Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 269

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЗЕМЛЯ-АТМОСФЕРА

Ю.В.Петухов

Горький 1989

Петухов Ю. В.

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЗЕМЛЯ-АТМОСФЕРА // Препринт № 269.-Горький: НИРФИ.-1987.- 7 с.

УДК 531.596.1

Выяснено влияние силы тяжести на распространение поверхностных волн Стоунли и Рэлея. Показано, что на низких частотах возможно одновременное существование непереизлучающих волн Стоунли и Рэлея.

Взаимосвязь волн в атмосфере с сейсмическими колебаниями Земли представляет интерес в связи с генерацией микробаром и микросейсм при высокоэнергетичных процессах в атмосфере и в Земле. Экспериментальные исследования волн от взрывов в земле и в атмосфере [1], а также от землетрясений [2], указывают на преобладающее влияние поверхностных волн в колебаниях поверхности земли. Это обусловлено тем, что вдали от источника амплитуда поверхностных волн уменьшается с расстоянием по цилиндрическому закону, в отличие от акустических, продольных и сдвиговых волн, амплитуды которых спадают с расстоянием по сферическому закону [3]. Влияние затухания в обеих средах приводит к тому, что преобладание поверхностных волн становится заметным лишь для волн с периодами порядка нескольких десятков секунд [4]. Однако на распространение волн соответствующих частот будет влиять сила тяжести Земли [3,5]. Цель данной работы - получить дисперсионное уравнение для собственных решений рассматриваемой системы с учетом гравитации Земли и выяснить ее влияние на свойства поверхностных волн.

При получении дисперсионного уравнения воспользуемся следующими упрощениями: атмосфера считается изотермической, земля моделируется однородным упругим полупространством с плоской границей раздела. Выберем начало системы координат x, y, z на границе раздела, а ось z направим вверх. Уравнения, описывающие распространение волн в твердом теле, запишутся через потенциалы смещений φ - продольных волн и ψ - сдвиговых волн в следующем виде [3]:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}, \qquad \Delta\psi = \frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2},$$

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial z}, \qquad u_z = \frac{\partial\varphi}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\sigma_{zx} = \mu\left(2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right),$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda+2\mu)\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + \lambda\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - 2\mu\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z},$$

где $c_l = \sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$, $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ - скорости продольных и сдвиговых возмущений в среде с плотностью $\rho = const$ и с параметрами Ламэ λ, μ ; u_x и u_z - соответствующие компоненты вектора смещений $\vec{u}$, σ_{xz} и σ_{zz} - компоненты тензора напряжений. Если по аналогии с упругой средой ввести величину Φ так, чтобы p' - возмущение давления в атмосфере определялось выражением следующего вида:

$$p' = -\rho_0\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}, \tag{2}$$

то уравнения для Φ в воздухе запишутся в простой форме:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi = c^2\Delta\Phi + g\frac{\partial\Phi}{\partial z},$$
$$u_z = \left[\frac{\rho(z)}{\rho_0}\right]^{-1}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{g}{c^2}\Phi\right), \tag{3}$$

где g - ускорение силы тяжести, $\rho(z) = \rho_0\exp(-gz/c^2)$, ρ_0 - плотность воздуха у поверхности земли, c - изотермическая скорость звука в атмосфере.+) Поскольку величина Φ имеет размер-

+) Для простоты процесс распространения звука низкой частоты считается изотермическим.

мость потенциала смещений, то, записав граничные условия

$$\frac{\partial}{\partial t} u_z \Big|_{z=-0} = \frac{\partial}{\partial t} u_z \Big|_{z=0}, \quad \sigma_{zz}\Big|_{z=-0} = -p'\Big|_{z=0}, \quad \sigma_{zx}\Big|_{z=0} = 0 \tag{4}$$

через потенциалы φ, ψ и величину Φ, нетрудно получить дисперсионное уравнение. Предположим, что из твердого тела на границу раздела $z = 0$ падает только продольная волна, тогда для φ, ψ и Φ имеем следующие выражения:

$$\varphi = \exp(ikx + i\varkappa_1 z - i\omega t) + A\exp(ikx - i\varkappa_1 z - i\omega t),$$

$$\psi = B\exp(ikx - i\varkappa_2 z - i\omega t), \tag{5}$$

$$\Phi = C\exp(ikx + i\varkappa z - i\omega t),$$

где

$$\varkappa_1 = \sqrt{k_l^2 - k^2}, \quad \varkappa_2 = \sqrt{k_t^2 - k^2}, \quad \varkappa = \sqrt{(k_1^2 - k^2) - \frac{g^2}{4c^4}} + i\frac{g}{2c^2},$$

$$k_l = \omega / c_l, \quad k_t = \omega / c_t, \quad k_1 = \omega / c. \tag{6}$$

