

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РСФСР ПО ДЕЛАМ НАУКИ И ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ  
Ордена Трудового Красного Знамени  
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

П р е п р и н т № 325

К ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН,  
РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ ЗЕМЛЯ - АТМОСФЕРА

Ю.В.Петухов

Нижний Новгород 1991

**Петухов Д. В.**

**К ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ  
ЗЕМЛЯ - АТМОСФЕРА // Препринт № 325. - Нижний Новгород: НИРФИ,  
1991. - 15 с.**

**УДК 531.596.1**

С использованием простейшей изотермической модели Атмосферы, граничащей с однородным жидким или упругим полупространствами, моделирующими Землю, исследованы дисперсионные свойства существующих в таких системах поверхностных волн. Показано, что в модели с жидким полупространством существует на частотах ниже определенной критической частоты сверхзвуковая поверхностная волна с увеличивающейся при понижении частоты скоростью распространения, переходящая в предельном случае абсолютно жесткой границы раздела в стандартную поверхностную волну Лэмба, распространяющуюся со скоростью звука. Выяснено, что в модельной системе с упругим полупространством существует, причем во всей области частот, лишь дозвуковая поверхностная волна Стоунли-Шолте с уменьшающейся при понижении частоты скоростью распространения; начиная же с определенной критической частоты, прежде вытекающая волна Рэлея также становится поверхностной.

В /1, 2/ в предположении изотермических волновых процессов в Атмосфере, при которых показатель адиабаты воздуха можно формально считать равным единице  $\gamma = 1$ , внутренние гравитационные волны отсутствуют /3-5/, было получено дисперсионное уравнение, описывающее характерные свойства волн в модельной системе однородная упругая Земля - изотермическая атмосфера, стратифицированная по равновесной плотности и равновесному давлению. Анализ этого уравнения показал, что в такой модельной системе с плоской границей раздела наряду с поверхностной волной Стоунли-Шолтэ, существующей во всем диапазоне частот  $0 \leq \omega < \infty$ , начиная с определенной критической частоты  $\omega < \omega_0 \approx g/2c$ , прежде вытекающая волна Рэля становится также поверхностной волной; здесь  $\omega$  - циклическая частота,  $g$  - ускорение силы тяжести,  $c$  - изотермическая скорость звука. В /1, 2/ выяснено также, что в рассматриваемой модельной системе отсутствует поверхностная волна, распространяющаяся со скоростью звука  $c$ , аналогом которой является поверхностная волна Лэмба в изотермической атмосфере с абсолютно жесткой нижней границей раздела, исчезающая при  $g = 0$ , т.е. в отсутствие силы тяжести /3-5/. Поскольку поверхностная волна Стоунли-Шолтэ существует при любых  $g \geq 0$ , за единственным лишь очевидным исключением абсолютно жесткой нижней границы (см./1, 2, 6-8/), то эта поверхностная волна не может являться аналогом волны Лэмба в Атмосфере, хотя скорость ее распространения весьма близка к скорости звука /1, 2/; тем самым остается открытым вопрос о возможности существования аналога волны Лэмба в Атмосфере при реалистических граничных условиях на поверхности Земли.

Именно поэтому, целями настоящей работы являются, во-первых, получение более общего ( $\gamma > 1$ ), чем в /1, 2/, дисперсионного уравнения для описания характерных свойств поверхностных волн Рэля и Стоунли-Шолтэ с учетом влияния на их распространение внутренних гравитационных волн; во-вторых, выяснение возможности существова-

ния аналога поверхностной волны Лэмба /3-5/.

Для решения поставленных задач рассмотрим, как и в / I, 2/, изотермическую модель Атмосферы с экспоненциально спадающей с ростом высоты  $Z$  плотностью  $\rho(Z) = \rho_0 \exp(-gz/c^2)$ , предполагая, что начало декартовой системы координат  $x, y, z$  лежит на поверхности Земли  $Z = 0$ , а ось  $Z$  направлена вверх; здесь  $\rho_0 = \rho(Z = 0)$  плотность воздуха у земной поверхности. Тогда уравнение для возмущения давления  $p'$  в атмосферном воздухе запишется согласно /9/ в следующем виде:

$$\left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{c_s^2 \partial t^2} - \Delta_{\perp} \right) + 2N \frac{dN}{dz} \frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial z} - \right. \quad (I)$$

$$\left. - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2\Gamma \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] \exp\left( \int_0^z \frac{g}{c_s^2} dz \right) p' = 0,$$

где  $N^2 = - \left( \frac{g^2}{c_s^2} + \frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \right)$ ,  $\Gamma = \frac{g}{c_s^2} + \frac{1}{2\rho} \frac{d\rho}{dz}$ ,  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ .

В уравнении (I)  $N$  - частота Брента-Вейсяля, которая в рассматриваемом случае изотермической атмосферы равна  $N^2 = (\gamma - 1)g^2/c_s^2$ ,  $\Gamma$  - коэффициент Экарта, здесь  $\Gamma = (2 - \gamma)g/2c_s^2$ ;  $c_s$  - адиабатическая скорость звука  $c_s^2 = \gamma c^2$ ; очевидно также, что  $dN/dz = 0$ , а  $\exp\left(\int_0^z g dz/c_s^2\right) = \exp(gz/c_s^2)$ . Необходимую для дальнейшего взаимосвязь возмущения давления в среде  $p'$  с вертикальной скоростью смещения частиц в волне  $v_z$  запишем в следующем виде (см. /9/):

$$\frac{\partial^2}{\partial t \partial z} \exp\left( \int_0^z \frac{g}{c_s^2} dz \right) p' + \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \rho(z) \exp\left( \int_0^z \frac{g}{c_s^2} dz \right) v_z = 0. \quad (2)$$

Также, как и в /I, 2/, Земля моделируется однородным упругим полупространством с плоской границей раздела, поэтому уравнения, описывающие волновые процессы в ней удобно записать для потенциалов  $\varphi$  в смещениях продольных  $\varphi$  и сдвиговых  $\vec{\psi}$  волн:

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c_e^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta \vec{\psi} - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

а необходимые в дальнейшем выражения для вектора смещений  $\vec{u}$  и компонент тензора напряжения  $\sigma_{xx}, \sigma_{zz}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$  — через потенциалы  $\varphi$  и  $\vec{\psi}$  в следующем виде:

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \varphi + [\vec{\nabla} \times \vec{\psi}],$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \lambda \Delta \varphi + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}, & \sigma_{yy} &= \lambda \Delta \varphi + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y}, \\ \sigma_{zz} &= \lambda \Delta \varphi + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}, & \sigma_{xy} &= \mu \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right), \\ \sigma_{yz} &= \mu \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right), & \sigma_{zx} &= \mu \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $c_e = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho_0}$  и  $c_t = \sqrt{\mu/\rho_0}$  — скорости продольных и сдвиговых волн в упругой среде с плотностью  $\rho_0 = \text{const}$  и параметрами Ламэ  $\lambda, \mu$ .

Поскольку для получения дисперсионного уравнения достаточно и рассмотреть распространение через границу раздела сред плоской волны, то предположим, что из упругого полупространства на поверхность  $z = 0$  падает лишь продольная плоская волна, проекция волнового вектора которой на ось  $x$  равна  $K$ . Тогда, как известно (см./6/), для волны с вертикальной поляризацией всегда можно выбрать векторный потенциал  $\vec{\psi}$  таким образом, чтобы была отлична от нуля лишь единственная его компонента  $\psi_y = -\psi$ , вследствие чего для падающей, преломленной и отраженных волн можно записать следующие соотношения:

$$\varphi = e^{i(kx + \alpha_1 z - \omega t)} + A e^{i(kx - \alpha_1 z - \omega t)}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \psi &= B e^{i(\kappa x - \alpha_2 z - \omega t)}, \\ \rho' &= C e^{i(\kappa x + \alpha_2 z - \omega t)}, \end{aligned}$$

в которых  $t$  - время,

$$\alpha_1 = \sqrt{\kappa_e^2 - \kappa^2}, \quad \alpha_2 = \sqrt{\kappa_t^2 - \kappa^2},$$

$$\kappa_e = \frac{\omega}{c_e}, \quad \kappa_t = \frac{\omega}{c_t}, \quad \kappa_s = \frac{\omega}{c_s}, \quad (6)$$

$$\alpha = i \left[ \frac{g}{2c^2} + \sqrt{\frac{g^2}{4c^4} + (\kappa^2 - \kappa_s^2) \left(1 - \frac{N^2}{\omega^2}\right) - \frac{N^2}{c_s^2}} \right].$$

