

Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиопизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 296

ЗВУК В ПЕРЕСЫЩЕННОМ ПАРЕ

Немцов Б.Е.

Горький 1990

Немцов Б.Е.

ЗВУК В ПЕРЕСЫЩЕННОМ ПАРЕ // Препринт № 296. - Горький: НИРФИ.
- 1990. - 14 с.

УДК 53.01+551.510:534.222.1

Рассматривается распространение звука в трехфазной среде, содержащей газ, пар и капли. Исследуется случай инверсной среды, когда плотность пара больше плотности насыщенных паров. При этом процесс конденсации идет более интенсивно, чем процесс испарения и в системе выделяется тепло. В слабонелинейном приближении получено интегродифференциальное одноволновое уравнение, учитывающее процессы конденсации и теплопроводности от капель к газу. Изучается функция Грина линейной задачи. Показано, что в процессе эволюции локализованного начального возмущения формируется расширяющаяся в пространстве область неустойчивости. Найдены стационарные решения нелинейной задачи в виде бегущих ударных волн. Анализируются вопросы устойчивости нелинейных образований. Приводятся оценки амплитуд ударных волн для атмосферных условий.

В в е д е н и е

В работе /1/ был предложен и обсуждался когерентный механизм генерации звука при конденсации пара. Эффект усиления основан на том, что в переохлажденном паре, когда конденсация идет более интенсивно, чем испарение, происходит выделение тепла. Часть выделяющейся энергии в определенных условиях расходуется на генерацию звука /1/. Физическая интерпретация явления достаточно прозрачна. Там, где возрастает плотность газа, преимущественно оказываются и капли (очаги конденсации), поскольку в низкочастотном пределе капли вмончаны в газ. Это означает, что в областях сжатия наряду с адиабатическим нагревом происходит дополнительный нагрев, обусловленный явлением конденсации. Поскольку звуковые волны являются квазиадиабатическими, т.е. $T \sim \rho^{\gamma-1}$ (T - температура, ρ - плотность газа, γ - показатель адиабаты), то дополнительный нагрев вызывает дополнительный рост плотности и т.д. Как уже отмечалось, для возникновения неустойчивости необходима "инверсная заселенность", т.е. нужно создать условия, при которых плотность пара ρ_v превышает плотность насыщенных паров ρ^* . В естественных условиях инверсия может возникнуть при подъеме пара с нагретой акватории (океана) в более нагретую область /6/. В лабораторных экспериментах, по-видимому, более предпочтительными являются электрические методы создания инверсии, а именно - в область, занятую паром, можно впрыскивать заряженные капли, либо помещать пар в электрическое поле. И тот, и другой методы приводят к уменьшению плотности насыщенного пара /2/, а значит, к созданию инверсии.

В работе /1/ рассчитан инкремент неустойчивости звуковых волн, выяснен ее низкочастотный характер. Рост низкочастотных звуковых полей сильно влияет на характер распространения волн. Это относится

как к линейному, так и нелинейному режимам распространения. Как будет показано ниже, в линейном приближении низкочастотная неустойчивость приводит к формированию расширяющихся в пространстве областей экспоненциально растущих возмущений, возбуждаемых сосредоточенными источниками. Увеличение амплитуды волн должно ограничиваться нелинейными механизмами. Очевидно, что обычная гидродинамическая нелинейность должна приводить к стабилизации. Качественно процесс протекает следующим образом. Малые возмущения начинают расти, затем включается нелинейность, энергия перекачивается в коротковолновую часть спектра, т.е. в область устойчивости. При условии, что нелинейная перекачка достаточно велика, возможно установление стационарного режима распространения волн. Таким образом, предметом изучения является линейное и нелинейное распространение волн в неравновесном газе, в котором конденсация идет более интенсивно чем испарение.

В начале работы получено слабонелинейное интегродифференциальное уравнение, учитывающее процессы конденсации и теплопередачи от очагов конденсации к газу. Далее в линейном приближении анализируется эволюция δ -образного начального возмущения и показано, что экспоненциально растущие поля локализованы в непрерывно расширяющихся областях пространства. В следующей части работы рассматриваются стационарные нелинейные волны. Найденные приближенные решения показывают, что нелинейность приводит к стабилизации неустойчивости и формированию ударных волн. Анализируются необходимые условия устойчивости. В конце приводятся оценки амплитуд и обсуждается возможность наблюдения рассматриваемых эффектов в атмосфере.

