

Министерство высшего и среднего специального образования  
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени  
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

---

П р е п р и н т № 304

ГЕНЕРАЦИЯ БОКОВЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН  
ИМПУЛЬСНЫМ ЗВУКОВЫМ ИСТОЧНИКОМ,  
НАХОДЯЩИМСЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА  
ГАЗ - ТВЕРДОЕ ТЕЛО

А.В.Разин

Горький 1990

Р а з и н А. В.

ГЕНЕРАЦИЯ БОКОВЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ИМПУЛЬСНЫМ ЗВУКОВЫМ ИСТОЧНИКОМ, НАХОДЯЩИМСЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ГАЗ - ТВЕРДОЕ ТЕЛО//  
Препринт № 304. - Горький: НИРФИ, 1990. - 24 с.

УДК 534.24

Методом контурного интегрирования вычислено поле давления, создаваемое на границе однородный газ - однородное изотропное твердое тело источником, излучающим сферический акустический дельта-импульс и находящимся также на границе. Давление представлено в виде суммы двух групп членов. Члены первой группы пропорциональны отношению плотностей газа и твердого тела и выражаются через элементарные функции. Члены из второй группы пропорциональны квадрату отношения плотностей сред и выражены в виде однократных интегралов от действительных функций в конечных пределах.

Представлены результаты численных расчетов звукового давления при различных соотношениях между плотностями газа и твердого тела и скоростями акустической и упругих волн. Показано, что при отношении плотностей сред порядка 0,1 и меньше можно пренебречь интегральными членами и пользоваться аналитическим выражением для звукового поля.

Для решения ряда практических задач необходимо исследовать распространение сферических акустических импульсов в газе или жидкости над плоской поверхностью твердого тела на расстояния, значительно превышающие высоты расположения источника и приемника. Если скорость упругих волн в твердой среде больше, чем скорость звука в газе, то в этом случае имеет место полное внутреннее отражение звука, приводящее к появлению боковых волн. Наличие боковых волн, а также поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы газ - твердое тело, существенно изменяет форму и длительность принимаемого сигнала по сравнению с исходным импульсом. Эффекты полного внутреннего отражения наиболее значительны в предельном случае, когда источник и приемник звука находятся на границе раздела газ - твердое тело, поскольку при этом распространяющийся сигнал представляет собой сумму полей боковых и поверхностных волн. В литературе, посвященной отражению сферического импульса от границы газ - твердое тело /1-3/ этот важный случай не рассмотрен.

В настоящей работе методом контурного интегрирования /4/ вычислено поле давления, создаваемое на границе раздела однородный газ - однородное изотропное твердое тело источником, излучающим сферический акустический дельта-импульс и находящимся также на границе. Давление представлено в виде суммы двух групп членов. Члены из первой группы пропорциональны отношению плотностей газа и твердого тела и выражаются через элементарные функции. Члены из второй группы пропорциональны квадрату отношения плотностей сред и выражены в виде однократных интегралов от действи-

тельных функций в конечных пределах. Представлены результаты численных расчетов звукового давления при различных соотношениях между плотностями газа и твердого тела и скоростями акустической и упругих волн. Показано, что при отношении плотностей сред порядка 0,1 и меньше можно пренебречь интегральными членами и пользоваться аналитическим выражением для звукового поля.

Ранее метод контурного интегрирования /4/ использовался при рассмотрении отражения сферического дельта-импульса от границы газ - твердое тело в работах /5,6/, ряд результатов которых используется ниже.

Как и в /5,6/ введем цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$ , плоскость  $z = 0$  которой совпадает с границей раздела однородного газа с плотностью  $\rho_1$  и скоростью звука  $c_1$ , заполняющего полупространство  $z > 0$ , и однородного изотропного твердого тела, занимающего полупространство  $z < 0$  и характеризуемого плотностью  $\rho_2$  и скоростями продольной и поперечной волн соответственно  $c_l$  и  $c_t$ . Будем рассматривать случай, когда скорость звука в газе меньше скорости рэлеевской волны  $c_R$  на границе твердое тело - вакуум.

Источник звука, который в свободном пространстве на расстоянии  $R$  создает звуковое давление  $p = Q\delta(t - R/c_1)/4\pi R(t - \text{время}, \delta - \text{дельта-функция Дирака}, Q \text{ характеризует амплитуду импульса}), поместим на высоте } h \text{ над началом координат, а приемник - в точке } (r, z).$

Введем углы полного внутреннего отражения, соответствующего продольным и поперечным волнам:

$$\theta_{l,t} = \arcsin n_{l,t} = \arccos \alpha_{l,t},$$

где  $n_{l,t} = c_1/c_{l,t}$ ,  $\alpha_{l,t} = (1 - n_{l,t}^2)^{1/2}$ . Будем рассматривать такое взаимное расположение источника и приемника, что  $\delta = \arctg r/z, > \theta_t$ , где  $\delta$  - угол падения звукового луча, проходящего в приемник после отражения от поверхности твердого тела, и  $z_l = h + z$ . В этом случае поле отраженного импульса содержит предвестник  $P_n$ , распространяющийся со скоростью, большей чем скорость звука в газе. При  $c_R > c_1$  предвестник представляет собой сумму боковых волн, связанных с продольными и поперечными волнами в твердом теле, и вытекающую псевдо-рэлеевскую волну. Сигнал, проходящий со скоростью звука (будем

обозначать его  $\rho_3$ ), содержит сферическую отраженную волну и поверхностную волну Стоунли.

Пользуясь полученными в /5,6/ результатами выражения для  $\rho_3$  и  $\rho_n$  можно представить в следующем виде:

$$\rho_3 = \frac{Q \delta(t-R_1/c_1)}{4\pi R_1 G(z_1/R_1)} \left[ D_1\left(\frac{z_1}{R_1}\right) - D_4\left(\frac{z_1}{R_1}\right) \left(\alpha_L^2 - \frac{z_1^2}{R_1^2}\right)^{1/2} \left(\alpha_t^2 - \frac{z_1^2}{R_1^2}\right)^{1/2} \right] +$$

$$+ \frac{iQ c_1 H(t-R_1/c_1)}{8\pi^2 R_1^3} \oint_{L_\theta} \frac{V(\theta)(c_1 t - z_1 \theta)}{\varepsilon_1(\theta)} d\theta; \quad (1)$$

$$\rho_n = \rho_1 + \rho_2; \quad (2)$$

$$\rho_1 = \frac{Q}{2\pi^2 R_1} H\left(\frac{R_1}{c_1} - t\right) \left[ H(\alpha_L - q_{11}) \frac{\partial}{\partial t} \int_{\alpha_L}^{q_{11}} \frac{D_2(\theta) \sqrt{\alpha_L^2 - \theta^2}}{G(\theta) \varepsilon_1(\theta)} d\theta + \right.$$

$$\left. + H(\alpha_t - q_{11}) \frac{\partial}{\partial t} \int_{\alpha_t}^{q_{11}} \frac{D_3(\theta) \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2}}{G(\theta) \varepsilon_1(\theta)} d\theta \right]; \quad (3)$$

$$\rho_2 = \frac{Q}{2\pi^2 R_1} \left[ H(q_{11} - \alpha_t) H(\alpha_L - q_{11}) \frac{\partial}{\partial t} \int_{\alpha_L}^{q_{11}} \frac{D_4(\theta) \sqrt{\alpha_L^2 - \theta^2} \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2}}{G(\theta) \varepsilon_1(\theta)} d\theta \right.$$

$$\left. + H\left(\frac{R_1}{c_1} - t\right) H(\alpha_t - q_{11}) \frac{\partial}{\partial t} \int_{\alpha_L}^{\alpha_t} \frac{D_4(\theta) \sqrt{\alpha_L^2 - \theta^2} \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2}}{G(\theta) \varepsilon_1(\theta)} d\theta \right]. \quad (4)$$

