

Министерство высшего и среднего специального образования  
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени  
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

---

П р е п р и н т № 275

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК КОРОТКОВОЛНОВЫХ СИГНАЛОВ  
НАКЛОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ  
В ТРЕХМЕРНОНЕОДНОРОДНОЙ ИОНОСФЕРЕ

Н.В.Бахметьев  
Г.М.Хислин  
Ю.А.Игнатьев  
В.И.Петрухина  
А.А.Понятов

Н.В.Бахметьева, Г.М.Жислин, Ю.А.Игнатьев,  
В.И.Петрухина, А.А.Понятов

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК КОРОТКОВОЛНОВЫХ СИГНАЛОВ НАКЛОННОГО  
ЗОНДИРОВАНИЯ В ТРЕХМЕРНОЕ ОДНОРОДНОЙ ИОНОСФЕРЕ.//Препринт № 275. -  
Горький, НИРФИ. - 1989. - 49 с.

УДК 621.371.378

В работе рассмотрены различные методы расчета характеристик радиоволн КВ диапазона при распространении в ионосфере Земли. Методом закона Снеллиуса проанализированы некоторые особенности и рассчитаны основные характеристики коротких радиоволн в трехмерно-неоднородной невозмущенной ионосфере и при нагреве ее мощным КВ радиоизлучением. Алгоритм расчета реализован на среднеширотных трас-сах протяженностью 1500 и 6400 км.

Долгосрочное прогнозирование характеристик коротких радиоволн, распространяющихся в трехмерно однородной ионосфере, становится все более актуальным и необходимым для успешного решения большого круга исследовательских и прикладных задач, возникающих при изучении ионосферы и практическом использовании радиоволн для навигации, локации, пеленгации и т.д. Расчеты траектории радиоволн и их параметров: амплитуды, углов прихода, времени распространения, максимально применимой частоты (МПЧ), поглощения и ряда других характеристик необходимы не только для предсказания и интерпретации и результатов реальных экспериментов, но и для решения обратной задачи – определения параметров ионосферы.

Во введении дан сравнительный анализ различных методов расчета характеристик радиоволн КВ диапазона. Показано, что для исследования распространения радиоволн на трассах различной протяженности в трехмерно однородной ионосфере во многих случаях целесообразно использовать метод расчета характеристик, основанный на применении закона Снеллиуса. Приведены основные уравнения. Первый раздел посвящен описанию модели трехмерно однородной ионосферы, используемой в расчетах в естественных условиях и при нагреве ее мощным КВ радиоизлучением. Во втором разделе приведены результаты численного моделирования процесса распространения радиоволн для двух конкретных радиотрасс протяженностью около 1500 и 6400 км. Проанализирован характер распространения радиоволн, рассчитана дистанционноугловая характеристика, отклонение от дуги большого круга, поглощение на трассе и другие параметры.

Все возрастающие требования к точности и достоверности получаемой информации приводят к необходимости учета трехмерных градиентов электронной концентрации, магнитного поля, эффектов рассеяния радиоволн и различных нелинейностей. Однако решение такой задачи в общем виде крайне затруднительно, поскольку приводит к чрезмерному ее усложнению. Поэтому, как правило, рассматриваются или иные приближения, позволяющие ограничиться учетом лишь отдельных

факторов. В данной работе приводятся результаты расчетов характеристик КВ радиоволн в изотропной трехмерной однородной ионосфере без учета эффектов рассеяния и нелинейностей.

Тем не менее, даже такая упрощенная задача допускает аналитическое решение только в ряде частных случаев для специальных моделей среды. Для решения более общих и важных задач с учетом произвольных моделей электронной концентрации необходимо использовать численные методы, которые интенсивно развивались последние двадцать лет /1, 2/. В настоящее время их использование можно рассматривать как специальное направление при исследованиях распространения радиоволн в сложных средах. Причем, наряду с точными появились и упрощенные методы, сильно сократившие затраты машинного времени /3/. Этим путем были получены существенно новые результаты для различных приложений теории распространения радиоволн /1, 2 и литература из обзора/.

Поскольку точное решение волнового уравнения является чрезвычайно сложной задачей даже для современных ЭВМ, к настоящему времени разработан и используется целый ряд приближенных методов расчета траекторий и характеристик радиоволн. Базируясь на обзоре /2/, рассмотрим основные из них с точки зрения поставленной задачи : расчета траектории луча и наибольшего числа параметров. Результаты сравнительного анализа различных методов сведены в табл. I.I, аналогичную /2/.

Особенно успешно развивались методы, основанные на лучевом (геометрооптическом) приближении, которые, в принципе, дают и траекторию и весь набор необходимых величин. Существует несколько их эквивалентных форм – это методы рефракционного интеграла, закона Снеллиуса и решение уравнения эйконала методом характеристик.

Метод рефракционного интеграла основан на том, что при некоторых моделях среды решения уравнений для вычисления ряда скалярных характеристик распространения могут быть записаны в квадратуре /4-6/ (в одномерной ионосфере). В /7-9/ этот подход обобщен на двухмерный случай путем разбиения трассы на участки, на каждом из которых распределение концентрации  $N_e$  по-прежнему можно считать одномерным. Описание программы для этого случая приводится в /10/. Учет реальной трехмерной неоднородности ионосферы в этом методе про-

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ТАБЛИЦА РАСЧЕТНЫХ МЕТОДОВ

Таблица I.I

М е т о д	Рассчитываемая характеристика	Расстояние (D)									
		Число Гибкости	Число стремл. к сжатию	Число стремл. к растяж.	Число стремл. к изгибу	Число стремл. к изгибу снизу	Число стремл. к изгибу сверху	Число стремл. к изгибу снизу	Число стремл. к изгибу сверху	Число стремл. к изгибу снизу	Число стремл. к изгибу сверху
М П Ч		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Траектория луча		+	+	+	+	-	-	-	-	-	+
Задержка ( $t$ ), дистанционно-частотная характеристика (ЧХ)		+	+	+	+	-	-	-	-	-	+
Угол прихода в вертикальной плоскости ( $\varphi$ ) (ЧХ)		+	+	+	+	+	?	?	?	?	+
Угол прихода в горизонтальной плоскости ( $\alpha$ )		+	+	-	+	-	?	?	?	?	+
Фазовый путь ( $L_\Phi$ )		$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	-	$\frac{\pi}{2}$	-	$\frac{\pi}{2}$	-	$\frac{\pi}{2}$
Доплеровская частота ( $\omega_q$ )		$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	?	$\frac{\pi}{2}$	-	-	-	?
Фокусирожка ( $F$ ) (расходящийся)		+	+	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	+	-	-	-	-	$\frac{\pi}{2}$
Поглощение ( $\Gamma$ )		$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	+	$\frac{\pi}{2}$	+	$\frac{\pi}{2}$	+	$\frac{\pi}{2}$
Учет необычновентой компоненты		$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

1) В чистых работах этот параметр не считывается, но может быть введен.

2) Нет сведений о расчете линного излучателя в численных программах.

вести крайне сложно.

Метод закона Снеллиуса основан на использовании принципа Ферма и сводится к решению задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Поскольку этот метод является также скалярным, то в нем невозможно учесть эффекты, связанные с наличием магнитного поля. Одна из конкретных его реализаций разработана в ИЗМИРАНе /II-15/, алгоритм изложен в /14/, а наиболее общий случай вместе с примером программы описан в /15/.

Наиболее полным является метод решения уравнения эйконала методом характеристик /16/, который также приводит к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка /17-21/. Программы для численного расчета этим методом описаны в работах /19-21/, причем в последней рассматривается трехмерно-однородная ионосфера.

Кроме уже перечисленных, можно указать метод возмущений, разработанный в /22/ для сферически слоистой среды. В работах /23, 24/ он обобщен соответственно на случаи двух- и трехмерно-однородной сред. По вычисляемым параметрам этот метод аналогичен приведенным, но связан с точным заданием длины трассы и ограничениями на модель среды.

Из нелучевых методов следует отметить методы Смита-Казанцева /25/, нормальных волн /26-28/ и адабатического инварианта /29/ (см. также библиографию в них). Эти методы получили достаточно широкое распространение, однако в существующих формах они имеют много ограничений, сужающих область их применения. Так, метод Смита применим только для коротких и средних трасс (дальностью до 4000км), хотя позволяет получить почти все скалярные величины, не дает траектории луча. Кроме того, в нем не учитывается поперечная неоднородность среды. Напротив, методы адабатического инварианта и нормальных волн предназначены для расчетов дальнего распространения радиоволн, но по числу рассчитываемых параметров они заметно уступают предыдущим. Их применение целесообразно при анализе волноводного распространения радиоволн.

Существует целый ряд комбинированных методов, например, сочетание метода геометрической оптики с эталонными задачами /30/ или адабатического инварианта с методом осреднения /31/. В силу специфики они не получили широкого развития, как и некоторые другие из разработанных методов (экстремально-параметрический и т.п.).

Сопоставление сравнительной точности различных методов в / 32, 33/ показало, что в этом отношении методы рефракционного интеграла, характеристики и Смита-Казанцева эквивалентны для коротких трасс. Для дальних трасс хорошо совпадают результаты расчетов, полученных методами адиабатического инварианта и характеристик. Что касается времени счета, то предварительные оценки дают, что оно у расчетов методом закона Снеллиуса и характеристик на порядок выше, чем у методов рефракционного интеграла и адиабатического инварианта и на два порядка выше, чем у метода Смита-Казанцева.

Таким образом, для исследований скачкового распространения КВ радиоволн в трехмерной однородной изотропной ионосфере на трассах произвольной протяженности представляется целесообразным использовать методы характеристик и закона Снеллиуса. Они, хотя и уступают другим в оперативности, зато являются достаточно полными. Кроме того, они не накладывают никаких иных ограничений на модель среды, кроме условия выполнимости геометрической оптики, что позволяет использовать для расчетов реальные профили. Разумеется существует ряд ситуаций, когда это приближение несправедливо (вблизи каустик и т.п.), однако более точное рассмотрение показывает, что элементарные методы могут давать приемлемую точность, несмотря на нарушение требований применимости геометрооптического приближения (см., например, /34, 35/).

# I. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОВОЛН МЕТОДОМ ЗАКОНА СНЕЛЛИУСА

## I.I. Теория метода

Метод закона Снеллиуса основан на законе преломления волны в трехмерно-однородной ионосфере, который получается из принципа Ферма с учетом его математической аналогии принципу Гамильтона /36/.

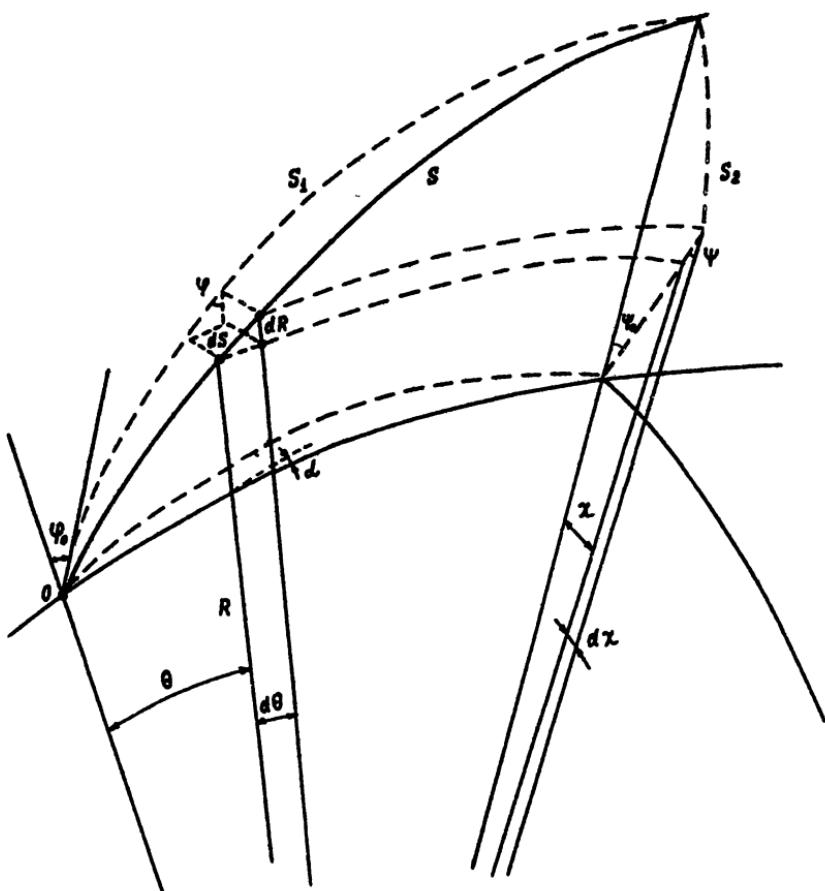
В приближении геометрической оптики набег фазы волны равен  $\Phi = \omega/c \int n ds$ , где  $ds$  – элемент траектории,  $n(\vec{r})$  – коэффициент преломления,  $c$  – скорость света в вакууме. Для ионосферы воспользуемся сферической системой координат  $R, \theta, \chi$  с началом в центре Земли (рис. I.I). Углы  $\theta$  и  $\chi$  определяются следующим образом: проведем через начало координат и точку излучения две ортогональные плоскости, одна из которых проходит еще и через точку приема (наблюдения) – плоскость падения. Сфериически спроектировав траекторию  $S$  на плоскости, получим проекции  $S_1$  и  $S_2$ . Таким образом, угол  $\theta$  характеризует текущую точку траектории в плоскости падения вдоль проекции  $S_1$ , а  $\chi$  – в ортогональной плоскости вдоль  $S_2$ . Тогда элемент траектории можно записать в виде

$$ds = \sqrt{(dR)^2 + (R \cdot d\theta)^2 + (R \cdot d\chi)^2} = dR \sqrt{1 + \left(R \frac{d\theta}{dR}\right)^2 + \left(R \frac{d\chi}{dR}\right)^2} \quad (I.1)$$

