

Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 313

ТЕОРИЯ ОТРАЖЕНИЯ ВЗРЫВНЫХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ
ОТ ВЕРХНЕЙ СТРАТОСФЕРЫ
И ФОРМИРОВАНИЯ ОБЛАСТЕЙ АНОМАЛЬНОЙ СЛЫШИМОСТИ

Д.В.Петухов

Горький 1990

Петухов Д. В.

**ТЕОРИЯ ОТРАЖЕНИЯ ВЗРЫВНЫХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ ОТ ВЕРХНЕЙ
СТРАТОСФЕРЫ И ФОРМИРОВАНИЯ ОБЛАСТЕЙ АНОМАЛЬНОЙ СЛЫШИМОСТИ**
//Препринт № 313. - Горький: НИРФИ, 1990. - 24 с.

УДК 534.2:551.596.1.

Исследовано влияние эффектов нелинейной рефракции и линейной дифракции на отражение возбуждаемых приземными источниками взрывных волн давления от верхней стратосферы, где скорость звука меньше соответствующего значения вблизи поверхности Земли. Показано, что лишь проявлением дифракционных эффектов возможно объяснить наблюдающееся на практике частичное отражение взрывных волн от верхней стратосферы, в результате которого на определенных расстояниях между корреспондирующими точками формируются области аномальной слышимости.

Подписано в печать 18.10.90 г. Формат 60x84/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 1,45 усл.п.л.
Заказ 5117. Тираж 120. Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте НИРФИ

Как известно (см./1-3/), при распространении звука от мощных (взрывных) наземных источников наблюдается явление аномальной слышимости, характеризующееся тем, что на значительных расстояниях между корреспондирующими точками регистрируются взрывные волны давления, отраженные, как утверждается в /3/, в основном от различных областей увеличения скорости звука $C(Z)$ с высотой Z . Поскольку в атмосфере постоянно присутствуют две области увеличения скорости звука, а именно: в стратосфере ($Z = 20-55$ км) и в термосфере ($Z > 90$ км) /4/, то полное отражение может наблюдаться для волн, распространяющихся вдоль лучей, углы скольжения которых χ_0 при выходе из источника удовлетворяют неравенству (см./3-5/)

$$\chi_0 \geq \chi_m = \sqrt{2} \left[\left| \frac{C(Z_m) - C(Z_s)}{C(Z_m)} \right| \right]^{1/2}, \quad (1)$$

следующему при $\chi_0 \ll 1$ из определения точки поворота луча /5; 6/; здесь Z_s - высота источника, Z_m - высота характерной границы; для стратосферы $Z_m \approx 55$ км /3; 4/ и термосферы $Z_m \approx 140$ км /4; 7/. Поскольку в термосфере всегда $C(Z_m) > C(Z_s)$, то для приземных взрывов ($Z_s \rightarrow 0$) всегда существуют сигналы, испытавшие полное отражение /7/, а следовательно, и соответствующие области аномальной слышимости. В стратосфере ситуация несколько разнообразнее, поскольку возможны оба случая: $C(Z_m) > C(Z_s)$ и $C(Z_m) < C(Z_s)$ (см./4/), однако независимо от этого при $Z_s \rightarrow 0$ всегда присутствуют дополнительные области аномальной слышимости (см./3/), расположенные ближе к источнику по сравнению с соответствующими областями, обусловленными отражением волн от термосферы /1-3; 8; 9/. Следует отметить также еще одно важное обстоятельство, заключающееся в том, что при $C(Z_m) < C(Z_s)$

дополнительные области аномальной слышимости существуют и в направлениях, не совпадающих с преобладающим направлением ветра /I; 2; 8; 9/, поэтому учет последнего не является принципиальным для объяснения обсуждаемого явления.

В настоящее время предложено два принципиально различных объяснения возникновения наблюдающихся при $C(z_m) < C(z_s)$ дополнительных областей аномальной слышимости: во-первых, из-за частичного отражения волн от верхней стратосферы, при котором звуковое поле формируется вытекающими модами (квази модами /6/) соответствующего стратосферного волновода /3; 10/, во-вторых, из-за нелинейной рефракции взрывных волн, распространяющихся вдоль соответствующих лучей, которая всегда проявляется при распространении мощных акустических сигналов /II; 12/.

Цель данной работы состоит в проведении исследований влияния нелинейной рефракции, последовательных и корректных, в отличие от /II; 12/, и дифракционных эффектов с использованием, в отличие от /3; 10/, представления поля в виде многократного рассеяния, на отражение возбуждаемых приземными источниками взрывных волн давления от верхней стратосферы, где значение скорости звука $C(z_m)$ меньше соответствующего значения $C(z_s)$ вблизи поверхности Земли; т.е. в конечном счете - в однозначном объяснении механизма формирования дополнительных областей аномальной слышимости.

Рассмотрение начнем с напоминания простых соотношений линейной геометрической акустики, необходимых для дальнейшего сравнительного анализа. Как известно /6/, уравнение для траектории луча $r(z, \chi_0)$ находится из закона Снеллиуса для стратифицированной среды $\cos \chi / C(z) = \cos \chi_0 / C(z_s)$, где χ - угол скольжения в точке с координатами z, r , (z - высота, r - горизонтальное расстояние), используя который в очевидном соотношении $dr/dz = 1/\tan \chi$, следующем из простых геометрических построений, находим (см./6/)

$$r(z, \chi_0) = \int_{z_s}^z \frac{\cos \chi_0 / n(z)}{\sqrt{1 - \cos^2 \chi_0 / n^2(z)}} dz, \quad (2)$$

где $n(z) = C(z_s)/C(z)$ - показатель преломления среды для акустических волн. Высота точки поворота луча $z = z_n$ находится из

равенства $\sin \chi = \sqrt{1 - \cos^2 \chi_0 / n^2(z)} = 0$, из которого следует простое соотношение (см./6/):

$$\cos \chi_0 = n(z_n). \quad (3)$$

Из (3) видно, что при $C(z_m) < C(z_s)$ величина $n(z) > 1$ и полное отражение волн от верхней стратосферы отсутствует. Учет теперь влияния нелинейных эффектов на распространение взрывной волны в атмосфере, которое сказывается не только на нелинейном искажении формы ее профиля (см./13; 14/), но и на изменении траектории соответствующего луча /15/. В этом случае закон Снеллиуса запишется в следующем виде /15/:

$$\frac{\cos \chi}{u(z)} = \frac{\cos \chi_0}{u(z_s)}, \quad (4)$$

где $u(z)$ - скорость распространения ударной волны, которая для слабых взрывных волн с точностью до второго порядка малости находится из простого соотношения /13-15/

$$u(z) = C(z) + j_0 \alpha(z) v(z). \quad (5)$$

В (5) $\alpha = \frac{\gamma+1}{2}$ - параметр нелинейности среды, выражающийся через показатель адиабаты воздуха γ , $j_0 = 1/2$ для ударного фронта /13-15/ и $j_0 = 1$ для области волны непосредственно за ее фронтом, $v(z)$ - соответствующая скорость частиц среды в волне. Из (4), (5) нетрудно получить аналогичное (2) уравнение для траектории лучей с учетом влияния нелинейных эффектов

$$r(z, \chi_0) = \int_{z_s}^z \frac{\cos \chi_0 / N(z)}{\sqrt{1 - \cos^2 \chi_0 / N^2(z)}}, \quad (6)$$

