Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 287

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛНЫ СТОНЕЛИ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ НОРМАЛЬНЫМ К ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ГАЗ-ТВЕРДОЕ ТЕЛО ГАРМОНИЧЕСКИМ СИЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

А.В.Разин

Горький 1989

Р а з и н А. В.

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛНЫ СТОНЕЛИ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ НОРМАЛЬНЫМ К ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ГАЗ-ТВЕРДОЕ ТЕЛО ГАРМОНИЧЕСКИМ СИЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ // Препринт № 287. - Горький: НИРФИ, 1989. - 12 с.

УДК 534.232

Методом реакции излучения вычислены мощность волны Стонели и суммарная мощность объемных сейсмоакустических волн и вытекающей квазирэлеевской волны, генерируемых гармоническим источником силы, действующей перпендикулярно к границе раздела однородный газ - однородное изотропное твердое тело.

Разин Андрей Владимирович

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛНЫ СТОНЕЛИ,
ВОЗБУЖДАЕМОЙ НОРМАЛЬНЫМ К ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ГАЗ-ТВЕРДОЕ ТЕЛО
ГАРМОНИЧЕСКИМ СИЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Подписано в печать 13.07.89 г. МЦ 05191. Формат 60х84/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 0,95 усл.п.л
Заказ 4926. Тираж 100. Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте Н И Р Ф И

При исследовании генерации упругих волн в твёрдом полупространстве большинство авторов, следуя классической работе Г.Лэмба [I], рассматривали случай, когда твёрдая среда граничит с вакуумом. Однако при воздействии на поверхность Земли мощных вибраторов возникают акустические волны в атмосфере и поверхностная волна Стонели, которые влияют на энергетические характеристики сейсмоизлучения. Возбуждение границы газ - твёрдое тело гармоническим силовым источником рассматривалось в работе [2], где были найдены асимптотики полей акустических и сейсмических объёмных волн в дальней зоне и соответствующие им мощности излучения. Мощность излучения поверхностной волны Стонели, а также полная мощность излучения при действии на границу газ - твёрдое тело силового источника, ранее не вычислялись. Настоящая работа восполняет этот пробел.

Расчёт мощности излучения может быть проведён двумя способами (см., например, [3]). Первый способ связан с вычислением потока энергии через поверхность сферы большого по сравнению с длиной волны радиуса, содержащей источник внутри себя. Для этого необходимо предварительно получить выражения для смещений в волновой зоне, что требует довольно громоздких выкладок. Преимуществом данного подхода является возможность вычисления мощностей излучения, соответствующих каждому типу объёмных и поверхностных волн.

Второй способ связан с вычислением реакции излучения. Он позволяет рассчитать мощность излучения поверхностных волн, а также суммарную мощность объёмных волн всех типов. Преимуществом этого способа является его относительная простота, поскольку при его использовании достаточно знать выражения для смещений в виде интегралов Фурье.

Нас будет интересовать полная мощность излучения, а также та её часть, которая связана с поверхностной волной Стонели, поэтому при расчёте энергетических характеристик сейсмоакустических волн воспользуемся методом реакции излучения.

Пусть плоскость $z = 0$ цилиндрической системы координат (r, φ, z) совпадает с границей раздела однородного газа с плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1, заполняющего полупространство $z < 0$, и однородного изотропного твёрдого тела, занимающего полупространство $z > 0$ и характеризуемого плотностью ρ_2 и скоростями продольных и поперечных волн c_l и c_t соответственно. На границу раздела действует гармоническая нагрузка $f = f_0 \mathcal{P}(r)\exp(-i\omega t)$, где f_0 – приложенная к границе нормальная сила, а функция $\mathcal{P}(r)$ характеризует распределение силового воздействия по поверхности упругого полупространства, причём $\int_0^\infty \mathcal{P}(r) r\, dr = 1$.