Принцип минимума оптического пути – принцип Ферма /37/ может быть сформулирован следующим образом:

$$\delta\Phi \sim \delta \int n ds = \delta \int \left\{ n(R, \theta, \chi) \sqrt{1 + \left(R \frac{d\theta}{dR}\right)^2 + \left(R \frac{d\chi}{dR}\right)^2} \right\} dR = 0. \quad (I.2)$$

Легко видеть, что уравнение (I.2) подобно хорошо известному в ме-



Р и с. I.I

ханике принципу Гамильтона /38/:

$$\delta \int L(q, \dot{q}, t) dt = 0. \quad (I.3)$$

Таким образом, проводя соответствующую математическую аналогию, можно принять, что подынтегральное выражение в (I.2) есть функция Лагранжа, тогда времени  $t$  соответствует  $R$ , а обобщенные координаты и скорости равны

$$q_1 = \theta, \quad q_2 = \chi, \quad \dot{q}_1 = \frac{d\theta}{dR}, \quad \dot{q}_2 = \frac{d\chi}{dR}. \quad (I.4)$$

Из принципа Гамильтона (I.3) вытекают, как следствие, два уравнения Лагранжа-Эйлера /38/, которые в нашем случае будут иметь вид

$$\frac{n R \sin \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi \cos^2 \varphi}} - \frac{n_0 R_0 \sin \varphi_0}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_0 \cos^2 \varphi_0}} = \int_{R_0}^R \frac{\partial n}{\partial \theta} dS, \quad (I.5)$$

$$\frac{n R \operatorname{tg} \psi \cos \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi \cos^2 \varphi}} - \frac{n_0 R_0 \operatorname{tg} \psi_0 \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_0 \cos^2 \varphi_0}} = \int_{R_0}^R \frac{\partial n}{\partial \chi} dS.$$

Здесь вместо координат  $\theta$  и  $\chi$  введены координаты  $\varphi$  и  $\psi$ , которые представляют собой углы, образованные проекциями  $S_1$  и  $S_2$  с радиусом-вектором  $R$  в текущей точке и связанные с  $\theta$  и  $\chi$  соотношениями

$$R \frac{d\theta}{dR} = \operatorname{tg} \psi, \quad R \frac{d\chi}{dR} = \operatorname{tg} \psi.$$

Индекс "0" обозначает соответствующие величины в начале траектории при  $R = R_0$  или при высоте  $z = 0$ ,  $R_0$  - радиус Земли.

Вводя обозначения

$$\Delta_1 = \int \frac{\partial n}{\partial \theta} ds, \quad \Delta_2 = \int \frac{\partial n}{\partial \chi} ds,$$

$$a_0 = \frac{R_0 \sin \psi_0}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi_0 \cos^2 \varphi_0}}, \quad b_0 = \frac{R_0 \tan \psi_0 \cos \psi_0}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi_0 \cos^2 \varphi_0}},$$

из (I.5) можно получить более удобную для расчетов систему уравнений

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{(\Delta_1 + a_0) \sqrt{1 + \tan^2 \psi \cos^2 \varphi}}{\sqrt{n^2 R^2 - (\Delta_1 + a_0)^2 (1 + \tan^2 \psi \cos^2 \varphi)}}, \\ \tan \psi &= \frac{(\Delta_2 + b_0) \sqrt{1 + \tan^2 \psi \cos^2 \varphi}}{n R \cos \varphi}, \end{aligned}$$

$$d\Delta_1 = \frac{\partial n}{\partial \theta} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi + \tan^2 \psi} dR, \quad (I.6)$$

$$d\Delta_2 = \frac{\partial n}{\partial \chi} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi + \tan^2 \psi} dR,$$

$$d\theta = \frac{dR}{R} \tan \varphi, \quad d\chi = \frac{dR}{R} \tan \psi.$$

Азимутальное отклонение  $\omega$  (угол  $\omega$  характеризует отклонение про-

екции траектории на поверхности Земли от дуги большого круга, проходящей через точки излучения и наблюдения), время распространения  $t = s/nC$  и путь  $s$ , проходимый волной, будут определяться уравнениями

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d\chi}{d\theta} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi},$$

$$dt = \frac{dR}{nC} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^2 \psi}, \quad (I.7)$$

$$ds = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^2 \psi} dR.$$

## I.2. Расчет энергетических характеристик

Данные об амплитуде  $E$  или интенсивности  $I$  отраженной от ионосферы радиоволны представляют большой интерес как для практического использования радиоволн, так и для изучения ионосферы и различных явлений в ней, в частности, при создании в ионосфере мощной радиоволновой искусственной области возмущения.

Величина амплитуды радиоволны, распространяющейся в ионосфере, зависит от большого числа факторов. Ниже учитываются лишь основные из них, а именно: поглощение, пространственное ослабление,

Фокусировка и потери, связанные с отражением волны от поверхности Земли.

В однородной непоглощающей среде значение действующего поля радиоволны  $E$  на расстоянии  $S$  от ненаправленного источника мощностью  $P$  можно определить как

$$E = \frac{\sqrt{30P}}{S}, \frac{B}{M} . \quad (I.8)$$

В неоднородной среде излучаемая энергия уже не распределяется в пространстве в соответствии с формулой (I.8), поскольку может иметь место дополнительное схождение или расходжение лучей (сжатие или расширение лучевой трубы) в результате рефракции. При этом будет происходить дополнительное по сравнению со свободным пространством усиление (фокусировка) или ослабление (дефокусировка) поля волны. Оценить величину подобной фокусировки или дефокусировки можно, применив понятие эффективной длины пути  $S_e$  /39/. Эта величина показывает, на каком расстоянии  $S_e$  от точечного источника в свободном пространстве пучок лучей, ограниченный конусом с углом раствора  $\Omega$ , осветит такую же по площади поверхность  $B$ , что и аналогичный пучок в неоднородной ионосфере на расстоянии  $S$ . Поскольку  $B \sim S_e^2$ , а в свободном пространстве на расстоянии  $S$  этот пучок осветил бы площадку  $B_0 \sim S^2$ , то отношение  $S^2/S_e^2$  характеризует возрастание плотности потока энергии на площадке  $B$  по сравнению со свободным пространством. Таким образом, можно ввести так называемый фактор фокусировки по мощности  $F$  /15, 39/, определяемый через  $S_e$  как

$$F = \frac{I}{I_0} = \frac{S^2}{S_e^2} . \quad (I.9)$$

Учитывая, что

$$I = \frac{E^2}{120\pi} , \quad (I.10)$$

легко записать и фактор фокусировки по амплитуде (полю)

$$F_A = \frac{E}{E_0} = \frac{S}{S_e} . \quad (I.II)$$

Если  $F > 1$ , то происходит фокусировка лучей по сравнению со свободным пространством, а если  $F < 1$ , то дефокусировка.

Выражение для  $S_e$  в трехмерно однородной ионосфере было получено в /15/ в предположении о достаточно слабых искажениях формы сечения лучевой трубы (что, в принципе, соответствует приближению геометрической оптики) и имеет вид

$$S_e^2 = R_0^2 \frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_0} \cos^{-2} \alpha_1 \left| \frac{d\theta}{d\varphi_0} \right|_{\alpha_0 = \text{const}} \left| \frac{d\chi}{d\alpha_0} \right|_{\varphi_0 = \text{const}} , \quad (I.I2)$$

где  $R_0$  – радиус Земли,  $\varphi_1$  и  $\alpha_1$  – углы прихода радиоволны в угломестной и азимутальной плоскостях.

Следующим фактором, оказывающим существенное влияние на амплитуду радиоволны, является поглощение, под которым понимается ослабление интенсивности радиоволны в результате соударений между электронами и другими частицами. Сведения о поглощении чрезвычайно важны, поскольку позволяют определить возможную потерю энергии и ее частотную зависимость. Особенно это важно для дальней радиосвязи. Представляет интерес и решение обратной задачи – нахождение высотного профиля частоты соударений электронов по поглощению, определяемому по полученным значениям амплитуды радиосигналов.

В изотропной плазме мнимая часть  $\mu$  комплексного показателя преломления, характеризующая поглощение, записывается в виде /39, 40/

$$\mu = \frac{\omega_0^2 - \gamma_{\text{эфф}}^2}{2n \omega (\omega^2 + \gamma_{\text{эфф}}^2)} , \quad (I.I3)$$

где  $\omega = 2\pi f$  ( $f$  – рабочая частота),  $\gamma_{\text{эфф}}$  – частота соударений

рений электронов с другими частицами,  $\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{4\pi e^2 N/m}$  - ленг-мировская частота электронов и  $n$  - показатель преломления, определяемый действительной частью комплексного показателя преломления /39, 40/

$$n^2 \approx 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = 1 - \frac{8,06 \cdot 10^{-5} N}{f^2}, \quad (I.14)$$

где  $N$  - концентрация электронов (в  $\text{см}^{-3}$ ), а  $f$  - частота волны в МГц. Тогда показатель поглощения по полю будет иметь вид /39, 40/

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \mu = \frac{2\pi e^2}{mc} \frac{N \gamma_{\text{эфф}}}{n(\omega^2 + \gamma_{\text{эфф}}^2)}. \quad (I.15)$$

Таким образом для поглощения  $\Gamma$  получим в соответствии с определением следующее выражение:

$$\Gamma (\text{дБ}) = \int_S \alpha (\text{дБ/км}) ds = 4,6 \cdot 10^4 \int_R \frac{N \gamma_{\text{эфф}} \sqrt{1 + \tan^2 \psi + \tan^2 \Psi}}{n [\omega^2 + \gamma_{\text{эфф}}^2]} dR. \quad (I.16)$$

Отклоняющее поглощение не учитывалось, поскольку для высоких рабочих частот ( $f \sim 3 \dots 20 \text{ МГц} \gg \gamma_{\text{эфф}}$ ) оно несущественно.

Учет потерь энергии радиоволн при отражении от земной поверхности проведен в соответствии с работами /41, 42/. Потери при отражении в промежуточных точках на многоскаковых трассах учитывались множителем  $W^{m-1}$  в выражении для  $E$ , где  $m$  - число скаков, и  $W$  - модуль коэффициента отражения от Земли (в частности, для суши принято  $W = 0,8$  /43/). Влияние отражения рез-

диоволны в месте расположения приемной антенны описывается множителем  $(I + W)/2$ . Кроме того, вводится дополнительный множитель  $I/2$ , который соответствует уменьшению поля на 6 dB из-за магнитоионного расщепления (3 dB) и несовпадения поляризаций антены (линейная) и отраженной от ионосфера волны (эллиптическая) (3 dB).

Таким образом, окончательное выражение для амплитуды поля принимаемой радиоволны будет иметь вид

$$E = 43,3 \frac{\sqrt{P}}{S_e} W^{m^{-1}} (1+W) \cdot 10^{-\Gamma/20}, \frac{мВ}{м}, \quad (I.I7)$$

здесь  $P$  измеряется в киловаттах, а  $S_e$  - в километрах.