где $N(z) = n(z) [1 + j_0 \alpha(z_s) M(z_s)] / [1 + j_0 \alpha(z) M(z)]$, $M(z) = v(z) / C(z)$. Поскольку здесь рассматриваются слабые взрывные волны, то $N(z) \approx n(z) \{1 + j_0 [\alpha_s M_s - \alpha(z) M(z)]\}$, где $\alpha_s = \alpha(z_s)$, $M_s = M(z_s)$. По аналогии с (3) горизонт точки поворота луча находится из уравнения

$$\cos \chi_0 = N(z_n). \quad (7)$$

Из (7) следует, что для рассматриваемой ситуации в стратосфере $n(z_m) > 1$ возможно появление на горизонтальных расстояниях $r = 2l r(z_m)$ ($l = 1, 2, \dots$) акустических сигналов, испытавших полное отражение от верхней стратосферы, лишь при выполнении следующего условия:

$$M(z_m) > \frac{\alpha_s}{\alpha(z_m)} M_s + \frac{n(z_m) - \cos \chi_0}{j_0 n(z_m) \alpha(z_m)}, \quad (8)$$

т.е. необходимо, чтобы давление во взрывной волне на высоте $z = z_m = z_n$ превышало аналогичную величину в источнике $z = z_s$. Полученный результат представляется вполне очевидным, поскольку "отражает" всего лишь тот факт, что существование точек поворота в стратифицированной среде для нелинейной волны определяется отношением скоростей ее распространения на высотах $z = z_m = z_n$ и $z = z_s$, т.е. $\cos \chi_0 = c(z_s) / c(z_n)$. Именно это обстоятельство не было учтено в /II; I2/, где при получении аналогичного (6) выражения для $r(z, \chi_0)$ (см. (I) в /I2/) последовательно использовался некорректно записанный закон Снеллиуса $\cos \chi / c(z) = \cos \chi_0 / c(z_s)$, что в итоге привело в /I2/ к ошибочным физическим выводам. Действительно, из (8) следует, что высота точек поворота соответствующих лучей уменьшается не с ростом мощности взрыва, как утверждается в /I2/, а с возрастанием давления во взрывной волне на высоте $z = z_m$ относительно аналогичной величины вблизи источника $z = z_s$. Этот вывод является принципиальным для объяснения возможности возникновения дополнительных областей аномальной слышимости проявлением эффекта нелинейной рефракции взрывных волн, к оценкам которого теперь перейдем.

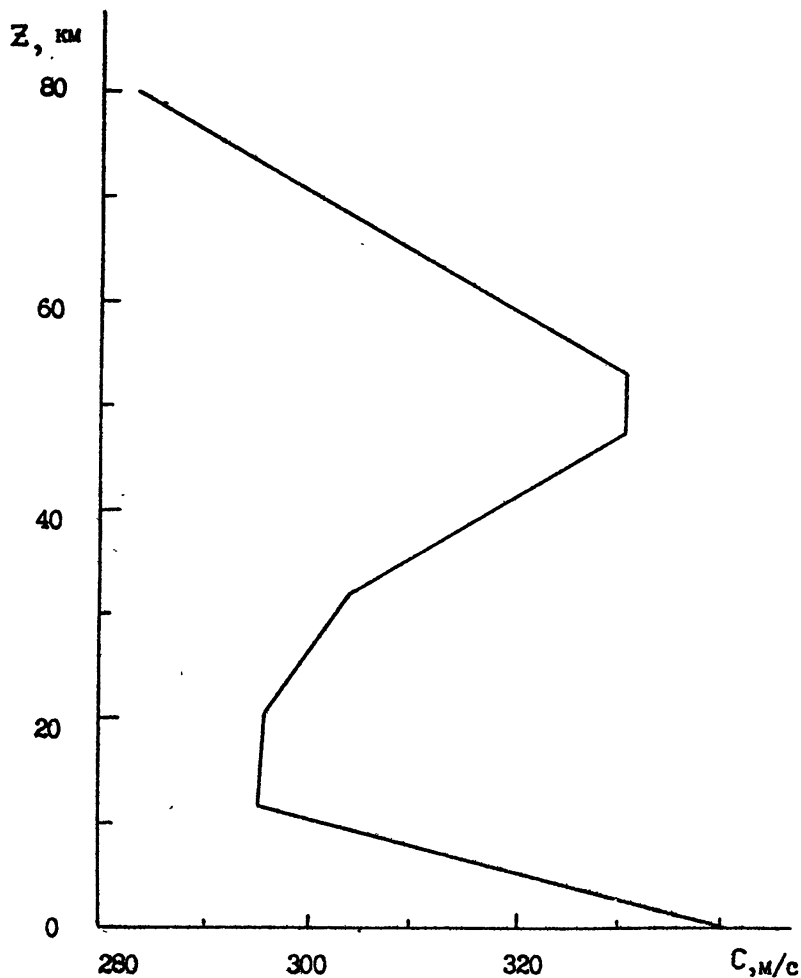
Посмотрим возможна ли вообще ситуация, при которой $M(z_m) > M_s$ на высоте $z_m \approx 55$ км. Для оценки величины $M(z)$ воспользуемся результатами работ /I3; I4/, согласно которым, в приближении N - волны для формы профиля слабой взрывной волны на сферической поверхности определенного радиуса R_0 (см. /7; I0; I2/), имеем

$$M(z) = \frac{\frac{P_m}{P_0(R_0)} \left\{ \frac{P_0(R_0)}{P_0(z)} \frac{c(z)}{c(R_0)} \frac{\Sigma(R_0)}{\Sigma(z)} \right\}^{1/2}}{\sqrt{1 + \delta(z)}}, \quad (9)$$

$$\Sigma(z)/\Sigma(R_0) = \frac{r(z, \chi_0) \left| \sin \chi \frac{\partial r(z, \chi_0)}{\partial \chi_0} \right|}{R_0^2 \cos \chi_0}, \quad G(z) = \frac{1}{R_*} \int_0^z \left\{ \frac{\alpha^2(z)}{\alpha^2(R_0)} \cdot \right. \\ \left. \cdot \frac{c^3(R_0) p_0(R_0) \Sigma(R_0)}{c^3(z) p_0(z) \Sigma(z)} \right\}^{1/2} dz, \quad R_* = \frac{p_0(R_0) c^3(R_0) T_m}{\alpha(R_0) p_m}$$

