ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РСФСР ПО ДЕЛАМ НАУКИ И ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

Ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 332

ОБ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ В ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ

А.А.Жаров
И.Г.Кондратьев
Е.Ю.Кузнецова

Нижний Новгород 1991

Жаров А.А., Кондратьев И.Г., Кузнецова Е.Ю.
ОБ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ В ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ //
Препринт № 332 - Нижний Новгород: НИРФИ - 1991 - 9 с.

УДК 535

Исследуются собственные продольные электростатические волны в дисперсной среде, состоящей из одинаковых сферических частиц, размеры которых малы по сравнению с длинами волн. В дипольном приближении получено дисперсионное уравнение электростатических волн в общем виде. В качестве примера рассматриваются свойства собственных мод в суспензии металлических частиц.

Дисперсные среды представляют собой объемные взвеси электронейтральных макроскопических частиц в каком-либо веществе. К ним, в частности, относятся аэрозоли и коллоидные взвеси серебряных и золотых частиц в воде, стекле и в фотоэмульсии, служащие объектами интенсивных исследований (см., например, I и цитируемую там литературу). Наличие некоторых характерных макромасштабов обуславливает своеобразную пространственную дисперсию таких сред, вследствие чего можно ожидать, что эти среды способны поддерживать собственные продольные электростатические моды. Вопросу о возможности существования и свойствах соответствующих волн в дисперсных средах посвящена настоящая работа.

Рассмотрим диспергированную среду, состоящую из одинаковых сферических частиц радиуса a ; обозначим среднее межчастичное расстояние и концентрацию частиц ℓ и N соответственно. Предположим, что размеры частиц и расстояния между ними малы по сравнению с длинами исследуемых волн. Тогда распространение электростатических волн в дисперсной среде можно рассматривать на основе обычных уравнений макроскопической электродинамики в сплошной среде с некоторой эффективной диэлектрической проницаемостью ε_{eff} .

Как известно, в отсутствие свободных зарядов макроскопическое электростатическое поле в материальной среде определяется макроскопическими уравнениями Максвелла

$$rot\,\vec{E} = 0\,, \qquad div\,\vec{D} = 0 \tag{I}$$

(магнитное поле $\vec{H} = 0$), а также материальным уравнением, связывающим макроскопические индукцию $\vec{D}$ и напряженность $\vec{E}$ электрического поля:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} = \varepsilon_{eff} \vec{E} . \quad (2)$$

Здесь $\vec{D}$, $\vec{E}$ и плотность поляризации $\vec{P}$ суть усредненные по объемам, большим по сравнению с масштабами неоднородностей среды, величины; ε_{eff} - эффективная диэлектрическая проницаемость дисперсной среды.

В случае плоских однородных волн зависимость величин $\vec{D}$, $\vec{E}$ и $\vec{P}$ от пространственных координат описывается множителем $exp(-i\vec{k}\vec{r})$, так что уравнения (I) упрощаются к виду

$$[\vec{k}\vec{E}] = 0, \quad (\vec{k}\vec{D}) = 0. \quad (3)$$

Для продольных волн $\vec{E} \parallel \vec{D} \parallel \vec{k}$ соотношения (3) и (2) дают:

$$\vec{D} = 0,$$

$$\vec{E} = -4\pi \vec{P} \quad \text{или} \quad \varepsilon_{eff} = 0. \quad (4)$$

Последнее уравнение

$$\varepsilon_{eff}(\omega, k) = 0 \quad (5)$$

и определяет закон дисперсии продольных электростатических волн.

Чтобы найти $\varepsilon_{eff}(\omega, k)$, определим, как связаны между собой в продольной волне микроскопическое локальное поле $\vec{E}^{(loc)}$, действующее на отдельную частицу, и среднее макроскопическое поле $\vec{E}$. Предположим, что продольная волна распространяется в дисперсной среде вдоль оси z . Тогда индуцированные дипольные моменты отдельных частиц можно записать в виде $\vec{p}(\vec{r}) = \vec{z}_0 p_0 \, exp(-ik(\vec{r}\vec{z}_0))$. Напряженность электрического поля $\vec{E}^{(loc)}(\vec{r})$, действующего на данную частицу, определяется суммой электрических полей всех остальных частиц и в рассматриваемом дипольном приближении выглядит , очевидно, так:

$$\vec{E}^{(loc)}(\vec{r}) = \sum_i \frac{3\vec{R}_i(\vec{p}(\vec{r}_i)\vec{R}_i) - R_i^2\vec{p}(\vec{r}_i)}{R_i^5}, \qquad (6)$$

где $\vec{R}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$ – радиус-вектор, направленный от точки источника (i -й частицы) к точке наблюдения (фиксированной частице), $\vec{p}(\vec{r}_i)$ – дипольный момент i -й частицы.