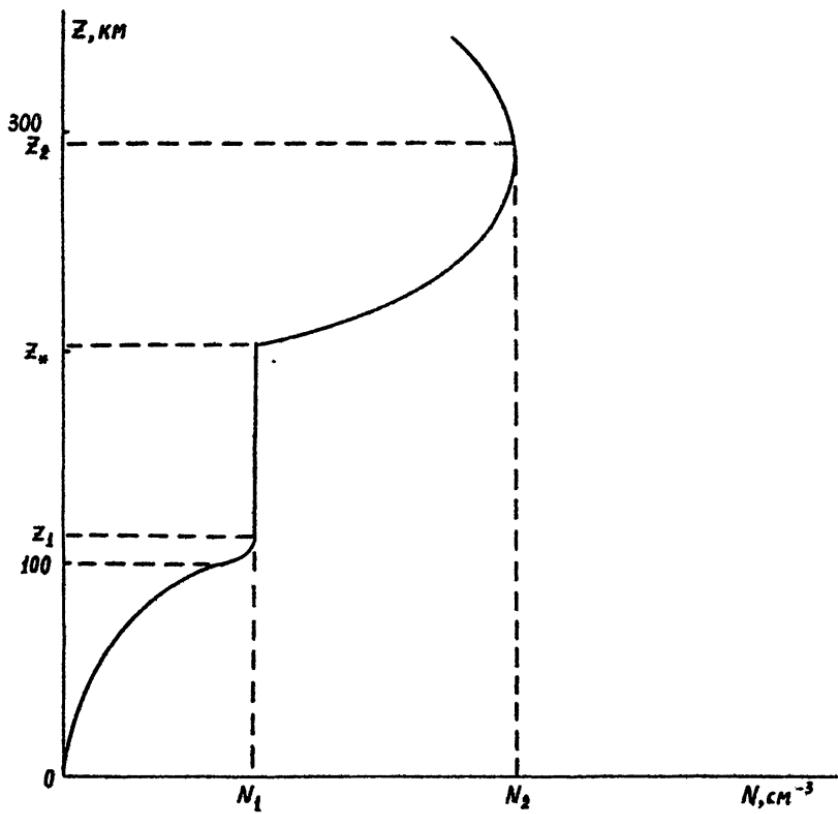
При многолучевом распространении полная интенсивность поля в точке приема определяется суммой интенсивностей отдельных лучей. Такой подход приемлем, поскольку не ставилась задача учета заморозий (Фединга). Кроме того, в большинстве встречающихся на практике случаев амплитуда волны, претерпевшей наименьшее количество отражений, много больше, чем у остальных, и именно она определяет уровень принимаемого сигнала.

## 2.1. МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРЫ

### 2.1. Модель невозмущенной электронной концентрации

Воспользуемся трехслойной моделью ионосферы (рис.2.1), состоящей из слоев D, E и F<sub>2</sub>. Такая модель применима во всех случаях, когда нет явно выраженного слоя F<sub>1</sub>, который присутствует на средних и высоких широтах в основном в летнее дневное время.

В этой модели D - область занимает высоты  $z$  от 0 до 100 км и задается таблицей, которая рассчитывается по эмпирической модели /44/, либо по модели /29/



Р и с. 2.1

$$N = N_1 \exp \left\{ - \frac{\alpha_1 (z - z_1)^2}{1 + \beta_1 (z_1 - z)} \right\}, \quad (2.1)$$

параметры  $\alpha_1$  и  $\beta_1$ , которой приведены в соответствие с моделью /44/. Здесь  $N_1$  - значение концентрации в максимуме  $E$ -слоя,  $z_1$  - его высота.

Область ниже максимума  $E$ -слоя описывается полу параболой

$$\varphi_0^2 = \varphi_1^2 \left[ 1 - \frac{(z - z_1)^2}{\chi_1^2} \right], \quad 100 \leq z \leq z_1, \quad (2.2)$$

где  $\varphi_0$  - плазменная частота,  $\chi_1$  - полуширина слоя,  $\varphi_1$  - его критическая частота.

Аналогичным образом задается и область  $F2$  :

$$\varphi_0^2 = \varphi_2^2 \left[ 1 - \frac{(z - z_2)^2}{\chi_2^2} \right], \quad z \geq z_*, \quad (2.3)$$

где  $z_2$  - высота,  $\chi_2$  - полутолщина и  $\varphi_2$  - критическая частота слоя  $F2$ .

Распределение концентрации в долине между слоями  $E$  и  $F2$  принято постоянным по высоте, то есть

$$\varphi_0^2 = \varphi_1^2, \quad z_1 \leq z \leq z_*, \quad (2.4)$$

здесь высота  $z_*$  определяется из выражений (2.3) и (2.4) как

$$z_* = z_2 - \chi_2 \sqrt{1 - \varphi_1^2 / \varphi_2^2}.$$

Горизонтальная неоднородность распределения электронной кон-

центрации в ионосфере учитывается путем задания параметров  $z_1, \chi_1$ ,  $f_1, z_2, \chi_2, f_2$  на сетке по продольным и поперечным координатам  $\Theta$  и  $\chi$ . В  $D$ -области подобная операция осуществляется для значений электронной концентрации на каждой из заданных высот таблицы. Значения  $z_2$  и  $\chi_2$  определяются по картам геометрических параметров слоя  $F2 / 45^{\circ}$ , а величины критических частот  $f_1$  и  $f_2$  находятся по прогнозам МПЧ (см., например, /46/). Величины  $z_1$  и  $\chi_1$ , как правило, приблизительно постоянны и слабо меняются от эксперимента к эксперименту. Кроме того, при скачковом распространении на рабочих частотах, значительно больших МПЧ Е-слоя, их изменения практически не играют большой роли. Поэтому их значения можно выбирать из общих соображений или по результатам экспериментов. Последнее относится и ко всем остальным параметрам.

## 2.2. Модель возмущенной электронной концентрации

Распределение электронной концентрации при наличии крупномасштабной (с горизонтальными размерами порядка 50–100 км) области возмущения (OB)  $N_b$  представляется в виде суммы невозмущенного профиля  $N_o$ , который определен в предыдущем разделе, и возмущения  $\Delta N$ :

$$N_b = N_o + \Delta N. \quad (2.5)$$

В большинстве случаев представление возмущения  $\Delta N$  в аналитическом виде является чрезвычайно трудной задачей ввиду сложности и подбора достаточно простой аппроксимирующей функции. Поэтому в программе предусмотрено задание  $\Delta N$  таблицей, аналогичной таблице для  $N_o$  в  $D$ -области.

Однако в отдельных случаях  $\Delta N$  может быть описано с помощью достаточно простых аналитических выражений и в этих случаях целесообразно задавать его в аналитическом виде, что упрощает ввод данных и увеличивает точность счета. Рассмотрим, например, крупномасштабную OB, создаваемую мощной радиоволной на высотах F-области ионосферы /47/.

На интересующих нас высотах ( $z > 250$  км) преобладают про-

цессы диффузии, поэтому нагрев электронов ионосферной плазмы под действием мощного радиоизлучения приводит к диффузионному выталкиванию плазмы из нагретой области и уменьшению в ней электронной концентрации. Подобную ОВ можно рассматривать как своеобразную ионосферную линзу. Вопросам моделирования такой ОВ посвящена работа /47/, в которой предложено выражение, описывающее относительные изменения электронной концентрации при отражении мощной радиоволны на высоте  $Z = Z_B$  при вертикальном нагреве ионосферы передатчиком, имеющим горизонтальные координаты  $x_B$  и  $y_B$  ( $x = R_0 \theta$ ,  $y = R_0 \chi$ ):

$$\frac{\Delta N_e}{N_e} = a \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(z - z_B)^2}{0,1 + |z - z_B|^3} \right] + b \exp \left[ - \left( \frac{z - z_B}{z_{0B}} \right)^2 \right] \right\} \times \\ \times \exp \left[ - \left( \frac{x - x_B}{x_{0B}} \right)^2 \right] \exp \left[ - \left( \frac{y - y_B}{y_{0B}} \right)^2 \right], \quad (2.6)$$

где параметр  $a$  характеризует максимальные возмущения электронной концентрации, калибровочная константа  $b$  учитывает поглощение радиоволн в нижележащих слоях, "разбухание" поля вблизи точки отражения, трансформацию волн в продольные колебания и другие факторы. Подбором величины  $b$  можно достичь соответствия расчетной величины  $\Delta N/N_0$  с экспериментальной. Первое слагаемое в фигурных скобках учитывает омический нагрев ионосферы до точки отражения,  $x_{0B}$ ,  $y_{0B}$  и  $z_{0B}$  – характерные размеры ОВ по всем трем координатам.

В настоящей работе исследовалось влияние ОВ (2.6) на распределение интенсивности принимаемых радиоволн на поверхности Земли. Влияние аналогичного возмущения на ряд других характеристик (МПЧ, ДЧХ) численно моделировалось в /47–49/ для двумерно неоднородной ионосферы.

### 2.3. Высотный профиль частоты соударений

Для расчета поглощения по формуле (I.17) необходимо знать высотное распределение эффективной частоты соударений электронов  $\nu_{\text{эфф}}$ . Ее значения для высот  $z \leq 100$  км можно найти в [50]. Для интерполяции высотных профилей  $\nu_{\text{эфф}}(z)$  наиболее часто используются экспоненциальные функции (см., например, [29]). Данные из [50] можно аппроксимировать экспоненциальной функцией

$$\nu_{\text{эфф}} \approx \nu_{en} = \nu_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right), \quad (2.7)$$

где  $\nu_0 = 2,04 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$  и  $H = 6,7 \text{ км}$ .

Таблица I.2

$z$ (км)	100	150	200	250	300	350	400
$\nu_{\text{эфф}} (\text{с}^{-1})$	67200	1390	590	697	828	680	594

На высотах  $z > 100$  км высотная зависимость  $\nu(z)$  описывается выражением  $\nu_{\text{эфф}} \approx \frac{55 N_e}{T^{3/2}} \left\{ \ln 220 \frac{T}{N^{1/3}} \right\} /40/$  [40].

Невозмущенным профилем электронной концентрации  $N$  и температуры  $T$  дневной ионосферы соответствует величина  $\nu_{\text{эфф}}(z)$ , представленная в таблице I.2 [51].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

#### 3.1. Невозмущенная ионосфера

Примеры расчетов траекторий в невозмущенной ионосфере для двух конкретных радиотрасс представлены на рисунках 3.1 и 3.2. Сплошными линиями показаны проекции (в координатах  $Z$  - дальность  $x$ ) траекторий лучей на плоскость дуги большого круга, соединяющей передающий и приемный пункты. Пунктирные линии представляют собой проекции траекторий на поверхность Земли (в координатах боковое отклонение  $\chi$  - дальность  $x$ ) и показывают боковое отклонение траектории от дуги большого круга. Одноковыми цифрами обозначены соответствующие друг другу проекции траекторий.

На рис.3.1 приведены траектории лучей частоты 5,65 МГц, рассчитанные для трассы средней протяженности ( $D = 1510$  км) Калининград - Горький для 0 часов московского декретного времени (МДВ) 8 апреля 1987 г. Траектории рассчитаны для углов излучения  $\varphi_0 = 70^\circ, 72^\circ, 74^\circ$  и  $\alpha_0 = -0,2^\circ$ . Как видно из рис.3.1, распространение на трассе односкачковое модами I F 2. Влияние области E незначительно. В пункт приема в данном случае приходит луч с углом выхода  $\varphi_0 = 70^\circ$ . Его характеристики: углы прихода в азимутальной и вертикальной плоскостях равны, соответственно,  $\alpha_1 = 0,23^\circ$  и  $\varphi_1 = 67,3^\circ$ , время распространения  $t = 5,666$  мс, поглощение на трассе  $\Gamma = 2,08$  дБ, фактор фокусировки  $F = 2,2$ , максимальное боковое отклонение луча от дуги большого круга  $\chi_m = 2,2$  км. Пунктирными кривыми показаны зависимости  $\chi(x)$  - бокового отклонения луча.

Примеры траекторий, рассчитанных для трассы большой протяженности Москва - Владивосток ( $D = 6430$  км) в 10 часов МДВ для июля в год со средним уровнем солнечной активности ( $W = 50$ ) приведены на рис.3.2. Цифры 1, 2 и 3 отвечают траекториям лучей с рабочей частотой 16 МГц и углами выхода  $\varphi_{01} = 73,7^\circ, \alpha_{01} = 0^\circ, \varphi_{02} = 78^\circ, \alpha_{02} = 0,5^\circ, \varphi_{03} = 85,7^\circ, \alpha_{03} = 0^\circ$ . Результаты расчетов различных параметров приходящих радиоволн представлены в таблице 3.1. В пункт приема попадают все три луча, отразившиеся как от слоя F2, так и от слоя E.