В формулах (I)-(4) введены обозначения:

$$R_1 = (r^2 + z_1^2)^{1/2}, \quad \varepsilon_1(\theta) = [(\theta - q_{11})(\theta - q_{12})]^{1/2},$$

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \varepsilon_1(\theta) = \theta, \quad q_{1,2} = (c_1 t z_1 \pm r \sqrt{R_1^2 - c_1^2 t^2}) / R_1^2,$$

$$V(\theta) = S_{pm}(\theta)/s(\theta) = [D_1(\theta) + D_2(\theta)(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2} + D_3(\theta)(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2} + D_4(\theta)(\theta^2 - \alpha_l^2)^{1/2}(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2}] / G(\theta),$$

$$D_1(\theta) = \theta^4 W^2(\theta) - \varepsilon^4 n_t^{16} (\theta^2 - \alpha_l^2)^2,$$

$$D_2(\theta) = -2\varepsilon n_t^4 \tilde{W}(\theta) \theta (2\theta^2 - 2 + n_t^2)^2,$$

$$D_3(\theta) = 8\varepsilon n_t^4 \theta [\tilde{W}(\theta) + 2\varepsilon^2 n_t^8 (\theta^2 - \alpha_l^2)] (1 - \theta^2)(\theta^2 - \alpha_l^2),$$

$$D_4(\theta) = -16\varepsilon^2 n_t^8 (2\theta^2 - 2 + n_t^2)^2 \theta^2 (\theta^2 - \alpha_l^2) (1 - \theta^2),$$

$$S(\theta) = \theta R(\theta) + \varepsilon n_t^4 (\theta^2 - \alpha_l^2)^{1/2}, \quad \varepsilon = \rho_1 / \rho_2,$$

$$S_{pm}(\theta) = \theta R(\theta) - \varepsilon n_t^4 (\theta^2 - \alpha_l^2)^{1/2},$$

$$R(\theta) = (2\theta^2 - 2 + n_t^2)^2 + 4(1 - \theta^2)(\theta^2 - \alpha_l^2)^{1/2} (\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2},$$

$$\tilde{W}(\theta) = \theta^2 W(\theta) - \varepsilon^2 n_t^8 (\theta^2 - \alpha_l^2),$$

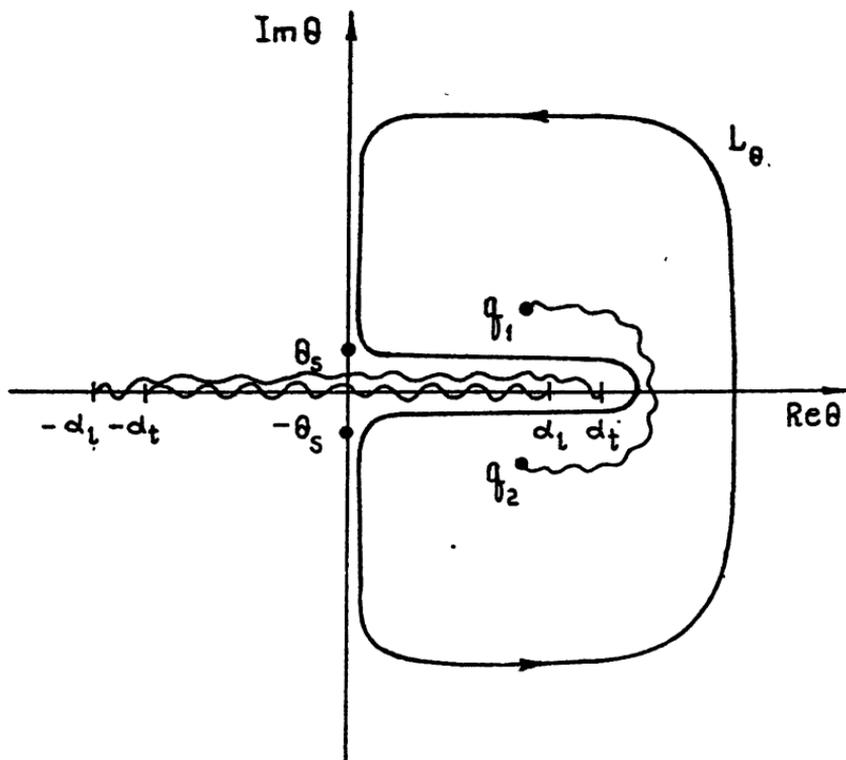
$$W(\theta) = (2\theta^2 - 2 + n_t^2)^4 - 16(1 - \theta^2)^2 (\theta^2 - \alpha_l^2) (\theta^2 - \alpha_t^2),$$

$$G(\theta) = \tilde{W}^2(\theta) - 64\varepsilon^2 n_t^8 \theta^2 (1 - \theta^2)^2 (\theta^2 - \alpha_l^2)^2 (\theta^2 - \alpha_t^2),$$

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} (\theta^2 - \alpha_{l,t}^2)^{1/2} = \theta,$$

$H(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau < 0 \end{cases}$ , - функция Хевисайда. Контур интегрирования  $L_\theta$  показан на рис. I.

Особыми точками подынтегрального выражения в (I) внутри контура  $L_\theta$  являются точки ветвления  $\theta = \alpha_{1,2}$  аналитической функции  $\varepsilon_1(\theta)$ . Точки ветвления  $\theta = \pm \alpha_l$ ,  $\theta = \pm \alpha_t$  аналитических функций  $(\theta^2 - \alpha_{l,t}^2)^{1/2}$  и определяемые из уравнения



Р и с. I

Контур интегрирования  $L_\theta$  и особые точки подынтегрального выражения (I) при  $t > R_1/c_1$ .  
Разрезы показаны волнистыми линиями

$S(\theta) = 0$  полюса  $\pm \theta_s = i(c_1^2/c_s^2 - 1)^{1/2}$  ( $c_s$  - скорость поверхностной волны Стоунли) лежат вне контура  $L_\theta$ . При  $\varepsilon \ll 1$  выражение для  $\theta_s$  можно записать в виде:

$$\theta_s = \frac{i\varepsilon n_t^4 \alpha_t}{4\alpha_t \alpha_t - (n_t^2 - 2)^2} \quad (5)$$

Когда источник и приемник звука находятся на границе раздела сред, т.е.  $z_1 = 0$ , выражение для  $p_j$  принимает вид:

$$p_j = -\frac{Q\delta(t-r/c_1)}{4\pi r} + p_s, \quad (6)$$

$$p_s = \frac{iQc_1^2 t H(t-r/c_1)}{8\pi^2 r^3} \oint_{L_\theta} \frac{V(\theta) d\theta}{(\theta^2 + \nu^2)^{3/2}}, \quad (7)$$

где  $\nu^2 = c_1^2 t^2 / r^2 - 1 > 0$ ,  $\lim_{\theta \rightarrow i\nu} (\theta^2 + \nu^2)^{1/2} = i|\theta|$ . Первый член в (6) повторяет по форме подающий сферический импульс, но имеет противоположную полярность.

