Министерство высшего и среднего специального образования
Р С Ф С Р

Горьковский ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 316

О НОВОМ ТИПЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ШВАРЦШИЛЬДА ДЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

С.И.Чермянин

Горький 1990

Чермянин С.И.

О НОВОМ ТИПЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ШВАРЦШИЛЬДА ДЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА // Препринт № 316. - Горький: НИРФИ, 1990. - 5 с.

УДК 517.5

Получен новый тип решения задачи Шварцшильда для точечной частицы. В отличие от стандартных форм решения в данном решении сингулярность Шварцшильда совпадает с центральной сингулярностью.

В теории тяготения Эйнштейна существуют различные типы решений задачи Шварцшильда для точечной массивной частицы (например, стандартное и изотропное решения Шварцшильда /I-3/, решение Фока /4/). Такое множество равноправных метрик, в условиях единой арифметизации /5/, является следствием неполноты эйнштейновских уравнений. В этих решениях помимо центральной сингулярности (при $r = 0$), где находится точечный источник, имеет место также сингулярность Шварцшильда на некоторой сфере конечного радиуса r. Однако можно получить решение (независимо от других решений), в котором сфера Шварцшильда носит вырожденный характер - сингулярность Шварцшильда совпадает с центральной сингулярностью.

Запишем исходное сферически-симметричное ортогональное выражение для пространственно-временного интервала в виде

$$ds^2 = c^2 e^{\nu} dt^2 - e^{\lambda} dr^2 - \eta^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2), \qquad (I)$$

где ν, λ, η - некоторые функции от радиальной переменной r. Для определенности решения положим $\nu = -\lambda$. Тогда для данной задачи вне источника будем иметь следующую систему уравнений

$$-\nu''\eta - \nu'^2\eta - 2\nu'\eta' = 0, \qquad (2a)$$

$$\nu''\eta + \nu'^2\eta + 2\nu'\eta' + 4\eta'' = 0, \tag{2б}$$

$$1 - e^{\nu}(\eta\eta'' + \eta'^2 + \eta\eta'\nu') = 0, \tag{2в}$$

где штрихом обозначено дифференцирование по r . В этой системе лишь два независимых уравнения. Складывая уравнения (2а) и (2б), находим $\eta'' = 0$, т.е. $\eta = C_1 r + C_2$. Решением уравнения (2в) будет $e^{\nu} = \dfrac{r}{C_1(C_1 r + C_2)}$, где C_1 , C_2 – постоянные интегрирования. Учитывая граничное условие на бесконечности ($r \to \infty$) и принцип соответствия компоненты метрического тензора g_{00} с гравитационным потенциалом φ теории Ньютона, имеем $C_1 = 1$, $C_2 = \dfrac{2GM}{c^2}$, где G – постоянная тяготения, M – тяжелая масса точечного источника.

Таким образом, полученное решение для массивной точки запишется в виде

$$ds^2 = \frac{c^2dt^2}{1 + \frac{2GM}{c^2r}} - \left(1 + \frac{2GM}{c^2r}\right)dr^2 - r^2\left(1 + \frac{2GM}{c^2r}\right)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2). \tag{3}$$

В области значений открытого интервала ($0, \infty$) радиальной переменной r сингулярность в этой метрике отсутствует. Метрическая особенность возникает лишь при $r = 0$. Источник здесь имеет нулевой объем $V = 0$, однако будет обладать конечной поверхностью $\Sigma = 4\pi\left(\frac{2GM}{c^2}\right)^2$.

Автор глубоко признателен В.С.Троицкому за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Синг Дж. Общая теория относительности. - М.: ИЛ., 1963.
2. Меллер К. Теория относительности. - М.: Атомиздат, 1975.
3. Толмен Р. Относительность, термодинамика и космология. - М.: Наука, 1974.
4. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. - М.:Физматгиз, 1961.
5. Чермянин С.И. УФН., 1990. - Т.160. - Вып.5. - С.127.

Дата поступления статьи
19 октября 1990 г.