На плоскости $z = 0$ выполняются граничные условия

$$U_{z1} = U_{z2}, \quad \sigma_{zr2} = 0, \quad \sigma_{zz1} - \sigma_{zz2} = f, \qquad (I)$$

где U_z – нормальная к границе компонента смещений, σ_{ij} – тензор напряжений, индекс "I" соответствует газу, а "2" – твёрдому телу. Пользуясь преобразованием Фурье-Бесселя и учитывая граничные условия (I) представим вертикальную компоненту смещений границы в интегральном виде:

$$U_z(r,0) = \frac{2\pi i \omega^2 f_0}{\rho_2 c_t^4} \int_0^\infty \frac{\varkappa_l P(k)}{S(k)} J_0(kr) k\, dk, \qquad (2)$$

где

$$S(k) = R(k) + \varepsilon k_t^4 \varkappa_l / \varkappa_1, \qquad \varepsilon = \rho_1/\rho_2,$$

$$R(k) = (k_t^2 - 2k^2)^2 + 4k^2 \varkappa_l \varkappa_t, \quad k_{1,l,t} = \omega / c_{1,l,t},$$

$$\varkappa_{1,l,t}=(k_{1,l,t}^2-k^2)^{1/2}=i\left|(k^2-k_{1,l,t}^2)^{1/2}\right| \quad \text{при} \quad k>k_{1,l,t},$$

$$P(k)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^\infty \mathcal{P}(r)J_0(kr)r\,dr$$

– пространственный спектр распределения нагрузки $\mathcal{P}(r)$.

Для гармонического источника среднее за период волны значение излучаемой мощности даётся выражением:

$$W=-\pi\,\mathrm{Re}\left[i\omega\int\limits_0^\infty f^* u_z(r,0)r\,dr\right]$$

(звёздочка означает комплексное сопряжение), которое с учётом (2) запишем в виде:

$$W=\frac{4\pi^3\omega^3 f_0^2}{\rho_2 c_t^4}\mathrm{Re}\left[\int\limits_0^\infty |P(k)|^2\frac{\varkappa_l}{S(k)}\cdot k\,dk\right]. \qquad (3)$$

Вклад в реальную часть интеграла (3) дают те участки пути интегрирования, где функция $\varkappa_l/S(k)$ действительна, а также полувычеты в лежащих на действительной оси полюсах подынтегрального выражения. Полюса определяются из решения уравнения $S(k)=0$ и соответствуют поверхностным волнам Рэлея и Стонели. Для их вычисления следует задать соотношения между скоростью звука в газе и скоростями упругих волн в твёрдом теле.

Обычно скорости упругих волн в твёрдых телах превышают скорости звука в газах, поэтому будем считать, что $c_1<c_R$, где c_R – скорость рэлеевской волны на границе твёрдое тело – вакуум. Соответствующее скорости c_R волновое число k_R определяется из уравнения Рэлея $R(k)=0$.

При условии $c_1<c_R$ уравнение $S(k)=0$ имеет один действительный корень k_S, соответствующий поверхностной волне Стонели [4]. Второй корень этого уравнения является комплексным и соответствует вытекающей волне, амплитуда которой экспоненциально

спадает в направлении вдоль границы. При стремлении плотности газа к нулю вытекающая поверхностная волна переходит в волну Релея [4].

Таким образом, в случае, когда скорость звука в газе меньше скорости рэлеевской волны, интегрирование в (3) в пределах от нуля до $K = K_1$ (при $K > K_1$ функция $\varkappa_l / S(K)$ чисто мнимая) дает мощность излучения акустической волны, продольной и поперечной упругих волн и вытекающей волны (обозначим эту сумму W_Σ):

$$W_\Sigma = \frac{4\pi^3\omega^3 f_0^2}{\rho_2 c_t^4} \operatorname{Re} \int_0^{K_1} |P(K)|^2 \frac{\varkappa_l}{S(K)} K\, dK .$$