В (9) p_m - амплитуда, а T_m - длительность (например, фазы сжатия) во взрывной волне на сферической поверхности с радиусом R_0 , значение которого выбирается таким образом, чтобы взрывная волна на ней была слабой: $M(R_0) = p_m / p_0(R_0) \ll 1$, а ее распространение во внутренней области $z \leq z_s + R_0 \sin \chi_0$, $r \leq R_0 \cos \chi_0$ можно было описать в приближении однородной среды с соответствующими параметрами $c(R_0)$, $p_0(R_0)$, $\rho_0(R_0)$, $p_0(z) = p_0(0) e^{-z/H}$ - атмосферное давление, $\rho_0(z) = p_0(z) / c^2(z)$ - плотность атмосферного воздуха, H - высота однородной атмосферы. С целью получения наиболее оптимистической оценки для $M(z_m)$ пренебрежем нелинейной диссипацией энергии на ударном фронте, т.е. множители $[1 + G(z)]^{-1/2}$ в (9), и нелинейной рефракцией (с целью упрощения вычислений); тогда при используемых обычно значениях $H \approx 8$ км, $R_0 \approx 2$ км: (см./3; 7; 10-12/) и зависимости $c(z)$ (см. рис.1), из (9) с учетом уравнения (2) для траектории лучей ($\chi_0 \rightarrow |\chi_m|$) находим, что на высоте $z = z_m = 55$ км $\max\{M(z_m)\} \approx 0,4 M(R_0)$. Учитывая нелинейную диссипацию энергии на ударном фронте и его нелинейную рефракцию, из (9), с использованием уравнения (6), для траектории лучей ($\chi_0 \rightarrow |\chi_m|$), находим, что на высоте $z = z_m = 55$ км $\max\{M(z_m)\} \approx 0,13 M(R_0)$. Таким образом, условие (8) не может быть выполнено в стратосфере ни для области волны за фронтом $j_0 = 1$ ($M(z_m) < 0,3 M(R_0)$), ни, тем более, для ударного фронта $j_0 = 1/2$ ($M(z_m) < 0,1 M(R_0)$), поскольку, как следует из (7), (8) и проведенных оценок значения $M(z_m)$, нелинейная рефракция, наоборот, препятствует возникновению точек поворота, т.е. полному отражению взрывных волн от верхней стратосферы, и потому не в состоянии обеспечить возникновения дополнительных областей аномальной слышимости.

Остановимся теперь на рассмотрении "дифракционного механиз-



Р и с. I

Зависимость скорости звука $c(Z)$ от высоты Z в модели стандартной атмосферы / I2 /

ма" отражения взрывных волн от верхней стратосферы и возможности объяснения его проявлением возникновения дополнительных областей аномальной слышимости, используя при этом, в отличие от /3, 10/, более наглядное представление поля в стратосферном волноводе в виде многократного рассеяния и его геометроакустическое приближение. Это позволит в дальнейшем избежать суммирования вытекающих мод (квазимод), а также последующего численного интегрирования по спектру взрывной волны и, тем самым, получить простые аналитические выражения для отраженных акустических сигналов. Воспользуемся также простейшей моделью стратосферного антиволновода в виде однородного по z слоя высоты $h = z_m$, ограниченного стратифицированным полупространством с уменьшающейся при $z \geq h$ скоростью звука

$$c(z) = \begin{cases} c_0, & 0 \leq z \leq h \\ c_0 / \sqrt{1 + \alpha(z-h)}, & h \leq z \end{cases} \quad (10)$$

В (10) $\alpha > 0$ - определенная постоянная величина, характеризующая градиент скорости звука. Нетрудно убедиться, что при такой зависимости $c(z)$ (см. (10)) точки поворота лучей (см. (2), (3)) отсутствуют, в отличие от использованной в /3/ зависимости $c(z)$, т.е. в лучевом приближении отражение волн от верхней стратосферы не возникает. Если теперь взрывному процессу сопоставить определенным образом (см. ниже) точечный источник линейных акустических сигналов, спектры которых $S_0(\omega)$ на расстоянии R_0 соответствуют спектрам реальных взрывных волн, то в рамках используемой приближенной модели стратосферы (10) точное решение для поля давления $p(t)$, с учетом полученных в /6/ результатов, запишется в следующем виде:

$$p(t) = R_0 \int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\omega) \varphi(r, \omega, z_s, z) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (11)$$

$$\varphi(r, \omega, z_s, z) = \frac{i\kappa}{2} \int_{-\pi/2 + i\infty}^{\pi/2 - i\infty} \frac{(e^{-\beta z_c} + V_g e^{\beta z_c}) (e^{\beta z_s} + V_t e^{-\beta(z_s - 2h)})}{1 - V_g V_t e^{2\beta h}} \times \\ \times H_0^{(1)}(\kappa r \sin \theta) \sin \theta d\theta, \quad (12)$$

где t - время, ω - циклическая частота, $\kappa = \omega/c_0$, $b = i\kappa \cos\theta$, θ - угол падения, $H_0^{(1)}(\kappa r \sin\theta)$ - функция Ханкеля первого ряда, V_g - коэффициент отражения от поверхности Земли, V_t - коэффициент отражения от верхней стратосферы $z \geq h$, $z_c = \min\{z_s, z\}$, $z_s = \max\{z_s, z\}$. Используя результаты /6/ (см. стр. 128), выражение для V_t можно представить в следующем виде:

$$V_t(\theta) = \frac{\sqrt{-x_0} \left[U(x_0) + iV(x_0) \right] - i \left[\frac{dU}{dx_0} + i \frac{dV}{dx_0} \right]}{\sqrt{-x_0} \left[U(x_0) + iV(x_0) \right] + i \left[\frac{dU}{dx_0} + i \frac{dV}{dx_0} \right]}, \quad (13)$$

где $x_0 = -\kappa^2 \cos^2\theta / (\alpha\kappa^2)^{2/3}$, $U(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \cos(sx + \frac{S^3}{3}) ds$ и $V(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \sin(sx + \frac{S^3}{3}) ds$ - функции Эйри; в тоже время с высокой точностью можно считать, что $V_g = \text{const}$. Воспользовавшись далее соотношением

$$\left\{ 1 - V_g V_t(\theta) e^{2bh} \right\}^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[V_g V_t(\theta) \right]^m e^{2bhm},$$