Вычислим входящий в (7) интеграл. Для этого растянем контур  $L_\theta$  на бесконечность. При его деформации затрагиваются полюса  $\theta = \pm \theta_s$  и разрез  $(-\alpha_{t,t}, \alpha_{t,t})$ . Нетрудно видеть, что интегралы по берегам этих разрезов, а также интеграл по окружности бесконечно большого радиуса (для его вычисления необходимо перейти к пределу  $\theta \rightarrow \infty$  в подынтегральном выражении) равны нулю.

Вычислим вклад полюсов  $\theta = \pm \theta_s$ . Числитель функции  $V(\theta)$  одинаков в этих полюсах. Если  $|\theta_s| < \nu$ , или  $r < c_s t$ , то знаки корня  $\sqrt{\theta^2 + \nu^2}$  так же одинаковы при  $\theta = \theta_s$  и  $\theta = -\theta_s$ . Возникающая при вычислении вычета функция  $dG/d\theta = \theta \varphi(\theta)$ , где

$$\begin{aligned} \varphi(\theta) = & 2\tilde{W}(\theta) [128(n_t^2 - n_l^2)\theta^6 + 48(3n_t^4 - 6n_t^2 + 6n_l^2 - 2n_l^2 n_t^2)\theta^4 \\ & + 32(n_t^6 - 6n_t^4 + 6n_t^2 - 6n_l^2 + 4n_l^2 n_t^2)\theta^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2(n_t^8 - 8n_t^6 + 24n_t^4 - 16n_t^2 + 16n_l^2 - 16n_l^2 n_t^2 - \varepsilon^2 n_t^8)] - \\
& - 128\varepsilon^2 n_t^8 [6\theta^{10} - 5(2 + 2\alpha_l^2 + \alpha_t^2)\theta^8 + \\
& + 4(1 + 4\alpha_l^2 + \alpha_l^4 + 2\alpha_t^2 + 2\alpha_l^2 \alpha_t^2)\theta^6 - \\
& - 3(2\alpha_l^4 + 2\alpha_l^2 + \alpha_t^2 + \alpha_l^4 \alpha_t^2 + 4\alpha_l^2 \alpha_t^2)\theta^4 + \\
& + 2(\alpha_l^4 + 2\alpha_l^4 \alpha_t^2 + 2\alpha_l^2 \alpha_t^2)\theta^2 - \alpha_l^4 \alpha_t^2]. -
\end{aligned}$$

полином 14-ой степени, имеет разные знаки в рассматриваемых по-  
люсах, так что сумма вычетов при  $\theta = \theta_s$  и  $\theta = -\theta_s$  равна нулю.

Если  $|\theta_s| > |\gamma|$ , или  $r > c_s t$ , то знаки корня  $\sqrt{\theta^2 + \gamma^2}$   
в полюсах  $\theta = \pm \theta_s$  противоположны, и сумма вычетов отлична от  
нуля:

$$p_s = \frac{Q c_s^2 t H(t-r/c_s) H(r/c_s-t) V_1(\theta_s)}{2\pi r^3 (\theta_s^2 + \gamma^2)^{3/2} \theta_s \varphi(\theta_s)}; \quad (8)$$

где  $V_1(\theta) = V(\theta) G(\theta)$ . Величина  $p_s$  описывает давление в  
поверхностной волне Стонели.

Описываемый формулой (8) сигнал имеет вид короткого импуль-  
са, поскольку скорость волны Стонели на границе газ - твердое тело  
близка к скорости звука в газе /7/. Анализ выражения (8) показы-  
вает, что давление имеет особенность вида  $p_s \sim (r^2 - c_s^2 t^2)^{-3/2}$ .

Перейдем к вычислению давления в предвестнике при  $z_1 = 0$ . Рас-  
смотрим первый из входящих в  $P_1$  интегралов, который запишем в ви-  
де:

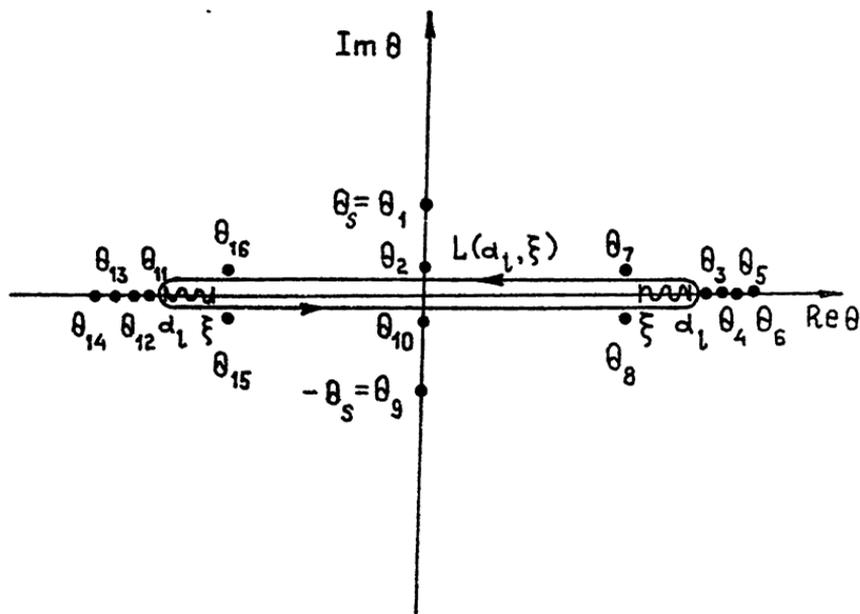
$$I_1 = \int_{\alpha_l}^{\xi} \frac{D_2(\theta) \sqrt{\alpha_l^2 - \theta^2}}{G(\theta) \sqrt{\theta^2 - \xi^2}} d\theta,$$

где  $\xi^2 = 1 - c_1^2 t^2 / r^2 > 0$ ;  $\lim_{\theta \rightarrow \infty} \sqrt{\theta^2 - \xi^2} = \theta$ . Можно показать/8/.

что  $I_1 = (-i/4)\Omega$ , где

$$\Omega = \oint_{L(\alpha_1, \xi)} \frac{D_2(\theta) \sqrt{\theta^2 - \alpha_1^2} d\theta}{G(\theta) \sqrt{\theta^2 - \xi^2}}$$

и контур интегрирования  $L(\alpha_1, \xi)$  охватывает разрезы  $(-\alpha_1, -\xi)$ ,  $(\xi, \alpha_1)$  (рис.2).