Проектируя $\vec{E}^{(loc)}(\vec{r})$ на направление $\vec{z}_0$, получим:

$$E_z^{(loc)}(\vec{r}) = exp(-ik(\vec{r}\vec{z}_0)) \sum \frac{p_0(3\cos^2\vartheta_i - 1)\, exp(ik(\vec{R}_i\vec{z}_0))}{R_i^3}, \qquad (7)$$

где ϑ_i – угол между векторами $\vec{p}(\vec{r}_i)$ и $\vec{R}_i$. Заменяя суммирование по отдельным частицам интегрированием по элементам объема $R^2 \sin\vartheta\, dR\, d\vartheta\, d\varphi$, преобразуем (7) к виду:

$$E_z^{(loc)}(\vec{r}) = p_0\, exp(-ik(\vec{r}\vec{z}_0)) \int_{\ell}^{\infty}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{exp(-ikR\cos\vartheta)(3\cos^2\vartheta - 1)\sin\vartheta}{R} N dR\, d\vartheta\, d\varphi. \qquad (8)$$

Вычисление интеграла дает:

$$E_z^{(loc)}(\vec{r}) = -\frac{8\pi}{3} N p_0\, exp(-ik(\vec{r}\vec{z}_0))\, F(k\ell), \qquad (9)$$

где $F(k\ell) = 3(\sin k\ell - k\ell\cos k\ell)(k\ell)^{-3}$. Зависимость $F(k\ell)$ представлена графически на рис. I.

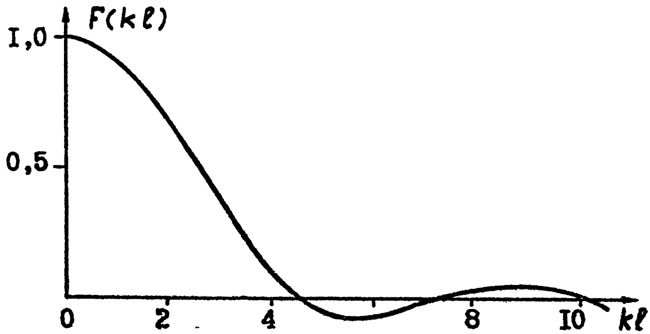


Рис. I

Используя соотношение (4) и учитывая, что плотность поляризации среды

$$\vec{P} = N\vec{p} \tag{10}$$

получаем из (9) следующие выражения для локального поля в продольной моде:

$$E^{(loc)}(\vec{r}) = -\frac{8\pi}{3} P(\vec{r}) F(kl) = \frac{2\pi}{3} E(\vec{r}) F(kl) \tag{11}$$

или

$$E^{(loc)}(\vec{r}) = E(\vec{r}) + 4\pi\left(1 - \frac{2}{3}F(kl)\right)P(\vec{r}). \tag{11a}$$

Заметим, что в предельном случае длинноволновых ($\vec{k} \approx 0$) мод выражение (11a) для локального поля принимает вид

$$E^{(loc)}(\vec{r}) = E(\vec{r}) + \frac{4\pi}{3} P(\vec{r}), \tag{12}$$

т.е. переходит в так называемое соотношение Лоренца, широко используемая в теории диэлектриков и дисперсных сред [2,3].

Учитывая, что дипольный момент частицы связан с локальным полем в месте ее расположения соотношением

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}^{(loc)}, \tag{13}$$

где $\alpha = a^3 \dfrac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p + 2}$ – поляризуемость сферической частицы [4], ε_p – ее диэлектрическая проницаемость, с помощью (2), (10), (11) находим искомое выражение для $\varepsilon_{eff}(\omega, k)$, а, следовательно, и дисперсионное уравнение для продольных мод в дисперсной среде+):

$$\varepsilon_{eff}(\omega, k) = 1 + \frac{3\rho(\varepsilon_p - 1)}{\varepsilon_p + 2 - 3\rho(\varepsilon_p - 1)\left(1 - \frac{2}{3}F(kl)\right)} = 0 \tag{14}$$

или

+) При $\vec{k} = 0$ выражение (14) для ε_{eff} совпадает с известной формулой Максвелла – Гарнетта [6].

$$1 + 2\rho \frac{\varepsilon_p(\omega) - 1}{\varepsilon_p(\omega) + 2} F(k\ell) = 0 , \qquad (14a)$$

где $\rho = \frac{4\pi}{3} a^3 N$ - объемная концентрация частиц (фактор заполнения).