преобразуем (12), определенным образом группируя получающиеся при этом слагаемые, к следующему виду:

$$\varphi(r, \omega, z_s, z) = \varphi_1(r, \omega, z_s, z) + \varphi_2(r, \omega, z_s, z), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(r, \omega, z_s, z) = & \frac{i\kappa}{2} \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} \left[e^{b(z, -z_c)} + V_g e^{b(z, +z_c)} \right] \times \\ & \times H_0^{(1)}(\kappa r \sin\theta) \sin\theta \, d\theta, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(r, \omega, z_s, z) = & \frac{i\kappa}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} \left[V_g V_t(\theta) \right]^m \left[e^{b(z, -z_c)} + \right. \\ & \left. + V_g e^{b(z, +z_c)} + e^{-b(z, -z_c)} + \frac{1}{V_g} e^{-b(z, +z_c)} \right] e^{2mbh} \times \\ & \times H_0^{(1)}(\kappa r \sin\theta) \sin\theta \, d\theta. \end{aligned} \quad (16)$$

Интеграл в (I5) вычисляется точно (см./ 6/):

$$\varphi_1(r, \omega, z_s, z) = \frac{e^{ikR_{01}}}{R_{01}} + V_g \frac{e^{ikR_{02}}}{R_{02}}, \quad (I7)$$

где $R_{01} = \sqrt{r^2 + (z - z_s)^2}$, $R_{02} = \sqrt{r^2 + (z_s + z)^2}$, а получившееся при этом выражение (I7) соответствует прямому и отраженному от поверхности Земли сигналам, приходящим в точку приема без отражений от стратосферы. Поскольку подобные сигналы отсутствуют при реальной стратификации $c(z)$ в стратосфере (см. рис. I), то на их рассмотрении останавливаться не будем. Представляющим здесь интерес сигналам, m раз отраженным от верхней стратосферы, соответствует интегральное выражение под знаком суммы в (I6) (см. аналогично в /I6; I7/), поэтому обратимся к анализу формулы для $\varphi_2(r, \omega, z_s, z)$. Как и в /I6; I7/, используя при интегрировании в (I6) метод стационарной фазы, предварительно воспользовавшись асимптотикой $H_0^{(1)}(kr \sin \theta) \approx (2/\pi kr \sin \theta)^{1/2} \times e^{i(kr \sin \theta - \pi/4)}$, получаем следующее выражение:

$$\varphi_2(r, \omega, z_s, z) \approx \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_m(r, \omega, z_s, z), \quad (I8)$$

$$\varphi_m(r, \omega, z_s, z) = V_g^m \left[V_t^m(\theta_1) \frac{e^{ikR_1}}{R_1 V_g} + V_t^m(\theta_2) \frac{e^{ikR_2}}{R_2} + V_t^m(\theta_3) \frac{e^{ikR_3}}{R_3} + V_g V_t^m(\theta_4) \frac{e^{ikR_4}}{R_4} \right],$$

где $\theta_j = \arcsin(r/R_j)$, $R_j = \sqrt{r^2 + (2mh - h_j)^2}$, $j = [1, 4]$; $h_1 = z + z_s$, $h_2 = z - z_s$, $h_3 = z_s - z$, $h_4 = -h_1$. Используя (II) и (I8), для отраженного от верхней стратосферы импульсного сигнала давления получим следующее приближенное выражение:

$$p_{ref}(t) \approx R_0 \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\omega) \varphi_m(r, \omega, z_s, z) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (I9)$$

Проведем дальнейшее упрощение зависимости (I9), учитывая, что c

большой точностью $V_g = I$, а (см./3; I0; I8/) при обычно реализуемых условиях $z_s/h \ll I$, $z/h \ll I$ можно пренебречь различиями в значениях $\theta_j \approx \theta = \arcsin(r/R)$ и $R_j \approx R = \sqrt{r^2 + (2mh)^2}$. Если учесть также, что основной интерес представляют низкочастотные сигналы $f = \omega/2\pi < I \Gamma$ (см./I8/), отраженные под большими углами падения $\theta \rightarrow \theta_g = \frac{\pi}{2} - \sqrt{2} \sqrt{\frac{C(z_m) - C(z_s)}{C(z_m)}}$ (см./3; I0; I2/), то в (I9) можно воспользоваться асимптотическим выражением для $V_t(\theta)$, следующим из (I3) при разложении функции Эйри $Z(x_0) = U(x_0) + iV(x_0)$ в ряд непосредственно по аргументу x_0 ($|x_0| \ll I$, см./6/):

$$V_t(\theta) \approx - \left[1 + 2i \sqrt{-x_0} Z(0) / \frac{dz}{dx_0} \Big|_{x_0=0} \right]. \quad (20)$$

Здесь отметим, что уже сам факт использования разложения в ряд функции Эйри вблизи нулевых значений аргумента говорит о дифракционном механизме отражения волн. Принимая во внимание сделанные выше предположения и зависимость (20), из (I9) получаем удобное для дальнейшего анализа выражение

$$\rho_{ref}(t) \approx 8R_0 \sum_{m=1}^{M_\omega} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\omega_g} S_0(\omega) (-1)^m \left[1 - 2 \left(\frac{\kappa}{2a} \right)^{1/3} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{-i \frac{\pi}{6}} \frac{\Gamma(\frac{1}{3})}{\Gamma(\frac{2}{3})} \frac{2mh}{R(m)} \right]^m e^{i [\kappa R(m) - \omega t]} \frac{d\omega}{R(m)} \right\}, \quad (21)$$

где $\Gamma(y)$ - гамма-функция аргумента y , ω_g - граничная частота в спектре взрывного сигнала, выше которой ($\omega > \omega_g$) можно считать $S_0(\omega) \approx 0$, M_ω - предельная кратность отражения, отвечающая четверке сигналов $j = [I, 4]$, вносящих еще достаточно заметный вклад в поведение зависимости $\rho_{ref}(t)$. Параметры ω_g и M_ω должны удовлетворять условию

$$\frac{2}{3} \frac{\omega_g}{ac_0} \left(2M_\omega h / \sqrt{r^2 + (2M_\omega h)^2} \right)^3 \ll 1, \quad (22)$$

выполнение которого необходимо для использования асимптотической зависимости (20). Если спектр сигналов сосредоточен, в основном, в низкочастотной области $c_0/2\pi h \ll f \ll c_0/2\pi \leq \omega_g/2\pi$, то усло-