Таким образом, приведенные примеры иллюстрируют возможность и применения метода закона Снеллиуса для расчета характеристик КВ сиг-

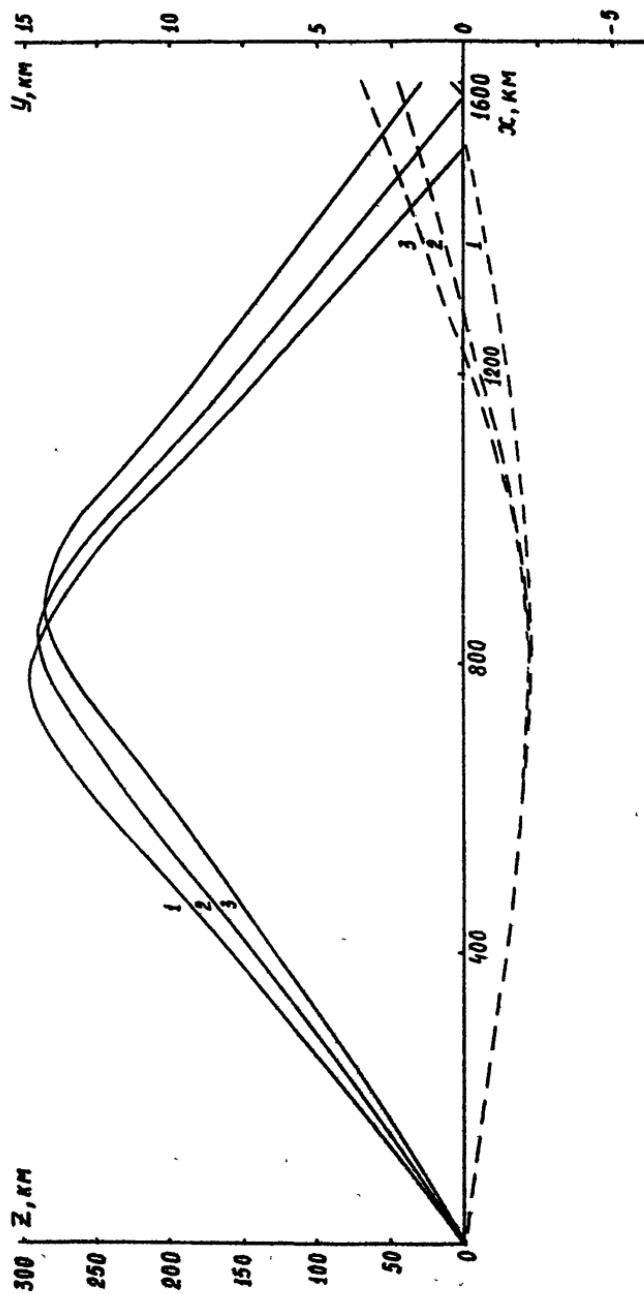


Fig. 3.I

Рис. 3.2

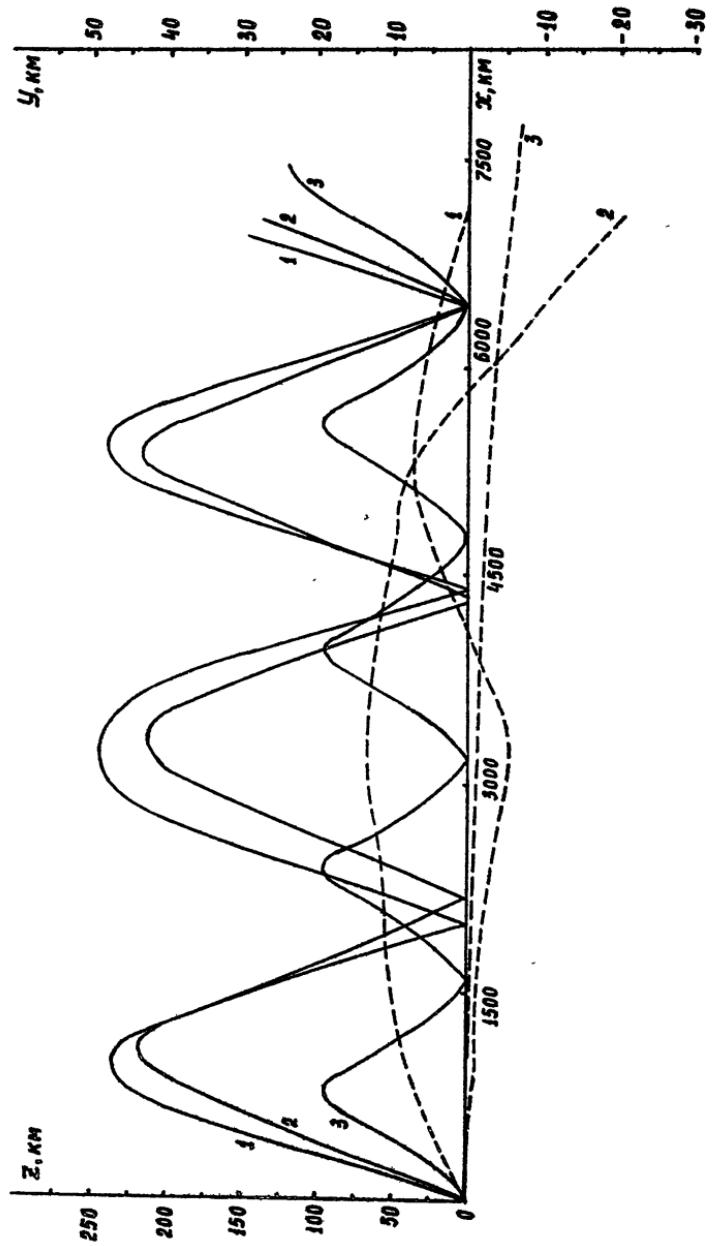


Таблица 3.1

Луч	мода	$\Phi_0$ , град	$a_1$ , град	$\Gamma$ , дБ	$F$	$t$ , мс
1	3 F 2	74,53	- 0,26	28,6	2,41	23,27
2	3 F 2	78,76	- 1,02	34,5	9,55	22,77
3	4 E	85,85	- 0,1	47,1	3,57	21,85

налов наклонного зондирования на примере естественной трехмерно-однородной ионосферы. Использование закона Снеллиуса позволяет определить характер распространения, углы прихода в угломестной и азимутальной плоскостях, поглощение, фактор фокусировки, время распространения, рассчитать траекторию каждой моды на трассах различной протяженности.

### 3.2. Характеристики радиоволн в искусственно возмущенной ионосфере

Используемый метод хорошо зарекомендовал себя при расчетах распространения радиоволн в искусственно возмущенной ионосфере в рамках двумерной модели (см., например, /47, 49/). Чтобы выделить влияние искусственных градиентов электронной концентрации, связанных с воздействием на F - слой ионосферы мощного радиоизлучения, на характеристики КВ радиоволн, рассмотрим результаты численного моделирования распространения радиоволн в сферически-симметричной ионосфере при наличии в ней трехмерно-однородной крупномасштабной области с отрицательным возмущением электронной концентрации. Расчеты проведены для следующих параметров ионосферы и областей возмущения (OB):  $\varphi_0 F 2 = 6$  МГц,  $z_2 = 320$  км,  $u_2 = 120$  км,  $\varphi_0 E = 2,5$  МГц,  $z_1 = 105$  км,  $u_1 = 14$  км,  $a = -0,15$ ,  $b = 1$ ,  $x_{OB} = u_{OB} = 50$  км,  $z_{OB} = 25$  км, частота пробной волны  $f = 16$  МГц. Основное внимание уделено распределению интенсивности зондирующего сигнала по поверхности Земли. Расчеты интенсивности проведены для мощности

передатчика пробных радиоволн  $P = 1 \text{ кВт}$ .

На рис.3.3 представлены результаты расчетов для области возмущения, расположенной на дальности  $x_b = 1300 \text{ км}$  и высоте  $z_b = 250 \text{ км}$ . Рис. 3.3.1 иллюстрирует распределение интенсивности сигнала в точке приема в зависимости от ее дальности вдоль дуги большого круга, соединяющей пункты излучения пробных и мощных радиоволн, при разных значениях  $\varphi_0$ . На врезке рис.3.3.1 показаны координаты ( $z_{\text{отр}}$ ,  $x_{\text{отр}}$ ) точек отражения для различных значений  $\varphi_0$ , а на рис.3.3.2 приведены дистанционно-угловые характеристики (ДУХ). Сплошными линиями показаны ДУХ для возмущенного случая – ОВ с  $|\Delta N/N|_{\max} = 0,15$ , а пунктирными – в невозмущенной ионосфере (эти обозначения используются и на всех последующих рисунках). На врезке рис.3.3.1 штрих-пунктиром ограничена область с размерами  $x_{08}$  и  $z_{08}$ , где  $|\Delta N/N| \geq 0,05$ , прошедшие через эту область лучи считаются прошедшими через ОВ. Диапазон углов выхода  $\varphi_0$ , соответствующий этим лучам, заштрихован на оси  $\varphi_0$  на ДУХ рис.3.3.2. Цифры на кривых зависимости  $z_{\text{отр}}$  ( $x_{\text{отр}}$ ) соответствуют ветвям ДУХ с теми же номерами. Проанализируем приведенные зависимости совместно. Из рис.3.3.2 видно, что появление центрального максимума в распределении  $I(x)$  при  $x \sim 2600 \text{ км}$  на рис. 3.3.1 связано с фокусировкой на краю мертвой зоны. Такая фокусировка существует и в невозмущенной ионосфере (см. максимум на пунктирной кривой на рис.3.3.1 при  $x \sim 2650 \text{ км}$ ), однако при прохождении лучей через ОВ область фокусировки смещается в сторону меньших  $x$ . Уменьшение величины мертвой зоны, вызванное дополнительной рефракцией радиоволн на искусственной крупномасштабной ОВ, соответствует увеличению максимально-применимой частоты радиотрасцы, экспериментально обнаруженному в [52].

Два других максимума в распределении  $I(x)$  своим появлением обязаны влиянию ОВ, которое приводит к сложному поведению ДУХ на ветвях I-3 и кривой  $z_{\text{отр}}(x_{\text{отр}})$ . Разрыв ДУХ вблизи  $\varphi_0 = 80,9^\circ$  связан с лучом типа Педерсена, который появляется при прохождении достаточно пологого луча вблизи и выше центра ОВ. Его дальность возрастает до  $x > 3000 \text{ км}$ , правда интенсивность значительно падает. При дальнейшем росте  $\varphi_0$  происходит отражение лучей на высотах вблизи центра ОВ. Как видно из поведения ДУХ, оба максимума в распределении  $I(x)$  на  $x \sim 2500$  и  $2700 \text{ км}$  являются следствием возникновения фокусировок типа фокусировки на краю мертвой зоны. Качественно это можно объяснить следующим образом. Известно,