Р и с . 2

Контур интегрирования  $L(\alpha_1, \xi)$  и нули функции  $G(\theta)$ .  
 Соотношение величин  $\xi$  и  $\theta_R$  соответствует случаю  
 $t < r/c_R$

При вычислении производной  $\partial Q/\partial t$  можно проводить дифференцирование под знаком интеграла, так что

$$\frac{\partial}{\partial t} I_1 = \frac{i c_1^2 t}{4 r^2} I_2, \quad I_2 = \oint_{L(\alpha_1, \xi)} \frac{D_2(\theta) \sqrt{\theta^2 - \alpha_1^2} d\theta}{G(\theta) (\theta^2 - \xi^2)^{3/2}}.$$

Вычислить интеграл  $I_2$  можно путем растягивания контура  $L(\alpha_1, \xi)$  на бесконечность. Интеграл по окружности бесконечно большого радиуса равен нулю, поэтому значение  $I_2$  пропорционально сумме вычетов в шестнадцати полюсах, являющихся нулями функции  $G(\theta)$ .

Рассмотрим корни уравнения  $G(\theta) = 0$ . Для определенности и положим  $n = c_t/c_l = 1/\sqrt{3}$ . Представим функцию  $G$  в виде:

$$G(\theta) = S(\theta) S_{pm}(\theta) S_{mp}(\theta) S_{mm}(\theta), \quad \text{где}$$

$$S_{mp}(\theta) = \theta R_m(\theta) + \varepsilon n^4 (\theta^2 - \alpha_1^2)^{1/2},$$

$$S_{mm}(\theta) = \theta R_m(\theta) - \varepsilon n^4 (\theta^2 - \alpha_1^2)^{1/2},$$

$$R_m(\theta) = (2\theta^2 - 2 + n_t^2) - 4(1 - \theta^2)(\theta^2 - \alpha_1^2)^{1/2}(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2}.$$

Уравнение  $S(\theta) = 0$  имеет два корня  $\theta = \pm \theta_s$ , которые в дальнейшем будем обозначать так же  $\theta_s = \theta_1, -\theta_s = \theta_9$ .

Решения уравнения  $S_{pm}(\theta) = 0$  при  $\varepsilon \ll 1$  получим путем вычисления поправок к рэлеевским корням  $\pm \theta_R = (1 - c_1^2/c_R^2)^{1/2}$  уравнения  $R(\theta) = 0$ :

$$\theta_{7,15} = \pm(\theta_R - i\varepsilon\tau_R), \quad \theta_{8,16} = \pm(\theta_R + i\varepsilon\tau_R), \quad (9)$$

где

$$\tau_R = \frac{n_t^2 x^3 \sqrt{n_t^2 - x^2 n_l^2}}{(x^2 - n_t^2)(2 - x^2) \left[ 8 - (2 - x^2) \left( 2 + \frac{n_t^2}{n_t^2 - x^2 n_l^2} + \frac{1}{1 - x^2} \right) \right]} < 0, \quad x = \frac{c_R}{c_t}. \quad (I0)$$

Корни уравнений  $S_{mp}(\theta) = 0$ ,  $S_{mm}(\theta) = 0$  при  $\varepsilon \ll 1$  найдем путем вычисления поправок к решениям уравнения  $R_m(\theta) = 0$ , которое приводится к виду

$$(2 - y)^2 - 4 \sqrt{n^2 y - 1} \sqrt{y - 1} = 0. \quad (II)$$

Уравнение (II) при  $n = 1/\sqrt{3}$  имеет корни  $y_1 = 2 + 2/\sqrt{3}$ ,  $y_2 = 4/9$ . Нули функции  $R_m(\theta)$  связаны с  $y_{1,2}$  посредством формул

$$\theta_{y_1}^2 = 1 - n_t^2 / y_1, \quad \theta_{y_2}^2 = 1 - n_t^2 / y_2. \quad (I2)$$

Нули функции  $S_{mp}(\theta)$  даются выражениями

$$\theta_{4,12} = \pm (\theta_{y_1} + \varepsilon \tau_1), \quad \theta_{5,13} = \pm (\theta_{y_2} + \varepsilon \tau_2), \quad (I3)$$

а нули функции  $S_{mm}(\theta)$  - выражениями

$$\theta_{3,11} = \pm (\theta_{y_1} - \varepsilon \tau_1), \quad \theta_{6,14} = \pm (\theta_{y_2} - \varepsilon \tau_2), \quad (I4)$$

где

$$\tau_{1,2} = \frac{n_t^2 y_{1,2}^{3/2} \sqrt{y_{1,2} n_l^2 - n_t^2}}{(y_{1,2} - n_t^2)(2 - y_{1,2}) \left[ 8 - (2 - y_{1,2}) \left( 2 + \frac{n_t^2}{n_t^2 - y_{1,2} n_l^2} + \frac{1}{1 - y_{1,2}} \right) \right]} \quad (I5)$$

причем  $\tau_1 > 0$ ,  $\tau_2 < 0$ ,  $|\tau_1| < |\tau_2|$ .

Кроме того, анализ уравнения  $S_{mm}(\theta) = 0$  показывает, что оно имеет еще два корня, которые при  $\varepsilon \ll 1$  описываются формулой:

$$\theta_{2,10} = \pm \frac{i\varepsilon n_t^4 \alpha_l}{4\alpha_l \alpha_t + (n_t^2 - 2)^2} \quad (16)$$

Нули функции  $G(\theta)$  при  $n = 1/\sqrt{3}$  представлены на рисунке 2.

При вычислении вычетов в полюсах  $\theta_{7,8}$  необходимо учесть, что при  $\xi > \theta_R$ , или  $r > c_R t$ , знаки корня  $\sqrt{\xi^2 - \theta_R^2}$  одинаковы при  $\theta = \theta_7$  и  $\theta = \theta_8$ . Если  $\xi < \theta_R$ , или  $r < c_R t$ , то знаки этого корня в рассматриваемых полюсах противоположны. Сказанное справедливо также для пары полюсов  $\theta = \theta_{15,16}$ .

Таким образом, значение интеграла  $I_2$  дается выражением:

$$I_2 = -4\pi i \sum_{m=1}^6 \frac{D_2(\theta_m) \sqrt{\theta_m^2 - \alpha_l^2}}{\theta_m f(\theta_m) (\theta_m^2 - \xi^2)^{3/2}} +$$

$$+ 4\pi i \left[ \frac{D_2(\theta_7) \sqrt{\alpha_l^2 - \theta_7^2}}{\theta_7 f(\theta_7) (\xi^2 - \theta_7^2)^{3/2}} + \text{к.с.} \right] H\left(\frac{r}{c_R} - t\right) +$$

$$+ 4\pi \left[ \frac{D_2(\theta_7) \sqrt{\alpha_l^2 - \theta_7^2}}{\theta_7 f(\theta_7) (\theta_7^2 - \xi^2)^{3/2}} - \text{к.с.} \right] H\left(t - \frac{r}{c_R}\right).$$
(17)