Вывод слабонелинейного уравнения

Рассмотрим трехфазную среду, состоящую из газа, пара и капель. Будем интересоваться низкочастотными возмущениями, когда все компоненты смеси движутся синфазно. В этом случае уравнение движения имеет обычный вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{\text{eff}}} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (I)$$

здесь $\rho_{\text{eff}} = \rho + \alpha_g \rho_w + \rho_v$ - эффективная плотность смеси, ρ , ρ_v , ρ_w - соответственно плотности газа, пара и воды, $\alpha_g = \frac{4}{3} \pi r^3 n$ -

удельный объем капель, n - концентрация капель, r - их радиус, p - давление в смеси. В обычных условиях $\alpha \rho_w + \rho_v \ll \rho$, поэтому $\rho_{eff} \approx \rho$. Поскольку газ никуда не исчезает, для него справедливо уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Для получения замкнутой системы необходимо связать полное давление с плотностью. В слабонелинейном приближении связь между возмущением давления и плотностью может быть представлена в виде:

$$\tilde{p} = p_0 + p_{NL} + p_L, \quad p_0 = \tilde{\rho} c^2, \quad (3)$$

где \tilde{p} , $\tilde{\rho}$ - возмущения давления и плотности, c - скорость звука в газе, p_{NL} - нелинейное слагаемое, следующее из адиабатического закона изменения давления в газе в отсутствие пара и капель, $p_{NL} = (\gamma - 1)c^2 \tilde{\rho}^2 / 2\rho_0$ (ρ_0 - невозмущенная плотность газа), γ - показатель адиабаты), p_L - дополнительное давление, создаваемое паром и процессами испарения и конденсации. Поскольку плотность пара $\rho_v \ll \rho_0$, а $\tilde{\rho} \ll \rho$, слагаемые p_{NL} , p_L ($p_{NL}, p_L \ll p_0$) входят аддитивно в связь (3). С учетом (3) перепишем уравнения (1), (2) в виде:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + c^2 \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} (p_{NL} + p_L) + \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial x} - \rho_0 v \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = -v \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} - \tilde{\rho} \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (5)$$

где использовано разложение по степеням $\tilde{\rho}/\rho$. Дифференцируя (4) по x , (5) по t и вычитая (4) из (5), будем иметь:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(v \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} + \tilde{\rho} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (p_{NL} + p_L) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tilde{\rho}}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial x} \right) - \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (6)$$

Слагаемые правой части уравнения (6) малы по сравнению со слагаемыми левой части, поэтому входящие в правую часть уравнения величины можно выразить через возмущение плотности, используя обычную линейную связь между v и $\tilde{\rho}$: $v = c \tilde{\rho} / \rho_0$, которая имеет место в бегущей волне вида $f(x - ct)$.

Если искать решение (6), близкое к бегущей вправо волне, то (6) удается упростить:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + c \left(1 + \frac{\bar{p}}{\rho_g} \frac{\delta+1}{2} \right) \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{1}{2c^2} \frac{\partial p_L}{\partial t}. \quad (7)$$

Чтобы получить замкнутое уравнение относительно \bar{p} , необходимо связать ρ_L с \bar{p} . Это можно сделать, исходя из линеаризованных уравнений, выражающих законы сохранения энергии в системе газ - пар - капли /1-3/:

$$(\rho_g c + \rho_v c_v) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} + 4\pi r n \alpha (T_d - T) - Q, \quad (8)$$

$$\rho_w c_w V \frac{\partial T_d}{\partial t} = 4\pi r \alpha (T - T_d) + \frac{L}{m_{H_2O}} \frac{dm}{dt}. \quad (9)$$

Здесь $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ - объем капли, c , c_v , c_w - удельные теплоемкости газа, пара, воды при постоянном давлении, α - теплопроводность газа, L - энергия, выделяющаяся при конденсации одной молекулы воды, m_{H_2O} - масса молекулы воды, T , T_d - температуры газа, капля соответственно, m - масса капли, Q описывает охлаждение газовой подсистемы из-за взаимодействия с термостатом.