$$x_0 = 1500 \quad z_0 = 250 \quad d = 0$$

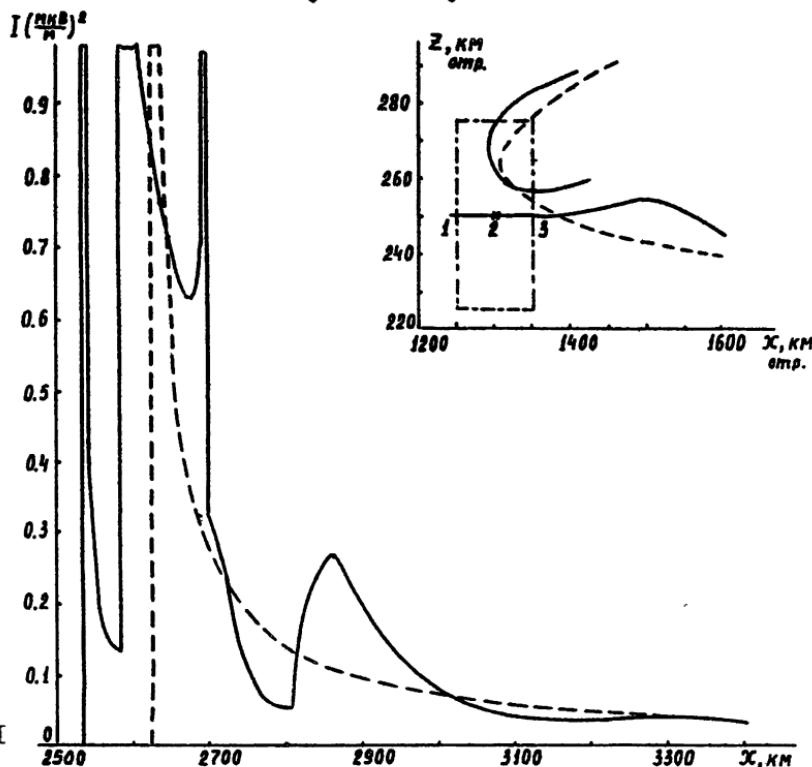


Рис.3.3.1

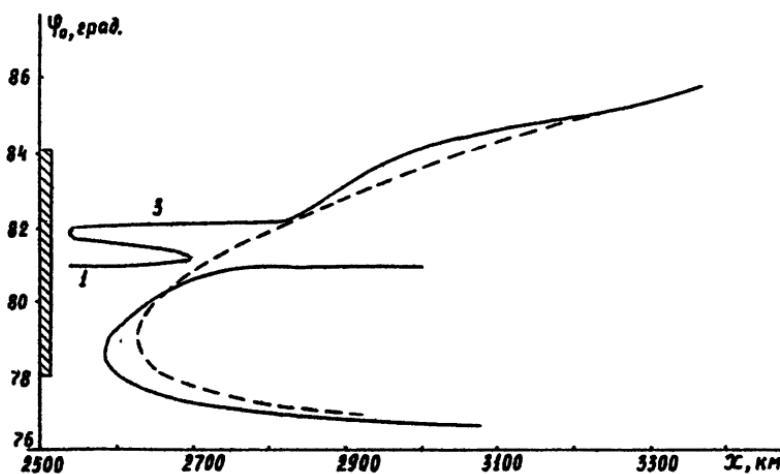


Рис.3.3.2

что ОВ с отрицательным возмущением электронной концентрации возводит на проходящие радиоволны подобно фокусирующей линзе. При этом лучи, прошедшие на восходящем участке траектории через верхнюю часть ОВ и на нисходящем участке через нижнюю ее часть, становятся более пологими, то есть  $\varphi$  уменьшается. Дальность распространения при этом увеличивается. Напротив, лучи, прошедшие через нижнюю часть ОВ на восходящем участке и через верхнюю на нисходящем, доворачиваются вверх, то есть становятся более крутыми ( $\varphi$  увеличивается), в результате чего дальность распространения уменьшается. Это объяснение справедливо полностью, если изменение угла выхода  $\varphi_0$  траектории незначительно влияет на положение точки отражения, что и имеет место в данном случае, когда отражение происходит приблизительно на одной высоте — высоте центра ОВ. Все лучи из интервала I-3 проходят только через нижнюю часть ОВ, однако большая их часть проходит ее как на восходящем, так и на нисходящем участках траектории. Поэтому изменение дальности распространения определяется тем, какой из участков испытывает большее влияние ОВ. На интервале I-2 преобладает воздействие ОВ на нисходящий участок, что приводит к дальностям большим, чем в точке 2, где влияние ОВ на оба участка траектории приблизительно компенсируется. На интервале 2-3 преобладает воздействие ОВ на восходящий участок траектории, что приводит к уменьшению дальности. При дальнейшем увеличении  $\varphi_0$  происходит ослабление влияния ОВ, поскольку траектории начинают пересекать ее переферию ниже и ниже, и дальность распространения начинает расти, как и в невозмущенной ионосфере. Для лучей с  $\varphi_0 > 85^\circ$  влияние ОВ практически полностью отсутствует и возмущения формы ДУХ не происходит. Ярко выраженный максимум интенсивности на  $X \sim 2680$  км (рис.3.3.1) является следствием фокусировки на крупномасштабной ОВ, вызванной рефракцией радиоволн, прошедших через ее нижнюю часть на восходящем участке траектории.

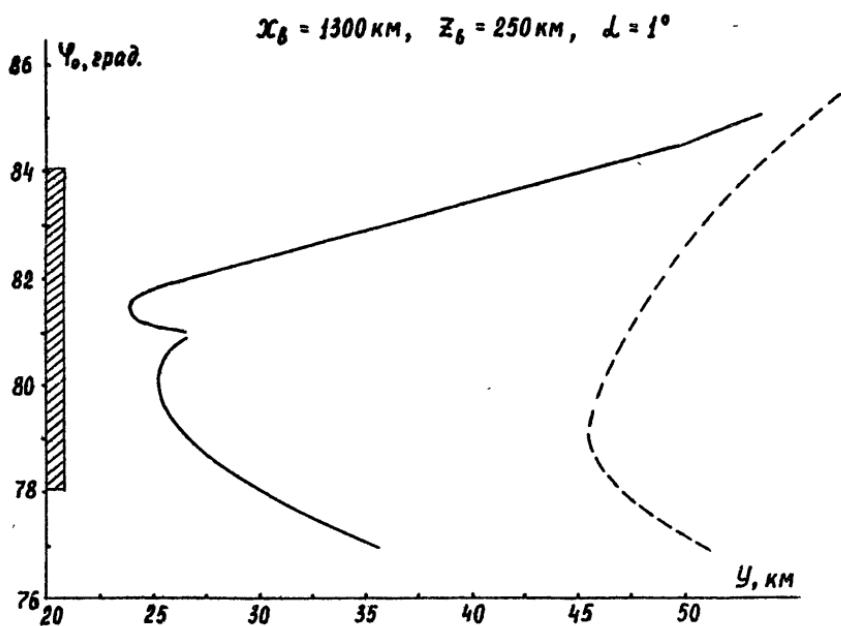
На рис.3.3.3 приведены результаты расчетов бокового отклонения лучей  $\zeta$  в точке приема в зависимости от угла выхода  $\varphi_0$  для  $\alpha_0 = 1^\circ$ . Из него видно, что в диапазоне углов выхода  $\varphi_0 = 78 + 84^\circ$ , прошедших через ОВ, величина бокового отклонения лучей уменьшилась на  $10 + 20$  км, что является результатом фокусирующего действия ОВ в азимутальной плоскости, приводящего к отклонению лучей в сторону оси ОВ. Разрыв в зависимости  $\zeta$  ( $\varphi_0$ ) при  $\varphi_0 = 80,9^\circ$  со-

ответствует уже упоминавшемуся лучу Педерсена.

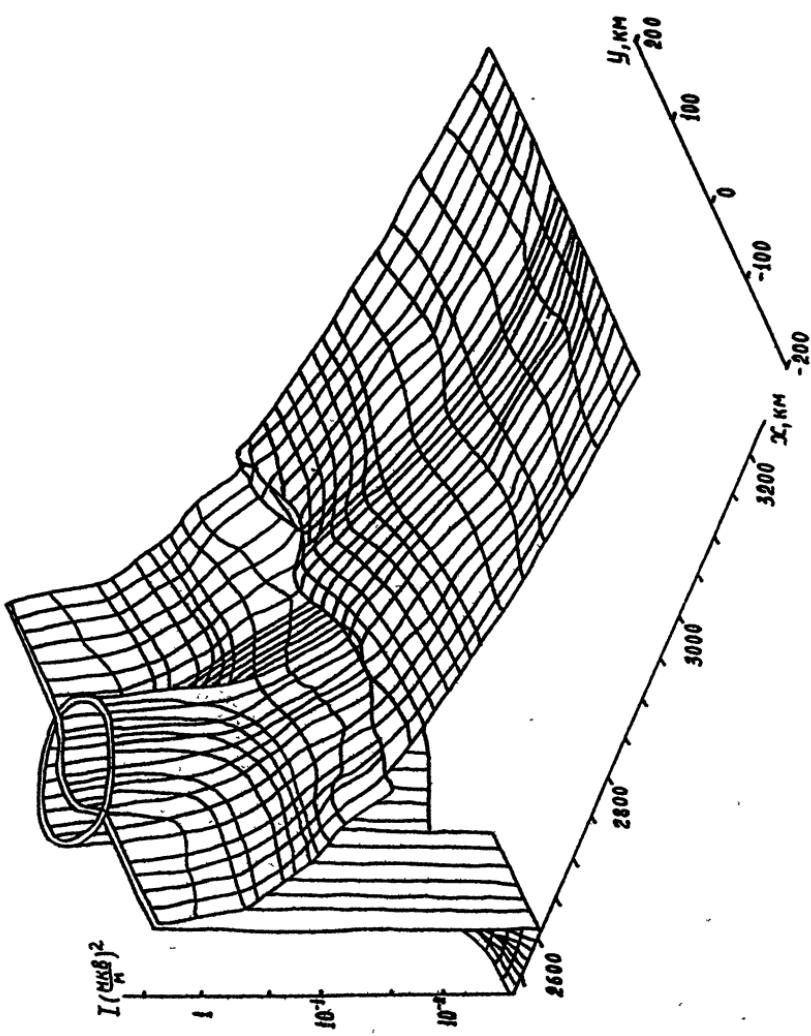
Общий вид распределения интенсивности принимаемого радиоизлучения по поверхности Земли (в координатах  $x$  и  $y$ ) при различных значениях углов излучения  $\Phi_0$  и  $\alpha_0$  представлен на рис.3.3.4.

Представляет интерес рассмотреть другой случай расположения ОВ на трассе распространения, например, когда  $X_B = 1800$  км и  $Z_B = 240$  км. В этом случае верхние лучи пучка пробных радиоволн проходят через ОВ на нисходящем участке траектории, а нижние – на восходящем, причем оба этих диапазона разделены интервалом лучей, не проходящих через ОВ. Это приводит к некоторому усложнению картины и появлению уже двух областей экстремумов в  $I(x)$  и сильных изменений в ДУХ, разнесенных в пространстве. На рис.3.4.1 показано распределение интенсивности радиоизлучения, принимаемого на поверхности Земли вдоль дуги большого круга (соответствующее ему распределение  $I(x,y)$  приведено на рис.3.4.4). На рис.3.4.2 представлена соответствующая ДУХ. Искажение ДУХ определяется геометрией прохождения лучей через ОВ и объясняется аналогично рассмотренному выше на рис.3.3.2, но уже с учетом изменения положения точки отражения. Рассмотрим, например, влияние ОВ на лучи, проходящие через ее нижнюю часть на восходящем участке траектории, они ответственны за область фокусировок на расстоянии  $X \sim 3500+3700$  (см.рис.3.4.1,3.4.2). На рис.3.5 схематично представлены некоторые из этих лучей в плоскости большого круга. В результате ловорота луча I вверх происходит увеличение высоты и дальности его отражения от ионосферы и дальность распространения возрастает. При увеличении  $\Phi_0$  (луч 2) луч проходит через область ОВ с меньшими значениями  $\Delta N/N$ , в результате чего траектория его становится более пологой, при этом происходит уменьшение дальности приема до значений даже меньших, чем в невозмущенной ионосфере. При дальнейшем росте  $\Phi_0$  (луч 3) траектории перестают пересекать ОВ и полученная ДУХ характерна для невозмущенной ионосферы. Центральный максимум интенсивности на  $x \sim 3570$  км на рис.3.4.1 является следствием фокусировки, вызванной рефракцией лучей при их прохождении через нижнюю часть ОВ.

Фокусирующее действие ОВ в азимутальной плоскости проиллюстрировано рис.3.4.3, где показано боковое отклонение лучей с различными  $\Phi_0$  для  $\alpha_0 = 0,7^\circ$ . Здесь также имеются две области максимальных отклонений в интервалах углов  $\Phi_0 \sim 77+78,5^\circ$  и  $83,5+89^\circ$ , где уменьшение бокового отклонения по сравнению с невозмущенным случаем доходит до 20 км.