Мощность излучения поверхностной волны Стонели W_S пропорциональна полувычету в полюсе $K = K_S$:

$$W_S = -\frac{4\pi^4\omega^3 f_0^2}{\rho_2 c_t^4} \frac{|P(K_S)|^2 K_S (K_S^2 - K_l^2)^{1/2}}{S'(K_S)} ,$$

где

$$S'(K_S) = \left.\frac{dS}{dK}\right|_{K=K_S} = 8K_S\left(2K_S^2 - K_t^2 - \sqrt{K_S^2 - K_l^2}\sqrt{K_S^2 - K_t^2}\right) +$$

$$+ \frac{4K_S^3(K_l^2 + K_t^2 - 2K_S^2)}{\sqrt{K_S^2 - K_l^2}\sqrt{K_S^2 - K_t^2}} - \varepsilon \frac{K_t^4 K_S (K_1^2 - K_l^2)}{\sqrt{K_S^2 - K_l^2}\,(K_S^2 - K_1^2)^{3/2}} .$$

Полная излучаемая мощность W представляет собой сумму мощностей W_Σ и W_S .

При стремлении плотности газа к нулю из (3) следуют выражения для мощностей излучения упругих волн, возбуждаемых поверхностным источником в твёрдом полупространстве, граничащем с вакуумом. Интегрирование в пределах от нуля до $K = K_t$ даёт сумму мощностей излучения объёмных продольной волны W_P и поперечной волны SV - поляризации W_{SV} :

$$W_P + W_{SV} = W_V = \frac{4\pi^3\omega^3 f_0^2}{\rho_2 c_t^4} \operatorname{Re}\int_0^{K_t} |P(K)|^2 \frac{\varkappa_l}{R(K)} K\,dK .$$

Мощность излучения поверхностной волны Рэлея W_R пропорциональна полувычету в рэлеевском полюсе $K = K_R$:

$$W_R = -\frac{4\pi^4\omega^3 f_0^2}{\rho_2 c_t^4}\ \frac{|P(K_R)|^2 K_R (K_R^2 - K_l^2)^{1/2}}{R'(K_R)} ,$$

где

$$R'(K_R) = \left.\frac{dR}{dK}\right|_{K=K_R} = \frac{2}{K_R(2K_R^2 - K_t^2)^2}\left[K_t^6(4K_R^2 - K_t^2) - 8K_R^6(K_t^2 - K_l^2)\right].$$

Полная мощность W_0 , излучаемая источником нормальной к границе вакуум - твёрдое тело периодической силы, равна сумме мощностей объёмных волн и рэлеевской волны: $W_0 = W_V = W_R$.

При проведении численных расчётов удобно представить выражения для мощностей излучения волн различных типов и полной излучаемой мощности в виде:

$$W_\Sigma = Q\widetilde{W}_\Sigma, \quad W_S = Q\widetilde{W}_S, \quad W = Q\widetilde{W},$$

$$W_V = Q\widetilde{W}_V, \quad W_R = Q\widetilde{W}_R, \quad W_0 = Q\widetilde{W}_0,$$

где $Q = f_0^2\omega^2/4\pi\rho_2 c_l^3$ - размерный множитель, а $\widetilde{W}_\Sigma$, $\widetilde{W}_S$, $\widetilde{W}$, $\widetilde{W}_V$, $\widetilde{W}_R$ и $\widetilde{W}_0$ - численные коэффициенты, имеющие соответственно вид:

$$\widetilde{W}_\Sigma = \frac{16\pi^4}{n^3}\int_0^{\nu_1} \frac{|P(xK_t)|^2\sqrt{n^2-x^2}\,x\,dx}{(1-2x^2)^2 + 4x^2\sqrt{n^2-x^2}\sqrt{1-x^2} + \varepsilon\sqrt{n^2-x^2}/\sqrt{\nu_1^2-x^2}}, \tag{4}$$