Необходимая для определения коэффициентов отражения  $A$ , трансформации  $B$  и прохождения  $C$  система из трех алгебраических уравнений найдется с использованием стандартных граничных условий (см./I,6/):

$$\psi_z \Big|_{z=+0} = \frac{\partial u_z}{\partial t} \Big|_{z=-0}, \quad (-\rho' + \rho g u_z) \Big|_{z=+0} = \sigma_{zz} \Big|_{z=-0}, \quad \sigma_{zx} \Big|_{z=0} = 0. \quad (7)$$

Приравняв к нулю главный детерминант этой системы, получим искомого дисперсионное уравнение, которому удовлетворяют волновые числа  $\kappa$  собственных решений рассматриваемой задачи

$$\begin{aligned} &\left(\gamma_s - \frac{g}{c_s^2}\right) \left[ (2\kappa^2 c_t^2 - \omega^2)^2 - 4\kappa^2 \gamma_e \gamma_t c_t^4 \right] + \\ &+ R \gamma_e \omega^2 \left[ \omega^2 - N^2 + g \left(\gamma_s - \frac{g}{c_s^2}\right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнении (8) введены следующие обозначения:  $R = \rho_0 / \rho_g$ ,  $\gamma_s = \frac{\alpha}{i}$ ,  $\gamma_e = \sqrt{\kappa^2 - \kappa_e^2}$ ,  $\gamma_t = \sqrt{\kappa^2 - \kappa_t^2}$ .

Рассмотрим сначала вопрос о существовании поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы раздела атмосферы с океаном, т.е. когда Земля моделируется однородным жидким полупространством  $C_t = 0$ . В этом случае из (8) получаем более простое дисперсионное уравнение, которое через безразмерные величины  $\kappa/\kappa_s = \sqrt{1 - \xi}$ ,  $G = \alpha / \omega C_s$ ,  $\alpha = C_s / C_t$ ,  $W_1^2 = N^2 / \omega^2 = (\gamma - 1) G^2$  и  $W_2 = (2 - \gamma) G / 2$  запишется в следующем виде:

$$\left( \sqrt{W_2^2 - \xi(1 - W_1^2)} - W_2 \right) + R \sqrt{1 - \alpha^2 - \xi} \times \quad (9)$$

$$\times \left[ 1 - W_1^2 + G \left( \sqrt{W_2^2 - \xi(1 - W_1^2)} - W_2 \right) \right] = 0.$$

Если бы граница раздела была абсолютно жесткой  $R = 0$ , то уравнение (9) имело бы тривиальное решение  $\xi = 0$  ( $\kappa = \kappa_s$ ), отвечающее существованию стандартной поверхностной волны Лэмба в атмосфере (см. /3-5/). Поскольку же в реальных условиях  $R \approx 10^{-3} \ll 1$ , то, как нетрудно убедиться, значение  $\xi = 0$  не является корнем уравнения (9), так как при  $\xi = 0$  лишь первое слагаемое обращается в нуль, второе же — остается конечным и равным  $R \sqrt{1 - \alpha^2} (1 - W_1^2)$ . По-видимому, можно ожидать, что при  $R \ll 1$  в случае существования корня уравнения (9) величина его будет также существенно меньше единицы  $|\xi| \sim R^n$ ,  $n \geq 1$ ; кроме того, из простейшего анализа следует, что решение уравнения (9) существует лишь при  $\xi > 0$ , когда знаки первого и второго слагаемых в (9) противоположны.