Второй интеграл в (3) вычисляется аналогично. В результате для давления  $p_1$  имеем:

$$p_1 = p_{1l} + p_{1t}, \quad (18)$$

$$p_{1l} = \frac{Q c_1^2 t}{2\pi r^3} H\left(\frac{r}{c_1} - t\right) H\left(t - \frac{r}{c_l}\right) \left\{ \sum_{m=1}^6 \frac{D_2(\theta_m) \sqrt{\theta_m^2 - \alpha_l^2}}{\theta_m f(\theta_m) (\theta_m^2 - \xi^2)^{3/2}} - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[ \frac{D_2(\theta_7) \sqrt{\alpha_l^2 - \theta_7^2}}{\theta_7 f(\theta_7) (\xi^2 - \theta_7^2)^{3/2}} + \text{K.C.} \right] H\left(\frac{r}{c_R} - t\right) + \\
 & + i \left[ \frac{D_2(\theta_7) \sqrt{\alpha_l^2 - \theta_7^2}}{\theta_7 f(\theta_7) (\theta_7^2 - \xi^2)^{3/2}} - \text{K.C.} \right] H\left(t - \frac{r}{c_R}\right) \Bigg\}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{1t} = & \frac{Q c_1^2 t}{2\pi r^3} H\left(\frac{r}{c_1} - t\right) H\left(t - \frac{r}{c_t}\right) \left\{ \sum_{m=1}^6 \frac{D_3(\theta_m) \sqrt{\theta_m^2 - \alpha_t^2}}{\theta_m f(\theta_m) (\theta_m^2 - \xi^2)^{3/2}} - \right. \\
 & - \left[ \frac{D_3(\theta_7) \sqrt{\alpha_t^2 - \theta_7^2}}{\theta_7 f(\theta_7) (\xi^2 - \theta_7^2)^{3/2}} + \text{K.C.} \right] H\left(\frac{r}{c_R} - t\right) + \\
 & \left. + i \left[ \frac{D_3(\theta_7) \sqrt{\alpha_t^2 - \theta_7^2}}{\theta_7 f(\theta_7) (\theta_7^2 - \xi^2)^{3/2}} - \text{K.C.} \right] H\left(t - \frac{r}{c_R}\right) \right\}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Давление  $p_2$  при  $z_1 = 0$  дается выражением

$$\begin{aligned}
 p_2 = & - \frac{Q c_1^2 t}{2\pi^2 r^3} \left\{ H\left(\frac{r}{c_t} - t\right) H\left(t - \frac{r}{c_l}\right) \int_{\alpha_l}^{\xi} \frac{1}{\sqrt{\theta^2 - \xi^2}} \times \right. \\
 & \times \frac{d}{d\theta} \left[ \frac{D_4(\theta)}{\theta G(\theta)} (\alpha_l^2 - \theta^2)^{1/2} (\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2} \right] d\theta + \\
 & \left. + H\left(\frac{r}{c_1} - t\right) H\left(t - \frac{r}{c_t}\right) \int_{\alpha_l}^{\alpha_t} \frac{D_4(\theta) (\alpha_l^2 - \theta^2)^{1/2} (\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2} d\theta}{G(\theta) (\theta^2 - \xi^2)^{3/2}} \right\}. \quad (21)
 \end{aligned}$$

Взять входящие в (21) интегралы аналитически не представляется возможным, однако их нетрудно вычислить с помощью ЭВМ.

Проанализируем полученные результаты. Из (6) следует, что падающий и отраженный сферические импульсы компенсируют друг друга, поэтому распространяющийся вдоль границы сигнал является суммой полей поверхностной волны Стонели, боковых волн и вытекающей псевдорэлеевской волны. На расстоянии  $r$  от источника отклик на сферический дельта-импульс имеет длительность  $T = r (1/C_s - 1/C_l)$ .

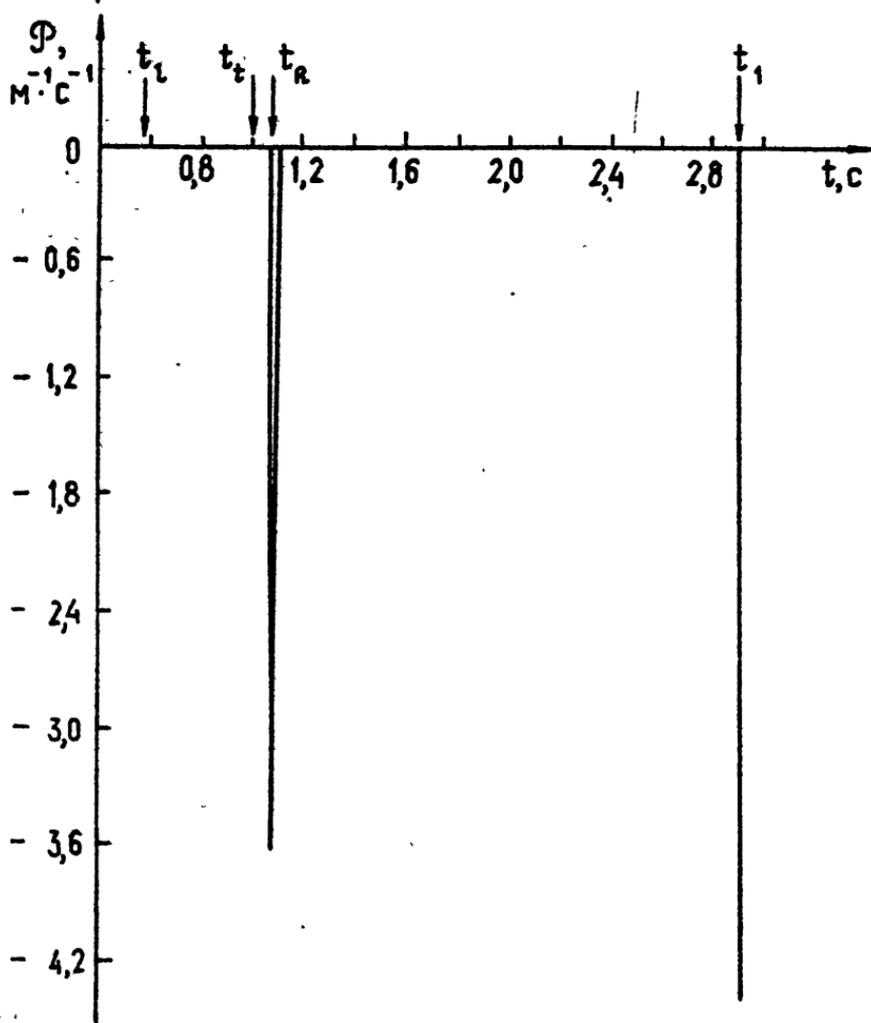
Для проведения расчетов по формулам (8), (18)-(21) была разработана программа для ЭВМ БЭСМ-6. Правильность выполнения вычислений контролировалась следующим образом. Величину  $P_{1l}$  можно вычислить аналитически на фронте боковой волны, связанной с продольной волной в твердом теле, т.е. при  $t = r/C_l$ , а величину  $P_{1t}$  — на фронте боковой волны, связанной с поперечной волной в твердом теле, когда  $t = r/C_t$ . Пользуясь результатами работ [5,6] при  $z_1 = 0$  имеем:

$$P_{1l} \Big|_{t=r/c_l} = \frac{Q \varepsilon n_t^4 n_l c_l}{2\pi r^2 (n_t^2 - 2n_l^2)^2 d_t^2}, \quad (22)$$

$$P_{1t} \Big|_{t=r/c_t} = \frac{2Q\varepsilon(n_t^2 - n_l^2)c_t \left[ 1 + \varepsilon^2(d_t^2 - d_l^2)/d_t^2 \right]}{\pi r^2 d_t^2 \left[ 1 - \varepsilon^2(d_t^2 - d_l^2)/d_t^2 \right]^2}. \quad (23)$$