вие (22) всегда выполняется и значение M_ω будет ограничиваться лишь влиянием геометрической расходимости, т.к. $1/R(m) \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$, а так же, кроме того, неучитываемыми здесь диссипативными потерями при распространении акустических волн в слое $0 \leq z \leq h$. Тогда, как следует из (21), акустическое поле на расстоянии r будет представлять собой последовательность во времени импульсных сигналов давления, приходящих в моменты $t_m = R(m)/c_0$ ($m = [I, M_\omega]$), форма которых отличается от исходной (при $R_{01} = R_0$) противоположным знаком возмущения давления лишь при нечетной кратности отражения от верхней стратосферы соответствующей четверки сигналов. Этот факт качественно согласуется с приведенными в /3; 18/ экспериментальными зависимостями $p_{ref}(t)$, в которых четко выделяется, например, противоположное по знаку исходной волне первое вступление взрывного сигнала. Если же спектр $S_0(\omega)$ сосредоточен в более высокочастотной области $f \gg ac_0/2\pi \leq \omega_0/2\pi$, то значение M_ω будет существенно ограничено, вследствие заметного уменьшения $V_t^m(\theta)$ с ростом кратности отражения m . Так, например, при $|x_0| \gg I$ из (13), используя асимптотические выражения для функций Эйри и их производных и учитывая в них по два слагаемых, второе из которых в $1/\omega_0$ раз меньше ($\omega_0 = \frac{2}{3}(-x_0)^{3/2}$), получаем (см./6/)

$$V_t(\theta) \approx -\frac{i}{12\omega_0} \ll 1. \quad (23)$$

Из (21), (23) следует, что в рассматриваемом случае относительно высокочастотного спектра поле в точке приема будет формироваться меньшим числом отраженных от верхней стратосферы сигналов, форма которых с ростом m будет все более отличаться от исходной формы взрывной волны вблизи источника. Последнее обстоятельство заметно проявится в сигналах с $m \geq M_\omega + I$, поскольку в этом случае из (19) и (23) по аналогии с (21) имеем

$$p_{ref}(t) \approx R_0 \sum_{m=M_\omega+1}^{\infty} \operatorname{Re} \left\{ \int_{ac_0}^{\omega_0} S_0(\omega) \left[\frac{aR(m)}{2kmh} \right]^m \frac{e^{i[kR(m)-\omega t - \frac{\pi}{2}m]}}{R(m)} d\omega \right\}. \quad (24)$$

Здесь следует отметить, что при $|x_0| \gg I$ из (13), используя лишь

соответствующий лучевому приближению один главный член в каждом из асимптотических выражений $U(x_0)$, $V(x_0)$, dU/dx_0 и dV/dx_0 , в отличие от (23), находим $V_t(\theta) = 0$; это еще раз подтверждает дифракционный характер отражения волн от моделирующей верхнюю стратосферу стратифицированного полупространства, в котором отсутствуют точки поворота, а также - разрывы в значениях скорости звука и плотности в области $z \geq h$.

Из качественных выводов, сделанных выше, относительно поведения $p_{ref}(t)$ (см. (21), (24)) следует, что на амплитуду отраженного от стратосферы сигнала существенно повлияет вид спектра $S(\omega)$ - реального взрывного импульса, достигающего высоты $z = h$ под углом θ , поэтому кратко остановимся на выборе исходного спектра $S_0(\omega)$ в (19), (21), (24), эквивалентного $S(\omega)$, а также на вытекающих из этого качественных результатах. Как известно (см. /19; 20; 21/), в приземном слое атмосферного воздуха форма взрывной волны на расстоянии $R_{01} = R_0$ имеет следующий вид:

$$p(R_0, t) = p_m e^{-\frac{t}{T_m}} \left(1 - \frac{t}{T_m}\right), \quad t \geq 0, \quad (25)$$

где $p_m \approx 4,4 p_0(0) (Q^{1/3} / R_0)^{1,4}$, $T_m \approx 0,28 Q^{1/6} R_0^{1/2} / c(0)$, Q - вес заряда в килограммах, R_0 - в метрах, T_m - в секундах. С использованием /13; 14/ и граничного условия (25) можно для каждого θ вычислить зависимость $p(z = z_m, \theta, t)$, отнормировав которую на геометрическую расходяемость, найти эффективное граничное условие $p(R_0, \theta_0, t) = \left\{ \frac{\Sigma(z = z_m)}{\Sigma(R_0)} \right\}^{1/2} \times p(z = z_m, \theta, t)$ и, тем самым, спектр $S_0(\theta_0, \omega) = (2\pi)^{-1} \times \int p(R_0, \theta_0, t) \exp(i\omega t) dt$ на сферической поверхности $R_{01} = R_0$; здесь $\theta_0 = \arcsin \left[\frac{c(z_s)}{c(z_m)} \sin \theta \right]$. Определенной таким образом угловой зависимостью спектрального состава взрывного сигнала $S_0(\theta_0, \omega)$ можно уже воспользоваться в окончательных выражениях (19), (21), (24), которые получены в приближении геометрической акустики для волн в слое $0 \leq z \leq h$. Здесь, преследуя лишь чисто иллюстративные цели, посмотрим к чему приводит нелинейная трансформация спектра взрывной волны при распространении в однородном слое $0 \leq z \leq h$, т.е. в рамках простейшей

модели стратосферы (см. /10/). Тогда, в отличие от /13; 14/, приближенно считая, что форма профиля взрывной волны (25) остается неизменной при распространении (см. /21/), т.е. пренебрегая ее трансформацией в N - волну на значительных расстояниях, а изменяются по эмпирическим законам для однородной среды ее амплитуда $p_a = p_m (R_0 / R_t)^{1,2}$ и длительность $T_a = T_m (R_t / R_0)^{0,3}$, найдем

$$S_0(\omega) = - \frac{p_a T_a R_t}{2\pi R_0} \frac{i\omega T_a}{(1 - i\omega T_a)^2}, \quad (26)$$

где $R_t = R(m) / 2m$ - расстояние, которое сигнал с кратностью отражения m проходит один (первый) раз до высоты $z = h$. Из (26) видно, что максимум в спектре на частоте $\omega = \omega_a \approx Q^{-1/6} [2m / R(m)]^{0,3}$ смещается в область низких частот с увеличением мощности взрыва, а также с ростом расстояния r при $m = \text{const}$, т.е. с увеличением угла падения θ , с ростом же кратности отражения m при $r = \text{const}$, т.е. с уменьшением θ , максимум спектра (26) смещается в более высокочастотную область. При характерном для дальней границы первой области аномальной слышимости расстоянии $r = r_g \approx 280$ км (см. /12/) находим, что при $m = 1$ $\omega_a(r = r_g, z = h) / \omega_a(r = 0, z = h) \approx 2/3$ и $\omega_a(r = r_g, z = h) / \omega_a(R_0) \approx 0,25$, т.е. смещение максимума спектра в область низких частот является существенным и поэтому нелинейную трансформацию спектра взрывной волны необходимо учитывать при определении $S_0(\omega)$.