Р и с. 3.3.3



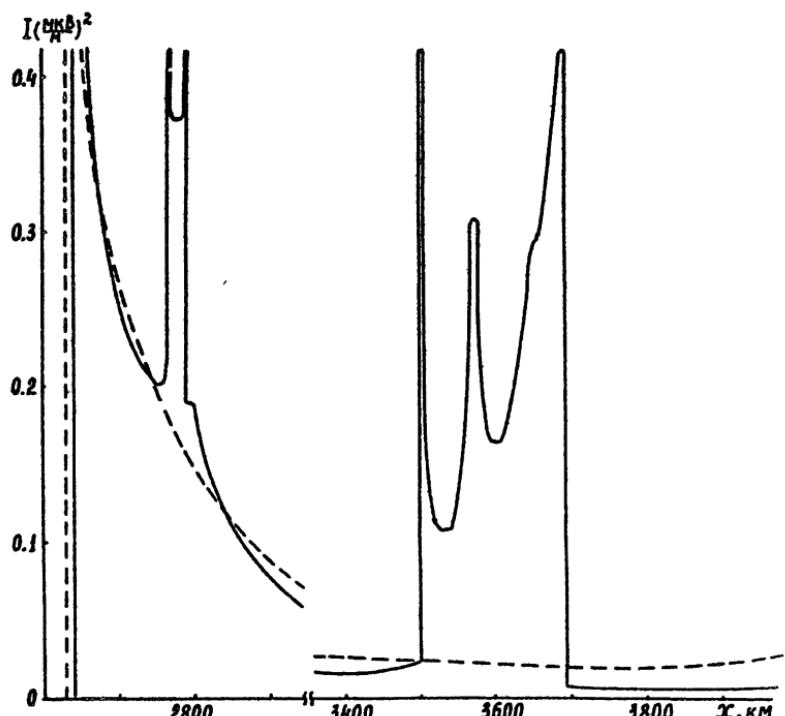


Рис.3.4.1

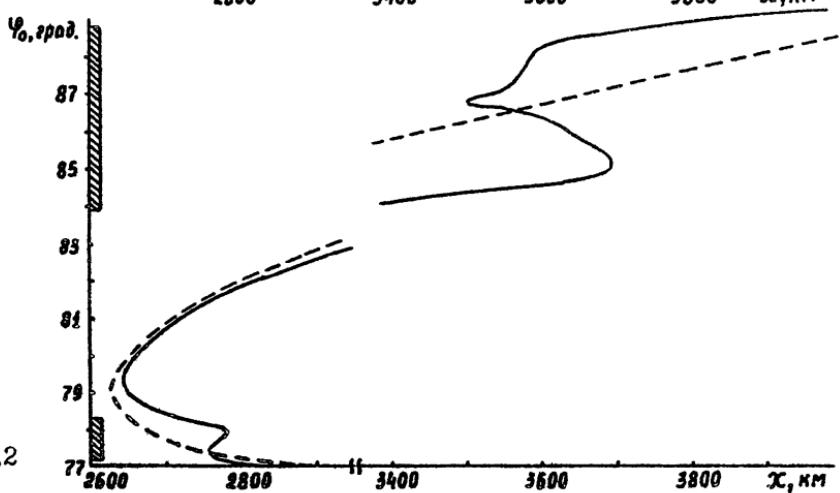
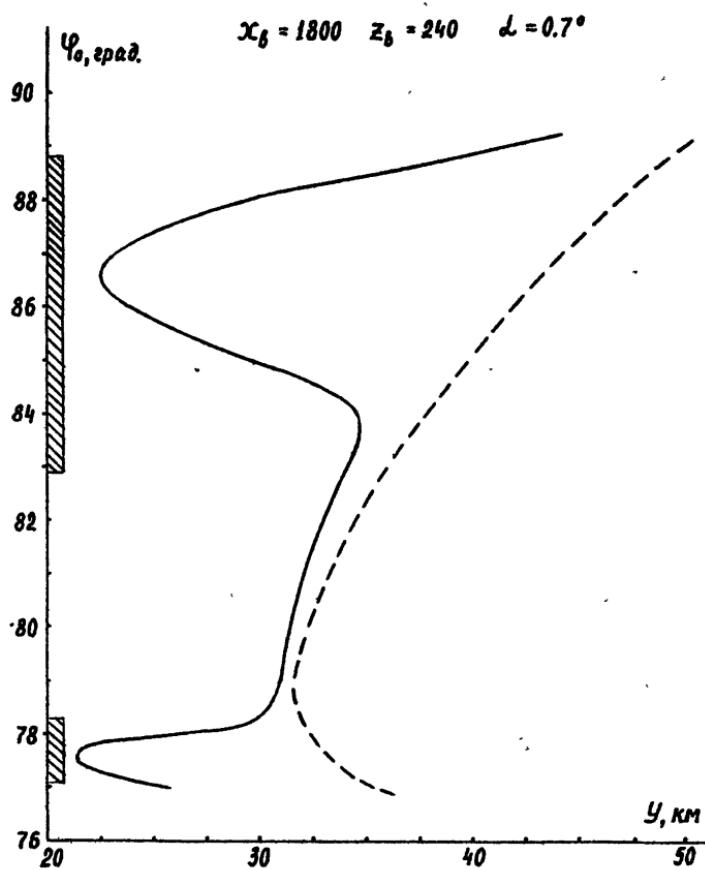
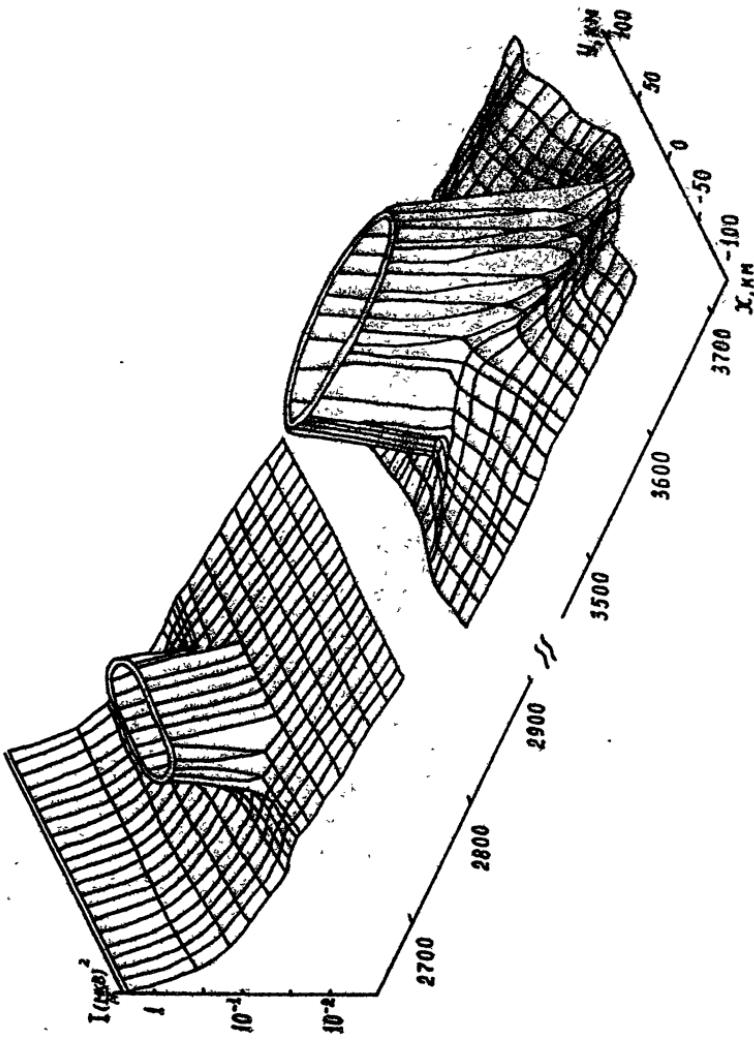


Рис.3.4.2



Р и с. 3.4.3



Пл. с. 3.4.4

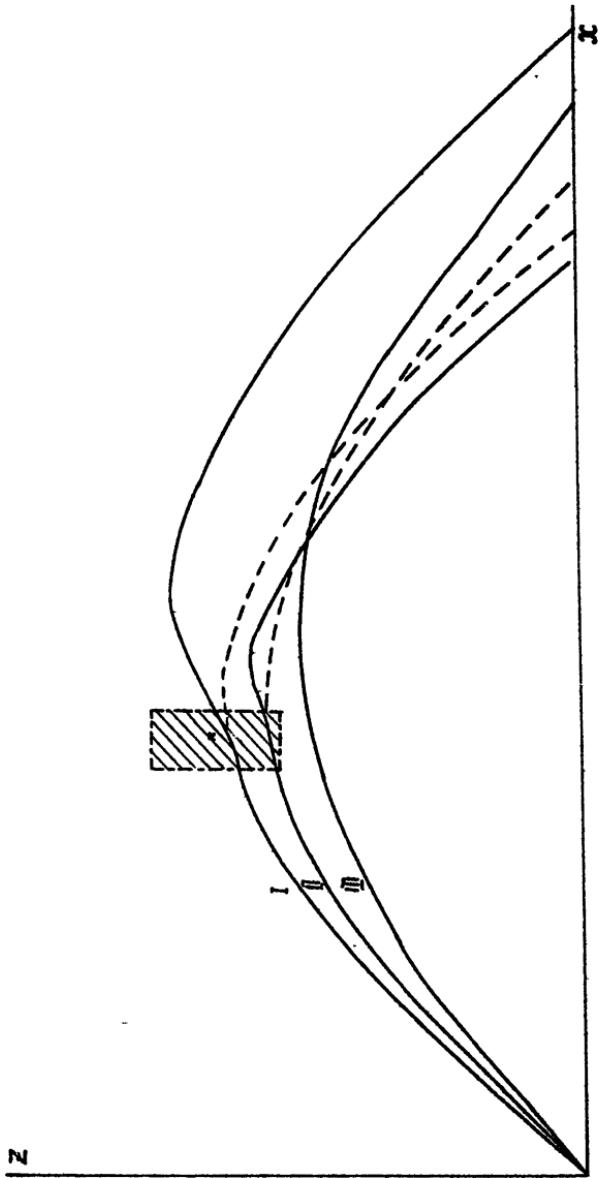
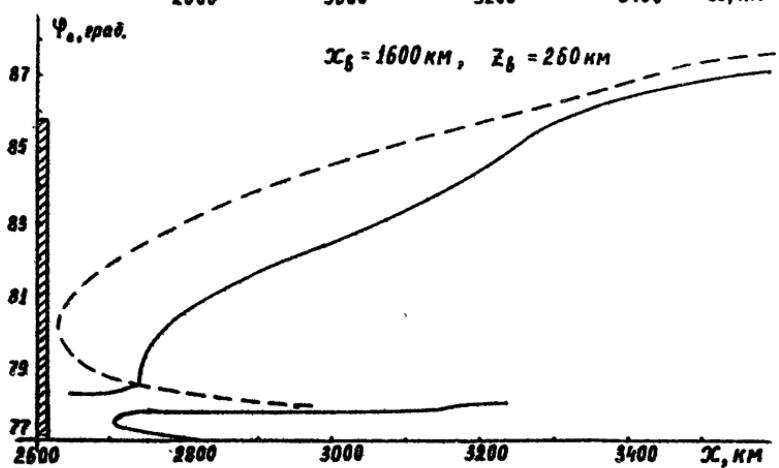
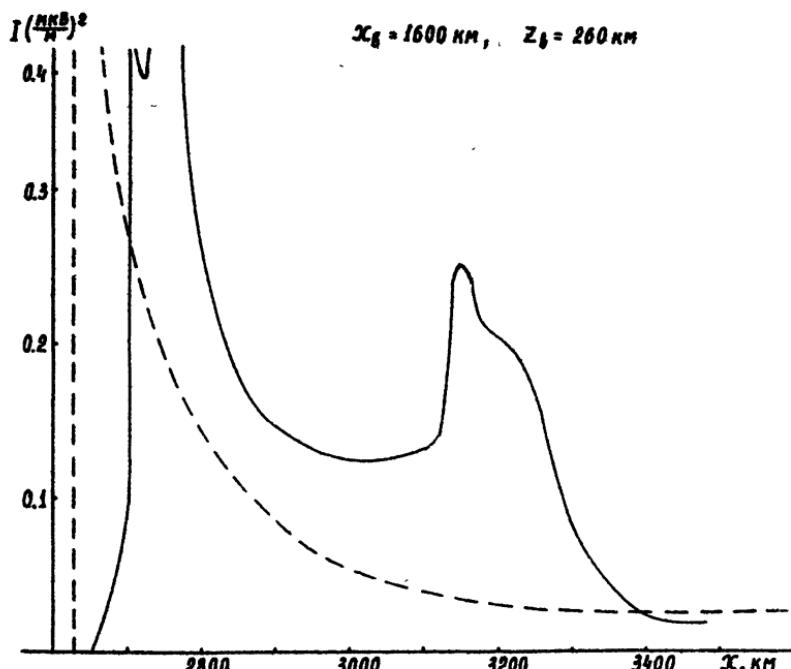


FIG. 3.5

Р и с. 3.6.1



Р и с. 3.6.2

Из приведенных результатов следует, что для того, чтобы размер области фокусировки на поверхности Земли был максимальен, необходимо, чтобы диапазоны верхних и нижних лучей, проходящих через ОВ, сливались. В качестве примера рассмотрим ОВ, расположенную на дальности  $x_0 = 1600$  км и высоте  $z_0 = 260$  км.