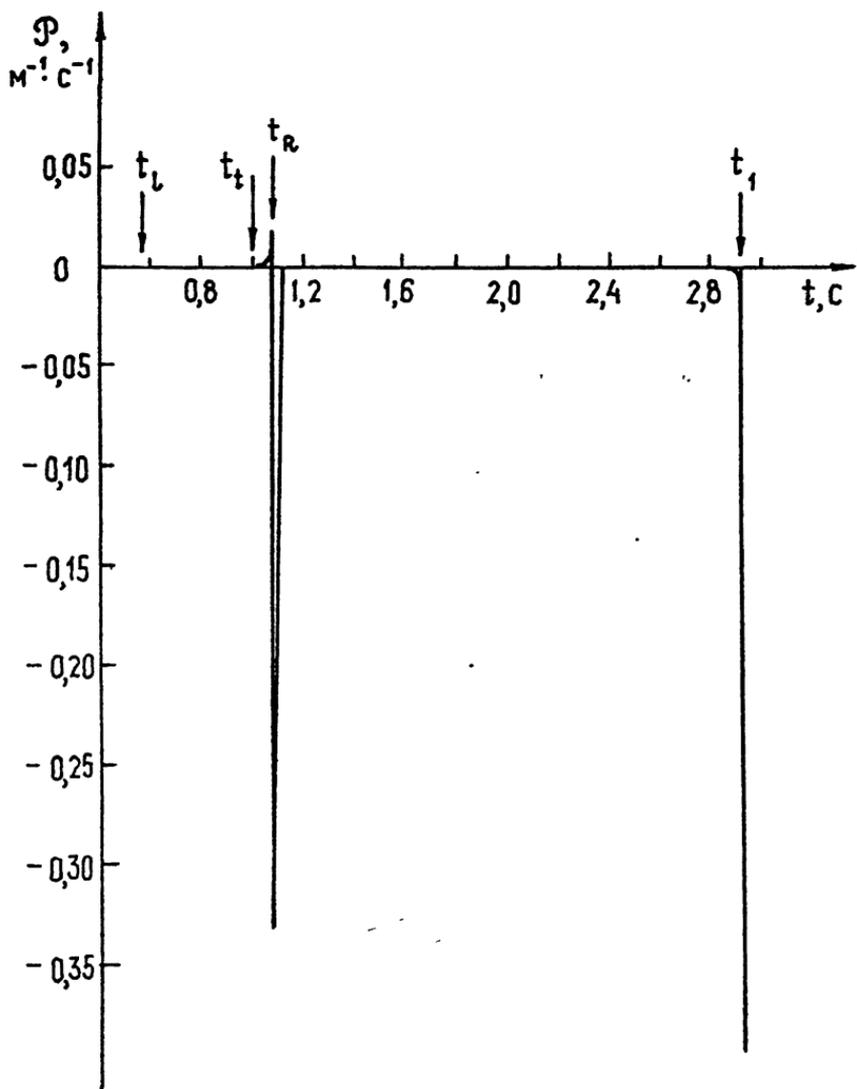
Значения давлений  $P_{1l}$  и  $P_{1t}$ , вычисленные по формулам (19), (20) соответственно при  $t = r/C_l$  и  $t = r/C_t$  совпадают с результатами расчетов по формулам (22), (23). Следовательно, определяемые нулями функции  $G(\theta)$  полюса и сумма вычетов в них вычисляются правильно.

Результаты расчетов величины  $P = p / \varepsilon Q$  при скорости звука в газе  $C_l = 340$  м/с, скоростях упругих волн в твердом теле  $C_t = 1000$  м/с,  $C_l = \sqrt{3} C_t \approx 1732$  м/с и расстоянии  $r = 1000$  м для различных значений  $\varepsilon$  приведены на рис.3-7. Сигнал максимальной амплитуды приходит в точку наблюдения приблизительно со скоростью звука. Он представляет собой сумму давлений на задних фронтах боковых волн и в волне Стонели. Давление в вытекающей волне и на