$$\tilde{W}_S = -\frac{16\pi^5 |P(\nu_S k_t)|^2 \nu_S \sqrt{\nu_S^2 - n^2}}{n^3 \sigma}, \quad \tilde{W} = \tilde{W}_\Sigma + \tilde{W}_S \qquad (5)$$

$$\tilde{W}_V = \frac{16\pi^4}{n^3} \int_0^1 \frac{|P(xk_t)|^2 (n^2 - x^2)^{1/2} x\,dx}{(1-2x^2)^2 + 4x^2(n^2-x^2)^{1/2}(1-x^2)^{1/2}}, \qquad (6)$$

$$\tilde{W}_R = -\frac{16\pi^5 |P(\nu_R k_t)|^2 \nu_R \sqrt{\nu_R^2 - n^2}}{n^3 q}, \quad \tilde{W}_0 = \tilde{W}_V + \tilde{W}_R . \qquad (7)$$

В (4)-(7) введены следующие обозначения: $n = c_t/c_l$, $\nu_1 = c_t/c_1$, $\nu_S = c_t/c_S$, $\nu_R = c_t/c_R$, $\sigma = S'(k_S)/k_t^3$, $q = R'(k_R)/k_t^3$.

При рассмотрении численных примеров ограничимся исследованием генерации сейсмоакустических волн точечным источником, когда $P(k) = (2\pi)^{-1}$. Пусть плотность упругого полупространства составляет ρ_2 = 2000 кг/м^3, а скорости поперечных и продольных упругих волн равны соответственно c_t = 1000 м/с и $c_l = \sqrt{3}\, c_t \approx$ ≈ 1732 м/с. Тогда при плотности воздуха ρ_1 = 1,29 кг/м^3 (ε = = 6,5·10^{-4}) и скорости звука c_1 = 340 м/с из (4), (5) имеем $\tilde{W}_\Sigma$ = = 4,837; $\tilde{W}_S \approx$ 1,45·10^{-7}. В отсутствие газа над упругим полупространством полная излучаемая мощность характеризуется значением $\tilde{W}_0$ = 4,836 [5]. При тех же плотностях сред и скорости звука в газе, но при вдвое меньших скоростях упругих волн в твёрдом теле, равных c_t = 500 м/с, c_l = 866 м/с, для мощностей излучения получаем $\tilde{W}_\Sigma \approx$ 4,838; $\tilde{W}_S \approx$ 4,55·10^{-6}, $\tilde{W} \approx \tilde{W}_\Sigma$. Уменьшение вдвое скоростей упругих волн практически не меняет безразмерную величину $\tilde{W}_\Sigma$, характеризующую суммарную мощность излучения объёмных P- и SV - волн и вытекающей поверхностной волны. В то же время величина $\tilde{W}_S$, связанная с мощностью излучения волны Стонели, возросла приблизительно в 30 раз.

При дальнейшем уменьшении скоростей упругих волн величина

$\tilde{W}_S$ быстро возрастает. Например, при $c_t = 375$ м/с, $c_l \approx 649{,}5$ м/с $\tilde{W}_s = 1{,}39 \cdot 10^{-2}$, что составляет 0,3% полной излучаемой мощности.

Если скорость рэлеевской волны на границе твёрдое тело - вакуум сравнима со скоростью звука в газе, $c_R \gtrsim c_1$, например, при $c_t = 370$ м/с, $c_l \approx 640{,}9$ м/с, $c_R = 340{,}2$ м/с (тогда скорость волны Стонели $c_S = 339{,}5$ м/с), то $\tilde{W}_\Sigma = 2{,}88$; $\tilde{W}_S = 1{,}957$; $\tilde{W} = 4{,}837$. На долю поверхностной волны Стонели приходится 40,5% излучаемой мощности, а объёмные сейсмоакустические волны и вытекающая поверхностная волна уносят 59,5% полной мощности излучения.

