначим: $m(j) = 1$, $w_{s,j,1} = s$, если $f_j \neq T_k^*$, $1 \leq k \leq l$; $m(j) = r_0$, $w_{s,j,a} = a$, $a \in [1, r_0]$, если $f_j = T_k^*$, где $1 \leq k \leq l$; P_j^0 - точка $(0, f_j)$; $J_1^s = \bigcup_{j=1}^{\nu} \bigcup_{a=1}^{m(j)} J_{w_{s,j,a}}(f_j, T; P_j^0)$; $J_2^s = \bigcup_{g=1}^{g(T)} J_s(t_g, T; P_g)$ $(J_2^s = \phi)$, если $g(T) > 0$ $(g(T) = 0)$ $J^s = J_1^s \cup J_2^s$; $\Omega^s = \{P \in \operatorname{Int} \bar{G}_T : P \notin J^s\}$; d_s - число компонент связности множества Ω^s; Ω_d^s, $d = \overline{1, d_s}$ - все попарно различные компоненты связности множества Ω^s .

Будем говорить, что выполнено условие (*) если в $\bar{G}_T$

+) Согласно [IO,II] при условии с.I) существует единственная траектория системы (5), стремящаяся к $\rho(0, T_k^* - 0)$, $\tau \to -\infty$.

существует $T^*_{1,l}$ - р.р. $\overset{\circ}{u}(P)$ в.з.

Теорема 2. Пусть выполнено условие (*), и $1 \le s \le r_0 + r_1$, $1 \le d \le d_s$, $\omega = \Omega^s_d$. Тогда: А) $\overset{\circ}{u}_s(P) \in C_1(\omega)$, и $\partial_t \overset{\circ}{u}_s(x,t) + \lambda_s \partial_x \overset{\circ}{u}_s(x,t) = U_s(x,t,\overset{\circ}{u}(x,t))$ в ω ; Б) если $\max\limits_{\bar\omega} \theta_s(P) \ne T^*_k$, $1 \le k \le l$, то $\partial \overset{\circ}{u}_s(P) \in C(\bar\omega)$; В) если $\max\limits_{\bar\omega} \theta_s(P) = T^*_k$, где $1 \le k \le l$, то $\sup\limits_{\omega} |\theta_s(P) - T^*_k|^{1/2} |\partial \overset{\circ}{u}_s(P)| < \infty$, и если область $D \in \omega$, и $\bar D \cap J_s(T^*_k, T; P^*_k) = \phi$, то $\partial \overset{\circ}{u}_s(P) \in C(\bar D)$.

6. Сформулируем теорему о продолжаемости по t $T^*_{1,l}$ - р.р.

Теорема 3. Пусть выполнено условие (*), $T < \tau \le \overset{\circ}{T}$, и если $g(T) > 0$, то условия У.I)-У.7) выполнены при $T = \tau$. Тогда: А) справедлива альтернатива: А.I) в $\bar G_\tau$ существует $T^*_{1,l}$ - р.р. в.з.; А.2) найдется такое $T^*_{l+1} \in (T, \tau]$, что $\forall \sigma \in \Delta = (T, T^*_{l+1})$ в $\bar G_\sigma$ существует $T^*_{1,l}$ - р.р. $\overset{\circ}{u}$ в.з., и имеет место по крайней мере одно из следующих соотношений: $\inf\limits_{\Delta} |\mathrm{Re}\, z_n(t, \overset{\circ}{u}(0,t))| = 0$, $S = |\overset{\circ}{u}|_\omega = \infty$, где $\omega = \{ P \in \bar G_\tau : t < T^*_{l+1} \}$; Б) пусть имеет место утверждение А.2), и $T^*_{l+1} < \tau$, $S < \infty$, $|\det M(t, \overset{\circ}{u}(0,t))|^{-1} \in \mathcal{L}_1(T, T^*_{l+1})$; тогда $\overset{\circ}{u} \in \mathfrak{U}(T^*_{l+1})$; В) пусть: I) выполнены все условия из утверждения Б); 2) при $u = \overset{\circ}{u}$, $k = l+1$ выполнено условие с.I) из определения I; 3) стремящаяся к $\overset{\circ}{p}(0, T^*_{l+1} - 0)$, $\tau \to -\infty$, траектория системы (5) при $q = \overset{\circ}{q}$, $k = l+1$, существует на $(-\infty, \infty)$ и стремится при $\tau \to \infty$ к ее асимптотически устойчивому состоянию равновесия $\bar p \in R^n$; 4) если $g(T^*_{l+1}) > 0$, то $T^*_{l+1} \ne t_g$, $P^*_{l+1} \notin J_s(t_g, T^*_{l+1}; P_g)$, $r_0 < s \le r_0 + r_1$, $1 \le g \le g(T^*_{l+1})$; тогда найдется такое $\sigma \in (T^*_{l+1}, \tau)$, что в $\bar G_\sigma$ существует $T^*_{1,l+1}$ - р.р. в.з.