Учитывая сказанное относительно возможных значений  $\xi$ , из (9) в первом приближении находим

$$\xi = \xi_L \approx R \sqrt{1 - \alpha^2} \left[ 2W_2 - R \sqrt{1 - \alpha^2} (1 - W_1^2) \right]. \quad (10)$$

Как видно из (10), необходимое условие  $\xi > 0$  может нарушаться лишь в области высоких частот, т.е. при  $G \ll 1$ . Значение критической частоты  $\omega_L$ , ниже которой  $\omega < \omega_L$  только и существует, теперь уже модифицированная сверхзвуковая поверхностная волна Лэмба с увеличивающейся с понижением частоты скоростью распространения

$c_L \approx c_S (1 + \xi_L / 2)$  определяется из уравнения

$$W_2 - R \sqrt{1 - a^2} (1 - W_1^2) = 0, \quad (II)$$

следующего из решения (IO) при  $\gamma_S(\omega_L) = g/2c^2$ . Из (II) находим

$$\omega_L = \frac{g}{c_S} \times \frac{4R(\gamma - 1)\sqrt{1 - a^2}}{\sqrt{(2 - \gamma)^2 + 16R^2(1 - a^2)(\gamma - 1) - (2 - \gamma)}} \quad (I2)$$

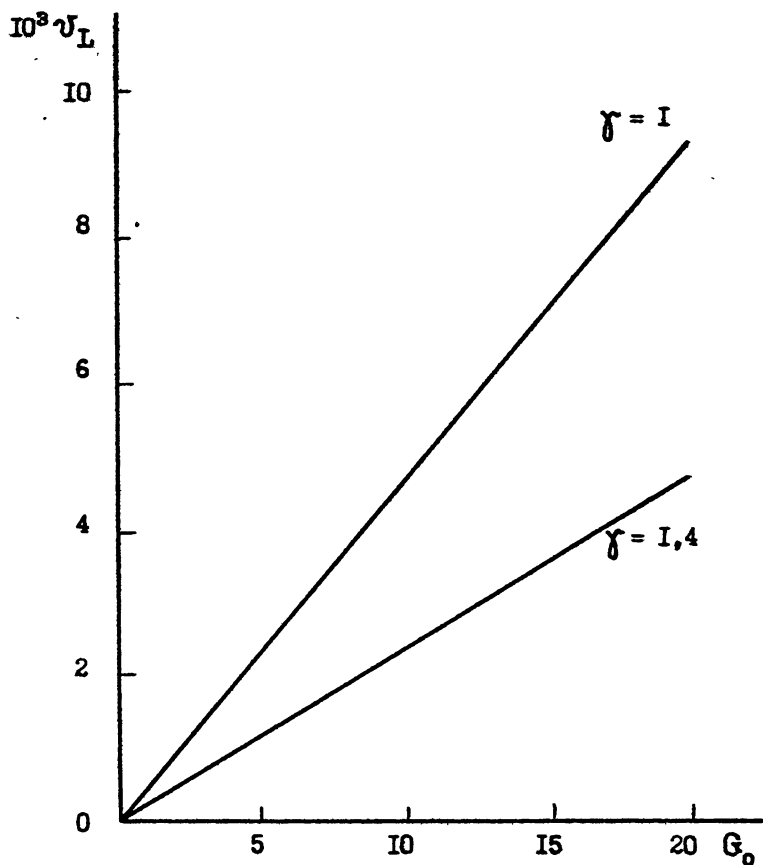
Используя условие малости  $R \ll 1$ , из (I2) при справедливом для атмосферного воздуха условий  $1 < \gamma < 2$  находим более наглядное приближенное выражение для критической частоты поверхностной модифицированной волны Лэмба

$$\omega_L \approx \frac{2 - \gamma}{2R\sqrt{\gamma(1 - a^2)}} \frac{g}{c}, \quad (I3)$$

зависящее от акустических характеристик граничащих сред. Как следует из (IO) и (I3), влияние внутренних гравитационных волн ( $\gamma > 1$ ) на распространение поверхностной модифицированной волны Лэмба сводится к уменьшению дисперсии ее скорости  $c_L$  и понижению критической частоты  $\omega_L$  по сравнению со случаем  $\gamma = 1$ , поскольку с ростом  $\gamma$  величина  $(2 - \gamma)/\sqrt{\gamma}$  в выражениях (IO) и (I3) уменьшается (см. рис. I).