Из распределения интенсивности принятого радиоизлучения по Земле вдоль дуги большого круга (рис.3.6.1) видно, что область фокусировки имеет размер порядка 600 км. При данном расположении ОВ наблюдается возрастание расстояния мертвой зоны, так что область фокусировки при наличии ОВ находится на спаде зависимости  $I(x)$  для невозмущенной ионосферы. Это обстоятельство является благоприятным для экспериментальной диагностики области фокусировки. Разрыв ДУХ (см.рис.3.6.2) при  $\Phi_0 \sim 78^\circ$  связан с появлением луча типа Педерсена. Этот луч имеет заметную фокусировку на  $x \sim 3150$  км. Это обстоятельство совместно с фокусировкой нижней части ОВ создает в распределении  $I(x)$  максимум своеобразной формы.

Следует отметить, что некоторые из полученных эффектов были описаны в /49/ для двумерной модели ионосферы и ОВ.

Таким образом, результаты приведенных расчетов показывают, что крупномасштабная область возмущения, созданная в верхней ионосфере мощным вертикальным радиоизлучением, может существенно изменять характер распространения и основные характеристики проходящих через нее коротковолновых сигналов наклонного зондирования.

Расчеты подобных изменений характера распространения радиоволн, их интенсивности, углов прихода, группового запаздывания, дистанционно-угловых характеристик, МПЧ важны для ряда задач, связанных с функционированием средств радиосвязи и радиотехнических систем. Кроме того, они полезны при выборе оптимальных условий проведения экспериментальных работ по влиянию различного рода естественных возмущений ионосферы Земли (ПИВ, ВИВ и др.) на характеристики сигналов ионосферного распространения радиоволн. С другой стороны, применение аналогичных расчетов для физически обоснованной модели искусственной области возмущения (например, при радионагреве) позволяет решать обратную задачу, а именно—проводить дистанционную диагностику искусственных ионосферных областей возмущения электронной концентрации.

Для численного решения уравнений (I.6) и (I.7) удобно преобразовать их, аналогично тому, как это было сделано в /47/, взяв в качестве независимого аргумента угол  $\theta$  и введя в качестве одной из неизвестных функций дополнительно величину  $U = \cos \varphi$ . Дифференциальное уравнение для  $U$  легко получается из (I.6), и мы приходим к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta_1}{d\theta} &= \frac{\partial n}{\partial \theta} \frac{n R^2}{a_0 + \Delta_1}, \\ \frac{d\Delta_2}{d\theta} &= \frac{\partial n}{\partial \chi} \frac{n R^2}{a_0 + \Delta_1}, \\ \frac{dz}{d\theta} &= \frac{R U \sqrt{U^2 R^2 - (b_0 + \Delta_2)^2}}{a_0 + \Delta_1}, \\ \frac{d\chi}{d\theta} &= \frac{b_0 + \Delta_2}{a_0 + \Delta_1}, \\ \frac{dU}{d\theta} &= \frac{n R^2}{n^2 R^2 - (b_0 + \Delta_2)^2} \left[ \frac{(a_0 + \Delta_1) \left( n + \frac{\partial n}{\partial z} R \right)}{\sqrt{n^2 R^2 - (b_0 + \Delta_2)^2}} - U \frac{\partial n}{\partial \theta} \right], \\ \frac{dt}{d\theta} &= \frac{n R^2}{300 n (a_0 + \Delta_1)}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где  $R = R_0 + z$ .

И, наконец, переходя в (I.76) от переменной интегрирования  $R$  к  $\theta$ , получим для коэффициента поглощения  $\Gamma$  равенство

$$\Gamma(z(\theta)) = 4,6 \cdot 10^4 \int_0^z \frac{N_e \gamma_{\text{эфф}} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi + \tan^2 \psi}}{n (\omega^2 + \gamma_{\text{эфф}}^2)} dz'$$

где  $\gamma$ ,  $N$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $n$  зависят от точки траектории.

Продифференцировав  $\Gamma(z(\theta))$  по  $\theta$ , получим дифференциальное уравнение для  $\Gamma(\theta)$ , которое надо решать вместе с системой (2.8) :

$$\frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{d\Gamma}{dz} \frac{dz}{d\theta} = \frac{4,6 \cdot 10^4 \gamma_{\text{эфф}}}{(\omega^2 + \gamma_{\text{эфф}}^2)} \frac{R^2}{a_0 + \Delta l} \frac{(n^2 - 1) \cdot \varphi^2}{(-0,806 \cdot 10^{-4})} . \quad (2.9)$$

Начальные условия для системы (2.8, 2.9) задаются соотношениями

$$\begin{aligned} \Delta 1(0) &= 0, \\ \Delta 2(0) &= 0, \\ z(0) &= 0, \\ \chi(0) &= 0, \\ \psi(0) &= \cos \varphi_0, \\ \Gamma(0) &= 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Отметим, что введение уравнения для  $\psi$  обеспечивает автоматическую смену знака  $\psi$  при прохождении верхней точки отражения и существенно повышает точность счета.

При отражении траектории от Земли ( $z = 0$ ) для продолжения счета мы сохраняем в качестве начальных условий полученные для этой точки значения  $\theta^\circ, \Delta 1^\circ, \Delta 2^\circ, \chi^\circ, \Gamma^\circ$ .  $z = 0$ , а в качестве начального значения для  $\psi(\theta^\circ)$  берем  $(-\psi(\theta^\circ))$ , что соответствует

ет модели геомеханики.

Решение задачи (2.8)–(2.10) проводилось методом Рунге–Кутта с модификацией Мерсона. Поскольку величина  $n$ , входящая в правые части уравнений (2.8), (2.9) задается формулой, куда входит функция  $N$ , определяемая трехмерной таблицей по  $\theta, x, z$ , то для нахождения значений величины  $N$  вне узлов  $z_i, \theta_j, x_k$  таблицы использовалась следующая интерполяционная схема. Пусть точка  $z, \theta, x$  такова, что

$$z_i \leq z < z_{i+1},$$

$$\theta_j \leq \theta < \theta_{j+1},$$

$$x_k \leq x < x_{k+1}.$$

Тогда

$$N(z, \theta, x) = \tilde{N}(z_i, \theta, x) + \frac{z - z_i}{\Delta z} \tilde{N}(z_{i+1}, \theta, x),$$

$$\text{где } \tilde{N}(z_i, \theta, x) = \frac{\theta - \theta_j}{\Delta \theta} \frac{x - x_k}{\Delta x} \left[ N(z_i, \theta_j, x_k) + N(z_i, \theta_{j+1}, x_{k+1}) - \right. \\ \left. - N(z_i, \theta_j, x_k) - N(z_i, \theta_j, x_{k+1}) \right] + \left[ N(z_i, \theta_{j+1}, x_k) - N(z_i, \theta_j, x_k) \right] \times \\ \times \frac{\theta - \theta_j}{\Delta \theta} + \frac{x - x_k}{\Delta x} \left[ N(z_i, \theta_j, x_{k+1}) - N(z_i, \theta_j, x_k) \right] + \quad (2.II) \\ + N(z_i, \theta_i, x_i), \quad \Delta z = z_{i+1} - z_i, \quad \Delta \theta = \theta_{j+1} - \theta_j, \quad \Delta x = x_{k+1} - x_k.$$

Для нахождения энергетических характеристик (I.I8) необходимо

димо было вычислить  $\frac{d\theta}{d\varphi_0}$  и  $\frac{d\chi}{d\alpha_0}$  в точке приземления. Эти величины считались по следующим формулам:

$$\left. \frac{d\theta}{d\varphi_0} \right|_{\varphi_0, \alpha_0} = \frac{\theta_n(\varphi_0 + \alpha_0) - \theta_n(\varphi_0 - \alpha_0)}{2\Delta\varphi_0}, \quad \left. \frac{d\chi}{d\alpha_0} \right|_{\varphi_0, \alpha_0} = \frac{\chi(\theta_n(\varphi_0, \alpha_0^-), \alpha_0^-) - \chi(\theta_n(\varphi_0, \alpha_0^+), \alpha_0^+)}{2\Delta\alpha_0},$$

где

$$\alpha_0^\pm = \alpha_0 \pm \Delta\alpha_0, \quad \varphi_0^\pm = \varphi_0 \pm \Delta\varphi_0, \quad \theta_n(\varphi_0^\pm, \alpha_0^\pm) \text{ и } \theta_n(\varphi_0^\pm, \alpha_0^\pm) -$$

- значения угла  $\theta$  в точке отражения траектории от Земли соответственно для значений параметров  $\varphi_0 \pm \Delta\varphi_0$  при фиксированном  $\alpha_0$ , и  $\alpha_0 \pm \Delta\alpha_0$  при фиксированном значении  $\theta_0$ ,  $\Delta\varphi_0$  и  $\Delta\alpha_0$  - малые добавки к  $\varphi_0$  и  $\alpha_0$ .

Таким образом, для нахождения величин  $\frac{d\theta}{d\varphi_0}$  и  $\frac{d\chi}{d\alpha_0}$  проводилось четырехкратное интегрирование уравнений (2.8) соответственно для значений параметров  $(\varphi_0^+, \alpha_0^+)$ ,  $(\varphi_0^-, \alpha_0^-)$ ,  $(\varphi_0^+, \alpha_0^-)$ ,  $(\varphi_0^-, \alpha_0^+)$ .

Если бы для функции  $n(z, \theta, \chi)$  использовалась более гладкая аппроксимация или, если бы  $n(z, \theta, \chi)$  с самого начала задавалась аналитически, то нахождение  $\frac{d\theta}{d\varphi_0}$  и  $\frac{d\chi}{d\alpha_0}$  можно было бы проводить по другому.

Систему уравнений (2.8) (кроме уравнения для  $t$ ) и начальные условия (2.10) надо продифференцировать по  $\varphi_0$  и  $\alpha_0$ . Тогда для неизвестных  $\Delta_i^{(1)} = \frac{d\Delta_i}{d\varphi_0}$ ,  $\Delta_i^{(2)} = \frac{d\Delta_i}{d\alpha_0}$ ,  $\dot{z}^{(1)} = \frac{dz}{d\varphi_0}$ ,  $\dot{z}^{(2)} = \frac{dz}{d\alpha_0}$ ,  $\dot{\chi}^{(1)} = \frac{d\chi}{d\varphi_0}$ ,  $\dot{\chi}^{(2)} = \frac{d\chi}{d\alpha_0}$ ,  $\dot{u}^{(1)} = \frac{du}{d\varphi_0}$ ,  $\dot{u}^{(2)} = \frac{du}{d\alpha_0}$  мы получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, решая которую вместе с (2.8) можно найти  $\frac{d\chi}{d\alpha_0}$  для любого  $\theta$ .

Как получить  $\frac{d\theta_n}{d\varphi_0}$ ? Заметим, что по определению  $\theta_n$

$$z(\theta_n(\varphi_0, \alpha_0), \varphi_0) = 0 \quad \text{для всех } \varphi_0.$$