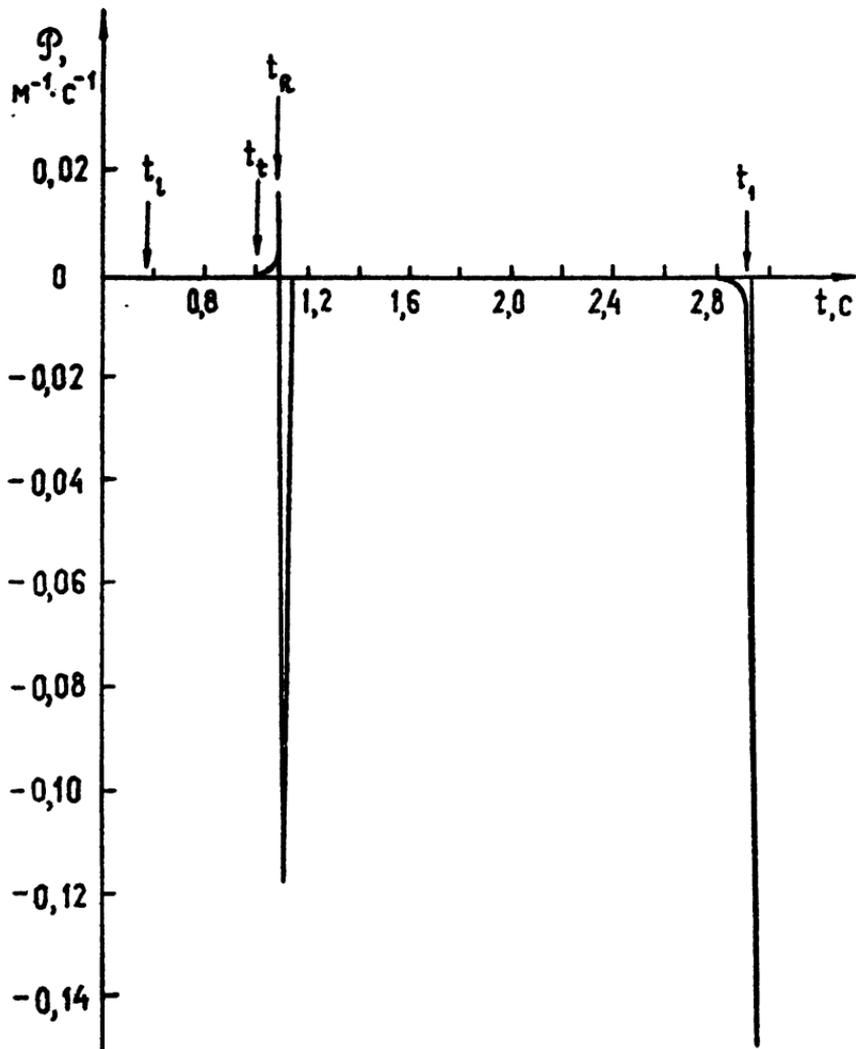


Р и с. 3

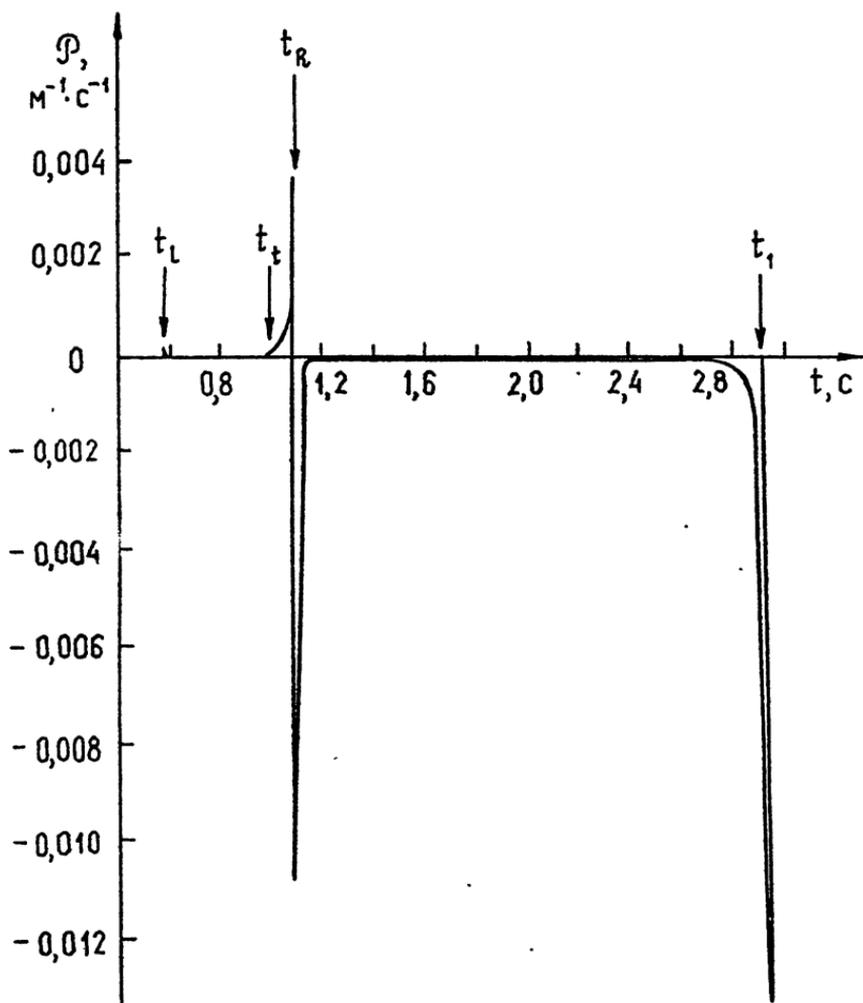
Зависимость величины  $\mathcal{P}$  от времени при  $\epsilon = 10^{-3}$ .  
 Стрелками показаны времена прихода различных типов  
 волн:  $t_l = r/c_l$ ,  $t_t = r/c_t$ ,  $t_R = r/c_R$ ,  $t_1 = r/c_1$ .



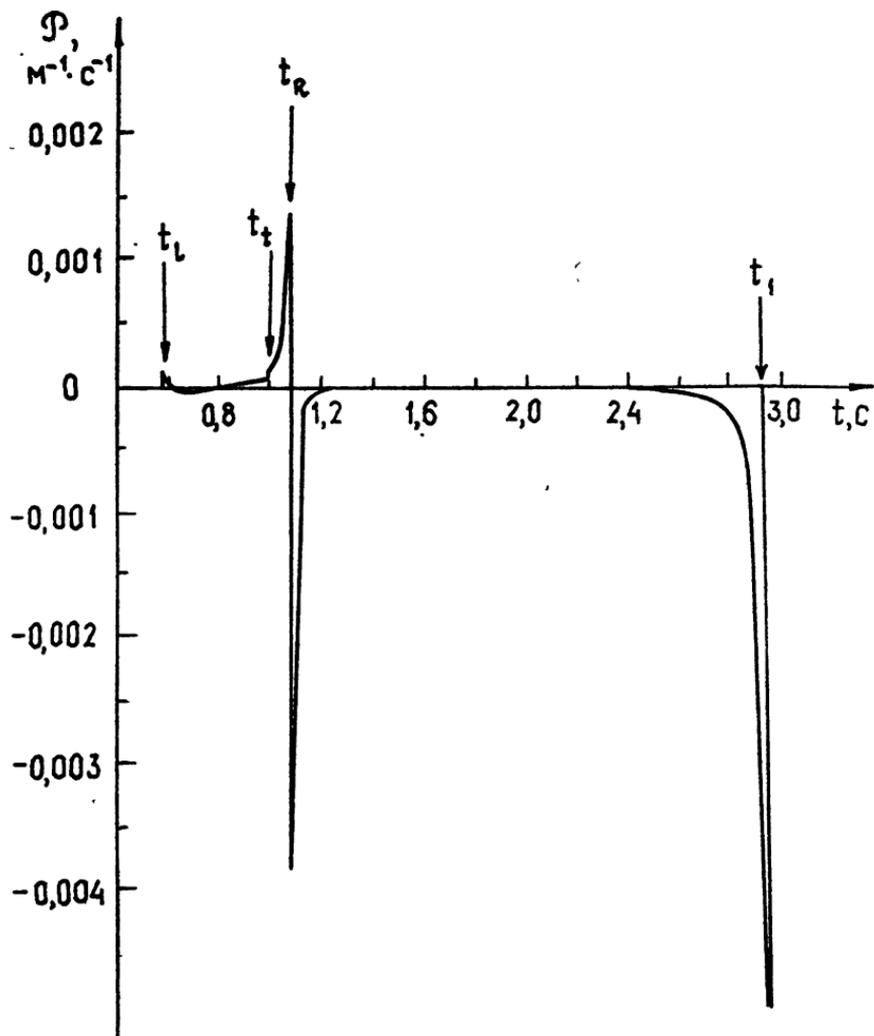
Р и с . 4      Зависимость величины  $P$  от времени при  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-3}$



Р и с. 5 Зависимость величины  $\mathcal{P}$  от времени при  $\varepsilon = 0,01$



Р и с. 6      Зависимость величины  $\mathcal{P}$  от времени при  $\varepsilon = 0,05$



Р и с. 7. Зависимость величины  $\mathcal{P}$  от времени при  $\varepsilon = 0,1$

переднем фронте боковой волны, связанной с продольной волной в твердом теле, оказывается существенно меньшим. Так, при характерном отношении плотностей газа и твердого тела  $\varepsilon \sim 10^{-4} \cdot 10^{-3}$  давление при  $t \approx r/c_R$  и при  $t = r/c_L$  соответственно на шесть-семь и на десять - одиннадцать порядков меньше, чем при  $t \approx r/c_1$ . Таким образом, экспериментальное обнаружение предвестника является затруднительным. Этот вывод согласуется с приведенными в работе /10/ экспериментальными данными о распространении звуковых импульсов вдоль земной поверхности.