Таким образом, установлено, что вдоль границы атмосферы с океаном возможно распространение поверхностной модифицированной сверхзвуковой волны Лэмба, но на частотах лишь ниже определенной (см. (I2)) критической частоты  $\omega < \omega_L$ , которая при реальных значениях параметров сред составляет величину  $f_L = \omega/2\pi \approx 1,5$  Гц. Здесь следует отметить, что данное обстоятельство не было учтено в /IO, II/ при изучении вклада волны Лэмба в полное поле, возбуждаемое в атмосфере при подвижках океанического дна. Отсутствие в /IO, II/ критической частоты  $\omega_L$  для поверхностной волны Лэмба и равенство скорости ее распространения скорости звука  $c_S$  (стандартная волна Лэмба) обусловлено несамосогласованной постановкой задачи в /IO,





Р и с. 1 Зависимость от безразмерной величины  $G_0 = \frac{g}{\omega c}$  дисперсионной добавки  $U_L = \frac{C_L}{C_s} - 1$  в скорости распространения поверхностной модифицированной волны Лемба, полученная при численном решении уравнения (9) с  $R = 10^{-3}$ ,  $\alpha = 3,4/15$ .

II/, при которой исключалось влияние водной среды на дисперсионные свойства волны Лэмба.

Обратимся теперь к рассмотрению вопроса о существовании поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы атмосферы с грунтом  $C_t \neq 0$ . В этом случае уравнение (9) можно записать с использованием безразмерной переменной  $\eta = k/k_s$  в следующем виде:

$$(\gamma_s - W_2) \left[ (2\eta^2 - \beta^2)^2 - 4\eta^2 \gamma_e \gamma_t \right] + \quad (I4)$$

$$+ R \beta^4 \gamma_e \left[ 1 - W_1^2 + G(\gamma_s - W_2) \right] = 0,$$

где

$$\gamma_s = \sqrt{W_2^2 + (\eta^2 - 1)(1 - W_1^2)}, \quad \gamma_e = \sqrt{\eta^2 - a^2}, \quad \gamma_t = \sqrt{\eta^2 - \beta^2}, \quad \beta = \frac{C_s}{C_t}.$$

При  $G = 0$  уравнение (I4) сводится к известному уравнению Стоунли - Шолтэ (см./6-8/), описывающему распространение двух типов волн - Стоунли-Шолтэ и Рэлея со скоростями  $C_{St} < C_s$  и  $C_R < C_t$  соответственно; причем одна из них является поверхностной, а другая вытекающей. В реальных условиях  $\beta \approx 0,1 \ll 1$  и поэтому поверхностной волной является волна Стоунли-Шолтэ; волна Рэлея в этом случае является вытекающей, поскольку, распространяясь со скоростью  $C_R > C_s$ , она переизлучает энергию в атмосферу, вследствие принципа излучения Вавилова-Черенкова. Учет конечных значений  $G$  не изменяет порядка уравнения (см.(I4)), поэтому, как показано в /I, 2/ на частном примере  $\gamma = 1$ , не должно возникать и дополнительное решение уравнения (I4), которое описывало бы новую поверхностную волну типа Лэмба. Появляется лишь дисперсия у волн Стоунли-Шолтэ и Рэлея, приводящая к тому, что, например, при  $\gamma = 1$  (см./I, 2/) ниже определенной частоты  $\omega < \omega_0 \approx g/2c$  переизлучение энергии волны Рэлея прекращается и она становится поверхностной волной наряду с волной Стоунли-Шолтэ. Посмотрим теперь, какие отличия, по сравнению со случаем  $\gamma = 1$  (см./I, 2/), появляются в дисперсионных свойствах этих волн с учетом влияния на их распространение внутренних гравитационных волн  $\gamma > 1$ ,  $W_1^2 \neq 0$ . Обратимся сначала к исследованию влияния внутренних гравитационных волн на дисперсию по-