Поэтому дифференцируя по  $\varphi_0$ , получим, что

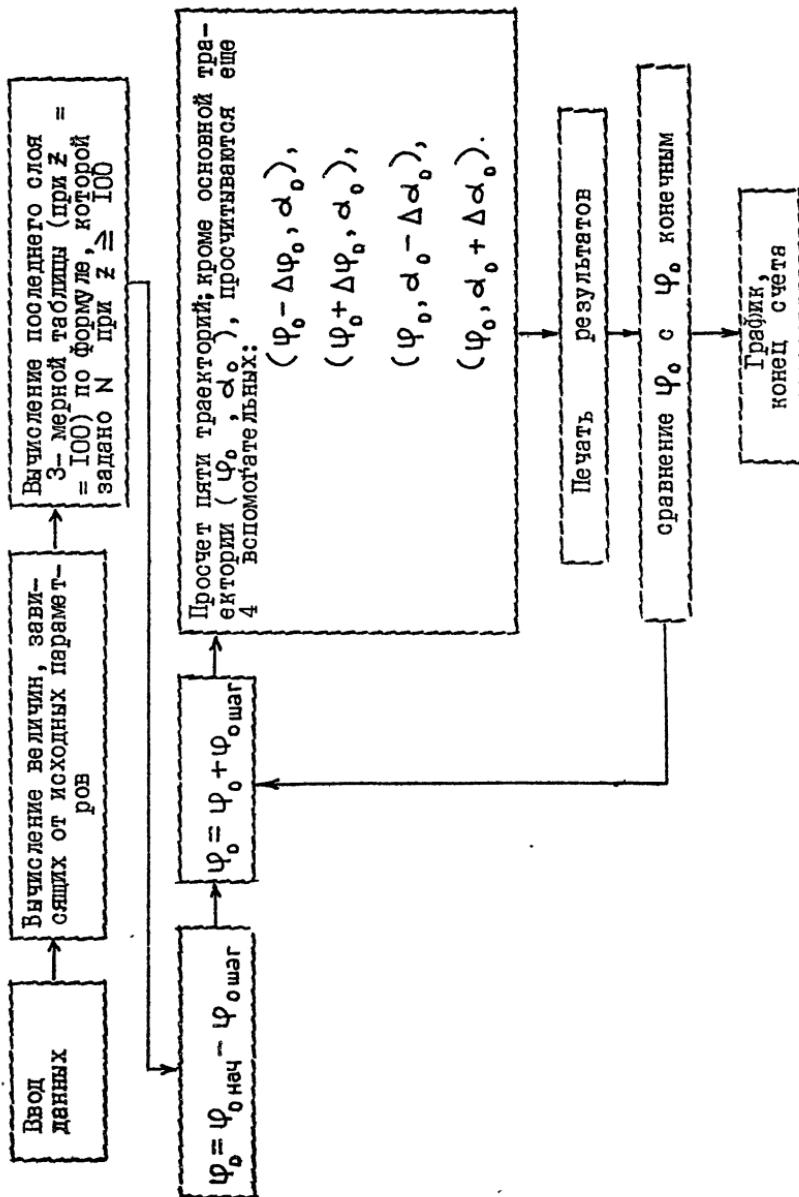
$$\frac{dz}{d\theta_n} \frac{d\theta_n}{d\varphi_0} + \frac{dz}{d\varphi_0} = 0, \text{ откуда } \frac{d\theta_n}{d\varphi_0} = - \frac{\frac{dz}{d\varphi_0}}{\frac{dz}{d\theta}} = - \frac{(1)}{\frac{dz}{d\theta}}.$$

Сравнивая эту методику с использованной нами, отметим, что в принципе она дает более точные результаты. Кроме того, в этом случае нам надо интегрировать систему из 16 уравнений (1 раз)<sup>\*)</sup>, а в использованной методике – систему (2.8) 5 раз, т.е. 26 уравнений<sup>\*\*)</sup>. Однако эти результаты могут быть получены лишь для достаточно гладких аппроксимаций  $n(z, \theta, \chi)$ . Кроме того, уравнения, полученные дифференцированием системы (2.8), более громоздки и на вычисление их правых частей требуется больше машинного времени, чем на вычисление правых частей исходной системы (2.8). Машинное время увеличивается также за счет вычисления функций  $N$  при повышении гладкости аппроксимирующих формул. Поэтому преимущества описанной схемы не являются безусловными. Предполагается провести ряд вычислительных экспериментов для оценки эффективности данной методики (по сравнению с использованной) при разных аппроксимациях для  $N(z, \theta, \chi)$ .

<sup>\*)</sup> Уравнение  $dt/d\theta$  не дифференцируется по  $\alpha_0$  и  $\varphi_0$ .

<sup>\*\*)</sup>  Уравнение  $dt/d\theta$  интегрируется один раз.

Блок – схема программы



## Л и т е р а т у р а

- I. Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн. - М.: Наука, 1971.
2. Кляновский М.П. О моделировании ионосферы применительно к расчетам условий распространения дециметровых волн для прикладных задач (ч. I). - В сб.: Ионосферные исследования № 28. - М.: Сов. Радио, 1979. - С. II-25.
3. Croft T.A., Fenwick R.B. Chart for determining the effects of ionospheric tilts usines an idealized model. // J.Res.NBS 67D (radio Prop) 1963. - N 6. - P.735-745.
4. Appleton E.V., Beynon V.J.G. The application of ionospheric data to radio communication problems. // Proc.Phys.Soc., London. - 1940. - V.52, N 202. - P.518.
- Чернов Ю.А. О некоторых погрешностях в уравнении Эшлтона -  
- Байнона для расстояния скачка. // Радиотехника. - 1969. - Т.24,  
№ 3. - С.81.
5. Croft T.A., Hoogassian H. Exact ray calculations in a quasi-parabolic ionosphere with no magnetic field. // Radio Sci. - 1968. - V.3 (new series), N 1. - P.69-74
6. Носова Г.Н., Чернышев О.В. Алгоритм и программа расчета некоторых характеристик распространения коротких радиоволн в ионосфере. - М.: ИЗМИРАН, 1981.
7. Кияновский М.П. Метод расчета характеристик КВ трасс для двумерной модели ионосферы. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. - Иркутск: Сиб. отд-ние АН СССР, 1972 , - Вып.25. - С.87-99.
8. Кияновский М.П., Прудковский А.Г., Котович Г.В. и др. Метод

рефракционного интеграла для двумерно-неоднородной ионосферы и его применение к расчетам радиотрасс. // Техника Средств Связи , Серия СС. - 1987. - Вып.5. - С.4-13.

9. La Bahn Ray-tracing in a two-dimensional ionosphere.//Radio Sci. - 1985. - V.20, N 4. - P.972-976.
10. Засорин А.З. Расчет радиотрасс в изотропной квазипарabolической ионосфере. - В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца Вып.33. - Иркутск, 1975. - С.79-85.  
Засорин А.З. Исследование некоторых особенностей распространения дециметровых радиоволн в ионосфере с горизонтальным градиентом ионизации и новый метод расчета радиотрасс: Диссертация канд. физ.-мат. наук, ОI.03.04. - М., 1980.
- II. Керблай Т.С., Ковалевская Е.М. Расчет МПЧ при наличии горизонтальной неоднородности ионосферы.//Геомагнетизм и аэрономия. - 1967. - Т.7, № 1. - С.123-127.
12. Ковалевская Е.М., Керницкая Е.А. Влияние горизонтальных градиентов параметров распределения электронной плотности на величины МПЧ, расстояний скачка и углов прихода.//Геомагнетизм и аэрономия. - 1969. - Т.9, № 2. - С.290-293.
13. Ковалевская Е.М. - В сб.: Исследования распространения коротких радиоволн.-М.: Наука, 1973. - С.85-89, I08-I2I, I2I-I26.
14. Керблай Т.С., Ковалевская Е.М. Расчет расстояния скачка, МПЧ, углов прихода радиоволны с учетом горизонтальной неоднородности ионосферы. - М.: Наука, 1971.
15. Керблай Т.С., Ковалевская Е.М. О траекториях коротких радиоволн в ионосфере. - М.: Наука, 1974.
16. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. - М. - Л.: ГИИТЛ, 1950.
17. Haselgrove J. Ray theory and new method for ray tracing.// Proc.Camb.Conf.Phys.Ionosphere, p.355-364 (The Physical Society, London, 1955)

18. Егоров И.Б., Кияновский М.П. Об одном способе решения задачи о распространении электромагнитных волн в трехмерной однородной изотропной среде. // Геомагнетизм и аэрономия. - 1970. - Т.10, № 1. - С.139-141.
19. Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Применение метода характеристик для решения на ЭВМ задач распространения электромагнитных волн в неоднородных анизотропных средах. - В сб.: /I/, С.265-279.
20. Прудковский А.Г. Численная реализация лучевого метода в анизотропной плазме. - В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, Вып.35. - 1975. - С.174.
21. Болдовская И.Г., Егоров И.Б., Кияновский М.П. Расчет на ЭВМ траекторий характеристик радиосигнала при распространении в анизотропной среде. - В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, Вып.25. - Иркутск, 1972. - С.100-II2.
22. Баранов В.А., Кравцов Ю.А. Метод возмущений для лучей в неоднородной среде. // Изв.вузов. Радиофизика. - 1975. - Т.18, № 1. - С.52.
23. Баранов В.А., Попов А.В. Метод возмущений для лучей в почти слоистой ионосфере. - В сб.: Распространение декаметровых волн. - М.: ИЗМИРАН, 1975. - С.14.
24. Тинин М.В. О вариациях углов прихода ионосферных радиоволн. - В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, Вып.41, 1977. - С.40.
25. Котович Г.В. Алгоритм исследования многолучности методом Смита для трасс большой протяженности. - В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, Вып.33. - Иркутск, 1975. - С.108-II4.
26. Краснушкин П.Е. Метод нормальных волн в применении к проблеме дальних радиосвязей. - М.: Изд-во МГУ, 1947.
27. Орлов И.И., Парfenov Ю.В., Попов В.Н. О группе нормальных

волн, формирующих кругосветный сигнал. - В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, Вып.35. - Иркутск, 1975. - С.66.

28. Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи. - М.: Наука, 1981.
29. Гуревич А.В., Цедилова Е.Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. - М.: Наука, 1979.
30. Сажин В.И., Тинин М.В. Использование метода эталонных задач при расчете ионосферного распространения коротких волн. - В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, Вып.39, 1976. - С.172.
31. Тинин М.В. О волноводном распространении в плавнонеоднородной квазислоистой среде (ионосфере). - Там же С.116.
32. Апарина Р.В., Егоров И.Б., Егорова В.Н. и др. Сравнение точности некоторых методов расчета характеристик распространения дециметровых волн.//Геомагнетизм и аэрономия. - 1975. - Т.15, № 2. - С.373.
33. Гайворонская Т.В., Егорова В.Н., Егоров И.Б. и др. Сравнение расчета трасс методом адабатического инварианта с обычными траекторными расчетами. - В сб.: Исследования сверхдальнего распространения коротких волн. - М.: ИЗМИРАН, 1975. - С.54,
34. Hartree D.R. Optical and equivalent paths in a stratified medium treated from a wave stand point.//Proc.Roy.Soc., Ser. A131. - 1931. - N 817. - P.428-450.
35. Rydbeck O.E.H. The reflection of electromagnetic waves from parabolic friction free ionized layer.//J.Appl.Phys. - 1942. - V.13, N 9. - P.577-581.
36. Альперт Я.Л. О рефракции и доплеровском смещении частоты радиоволн, излучаемых ИСЗ в трехмернонеоднородной ионосфере.// Геомагнетизм и аэрономия. - 1963, - Т.3, № 4. - С.626-634.
37. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. - М.: Наука, 1973.

38. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. - М.: Наука, 1965.
39. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. - М.: Мир, 1973.
40. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. - М.: Наука, 1967.
41. Казанцев А.Н. Теоретические расчеты поглощения радиоволн в ионосфере.//Изв.АН СССР, ОТН. - 1946. - № 9. - С.1261-1296.
42. Казанцев А.Н. Поглощение коротких радиоволн в ионосфере и напряженность электрического поля в месте приема.//Изв.АН СССР, ОТН. - 1947. - № 9. - С.1107-1137.
43. Отчет рабочей группы МККР. Документ VI/21. Варшава, 1961.
44. Беликович В.В., Бенедиктов Е.А., Вяжиров В.Д., Гришкевич Л.В. Каталог профилей электронной концентрации D - области ионосферы средних широт . Разработка принципов построения эмпирической модели.//Препринт № 171, Горький: НИРФИ, 1983. - - 51 с.
45. Андфириева Т.А., Шапиро Б.С. Геометрические параметры слоя F2 ионосферы. - М.: Наука, 1976.
46. Месячный прогноз максимально применимых частот. - М.: Гидрометеоиздат, 1980.
47. Бахметьева Н.В., Игнатьев Ю.А., Петрухина В.И., Савельев С.М. О моделировании крупномасштабной области возмущения, возникающей при вертикальном нагреве ионосферы полем мощных радиоволн.//Геомагнетизм и аэрономия. - 1982. - Т.22, № 6. - С.924-929.
48. Бахметьева Н.В., Бенедиктов Е.А., Бочкирев Г.С. и др. Об изменениях дистанционно-частотных характеристик наклонного зондирования при искусственном возмущении ионосферы.//Препринт № 36(510). - М.: ИЗМИРАН, 1984.
49. Иванов В.Б. Математическое моделирование некоторых процессов возмущения ионосферы мощными радиоволнами. - Диссертация на

соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук, Иркутск,  
1980.

50. Aggarwal K.M., Nath N., Setty C.S.G.K. Collision frequency and transport properties of electrons in the ionosphere.// Planet. and Space Sci. - 1979. - V.27, N 6. - P.753-768.
51. Гуревич А.В., Шварцбург А.Б. Нелинейная теория распространения радиоволны в ионосфере. - М.: Наука, 1973.
52. Бочкарев Г.С., Кольцов В.В., Крашенинников И.В., Лянной Б.Е. Вариации траекторных характеристик сигналов НЗ в условиях искусственно возмущенной ионосферы.//Изв.вузов. - Радиофизика. - 1987. - Т.30, № 6. - С.697-701.

Дата поступления статьи  
6 июня 1989 года