ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РСФСР ПО ДЕЛАМ НАУКИ И ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

Ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ)

Препринт № 337

АТМОСФЕРНАЯ ПОВЕРХНОСТНАЯ ВОЛНА СТОУНЛИ - ШОЛТЭ - ЛЭМБА

Л.А.Гасилова
И.Ю.Гордеева
Ю.В.Петухов

Нижний Новгород 1991

Гасилова Л.А., Гордеева И.Ю., Петухов Ю.В.

АТМОСФЕРНАЯ ПОВЕРХНОСТНАЯ ВОЛНА СТОУНЛИ-ШОЛТЭ-ЛЭМБА//Препринт № 337. - Н.Новгород: НИРФИ, 1991. - 21 с.

УДК 531.596.1

Исследованы дисперсионные свойства модифицированной поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба, распространяющейся вдоль границы раздела изотермическая атмосфера - океанический волновод, моделируемый слоем однородной сжимаемой жидкости, лежащим на однородном упругом полупространстве, и определены частотные зависимости ее коэффициентов возбуждения для возмущения давления и скорости частиц среды в атмосфере при точечном подводном источнике массы. Показано, что эта волна существует лишь на частотах ниже определенной критической частоты, уменьшающейся с ростом глубины слоя, и распространяется со сверхзвуковой (по отношению к воздуху) скоростью выше и дозвуковой скоростью ниже определенной, уменьшающейся с ростом глубины водного слоя, частоты.

Анализ полученного в /I/ дисперсионного уравнения для собственных решений системы изотермическая атмосфера - однородная сжимаемая жидкость, моделирующая океан, показал (см./I/), что лишь на частотах ниже определенной критической частоты (см.(I2), (I3) в /I/) существует модифицированная поверхностная волна Лэмба, распространяющаяся вдоль соответствующей границы раздела сред со сверхзвуковой (по отношению к воздуху) скоростью, возрастающей при понижении частоты, и являющаяся аналогом известной волны Лэмба в атмосфере (см./2/), распространяющейся со скоростью звука вдоль абсолютно жесткой границы раздела (несжимаемая жидкость). Исследования же полученного в /I, 3/ дисперсионного уравнения для собственных решений системы изотермическая атмосфера - однородное упругое полупространство, моделирующее Землю, показали, что в такой системе аналог поверхностной волны Лэмба отсутствует, во всем диапазоне частот существует лишь поверхностная волна Стоунли - Шолтэ /4/, распространяющаяся с дозвуковой скоростью, уменьшающейся с понижением частоты, волна же Рэлея становится поверхностной лишь на частотах ниже определенной критической частоты (см.(I9)в /I/) и распространяется с увеличивающейся при понижении частоты скоростью.

Настоящая же работа посвящена естественному продолжению и обобщению выполненных в /I, 3/ исследований, а именно - изучению дисперсионных свойств и частотных зависимостей коэффициентов возбуждения поверхностных волн, существование которых возможно в более сложной системе изотермическая атмосфера - моделирующий океанический волновод однородный слой сжимаемой жидкости, лежащий на однородном упругом полупространстве, поскольку такая система будет, по-видимому, адекватнее по сравнению с /I, 3/ описывать физические свойства низкочастотных возмущений, распростра -

няющихся как в атмосфере, так и в океане.

При решении поставленной задачи рассмотрим, как и в /I/, изотермическую модель атмосферы с экспоненциально спадающей с ростом высоты $z \geq H$ плотностью воздуха $\rho_1(z) = \rho_{01} \exp(-\gamma g (z - H)/c_1^2)$ и постоянными адиабатической скоростью звука c_1 и показателем адиабаты γ, предполагая, что начало цилиндрической системы координат z, r расположено на границе жидкости с упругим полупространством $z = 0$, а ось z направлена вертикально вверх; здесь g - ускорение силы тяжести, $\rho_{01} = \rho_1(z = H)$ - плотность воздуха на границе с жидкостью, H - глубина водного слоя, r - горизонтальное расстояние. Тогда линеаризованное уравнение для возмущения давления p_1' в неподвижной атмосфере запишется, с использованием /5/, в следующем виде:

$$\left\{\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N_1^2\right)^2 \left(\frac{\partial^2}{c_1^2 \partial t^2} - \Delta_\perp\right) - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N_1^2\right) \times \right.$$

$$\left. \times \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2\Gamma_1 \frac{\partial}{\partial z}\right)\right\} \exp\left(g(z-H)/c_1^2\right) p_1' = 0, \qquad (I)$$

где $N_1^2 = (\gamma - I) g^2/c_1^2$ - квадрат частоты Брента-Вяйсяля, $\Gamma_1 = (2 - \gamma) g / 2 c_1^2$ - коэффициент Эккарта, $\Delta_\perp = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial}{\partial r}\right)$, t - время.

Линеаризованное уравнение для возмущения давления p_2' в сжимаемой жидкости с постоянными при $0 \leq z \leq H$ значениями плотности ρ_2 и скорости звука c_2, в которой на глубине $z = h$ расположен точечный источник массы с произвольной зависимостью от времени производительности $Q(t) = \frac{1}{r} \delta(r) \delta(z - h) \times M(t)$, запишется в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial^2}{c_2^2 \partial t^2} - \Delta_\perp - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) p_2' = \rho_2 \frac{\delta(r)\, \delta(z-h)}{r} \frac{\partial M}{\partial t}, \qquad (2)$$