Используя (5) и (6), из граничных условий (4) получим систему из трех уравнений для определения коэффициентов A,B,C. Приравняв к нулю главный детерминант этой системы, получим дисперсионное уравнение, которому удовлетворяют волновые числа k, собственных решений задачи:

$$(\gamma_1 - G)\left[(2\xi^2 - 1)^2 - 4\gamma_2\gamma_3\xi^2\right] + R\gamma_2\left[1 - \frac{2G}{b^2}(\gamma_1 - G)\right] = 0,$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\xi^2 - b^2 + G^2}, \quad \gamma_2 = \sqrt{\xi^2 - a^2}, \quad \gamma_3 = \sqrt{\xi^2 - 1}, \tag{7}$$

$$b = \frac{c_t}{c}, \quad a = \frac{c_t}{c_l}, \quad R = \frac{\rho_0}{\rho}, \quad G = \frac{gc_t}{2c^2\omega}, \quad \xi = \frac{k}{k_t}.$$

Если положить в (7) $G = 0$, то получим известное уравнение для определения скоростей поверхностных волн Стоунли и Рэлея [3,6]. Скорость волны Стоунли c_s незначительно отличается от скорости звука в воздухе $(c_s < c)$ [6]:

$$\xi_s \approx b + \frac{R^2}{2b^2(1-a^2)}, \qquad b \gg 1. \tag{8}$$

Амплитуда волны Стоунли в атмосфере убывает очень медленно, в упругом полупространстве волновой процесс сконцентрирован в слое толщиной порядка длины волны в верхней среде [6]. Учет силы тяжести приводит к уменьшению скорости волны Стоунли с уменьшением частоты:

$$\xi_s \approx b + \frac{GR}{2b^2(1-a^2)}, \quad b \gg 1, \quad R \ll 1. \tag{9}$$

Если ξ_0 есть рэлеевский корень $(1 < \xi_0 < 1{,}17)$ уравнения, которое следует из (7) при $R = G = 0$, то с учетом гравитации скорость волны Рэлея c_R определится из следующего приближенного равенства:

$$\xi_R = \xi_0 + \frac{R\gamma_2\left[1 + \frac{2G}{b^2}(\gamma_1 - G)\right]}{2\xi_0\left\{2(\gamma_1 - G)\left[\xi_0^2\left(\frac{\gamma_3}{\gamma_2} + \frac{\gamma_2}{\gamma_3}\right) + 2\gamma_2\gamma_3 - 2(2\xi_0^2 - 1)\right] - R\left(\frac{G\gamma_2}{b^2\gamma_1} + \frac{1}{2\gamma_2}\right)\right\}}. \tag{10}$$

Поскольку на низких частотах $b \approx 10$, то при $G = 0$ корень ξ_R будет комплексным, что соответствует излучению акустических волн рэлеевской волной. С учетом гравитации на частотах $\omega < \omega_0 = gc_t/2c^2\sqrt{b^2 - \xi_0^2}$ значения ξ_R становятся действительными (см. (10)). Это означает, что в области частот $\omega < \omega_0$ не выполняется условие на излучение Вавилова-Черенкова, так как скорость акустических волн превышает скорость распространения волны Рэлея [7].

Следовательно, учет гравитации на низких частотах приводит к тому, что возможно одновременное существование двух не излучающих поверхностных волн Рэлея и Стоунли, в отличие от случая $g = 0$, когда излучает либо волна Стоунли ($C_S > C_t$), либо волна Рэлея. Это означает, что при землетрясениях и подземных взрывах низкочастотные $\omega < \omega_0$ акустические возмущения в атмосфере обусловлены существованием поверхностной волны Стоунли, распространяющейся вдоль границы земля-атмосфера.

В заключение следует заметить, что сделанные выше выводы справедливы и для случая адиабатических волновых процессов, когда возможно существование внутренних гравитационных волн, скорость которых меньше скорости Рэлеевской волны. Это обусловлено тем, что внутренние гравитационные волны не возбуждаются более быстрыми, например, Рэлеевскими волнами (см., [7]). Хотя в [7] рассматривалась плоская задача, как и в данной работе, однако излучательные свойства поверхностных волн не зависят от размерности задачи, так как эти типы волн являются собственными решениями рассматриваемой физической системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коган С.Я. Сейсмическая энергия и методы ее определения. - М.: Наука, 1975.
2. Young J.M., Greene G.E. - J.Acoust.Soc.Amer., 1982, V.71, pt.2, P.334
3. Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F. Elastic waves in layered media. N.Y., McGraw-Hill, 1957.
4. Marphy B.L.- J.Geophys.Res., 1972, V.77, pt.5, P. 808.
5. Эккарт К. Гидродинамика океана и атмосферы.-М.: ИЛ., 1963.
6. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973.
7. Голицын Г.С., Кляцкин В.И. // Изв. АН СССР, ФАО. - 1967. Т.3, № 10. - С.1044.

Дата поступления статьи
28 декабря 1988 г.

Юрий Васильевич Петухов

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЗЕМЛЯ - АТМОСФЕРА

Подписано в печать 08.02.89 г. Мц 00627. Формат 60x84/16
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 0,45 усл. п.л.
Заказ 4825. Тираж 100. Бесплатно

Отпечатано на ротапринте НИРФИ