верхностной волны Стоунли-Шолтэ. Решение уравнения (I4), соответствующее этой волне, будем искать в следующем виде:  $\eta = \eta_{st} = (I + \xi_{st})^{1/2}$ , где  $\xi_{st} \ll I$ , тогда в первом приближении из (I4) найдем

$$\xi_{st} \approx \frac{Rb^4 \nu_t}{H_1} (-2W_2 + Rb^4 \nu_t / H_1), \quad (I5)$$

$$H_1 = H(\eta=1), \quad H(\eta) = (2\eta^2 - b^2)^2 - 4\eta^2 \nu_t \nu_t.$$

Из (I4) нетрудно убедиться, что для существования  $\eta = \eta_{st}$  необходимо выполнение условия  $\xi_{st} > 0$ , т.к. только в этом случае знак первого слагаемого в (I4) будет противоположен знаку второго слагаемого. Из (I5) же следует, что условие  $\xi_{st} > 0$  выполняется во всей области частот ( $W_2 \geq 0$ ), поскольку  $H_1 < 0$ . С использованием малости величины  $b^2 \ll I$  выражение (I5) можно существенно упростить и представить в следующем виде:

$$\xi_{st} \approx \frac{Rb^2}{1 - (c_t/c_p)^2} \left\{ 2W_2 + \frac{Rb^2}{4[1 - (c_t/c_p)^2]} \right\}. \quad (I6)$$

Из (I5), (I6) следует, что, во-первых, поверхностная волна Стоунли-Шолтэ распространяется с дозвуковой скоростью  $c_{st} \approx c_s(1 - \xi_{st}/2)$ , уменьшающейся с понижением частоты (см.рис.2), во-вторых, влияние внутренних гравитационных волн приводит к уменьшению дисперсии в скорости распространения  $c_{st}$  этой волны по сравнению с ситуацией при  $\gamma = I$  (см.рис.2), поскольку с ростом  $\gamma$ , в разумном для атмосферного воздуха диапазоне  $I < \gamma < 2$ , величина  $W_2 = \frac{2-\gamma}{2\sqrt{\gamma}} \frac{g}{c\omega}$  в выражении для  $\xi_{st}$  (I5) уменьшается.

Перейдем, наконец, к исследованию влияния внутренних гравитационных волн на дисперсионные свойства волны Рэлея. Решение уравнения (I4), соответствующее этой волне, будем искать в виде  $\eta = \eta_0 + \xi_R$ , где  $\xi_R \ll I$  - малая величина, являющаяся добавкой к решению  $\eta_0$  уравнения (I4) при  $R = 0$ :  $H(\eta_0) = 0$ . Тогда, в первом приближении из (I4) находим выражение

$$\xi_R \approx \frac{R b^4 \nu_e [1 - W_1^2 + G(\nu_s - W_2)]}{2\eta_0 \left\{ 2(\nu_s - W_2) \left[ \eta_0^2 \left( \frac{\nu_t}{\nu_e} + \frac{\nu_e}{\nu_t} \right) + 2\nu_e \nu_t - 2(2\eta_0^2 - b^2) \right] - \frac{R}{2} \left[ G \frac{\nu_e}{\nu_s} + \frac{1 - W_1^2 + G(\nu_s - W_2)}{\nu_e} \right] \right\}} \quad (17)$$

в котором подразумевается, что  $\nu_s = \nu_s(\eta_0)$ ,  $\nu_e = \nu_e(\eta_0)$  и  $\nu_t = \nu_t(\eta_0)$ . Учитывая, что в реальных условиях  $R \ll 1$ ,  $b^2 \ll 1$ ,  $(\eta_0^2 - b^2) < 2$  и  $(a/b)^2 \lesssim 1/3$ , из (17) находим удобную для дальнейшего анализа зависимость

$$\xi_R \approx \frac{R \nu_t b^4}{4\eta_0^3} \times \frac{1 - W_1^2 + G(\nu_s - W_2)}{\nu_s - W_2} \quad (18)$$

Как отмечалось выше, при  $G = 0$  волна Рэлея представляет собой вытекающую волну, поскольку малая добавка  $\xi_R$  является комплексной величиной (см. (18)). Переизлучение энергии этой волны прекращается при выполнении условия  $\nu_s^2 \geq 0$ , определяющего при  $\nu_s(\omega_R) = 0$  выражение для критической частоты