Расчёты, проведённые при несколько меньшем отношении плотностей, $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$, показали, что при $c_t = 370$ м/с $\tilde{W}_S = 1{,}901$, что составляет 39,3% всей излучаемой мощности.

Эффект относительного увеличения мощности волны Стонели при приближении скорости рэлеевской волны к скорости звука в газе наблюдается для различных соотношений между скоростями продольных и поперечных волн в твёрдом теле. Например, при $c_t = 365$ м/с, $c_l = c_t / 0{,}4 = 912{,}5$ м/с (при этом $c_R = 344{,}1$ м/с) расчёты по формулам (4), (5) дают $\tilde{W}_\Sigma = 11{,}5$; $\tilde{W}_S = 2{,}77 \cdot 10^{-2}$. Если же $c_t = 361$ м/с; $c_l = 902{,}5$ м/с, $c_R \approx 340{,}4$ м/с, то $\tilde{W}_\Sigma = 8{,}242$; $\tilde{W}_S = 3{,}294$, т.е. мощность излучения волны Стонели составляет 28,5% полной излучаемой мощности.

Выясним, каким образом происходит перераспределение излучаемой мощности между различными типами волн при изменении соотношения между c_1 и c_R . Для этого представим величину $\tilde{W}_\Sigma$ в виде $\tilde{W}_\Sigma = W_1 + W_2$, где

$$W_1 = \frac{16\pi^4}{n^3} \operatorname{Re} \int_0^1 \frac{|P(x k_t)|^2 \sqrt{n^2 - x^2}\, x\, dx}{(1-2x^2)^2 + 4x^2 \sqrt{n^2-x^2}\sqrt{1-x^2} + \varepsilon \sqrt{n^2-x^2} / \sqrt{\nu_1^2 - x^2}} \quad (8)$$

$$W_2 = \frac{16\pi^4}{n^3} \operatorname{Re} \int_1^{\nu_1} \frac{|P(x k_t)|^2 \sqrt{n^2 - x^2}\, x\, dx}{(1-2x^2)^2 + 4x^2 \sqrt{n^2-x^2}\sqrt{1-x^2} + \varepsilon \sqrt{n^2-x^2} / \sqrt{\nu_1^2 - x^2}} \quad (9)$$

При стремлении плотности газа к нулю формула (8) переходит в выражение (6) для величины $\tilde{W}_V$, характеризующей суммарную мощность излучения объёмных P- и SV -волн, а реальная часть интеграла (9) будет даваться полувычетом в рэлеевском полюсе и описываться соотношением (7) для $\tilde{W}_R$:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} W_1 = \tilde{W}_V , \qquad \lim_{\varepsilon \to 0} W_2 = \tilde{W}_R .$$

Если отношение скоростей упругих волн $n = c_t / c_l = 1/\sqrt{3}$, то, как дают вычисления по формулам (6), (7), $\tilde{W}_V = 1,578$; $\tilde{W}_R = 3,258$. Эти же значения мощностей излучения упругих волн источником в виде периодической вертикальной силы, равномерно распределённой по круговой области малого по сравнению с длинами волн радиуса на границе раздела твёрдое тело - вакуум, были получены в работе [5] методом подсчёта потока энергии через поверхности волновых фронтов.

При $c_t = 1000$ м/с, $c_l = \sqrt{3}\, c_t$, $\varepsilon = 6,5 \cdot 10^{-4}$ из (8), (9) получаем $W_1 = 1,578$; $W_2 = 3,259$, что с точностью до сотых долей процента совпадает с $\tilde{W}_V$ и $\tilde{W}_R$. При $c_t = 375$ м/с $W_1 = 1,578$; $W_2 = 3,245$, что также близко к значениям $\tilde{W}_V$ и $\tilde{W}_R$. Незначительные отличия между W_2 и $\tilde{W}_R$ связаны с тем, что $\tilde{W}_\Sigma$ описывает кроме упругих и вытекающей поверхностной волн также объёмную акустическую волну в газе, относительная мощность излучения которой мала.