Таким образом, выполненные исследования показали, что, во-первых, отражение взрывных волн от верхней стратосферы, где отсутствуют точки поворота отвечающих им лучей, а также формирование соответствующих дополнительных областей аномальной слышимости объясняется дифракционными эффектами, во-вторых, ошибочность утверждения в /12/ о возможности объяснения рассматриваемых здесь явлений эффектами нелинейной рефракции, в третьих, учет нелинейных эффектов необходим лишь для определения угловой зависимости спектра взрывных сигналов, возбуждаемых эффективным точечным источником линейных акустических волн.

Исходя из того, что в отсутствие полного отражения, а именно этот случай представляет здесь основной интерес (см. рис. I), частичное отражение взрывных волн от верхней стратосферы можно полностью объяснить дифракционными эффектами в области $z \geq z_m$ уменьшения скорости звука с высотой (см. (10)), в отличие от утверждения в /3/ об основном вкладе области $z_1 \leq z \leq z_m$ увеличения $c(z)$, где $z_1 \approx 20$ км, влияние стратификации в атмосфере при $0 \leq z \leq z_m$ на распространение взрывных волн можно учесть, по аналогии с упрощенной моделью $c(z)$ (см. (10)), в геометроакустическом приближении представления поля в виде многократного рассеяния. С целью получения соответствующей (19) зависимости $p_{ref}(t)$ в области $0 \leq z \leq z_m$ стратифицированного стратосферного волновода представим выражение для $\varphi(r, \omega, z_s, z)$ в следующем виде /22/:

$$\varphi(r, \omega, z_s, z) = \frac{ik}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kr\beta) \left[A(k\beta, z_s) + U_t(k\beta) B(k\beta, z_s) \right] \times \quad (26)$$

$$\times \left[B(k\beta, z) + U_g(k\beta) A(k\beta, z) \right] \left[1 - U_g(k\beta) U_t(k\beta) \right]^{-1} \beta \, d\beta,$$

где $\beta = \sin \theta$; функции $A(k\beta, z)$ и $B(k\beta, z)$ - частные решения однородного уравнения

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + k^2 [n^2(z) - \beta^2] F = 0, \quad (27)$$

в области $0 \leq z \leq z_m$, характеризующиеся тем, что при больших $k\beta \gg 1$ они в окрестности источника $z \rightarrow z_s$ представляют собой волны, распространяющиеся соответственно вверх и вниз. Выражения для величин $U_t(k\beta)$ и $U_g(k\beta)$ находятся из условий непрерывности $\varphi(r, \omega, z_s, z)$ и $\partial \varphi(r, \omega, z_s, z) / \partial z$ на соответствующих границах $z = z_m$ и $z = 0$. Так, предположив, что $C(k\beta, z)$ есть убывающее при $z \rightarrow \infty$ решение и в аналогичного (27) однородного уравнения, но с другой зависимостью:

$n(z) = n_t(z)$ при $z \geq z_m$, а граница $z = 0$ является абсолютно отражающей, находим

$$U_g(k\beta) = - \left\{ \frac{\frac{\partial B(k\beta, z)}{\partial z}}{\frac{\partial A(k\beta, z)}{\partial z}} \right\} \Big|_{z=0}, \quad (28)$$

$$U_t(k\beta) = - \frac{A(k\beta, z_m) \frac{\partial C(k\beta, z_m)}{\partial z_m} - C(k\beta, z_m) \frac{\partial A(k\beta, z_m)}{\partial z_m}}{B(k\beta, z_m) \frac{\partial C(k\beta, z_m)}{\partial z_m} - C(k\beta, z_m) \frac{\partial B(k\beta, z_m)}{\partial z_m}}.$$

Используя затем разложение $[1 - U_g(k\beta) U_t(k\beta)]^{-1}$ в ряд, по аналогии с (I5), (I6) получаем следующие выражения для $\varphi_1(r, \omega, z_s, z)$ и $\varphi_2(r, \omega, z_s, z)$:

$$\varphi_1(r, \omega, z_s, z) = \frac{i k}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(k\beta r) [A(k\beta, z_s) B(k\beta, z_s) + U_g(k\beta) A(k\beta, z_s) A(k\beta, z_s)] \beta d\beta, \quad (29)$$

$$\varphi_2(r, \omega, z_s, z) = \frac{i k}{8\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [U_g(k\beta) U_t(k\beta)]^m \times [A(k\beta, z_s) B(k\beta, z_s) + U_g(k\beta) A(k\beta, z_s) A(k\beta, z_s) + B(k\beta, z_s) + B(k\beta, z_s) B(k\beta, z_s) / U_g(k\beta)] H_0^{(1)}(k\beta r) \beta d\beta. \quad (30)$$

Как и в (I5), (I6), здесь (см. (29), (30)) $\varphi_1(r, \omega, z_s, z)$ характеризует прямой и предварительно отраженный от поверхности

Земли сигналы, а $\varphi_2(r, \omega, z_s, z)$ соответствует сумме сигналов различной кратности отражения от верхней стратосферы. Учитывая это, с использованием главных членов КБ приближения для функций $A(k\beta, z)$ и $B(k\beta, z)$ (см./6; 22/):

$$A(k\beta, z) \approx [n^2(z) - \beta^2]^{-\frac{1}{4}} \exp \left[ik \int_z^z \sqrt{n^2(z) - \beta^2} dz \right],$$

$$B(k\beta, z) \approx [n^2(z) - \beta^2]^{-\frac{1}{4}} \exp \left[-ik \int_{z_s}^z \sqrt{n^2(z) - \beta^2} dz \right],$$

из (30) интегрированием методом стационарной фазы, находим следующее выражение для давления в отраженном от верхней стратосферы сигнале:

$$P_{\text{ref}}(t) \approx 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^4 \frac{H(m - M_g)}{[n^2(z_s) - \beta_{jm}^2]^{1/4} [n^2(z) - \beta_{jm}^2]^{1/4}} \left(\frac{\beta_{jm} R_0^2}{R_{jm} \left| \frac{\partial R_{jm}}{\partial \beta_{jm}} \right|} \right)^{1/2} \times$$

$$\times \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} S_0(\omega) V_t^m(k\beta_{jm}/n(z_m)) \exp [i(k\psi_{jm}(r, z_s, z) - \omega t)] d\omega \right\}$$