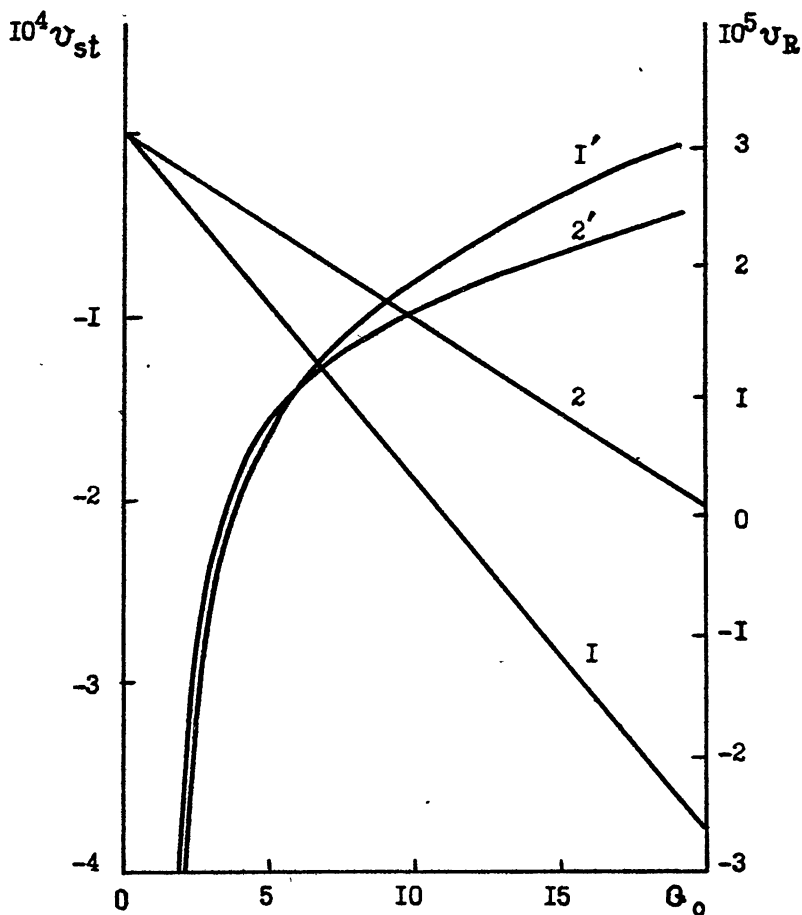
$$\omega_R = \omega_0 \sqrt{(\gamma - 4\eta_0^2(\gamma - 1))/\gamma}, \quad \omega_0 = g/2c\sqrt{1 - \eta_0^2}, \quad (19)$$

ниже которой ( $\omega < \omega_R$ ) волна Рэлея становится поверхностной волной со скоростью распространения

$$c_R \approx \frac{c_s}{\eta_0} \left( 1 - \frac{\xi_R}{\eta_0} \right), \quad (20)$$

где

$$\xi_R \approx - \frac{R b^4 \nu_t}{4\eta_0^3(1 - \eta_0^2)} G \left\{ \eta_0^2 + \frac{\gamma - 1}{(2 - \gamma)^2} [3\gamma - 1 - \gamma^2 - \eta_0^2(4 - \gamma)] - \frac{3 - \gamma - \eta_0^2(4 - \gamma)}{(2 - \gamma)^2 G^2} \right\}, \quad \left| \frac{(\eta_0^2 - 1)(1 - W_1^2)}{W_2^2} \right| \ll 1, \quad 1 \leq \gamma < 2; \quad (21)$$



Р и с. 2 Зависимости от безразмерной величины  $G_0 = \frac{g}{\omega c}$  дисперсионных добавок к скоростям распространения поверхностных волн Стоунли - Шолте  $v_{st} = \frac{c_{st}}{c_s} - 1$  (линии 1, 2) и Рэлея  $v_R = \frac{c_R}{c_s} - b^{-1} + 0,806$  (кривые 1', 2'), полученные при численном решении уравнения (14) с  $R = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $b = 0,1$ ,  $a = b/\sqrt{3}$ :  
 1, 1' -  $\gamma = 1,0$   
 2, 2' -  $\gamma = 1,4$

$$\xi_R \approx - \frac{R b^4}{4 \eta_0^3} G \left( \frac{\gamma - \alpha}{\alpha + \gamma - 2} \right), \quad \alpha = 2 \sqrt{(\gamma - 1)(1 - \eta_0^2) + \left( \frac{2 - \gamma}{2} \right)^2}, \quad (22)$$

$$\left| \frac{(1 - \eta_0^2)(1 - W_1^2)}{W_2^2} \right| \gg 1, \quad \gamma > 1; \quad W_1^2 \gg 1.$$