Таким образом, можно сделать вывод, что величина W_1 описывает, главным образом, мощность излучения объёмных P- и SV - волн, а величина W_2 - мощность излучения вытекающей поверхностной волны.

Расчёты, проведенные при $c_t = 370$ м/с, показали, что, как и прежде, $W_1 = 1,578$, но $W_2 = 1,303$. Следовательно, изменение суммарной мощности излучения объёмных и вытекающей волн $\tilde{W}_\Sigma$ при уменьшении скорости поперечной волны c_t происходит за счёт уменьшения мощности излучения вытекающей волны. Можно сказать, что при приближении скорости рэлеевской волны к скорости звука в газе мощность излучения волны Стонели увеличивается на столько, на сколько уменьшается мощность излучения вытекающей волны.

Перейдём к рассмотрению генерации сейсмоакустических волн точечным силовым источником, действующим на границе раздела твёрдое тело – жидкость. Пусть плотность твёрдого тела $\rho_2 = 2\,860$ кг/м^3, а скорости поперечных и продольных волн равны соответственно $C_t = 3000$ м/с и $C_l \approx 5196$ м/с, что соответствует скальной породе. Тогда при плотности воды $\rho_1 = 1000$ кг/м^3 ($\varepsilon = 0{,}35$) и при скорости звука в ней $C_1 = 1500$ м/с из (4), (5) получаем:

$$\tilde{W}_\Sigma = 5{,}293, \qquad \tilde{W}_S = 0{,}203, \qquad \tilde{W} = 5{,}496,$$

т.е. на долю волны Стонели приходится 3,7% мощности сейсмоакустического излучения. Полная излучаемая мощность заметно отличается от величины $\tilde{W}_0 \approx \tilde{W} = 4{,}837$, соответствующих случаю возбуждения упругих волн в твёрдом теле, граничащем с вакуумом или газом. Это связано, по-видимому, с более эффективной генерацией акустических волн в жидкости, чем в газе, поскольку отличие импедансов твёрдого тела и жидкости не столь велико, как твёрдого тела и газа.

Таким образом, с помощью численного моделирования энергетических характеристик сейсмоакустических волн, возбуждаемых нормальным к границе раздела газ – твёрдое тело гармоническим силовым воздействием, показано следующее.

1. Наличие над упругим полупространством газа весьма незначительно (на сотые доли процента) изменяет полную излучаемую мощность по сравнению со случаем возбуждения упругих волн в твёрдом теле, граничащем с вакуумом.

2. Если скорость волны Рэлея превышает скорость звука в газе более, чем на один процент, то мощность волны Стонели составляет пренебрежимо малую часть от полной мощности излучения.

3. Если скорость рэлеевской волны превышает скорость звука в газе менее, чем на 0,1%, то на долю поверхностной волны Стонели может приходиться около 40% всей излучаемой мощности, причём эффективная генерация волны Стонели происходит вследствие перераспределения мощности излучения между ней и вытекающей волной.

4. На величину относительной мощности излучения волны Стонели значительно больше влияют соотношения между скоростью звука в газе и скоростями упругих волн в твёрдом теле, чем отношение плотностей этих двух сред.

ЛИТЕРАТУРА

I. Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid // Philos.Trans.Roy.Soc.London. 1904. V.A203. P.1-42.

2. Заславский Ю.М. К оценке мощности инфразвука, побочно излучаемого в атмосферу при вибрационном просвечивании Земли //Изв. АН СССР. Физика Земли. I982. № 9. С. 86-89.

3. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наукова думка. I98I. 284 с.

4. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука. I973. 343 с.

5. Miller G.F., Pursey H. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid // Proc.Roy.Soc.ser.A. 1955. V.233, N 1192. P.55 - 69.

Дата поступления статьи
I2 июня I989 г.