В (31):

$$\psi_{jm}(r, z_s, z) = m_j I(\beta_{jm}) + \beta_{jm} r - h_j,$$

$$h_1 = J(z_s, \beta_{jm}) + J(z, \beta_{jm}), \quad h_2 = J(z, \beta_{jm}) - J(z_s, \beta_{jm}),$$

$$h_3 = -h_2, \quad h_4 = -h_1, \quad J(z, \beta_{jm}) = \int_z^{z_m} \sqrt{n^2(z) - \beta_{jm}^2} dz,$$

$$I(\beta_{jm}) = 2J(0, \beta_{jm}),$$

величина β_{jm} является решением уравнения для точки стационарной фазы $R_{jm}(z_s, z, \beta_{jm}) = r$, в котором

$$R_{jm}(z_s, z, \beta_{jm}) = m_j D(\beta_{jm}) - r_j, \quad r_1 = D(z_s, \beta_{jm}) +$$

$$+ D(z, \beta_{jm}), \quad r_2 = D(z, \beta_{jm}) - D(z_s, \beta_{jm}), \quad r_3 = -r_2,$$

$$m_2 = m_3 = m, \quad m_1 = m+1, \quad m_4 = m-1,$$

$$r_4 = -r_1, \quad D(z, \beta_{jm}) = \beta_{jm} \int_z^{z_m} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \beta_{jm}^2}},$$

$$D(\beta_{jm}) = 2D(0, \beta_{jm});$$

$H(m - M_g) = \begin{cases} 1, & M \geq M_g \\ 0, & M < M_g \end{cases}$ - функция Хевисайда, $M_g = [r / \max\{D(\beta_{ji})\}] + I$ - целое число (соответствующая операция обозначена квадратными скобками), $V_t(\theta_*)$ - коэффициент отражения плоской волны, падающей из однородной среды со скоростью звука $c(z_m)$ под углом $\theta_* = \arcsin \left[\frac{c(z_m)}{c(z_s)} \sin \theta_{jm} \right]$ от стратифицированной среды с уменьшающейся при $z \geq z_m$ скоростью звука $c_t(z)$. Вид зависимости $V_t(\theta_*)$ определяется выражением (13), если $n_t(z) = \frac{c(z_m)}{c_t(z)} = I + a(z - z_m)$, или - решением уравнения (см./6/)

$$\exp\left(2i \int_{z_m}^z \alpha(z) dz\right) V_t(z) = - \int_z^\infty \gamma_1(z) [1 - V_t^2(z)] \exp\left(2i \int_{z_m}^z \alpha(z) dz\right) dz, \quad (32)$$

$$\alpha(z) = k \sqrt{n_t^2(z) - \sin^2 \theta_*}, \quad \gamma_1(z) = \frac{1}{2} \frac{d \ln \alpha(z)}{dz},$$

при любой произвольной функции $n_t(z)$, увеличивающейся с ростом z . Уравнение (32) представляется удобным для анализа поведения зависимости $V_t(\theta_*)$ при ограниченной во всей области $z \geq z_m$ функции $\gamma_1(z)$, т.е. при отсутствии точек поворота $\alpha(z_m) = 0$ и скачкообразного изменения $n_t(z)$, поскольку в этом случае решение для $V_t(z)$ можно представить в виде быстро сходящегося ряда

$$V_t(z) = \sum_{\ell=1}^{\infty} V_t^{(\ell)}(z),$$

$$V_t^{(\ell)}(z) = - \exp\left(2i \int_{z_m}^z \alpha(z) dz\right) \int_z^\infty \gamma_1(z) \left\{ 1 - [V_t^{(\ell-1)}(z)]^2 \right\} \times \exp\left(2i \int_{z_m}^z \alpha(z) dz\right) dz. \quad (33)$$

В (33) нулевой член $V_t^{(0)}(z) \equiv 0$, что соответствует отсутствию отражения в лучевом приближении. Из сравнения выражений (18), (19) и (31) следует, что стратификация $c(z)$ в области $0 \leq z \leq z_m$ приводит не только к изменению времен распространения взрывных волн, но и особенно заметной на горизонте источника $z \rightarrow z_s$ фокусировке соответствующих им импульсов давления, распространяющихся вдоль лучей с углами выхода $-\theta_s \leq \theta_{jm} \leq \theta_s = \arcsin[n(0)]$. Совместное проявление двух факторов - фокусировки и увеличения коэффициента отражения от верхней стратосферы сигналов при $\theta_{jm} \rightarrow \pm \pi/2$ приведет к существенному возрастанию поля в конце каждой дополнительной области аномальной слышимости, аналогично зонам повышенной озвученности в открытом ко дну подводном звуковом канале при расположении корреспондирующих точек вблизи свободной поверхности океана (см./23/) и в отличие от зон конвергенции в океаническом волноводе, где максимальные значения поля достигаются на ближней границе каждой зоны (см./24/). Как и в /23/, области аномальной слышимости будут заканчиваться резким спадом поля, из-за отсутствия в (31) стратосферных отражений меньшей кратности $m < M_g$ в области расстояний $r > M_g \max\{D(\beta_{j1})\}$, несущих большую энергию, вследствие меньшей геометрической расходимости волнового фронта, большего значения $V_t(\theta)$ и расположения максимума в спектре $S_0(\omega)$ на более низкой частоте.

В заключение необходимо отметить, что в изложенной выше теории отражения взрывных волн от верхней стратосферы, где скорость звука меньше чем вблизи приземного источника, и формирования дополнительных областей аномальной слышимости, сочетающей геометрико-акустическое приближение для представления поля в виде многократного рассеяния в нижней стратосфере $0 \leq z \leq z_m$ с дифракционными эффектами при отражении от верхней ее части $z \geq z_m$, не учитывается влияние атмосферного ветра, скорость которого $U_0(z)$ также зависит от высоты z . Использование такого приближения обусловлено двумя следующими обстоятельствами. Во-первых, как уже отмечалось во введении, хотя из экспериментальных данных следует, что амплитуда звуковых волн в дополнительных областях аномальной слышимости существенно зависит от преобладающего направления ветра в стратосфере (см. /8/), она, однако, имеет все же