Как следует из (19) и (20)–(22), влияние внутренних гравитационных волн на распространение поверхностной волны Рэлея приводит, во-первых, к увеличению критической частоты по сравнению со случаем  $\gamma = I/I_2$  (см. рис. 2), т.к.  $\omega_R/\omega_0 \approx \sqrt{\gamma}$ , во-вторых, в зависимости от диапазона частот к увеличению или уменьшению дисперсии ее скорости распространения по сравнению со случаем  $\gamma = I$  (см. рис. 2), поскольку, как показывают приближенные зависимости (21) и (22), при  $\gamma > I$   $(\gamma - \alpha)/(\alpha + \gamma - 2) < \eta_0^2 + (\gamma - I) [3\gamma - I - \gamma^2 - \eta_0^2(4 - \gamma)] / (2 - \gamma)^2$ .

В заключение кратко сформулируем принципиальные результаты выполненных исследований. Во-первых, показано, что вдоль границы атмосферы с океаном возможно распространение поверхностной, но модифицированной волны Лэмба, причем лишь на частотах – ниже определенной критической частоты  $\omega_L$  (12). Во-вторых, выяснено, что аналог поверхностной модифицированной волны Лэмба в атмосфере, граничащей с упругим грунтом, отсутствует; в такой системе существует поверхностная волна Стоунли–Шолтэ и волна Рэлея, которая лишь на частотах ниже определенной критической частоты  $\omega_R$  (19) становится поверхностной волной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Петухов Д.В. Влияние гравитации на распространение поверхностных волн вдоль границы раздела Земля – Атмосфера // Препринт № 269. – Горький: НИРФИ, 1989. – 7 с.
2. Петухов Д.В. Эффект одновременного существования непереизлучающих поверхностных волн Рэлея и Стоунли // Акуст. журн. – 1991. – Т. 37, № 2. – С.

3. Госсард Э.Э., Хук У.Х. Волны в атмосфере. - М.: Мир, 1987. - 532 с.
4. Lamb H. On the theory of waves propagated vertically in the atmosphere // Proc.Lond.Math.Soc.-1910.-V.7,№1.-P.122-141.
5. Bretherton F.P. Lamb waves in a nearly isothermal atmosphere // Q.J.R.Meteorol.Soc. - 1969. - V.65, № 3. - P.754 - 757.
6. Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F. Elastic waves in layered media. - New York: McGraw-Hill, 1957. - 580 p.
7. Scholte J.G. The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves // Monthly Notices Roy.Astron.Soc.: Geophys.Suppl. - 1947. - V.5, № 3. - P.120 - 126.
8. Biot M.A. The interaction of Rayleigh and Stoneley waves in the ocean bottom // Bull.Seism.Soc.Amer. - 1952. - V.42, № 1. - P.81 - 92.
9. Остаев В.Е. Уравнение для акустических и гравитационных волн в стратифицированной движущейся среде//Акуст.журн. - 1987. - Т.32, № I. - С.150-152.
10. Лидоренко Н.С., Ильин Б.И., Петькин Н.В., Козлов В.А., Ромашко Д.Н. Возбуждение акустических колебаний в атмосфере при поршневых подвижках дна океана//Изв.АН СССР. Физика атмосферы и океана. - 1988. - Т.24, № I. - С.47-52.
11. Ильин Б.И., Ромашко Д.Н. Генерация атмосферного инфразвука при вертикальном сдвиге океанического дна//Изв.АН СССР. Физика атмосферы и океана. - 1990. - Т.26, № 8. - С.886-888.

Дата поступления статьи

12 апреля 1991 г.

Петухов Юрий Васильевич

К ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН,  
РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ ЗЕМЛЯ - АТМОСФЕРА

---

Подписано в печать 14.05.91 г. Формат 60 x 84/16.  
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 0,95 усл.п.л.  
Заказ 5168. Тираж 120. Бесплатно

---

Отпечатано на ротационте НИРОИ