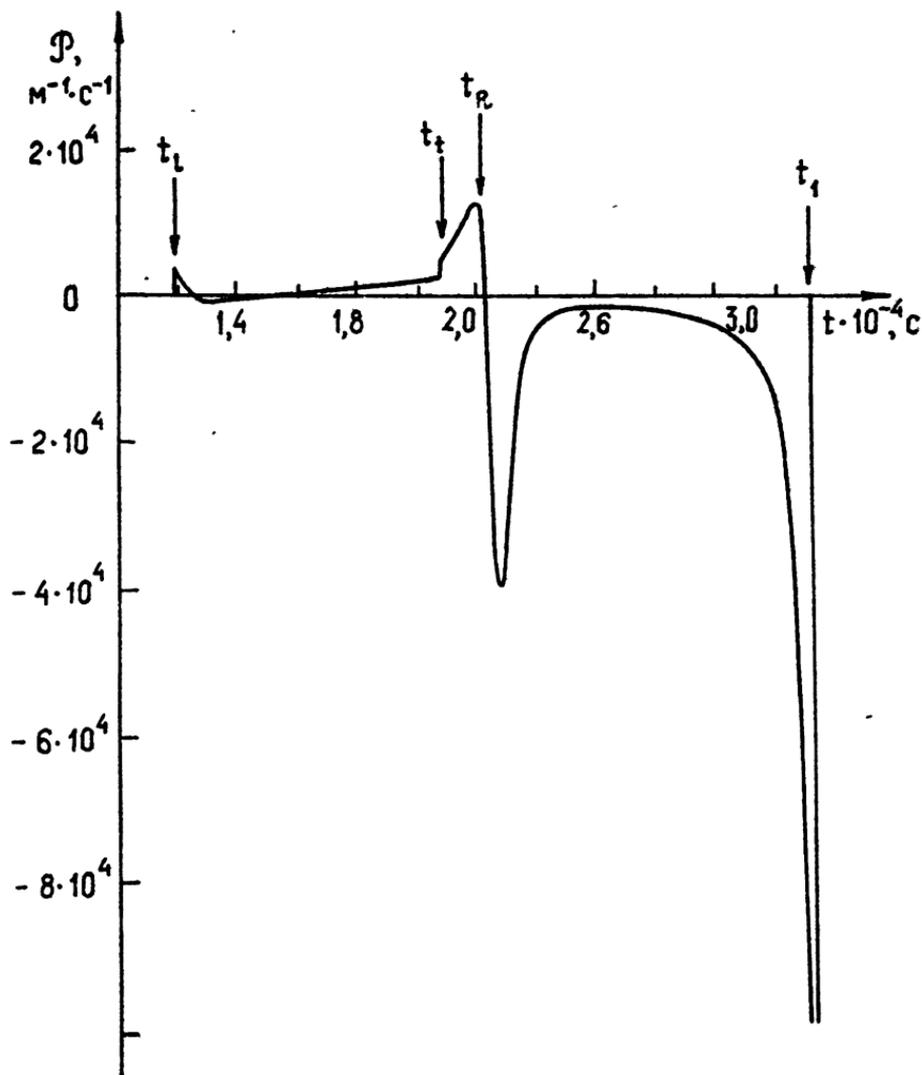
При увеличении отношения плотностей сред звуковые импульсы, соответствующие вытекающей псевдорелевской волне, становятся более длинными, а фронты их - менее крутыми. С увеличением  $\varepsilon$  возрастает давление в момент первого вступления сигнала, т.е. при  $t = r/c_L$ .

Проведенные расчеты показали, что при отношении плотностей сред  $\varepsilon \lesssim 0,1$  можно пренебрегать интегральными членами (21) в формуле, описывающей давление в предвестнике, и пользоваться для его вычисления аналитическими выражениями (18)-(20). Возникающая при этом ошибка составляет менее одного процента.

На рис.8 приведены результаты расчетов величины  $\mathcal{P} = \rho/\varepsilon Q$  для случая распространения импульса вдоль границы раздела вода - цинк ( $C_1 = 1500$  м/с,  $C_L = 4170$  м/с,  $C_t = 2410$  м/с,  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 7150$  кг/м<sup>3</sup>,  $\varepsilon \approx 0,14$ ). Для указанного значения  $\varepsilon$  уравнение  $\hat{G}(\theta) = 0$  решалось численно.

Экспериментальная проверка этих результатов может быть проведена в лабораторных условиях.

В заключение отметим, что при  $n < 0,5566$  решения уравнения (11) являются комплексно-сопряженными:  $y_1 = y_2^*$  /11/. При этом нули функций  $S_{mp}(\theta)$  и  $S_{mm}(\theta)$  становятся комплексными, и выводить формулы (19), (20) необходимо с учетом этого обстоятельства. Соответствующие вычисления будут проведены в следующей статье.



Р. и с. 8      Зависимость величины  $P$  от времени для границы раздела вода - цинк.  
 Источник и приемник разнесены на расстояние  $r = 0,5 \text{ м}$

## Литература

1. Иванов И.Д. Об отражении сферического импульса от границы раздела жидкой и твердой сред.//Акуст.журн. - 1975. - Т.21, № 3. - С.415-420.
2. Иванов И.Д. Отражение единичного сферического импульса от границы раздела жидкой и твердой сред.//Акуст.журн. - 1975, Т.21, № 4. - С.551-558.
3. De Hoop А.Т., van der Hijden J.Н.М.Т. Generation of acoustic waves by an impulsive point source in a fluid/solid configuration with a plane boundary.//J.Acoust.Soc.Amer. 1984. V.75. N 6. P.1709-1715.
4. Курин В.В., Немцов Б.Е., Эйрман В.Я. Предвестник и боковые волны при отражении импульсов от границы раздела двух сред. //УФН. - 1985. - Т.147. - Вып.1. - С.157-180.
5. Разин А.В. Возбуждение сейсмоакустических волн импульсными поверхностными источниками.//Препринт № 274. - Горький: НИРФИ, 1989. - 69 с.
6. Разин А.В. Об отражении сферического акустического дельта-импульса от границы раздела газ - твердое тело.//Акуст.журн. - 1990. - Т.36, № 2.
7. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973.- - 343 с.
8. Немцов Б.Е., Разин А.В. Излучение звука источником массы, пересекающим границу раздела сред.//Препринт № 221. - Горький : НИРФИ, 1986. - 37 с.
9. Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F. Elastic waves in layered media. New York: McGraw-Hill, 1957. 380 P.
10. Gupta I.N., Hartenberger R.A. Seismic phases and scaling associated with small high-explosive surface shots.//Bull. Seismol.Soc.Amer. 1981. V.71. N 6. P.1731-1741.

II. Огурцов К.И., Бутова А.В. Об интенсивностях прямых продольных и поперечных волн, распространяющихся по границе полупространства. // Изв. АН СССР. Сер. Геофиз., 1956. - № 2. - С. 157-164.

Дата поступления  
статьи

23 февраля 1990 года

Разин Андрей Владимирович

ГЕНЕРАЦИЯ БОКОВЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН  
ИМПУЛЬСНЫМ ЗВУКОВЫМ ИСТОЧНИКОМ,  
НАХОДЯЩИМСЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА  
ГАЗ - ТВЕРДОЕ ТЕЛО

---

Подписано в печать 12.03.90 г. МЦ 01380 . Формат 60 x 84 / 16.  
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 1,45 усл. п. л.  
Заказ 5037. Тираж 120. Бесплатно

---

Отпечатано на ротатрипе НИРФИ