достаточную для регистрации величину и при несовпадении преобладающего направления ветра с направлением распространения взрывных волн (см./1; 2/), т.е. - при всех значениях азимутального угла $0 \leq \psi \leq 2\pi$ (см./9/); поэтому учет стратифицированного по высоте ветра не является принципиальным для объяснения стратосферного отражения волн при $c(z_s) > c(z_m)$. Во-вторых, учет $v_0(z)$ не изменит принципиальных выводов этой теории, тем более, что его несложно осуществить (см./25-28/). Действительно, из интегральных представлений поля в атмосфере с ветром /25-27/ можно в рассматриваемых здесь диапазоне частот $kH \gg 1$ и области высот $0 \leq z \leq 55$ км получить, в пренебрежении величинами $\partial v_0 / \partial z$ и $\partial p_0 / \partial z$, при каждом значении азимутального угла схожее с (30) выражение для $\varphi_2(r, \omega, z_s, z)$, в котором функции $A(k\beta, z)$, $B(k\beta, z)$ являются соответствующими решениями аналогичного (27) уравнения, но с показателем преломления $n(z, \theta, \psi) = \{n^2(z) - \frac{2v_0(z)}{c(z)} n(z) \sin \theta \cos \psi + \frac{v_0^2(z)}{c^2(z)} \sin^2 \theta \cos^2 \psi\}^{1/2} / c_0$; т.е. фактически задача сводится к исследованию распространения звука в атмосферных волноводах с различными зависимостями $n(z, \theta)$, соответствующими определенным значениям азимутального угла ψ . С использованием также асимптотического анализа представления поля в виде многократного рассеяния можно получить совпадающее с (31) выражение для $P_{ref}(t)$, в котором, однако, вместо $n(z)$ будет присутствовать зависимость $n(z, \theta_{jm}, \psi)$. Естественно, что при таком подходе (см./27/) не учитываются, в отличие от /26/, эффекты горизонтальной (боковой) рефракции звуковых лучей и фокусировки поля, которые могут заметно проявиться при распространении взрывных волн в верхних слоях атмосферы, где нередко наблюдается (при $z > 20$ км) резкое увеличение скорости ветра от $v_0(z = 20 \text{ км}) \approx 20$ м/с до $v_0(z = 50 \text{ км}) \approx 10^2$ м/с.

ЛИТЕРАТУРА

- I. Balachandran N.K., Donn W.L., Rind D.H. Concorde sonic booms as an atmospheric probe//Science. - 1977. - V.197, N 4298. - P.47 - 49.
2. Дункерт П. Распространение волн взрывов в атмосфере. - М.: Гостехтеориздат, 1934. - 72 с.
3. Буш Г.А., Куличков С.Н. О частичном отражении акустического импульса от верхней стратосферы//Изв.АН СССР. ФАО. - 1986. - Т.22, № 7. - С.728-735.
4. Глаголев Ю.А. Справочник по физическим параметрам атмосферы. - Л.: Гидрометеиздат, 1970. - 211 с.
5. Блохинцев Д.И. Акустика неоднородной движущейся среды. - М.: Наука, 1981. - 206 с.
6. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973. - 343 с.
7. Куличков С.Н. Об отражении акустического импульса от нижней термосферы//Изв.АН СССР. ФАО. - 1985. - Т.21, № 9. - С.1000-1004.
8. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. - Л.: Гидрометеиздат, 1969. - 647 с.
9. Митра С.К. Верхняя атмосфера. - М.: Изд.иностр.литер., 1955. - 638 с.
10. Куличков С.Н. О коэффициенте отражения акустических волн от верхней стратосферы//Изв.АН СССР. ФАО. - 1989. - Т.25, № 7. - С.688-694.
11. Фридман В.Е. Нелинейная рефракция акустических импульсов в изотермической атмосфере//Акуст.журн. - 1985. - Т.31, № 4. - С.571-572.
12. Ларнер А.М., Осташев В.Е., Фридман В.Е. К объяснению аномального распространения звука в атмосфере//Акуст.журн. - 1990. - Т.36, № 2. - С.313-318.
13. Пелиновский Е.Н., Петухов Ю.В., Фридман В.Е. Приближенные уравнения распространения мощных акустических сигналов в океане //Изв.АН СССР. ФАО. - 1979. - Т.15, № 4. - С.436-444.

14. Петухов Ю.В., Фридман В.Е. Распространение взрывных волн в стратифицированном океане//Изв.АН СССР. ФАО. - 1979. - Т.15, № 12. - С.1307-1315.
15. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. - М.: Мир, 1977. - 622 с.
16. Голубев В.Н., Орлов Е.Ф., Петухов Ю.В. Спектральные характеристики импульсных сигналов многократно отраженных от слоистого дна и поверхности океана//Акуст.журн. - 1986. - Т.32, № 4. - С.462-467.
17. Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Шаронов Г.А. О соотношениях энергетических характеристик широкополосных импульсных сигналов донных отражений различной кратности//Акуст.журн. - 1988. - Т.34, № 3. - С.453-458.
18. Альперович Л.С., Вугмейстер Б.О., Гохберг М.Б. и др. Об опыте моделирования магнитосферно-ионосферных связей при сейсмических явлениях//Докл.АН СССР. - 1983. - Т.269, № 3. - С.573-578.
19. Reed J.W. Atmospheric attenuation of explosion waves//J. Acoust.Soc.Amer. - 1977. - V.61, N 1. - P.39 - 47.
20. Смолий Н.И., Цейтлин Я.И. Экспериментальное исследование слабых ударных воздушных волн при взрывах наружных зарядов //Физ.горения и взрыва. - 1974. - Т.10, № 6. - С.919-923.
21. Murphy B.L. Variation rayleigh-wave amplitude with yield and height of burst for intermediate-amplitude nuclear detonations//J.Geophys.Res. - 1972. - V.77, N 5. - P. 808-817.
22. Алуваля Д.С., Келлер Дж.В. Точные и асимптотические представления звукового поля в стратифицированном океане//Распространение волн и подводная акустика/Под ред.Келлера Дж.В., Пападакиса Дж.С. - М.: Мир, 1980. - С.20-75.
23. Бурлакова И.Б., Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Славинский М.М. Зоны повышенной озвученности вблизи поверхности открытого ко дну подводного звукового канала в глубоком океане.//Акуст. журн. - 1990. - Т.36, № 2. - С.362-364.
24. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. - Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
25. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. - М. :

Наука, 1989. - 264 с.

26. Годин О.А. Дискретный спектр звукового поля в движущейся среде//Акуст.журн. - 1990. - Т.36, № 4. - С.630-636.
27. Осташев В.Е. Волновое описание распространения звука в стратифицированной движущейся атмосфере//Акуст.журн. - 1984. - Т.30, № 4. - С.521-526.
28. Осташев В.Е. Геометрическая акустика движущейся среды. Обзор//Изв.АН СССР. ФАО. - 1989. - Т.25, № 9. - С.899-916.

Дата поступления статьи
20 сентября 1990 г.