Уравнения (8), (9) следует дополнить законами роста капель, сохранения их числа и уравнением неразрывности для паровой компоненты:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r D (\rho_v - \rho^*(T_d)), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \rho_v \frac{\partial v}{\partial x} = -n \frac{dm}{dt} + q, \quad (12)$$

где D - коэффициент молекулярной диффузии, ρ^* - плотность насыщенных паров, n_0 , \tilde{n} - невозмущенная и возмущенные концентрации капель. В правой части (12) первое слагаемое описывает исчезновение пара при конденсации, второе есть источник, поддерживающий стационарную плотность пара. Таким источником могут служить восходящие потоки пара, компенсирующие его исчезновение при конденсации. Стационарное состояние системы, как видно из (9) - (12),

поддерживается источниками Q и q . При этом равновесное значение $T_d - T$ определяется из соотношения

$$\Delta T = T_d - T = \frac{DL}{\alpha m_{H_2O}} (\rho_v - \rho^*).$$

В обычных условиях $\Delta T \ll T$, т.е.

$$\frac{DL}{\alpha m_{H_2O} T} (\rho_v - \rho^*) \ll 1. \quad (I3)$$

Линеаризуя относительно невозмущенного состояния систему (8)-(I2), можно получить (подробнее см. /I/):

$$\rho_L = (\gamma - 1) \left[\frac{L}{m_{H_2O}} \left(\frac{\rho_v}{\rho_0} \tilde{\rho} - \tilde{\rho}_v \right) - \rho_w c_w \alpha_0 \tilde{T}_d \right]. \quad (I4)$$

Используя линеаризованное уравнение (2), а также (9) - (I2), с учетом неравенства (I3), для фурье-образов искомых величин будем иметь

$$\tilde{T}_d = \frac{i\sigma_2 \tilde{T}}{\omega + i\sigma_2}, \quad \tilde{T} = \frac{\tilde{p}}{\rho_0} (\gamma - 1) T, \quad (I5)$$

$$\frac{\rho_v}{\rho_0} \tilde{\rho} - \tilde{\rho}_v = i\sigma_1 \frac{\tilde{p}}{\rho} \frac{2\rho_v - \rho^* - (\gamma - 1)\rho^* T}{\omega + i\sigma_1}. \quad (I6)$$

Здесь

$$\sigma_2 = 3\alpha / \rho_w c_w r^2 \quad (I7)$$

- частота релаксации температуры капли вследствие теплопроводности,

$$\sigma_1 = 4\pi r D n \quad (I8)$$

- частота релаксации пара вследствие конденсации. Подставив (I5), (I6) в (I4) и совершая обратное фурье-преобразование, получаем искомую связь:

$$\rho_L = 2c^2 \theta_1 \int_{-\infty}^t \tilde{\rho}(t') \exp(-\sigma_1(t-t')) dt' - 2c^2 \theta_2 \int_{-\infty}^t \tilde{\rho}(t') \exp(-\sigma_2(t-t')) dt'; \quad (I9)$$

$$\theta_1 = \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\sigma_1 (2\rho_v - \rho^* - (\gamma - 1)T\rho^*)}{\rho_0 c^2}, \quad (20)$$

$$\theta_2 = \frac{2\pi r_{\text{э}} n T (\gamma - 1)^2}{\rho_0 c^2} \quad (21)$$

Подстановка (20) в (7) даст уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c(1 + \varepsilon u) \frac{\partial u}{\partial x} = \theta_1 \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^t u \exp(-\sigma_1(t-t')) dt' - \theta_2 \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^t u \exp(-\sigma_2(t-t')) dt', \quad (22)$$

где $\varepsilon = (\gamma + 1)/2$ - параметр нелинейности, $u = \tilde{p}/\rho_0$ - безразмерная плотность, $|u| \ll 1$.

Уравнение (22) является основным при исследовании распространения звука в газе с учетом процессов конденсации и теплопроводности от капель к газу. Поскольку оба эти процесса носят релаксационный характер, уравнение имеет интегродифференциальный вид. Феноменологический подход к рассмотрению явлений распространения звука в среде с двумя временами релаксации приводит к аналогичному уравнению /4/.