До сих пор диэлектрическая проницаемость ε_m вещества, заполняющего пространство между частицами, предполагалась равной единице. Переход к случаю $\varepsilon_m \neq 1$ совершается путем замены ε_p на $\varepsilon_p/\varepsilon_m$ и ε_{eff} на $\varepsilon_{eff}/\varepsilon_m$ [1,5], при этом дисперсионное уравнение принимает вид:

$$1 + 2\rho \frac{\varepsilon_p(\omega) - \varepsilon_m(\omega)}{\varepsilon_p(\omega) + 2\varepsilon_m(\omega)} F(k\ell) = 0 . \qquad (15)$$

В качестве примера рассмотрим электростатические продольные волны в суспензии металлических частиц. Как известно [3], электродинамические свойства многих металлов в частотном диапазоне от ИК до УФ могут быть описаны с помощью диэлектрической проницаемости

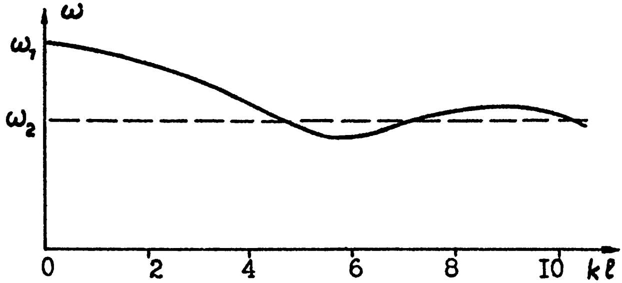
$$\varepsilon_p(\omega) = \varepsilon_\ell - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\gamma)} , \qquad (16)$$

где ε_ℓ - вклад в диэлектрическую проницаемость за счет межзонных переходов, ω_p - плазменная частота электронного газа, γ - коэффициент затухания. При условии $\gamma/\omega \ll 1$ дисперсионное уравнение продольных мод выглядит следующим образом:

$$\omega^2 = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_\ell + 2\varepsilon_m (1-\rho F(k\ell))/(1+2\rho F(k\ell))} - \gamma^2 . \qquad (17)$$

Эти волны, как видно, существуют лишь при достаточно малом γ: $\gamma < \gamma_{кр.} = \omega_p \left(\varepsilon_\ell + 2\varepsilon_m \frac{1-\rho}{1+2\rho}\right)^{-1/2}$ или, что по существу то же самое.

при достаточно большом факторе заполнения $\rho > \rho_{кр.}$. Дисперсионная кривая $\omega(k)$ заключена в некотором диапазоне частот $\omega_2 < \omega < \omega_1$ и качественно изображена на рис. 2. Например, в случае взвеси частиц Ag радиусов $a \sim 5$ мм в стекле ($\varepsilon_m \approx 2,2$) частоты ω_1 и ω_2 при $\rho \sim 0,2$ соответственно равны $5,24 \cdot 10^{15}$ c^{-1} и $4,6 \cdot 10^{15}$ c^{-1}, т.е. лежат в области ближнего УФ и оптического диапазона. Волна является обратной с противоположно направленными фазовой и групповой скоростями.



Р и с. 2

Рассмотренные продольные электростатические волны могут, вероятно, возбуждаться в пленке с дисперсной структурой при облучении ее p -поляризованным светом и влиять на спектры отражения и поглощения дисперсных сред, что необходимо учитывать при их спектроскопии. В частности, связанные с этими волнами собственные моды могут быть причиной появления наблюдаемых в некоторых экспериментах дополнительных линий (тонкой структуры) в спектре поглощения p -поляризованного излучения.

Литература

1. Петров Ю.И. Физика малых частиц, гл УП. М.: Наука, 1982.
2. Браун В. Диэлектрики. М.: Изд. иностр. лит., 1961.
3. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела, т.2. М.: Мир, 1979.
4. Г. ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
6. Maxwell-Garnett J.C. Phil.Trans.Roy.Soc.London // 1904, V.203, P. 385; 1906, V.205, P. 238.

Дата поступления статьи

23 июля 1991 г.