Замечание I. Если выполнены условия I), 2), 4) из утверждения В), то $\{ u \in \mathfrak{U}(\xi) : u(P) = \overset{\circ}{u}(P),\ P \in \bar G_{T^*_{l+1}} \} = \phi$, $\xi \in (T^*_{l+1}, \tau)$.

7. Установим теорему о непрерывной зависимости $T^*_{1,l}$ - р.р. в.з. от начального условия. Пусть N - мерная в.-ф. $\tilde u_0(x) \in C_1[0, \overset{\circ}{X}]$, $\tilde u_0(x) \not\equiv u_0(x)$, и $\tilde u^i_0(x) \in C_2[0, \overset{\circ}{X}]$, $n < i \le N$. Задачу (I),

(3) при $\mu=0$ с начальным условием $u(x,0)=\tilde{u}_0(x)$ назовем возмущенной вырожденной задачей (в.в.з.). Пусть выполнены условия согласования, необходимые для существования в $\bar{G}^*_T$ решения в.в.з. класса $C_1(\bar{G}^*_T)$. Обозначим $\rho=\max_{0\le x\le \overset{\circ}{X}}[|\tilde{u}_0(x)-u_0(x)|+|\tilde{u}_0'(x)-u_0'(x)|]$.

Т е о р е м а 4. Пусть выполнено условие (*). Тогда: А) существует такое $R>0$, что если $\rho<R$, то найдутся такие $0<\tau_1^*<\ldots<\tau_l^*<T$, $|\tau_k^*-T_k^*|\to 0,\ \rho\to 0$, $1\le k\le l$, что в $\bar{G}_T$ существует $\tau^*_{1,l}$ - р.р. в.з. $\tilde{u}$; Б) $|\tilde{q}-\overset{\circ}{q}|_\omega\to 0,\ \rho\to 0$, где $\omega=\bar{G}_T$; В) пусть $s\in[1,r_0]$, область $D\in \mathrm{Int}\,\bar{G}_T$ и $\bar{D}\cap$ $\cap J_s(T_k^*,T;P_k^*)=\phi$, $1\le k\le l$; тогда $|\tilde{u}_s-\overset{\circ}{u}_s|_D\to 0,\ \rho\to 0$; Г) пусть $s\in[1,r_0+r_1]$, область $D\in \mathrm{Int}\,\bar{G}_T$ и $\bar{D}\cap J^s=\phi$, тогда $|\partial\tilde{u}_s-\partial\overset{\circ}{u}_s|_D\to 0,\ \rho\to 0$.

8. Установим теорему о сходимости решения с.в.з. к $T^*_{1,l}$ -р.р.

Определение 2. Пусть $\mu>0$, N - мерная в.-ф. $\overset{\mu}{u}\in C_1(\bar{G}_T)$, $\overset{\mu}{u}(x,0)=u_0(x)$, $X\in[0,\overset{\circ}{X}]$, и $\overset{\mu}{u}$ удовлетворяет (I) в $\mathrm{Int}\,\bar{G}_T$ и (3) $\forall t\in[0,T]$. Тогда $\overset{\mu}{u}$ назовем решением с.в.з. в $\bar{G}_T$.