Функция Грина линейной задачи

Дисперсионное уравнение, отвечающее распространению линейных волн в исследуемой среде, вытекает из (22) и имеет вид:

$$\omega(k) = \kappa + i \left(\frac{\theta_1 \kappa}{\kappa + i\sigma_1} - \frac{\theta_2 \kappa}{\kappa + i\sigma_2} \right), \quad \kappa = ck \quad (23)$$

где учтено, что в рассматриваемом приближении дисперсия и поглощение достаточно малы. Необходимым условием такого приближения являются неравенства:

$$\theta_1 \ll \sigma_1, \quad \theta_2 \ll \sigma_2, \quad (24)$$

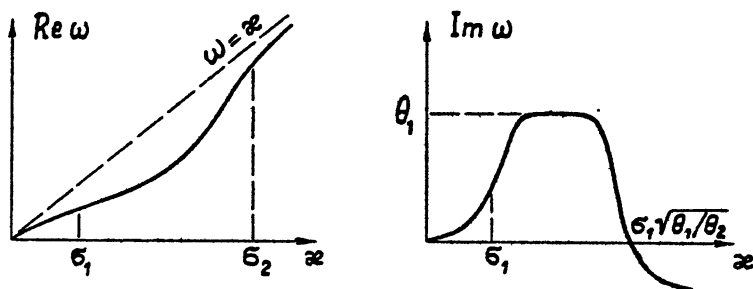
которые в обычных условиях хорошо выполняются. Кроме того как для атмосферных, так и лабораторных моделей выполнены неравенства:

$$\sigma_1 \ll \sigma_2, \quad \theta_1 \ll \theta_2, \quad (25)$$

означающие, что релаксационный процесс, связанный с выравниванием

температур, протекает быстрее, чем процесс конденсации пара, и имеет большую интенсивность.

Имея в виду приведенные неравенства, исследуем дисперсионные свойства волн. На низких частотах ($\alpha \ll \sigma_1$) $\omega = \alpha(1 + \theta_1/\sigma_1 - \theta_2/\sigma_2)$, откуда видно, что фазовая скорость низкочастотных возмущений слегка изменяется, причем процессы конденсации приводят к ее росту, а диффузия температуры - к уменьшению. В промежуточной области ($\sigma_1 \ll \alpha \ll \sigma_2$) $\omega = \alpha + i\theta_1 - \alpha\theta_2/\sigma_2$, достигается наибольший инкремент неустойчивости (равный θ_1), а скорость волны минимальна - $c(1 - \theta_2/\sigma_2)$. Наконец, при $\alpha \gg \sigma_2$ $\omega = c\alpha + i(\theta_1 - \theta_2)$, волны распространяются без дисперсии и затухают вследствие процессов теплопроводности. Характерные дисперсионные кривые показаны на рис. I.



Р и с . I

Функция Грина задачи имеет вид:

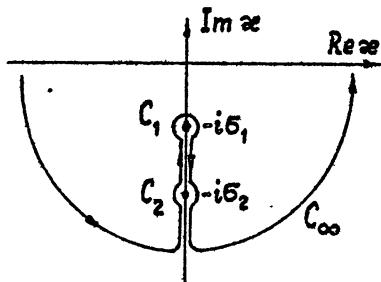
$$U(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega(k)t + ikx) dk, \quad t > 0, \quad (26)$$

где $\omega(k)$ дается выражением (23). Перепишем (26) в удобной для исследования форме:

$$U(t, x) = \frac{\exp((\theta_1 - \theta_2)t)}{2\pi c} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-i\alpha \bar{t} + \frac{i\theta_2 \sigma_2}{\alpha + i\sigma_2} \bar{t} - \frac{i\theta_1 \sigma_1}{\alpha + i\sigma_1} \bar{t}\right) d\alpha, \quad (27)$$

где $\bar{t} = t - x/c$. Из интегрального представления (27) видно, что при $\bar{t} < 0$ $U(t, x) \equiv 0$. Отличный от нуля сигнал появляется при $\bar{t} \geq 0$. Анализируя интеграл (27) при $\bar{t} \geq 0$,

удобно деформировать контур интегрирования в нижнюю полуплоскость, обходя существенно особые точки $-i\sigma_1$, $-i\sigma_2$ (см. рис.2).



Р и с. 2

При этом интеграл по бесконечной полуокружности равен $2\pi \delta(\bar{t})$, а интегралы по контурам $C_{1,2}$ в общем виде вычислить не удастся. Однако, принимая во внимание неравенства (24), (25), интегралы по контурам C_1 и C_2 можно существенно упростить. При вычислении интеграла по C_1 слагаемое $\theta_2 \sigma_2 (\alpha + i\sigma_2)^{-1}$ достаточно разложить в ряд по степеням α ($\sigma_1 \ll \sigma_2$), ограничиваясь первыми двумя членами, а при анализе интеграла по контуру C_2 слагаемым $\theta_1 \sigma_1 t (\alpha + i\sigma_1)^{-1}$ можно вообще пренебречь. Разумеется, такой, приближенный, расчет справедлив при не очень больших временах наблюдения. Для справедливости предложенного подхода необходимо, чтобы $t \ll \sigma_2 / \theta_1 \sigma_1$, $\sigma_2^2 / \sigma_1^2 \theta_2$.

Отмеченные упрощения позволяют вычислить интеграл (27) в явном виде:

$$U(t, x) = \frac{1}{c} \delta(\bar{t}) \exp((\theta_1 - \theta_2)t) + \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\sigma_2 \theta_2 t}{\bar{t}}} \exp((\theta_1 - \theta_2)t - \sigma_2 \bar{t}).$$

$$\cdot I_1(2\sqrt{\sigma_2 \theta_2 t \bar{t}}) - \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\sigma_1 \theta_1 t}{t^*}} \exp(\theta_1 t - \sigma_1 t^*) J_1(2\sqrt{\sigma_1 \theta_1 t t^*}), \quad \bar{t} > 0, \quad (28)$$

где $t^* = t(1 - \theta_2 / \sigma_2) - x/c$, $I_1(z)$, $J_1(z)$ - функции Бесселя. Первое слагаемое в (28) отвечает локализованному импульсу, затухающему в процессе распространения ($\theta_1 < \theta_2$). Экспоненциально растущие поля описываются вторым и третьим слагаемыми. Области пространства, где имеет место экспоненциальный рост, определяются из (28): третье слагаемое экспоненциально велико при

$$ct \left(1 - \frac{\theta_1}{\sigma_1} - \frac{\theta_2}{\sigma_2}\right) < x < ct, \quad (29)$$

второе при

$$ct \left(1 - \frac{(\sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2})^2}{\sigma_2}\right) < x < ct \left(1 - \frac{(\sqrt{\theta_2} - \sqrt{\theta_1})^2}{\sigma_2}\right). \quad (30)$$

Из (29), (30) видно, что второе слагаемое описывает экспоненциально растущие волны внутри области, передний фронт которой движется со скоростью $v_1 = c(1 - (\sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2})^2 / \epsilon_2)$, а задний - со скоростью $v_2 = c(1 - (\sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2})^2 / \epsilon_2)$. Скорости фронтов неустойчивости, отвечающие третьему слагаемому (28), соответственно равны: $v_3 = c$, $v_4 = c(1 - \theta_1 / \epsilon_1 - \theta_2 / \epsilon_2)$. Если $v_2 > v_4$ т.е. $\theta_2 < \theta_1 \epsilon_2^2 / 4 \epsilon_1^2$, то область (30) целиком лежит внутри области (29). В том случае, когда $v_2 < v_4$ ($\theta_2 > \theta_1 \epsilon_2^2 / 4 \epsilon_1^2$), область (30) частично выходит за пределы области (29) и неустойчивость развивается при

$$ct \left(1 - \frac{(\sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2})^2}{\epsilon_2} \right) < x < ct. \quad (31)$$

В принципе, возможна ситуация, когда $v_1 < v_4$. Тогда существуют две расширяющиеся во времени области неустойчивости. Однако, в силу принятых условий ($\epsilon_2 \gg \epsilon_1$) в рассматриваемой системе реализация такого режима развития неустойчивости невозможна.