Т е о р е м а 5. Пусть: I) выполнено условие (*); 2) $\forall(s,k,\tau)$, $1\le s\le r_0$, $1\le k\le l$, $\tau\in R^1$, на $[T_k^*,T]$ существует решение $\overset{(k)}{u}_s(\tau;t)$ уравнения

$$\overset{(k)}{u}_s(\tau;t)=p_s(k;\tau)+\int_{T_k^*}^{t} U_s(\xi,\eta,\overset{(k)}{u}_s(\tau;\eta),\overset{\circ}{u}_{i\ne s}(\xi,\eta)\Big|_{\xi=\varkappa_s(\eta,P_k^*)} d\eta\ ,$$

где $p_s(k;\tau)=(p^{\ell_s+1}(k;\tau),\ldots,p^{\ell_s+k_s}(k;\tau))$, а $p^i(k;\tau)$, $i\in[1,n]$ есть i -я компонента в.-ф. $p(k;\tau)$, фигурирующей в условии с.2) из определения I. Тогда: А) найдется такое $\mu_0>0$, что $\forall\mu\in(0,\mu_0)$ в $\bar{G}_T$ существует единственное решение $\overset{\mu}{u}$ с.в.з.; Б) $|\overset{\mu}{q}-\overset{\circ}{q}|_\omega\to 0$, $\mu\to 0$, где $\omega=\bar{G}_T$; В) пусть $s\in[1,r_0]$, область $D\in\mathrm{Int}\,\bar{G}_T$ и $\bar{D}\cap J_s(T_k^*,T;P_k^*)=\phi$, $1\le k\le l$; тогда $|\overset{\mu}{u}_s-\overset{\circ}{u}_s|_D\to 0,\ \mu\to 0$. Г) пусть $s\in[1,r_0+r_1]$, область $D\in\mathrm{Int}\,\bar{G}_T$, и $\bar{D}\cap J^s=\phi$;

тогда $|\partial \overset{\mu}{u}_s - \partial \overset{\circ}{u}_s|_D \to 0,\ \mu \to 0$.

Замечание 2. Условие 2) в теореме 5 существенно для справедливости утверждения А) теоремы 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аболиня В.Э., Мышкис А.Д. // Матем. сб. - 1960.-Т.50(92), № 4.- С.423-442.
2. Мышкис А.Д. О максимальной области разрешимости смешанной задачи для почти линейной гиперболической системы с двумя независимыми переменными. // Материалы к совместному советско-американскому симпозиуму по уравнениям с частными производными. Новосибирск: АН СССР, Сибирское отделение.-1963.-С.3-10.
3. Тихонов А.Н. // Матем.сб.-1952.-Т.31(73), № 3. - С.574-586.
4. Понтрягин Л.С. // ИАН СССР, сер.математ.-1957.-Т.21, № 5.- С.605-626.
5. Мищенко Е.Ф.// ИАН СССР, сер.математ. - 1957.-Т.21, № 5.- С.627-654.
6. Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания.-М.:Наука, 1975.-248 с.
7. Гольдберг В.Н. // Дифференц.уравн.-1980.-Т.16, № 6.-С.1076-1090.
8. Гольдберг В.Н. // Дифференц.уравн.-1981.-Т.17, № 2.-С.286-300.
9. Гольдберг В.Н. // Межвузовский сб. Динамика систем. Численные методы исследования динамических систем.Горький.-1982.-С.3-27.
10. Минц Р.М. // ДАН СССР.-1962.-Т.147, № 1.-С.31-33.
11. Минц Р.М. // Матем.сб.-1964.-Т.63(105), № 2.-С.169-214.

Дата поступления статьи
28 декабря 1988 г.

Виктор Наумович Гольдберг

О КОРРЕКТНОСТИ ПОСТАНОВКИ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПОЧТИ ЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ В КЛАССЕ РАЗРЫВНЫХ РЕШЕНИЙ

Подписано в печать 08.02.89 г. Мц 00626 '. Формат 60x84/16
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 0,65 усл.п.л.
Заказ 4824. Тираж 100. Бесплатно

Отпечатано на ротапринте НИРФИ