Стационарные нелинейные волны

Будем искать решение уравнения (22) в виде стационарных волн, т.е. считаем u зависящим от единственной переменной $\tau = t - x/v$ (v - скорость распространения волны). При этом уравнение (22) один раз интегрируется, и мы получим:

$$uq - \frac{\epsilon u^2}{2} = \theta_1 \int_{-\infty}^{\tau} \exp(-\epsilon_1(\tau - \tau')) u(\tau') d\tau' - \theta_2 \int_{-\infty}^{\tau} \exp(-\epsilon_2(\tau - \tau')) u(\tau') d\tau', \quad (32)$$

здесь $q = 1 - c/v$, $|q| \ll 1$. Экспоненциальный характер ядер подынтегрального выражения позволяет путем дифференцирования (32) получить эквивалентное (32) дифференциальное уравнение второго порядка:

$$(1 - G)G_{\tau\tau} + G_{\tau}(\beta - G - G_{\tau}) + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} G \left(\alpha - \frac{G}{2} \right) = 0, \quad (33)$$

при выводе которого учтены неравенства (24), (25) и введены обозначения:

$$\beta = 1 + \theta_2 / \epsilon_2 q, \quad \gamma = \epsilon_2 \tau, \quad (34)$$

$$\alpha = 1 + \frac{1}{q} \left(\frac{\theta_2}{\sigma_2} - \frac{\theta_1}{\sigma_1} \right), \quad u = \frac{q}{\varepsilon} \mathcal{E}.$$

Интересуемся решениями, медленно изменяющимися на масштабе σ_2^{-1} . Тогда $G_y \ll G$, $G_{yy} \ll G_y$ и в (33) можно пренебречь первым слагаемым и слагаемым G_y^2 , после чего (33) становится уравнением первого порядка, решение которого

$$\left(1 - \frac{2\alpha}{\beta} \right) \ln |G - 2\alpha| - \ln |G| = \frac{\alpha}{\beta} \sigma_1 \tau \quad (35)$$

соответствует ударной волне только в том случае, если $\alpha/\beta < 1/2$ или, в развернутом виде, с учетом (34), при

$$v_{min} = c \left(1 - \frac{\theta_2}{\sigma_2} \right) < v < c \left(1 - \frac{\theta_2}{\sigma_2} + \frac{2\theta_1}{\sigma_1} \right) = v_{max}. \quad (36)$$

Таким образом, скорость ударных волн изменяется в достаточно узких пределах вблизи c .

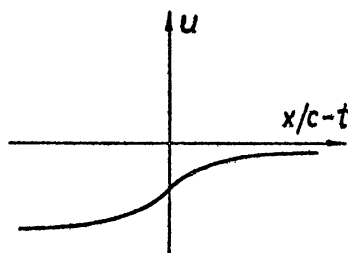
Для медленных ударных волн, когда

$$c \left(1 - \frac{\theta_2}{\sigma_2} \right) < v < c \left(1 - \frac{\theta_2}{\sigma_2} + \frac{\theta_1}{\sigma_1} \right), \quad (37)$$

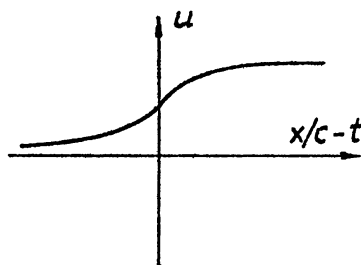
форма волны имеет вид, представленный на рис.3а; для быстрых волн, когда

$$c \left(1 - \frac{\theta_2}{\sigma_2} + \frac{\theta_1}{\sigma_1} \right) < v < c \left(1 - \frac{\theta_2}{\sigma_2} + \frac{2\theta_1}{\sigma_1} \right), \quad (38)$$

форма волны показана на рис.3б.



Р и с. 3а



Р и с. 3б

Ударные волны, движущиеся с наименьшей и наибольшей скоростями, имеют максимальные амплитуды. Для таких волн $|u_{max}| = 2\theta_1/\varepsilon\sigma_1$.

Кривизна фронта ударной волны определяется из соотношения $\Delta T \approx \beta/\alpha b_1$. Для быстрых волн это величина порядка σ_1^{-1} , для медленных ширина фронта уменьшается, обращаясь в нуль при $v = v_{min}$.

Используя результаты линейного анализа, можно выяснить необходимые условия устойчивости нелинейных волн. Рассмотрим вначале случай медленных волн. Предположим, далеко впереди фронта (при $x \rightarrow \infty$) возникает малое возмущение. Так как $u \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, допустимо линейное рассмотрение. Согласно его результатам, это возмущение при достаточно большой инверсии ($\theta_2 < \theta_1 \sigma_1^2 / 4\sigma_2^2$) экспоненциально растет внутри области, передний фронт которой движется со скоростью $v = c$, а задний - со скоростью $c(1 - \theta_1/\sigma_1 - \theta_2/\sigma_2)$ (см. (29)). Поскольку $v_4 < v_{min}$, через некоторое время экспоненциально растущее поле захватит область фронта ударной волны и сильно ее исказит. Отсюда следует, что медленные ударные волны неустойчивы по отношению к малым возмущениям, возникающим впереди их фронта.

Аналогично анализируется устойчивость быстрых ударных волн. В этом случае результаты линейного рассмотрения справедливы для возмущений позади фронта волны (см. рис. 36). Так как передний фронт неустойчивости движется со скоростью c , то он догонит фронт ударной волны, если ее скорость меньше c . Если же ударная волна имеет скорость $v > c$ (это возможно лишь при $\theta_2 < 2\theta_1 \sigma_1 / \sigma_2$), то фронты неустойчивости не достигают ударной волны и в этом смысле сверхзвуковые ударные волны устойчивы. Следует подчеркнуть, что подобный анализ устойчивости ударных волн можно применить к другим активным системам, например, к анализу уравнения Колмогорова - Пискунова: $u_t = u_{xx} + u - u^2$ /5/.

Оценки

В условиях атмосферы, когда $n_0 \approx 10^3 \text{ см}^{-3}$, $r \approx 10^{-3} \text{ см}$, $D \approx 0,2 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, $\rho^* \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $\rho_v \approx 10^{-5} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $\alpha \approx 2,4 \cdot 10^3 \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-1} \text{ с}^{-1} \text{ град}^{-1}$, $L/m_{H_2O} = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^2 \text{ с}^{-2}$, частота релаксации пара $\sigma_1 = 4\pi r D n \approx 2 \text{ Гц}$, максимальный инкремент неустойчивости

$\theta_1 \approx 0,1 \text{ с}^{-1}$, частота релаксации температуры $\sigma_2 \approx 1,7 \cdot 10^2 \text{ Гц}$, декремент затухания из-за теплопроводности $\theta_2 \approx 1 \text{ Гц}$. Отсюда сле-

дует, что принятые условия (24), (25) хорошо выполняются. Максимальная амплитуда ударной волны в этих условиях $\tilde{p}_{max}/p_0 = 2\theta_1/\epsilon\sigma_1 \approx \approx 0,1$, а характерная длительность фронта порядка σ_1^{-1} , т.е. около секунды. Время развития неустойчивости, определяющее время формирования ударной волны $\theta_1^{-1} = 10$ с. Приведенные оценки показывают, что в условиях сильной пересыщенности, например, в грозových облаках, а также в областях сильной инверсии температуры возможен эффективный механизм генерации инфразвуковых волн.

Л и т е р а т у р а

1. Немцов В.Е. Когерентный механизм генерации звука при конденсации пара // Препринт НИРФИ № 283. - Горький, 1989.
2. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. - М.: Наука, 1983. - 416 с.
3. Rong-Jue-Wei, Jun-ru-Wu. Absorption of sound in water fog.// JASA, 1981, V.70, N5, P. 1213-1220.
4. V.E.Fridman. Stationary waves in active birelaxating medium. In book: Nonlinear waves in active media. Proceeding European Mechanics Colloquim 241, Tallin,USSR, sep.27-30, 1988.
5. G.Dee, F.Langer. Propagation pattern selection. Phys.Rev.Lett. 1983, V.50, N6, P. 383-386.
6. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. Т.2. - Л.: Гидрометеиздат, 1978.- 319 с.

Дата поступления статьи
9 ноября 1989 г.

Борис Ефимович Немцов

ЗВУК В ПЕРЕСЫЩЕННОМ ПАРЕ

Подписано к печати 18.12.89 г. МЦ 00965 . Формат 60x84/16

Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 0,85 усл.п.л.

Заказ 5008 . Тираж 120. Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте НИРФИ