где $M(t)$ – функция, моделирующая определенный физический процесс в источнике, $\delta(r)$ и $\delta(z-h)$ – дельта функции. Необходимые же для дальнейшего взаимосвязи возмущения давления p_j' с соответствующими значениями вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды в волне v_{jz} ($j = [1, 2]$) запишем в следующем виде (см./5, 6/):

$$\frac{\partial^2}{\partial t\, \partial z} \exp\left(\frac{g(z-H)}{c_1^2}\right) p_1' + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N_1^2\right) \rho_1(z) \exp\left(\frac{g(z-H)}{c_1^2}\right) v_{1z} = 0,$$

$$\frac{\partial p_2'}{\partial z} + \rho_2 \frac{\partial v_{2z}}{\partial t} = 0. \tag{3}$$

При описании волновых процессов в однородном упругом полупространстве $z \leq 0$ удобно воспользоваться уравнениями для потенциалов смещений продольных φ и сдвиговых ψ волн /7/:

$$\frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \nabla^2 \varphi = 0, \qquad \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \psi = 0, \tag{4}$$

а также, необходимыми в дальнейшем, дифференциальными соотношениями

$$u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right),$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}, \tag{5}$$

$$\sigma_{zr} = \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + u_z\right)$$

для вертикальной компоненты смещения частиц u_z и соответствующих компонентов тензора напряжения σ_{zz} и σ_{zr} в упругой волне. Здесь $C_\ell = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho_3}$ и $C_t = \sqrt{\mu/\rho_3}$ – скорости продольных и сдвиговых волн в упругой среде с плотностью $\rho_3 = const$ и параметрами Ламэ λ, μ.

Для однозначного решения поставленной задачи остается записать лишь стандартные граничные условия (см./I, 6, 7/)

$$z = 0: \quad v_{2z} = \frac{\partial u_z}{\partial t}, \quad \sigma_{zz} = -p_2', \quad \sigma_{zr} = 0,$$
$$z = H: \quad v_{1z} = v_{2z}, \quad \frac{\partial p_1'}{\partial t} - g\rho_{01} v_{1z}(H) = \frac{\partial p_2'}{\partial t}, \tag{6}$$

выражающие собой непрерывность нормальной компоненты скорости смещения частиц и полной производной по времени от суммарного давления или от соответствующих компонентов тензора напряжений в граничащих при $z = 0$ и $z = H$ средах.

С использованием (I)-(6), для представляющих интерес спектральных компонентов Фурье возмущения давления $\bar{p}_j(\omega)$ и скорости смещения $\bar{v}_{jz}(\omega)$:

$$\bar{p}_j(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_j'(t) e^{-i\omega t} dt, \qquad \bar{v}_{jz}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} v_{jz}(t) e^{-i\omega t} dt$$

найдем интегральные выражения:

$$\bar{p}_1(\omega) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}}}{2} \bar{M}(\omega) \rho_3 R_1 R_2 \omega K_1 (1 - W_1^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{D_a(x)}{D_g(x)} e^{-\gamma_1(\bar{z}-\bar{H})} H_0^{(2)}(\bar{r}x) x dx,$$

$$\bar{v}_{1z}(\omega) = \frac{e^{\gamma G(\bar{z}-\bar{H})}}{2} \bar{M}(\omega) R_2 K_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(W_2 - \gamma_1) D_a(x)}{D_g(x)} e^{-\gamma_1(\bar{z}-\bar{H})} H_0^{(2)}(\bar{r}x) x dx, \tag{7}$$

$$z \geq H;$$

$$\bar{p}_2(\omega) = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{4}\,\bar{M}(\omega)\rho_2\omega K_1\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left\{e^{\mp\gamma_2(\bar{z}-\bar{h})} + \frac{D_b(x)}{D_g(x)}e^{-\gamma_2\bar{z}} - \frac{D_s(x)}{D_g(x)}e^{\gamma_2(\bar{z}-\bar{H})}\right\}H_0^{(2)}(\bar{r}x)\,\frac{x}{\gamma_2}\,dx, \tag{8}$$

$$\bar{v}_{2z}(\omega) = \frac{e^{i\pi}}{4}\bar{M}(\omega)K_1^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left\{\mp e^{\mp\gamma_2(\bar{z}-\bar{h})} - \frac{D_b(x)}{D_g(x)}e^{-\gamma_2\bar{z}} - \frac{D_s(x)}{D_g(x)}e^{\gamma_2(\bar{z}-\bar{H})}\right\}H_0^{(2)}(\bar{r}x)\,x\,dx, \quad 0 \le z \le H,$$

в которых введены следующие безразмерные величины:

$$D_a(x) = F(x)\gamma_2\,ch(\gamma_2\bar{h}) - R_2\gamma_\ell\,sh(\gamma_2\bar{h}),$$

$$D_b(x) = \left\{F(x)\gamma_2 + R_2\gamma_\ell\right\}\left\{(W_2-\nu_1)R_2\,sh\left[\gamma_2(\bar{H}-\bar{h})\right] - R_1\gamma_2 U(x)\,ch\left[\gamma_2(\bar{H}-\bar{h})\right]\right\},$$

$$D_s(x) = \left\{(W_2-\nu_1)R_2 + R_1\gamma_2 U(x)\right\}\left\{F(x)\gamma_2\,ch(\gamma_2\bar{h}) - R_2\gamma_\ell\,sh(\gamma_2\bar{h})\right\}, \tag{9}$$

$$D_g(x) = ch(\gamma_2\bar{H})\left\{\gamma_2\gamma_\ell R_1 R_2 U(x) + \gamma_2 R_2 F(x)(W_2-\nu_1)\right\} -$$

$$- sh(\gamma_2\bar{H})\left\{\gamma_2^2 R_1 F(x) U(x) + \gamma_\ell R_2^2 (W_2-\nu_1)\right\},$$

$$U(x) = 1 - W_1^2 - G(W_2-\nu_1), \quad F(x) = 4x^2\gamma_\ell\gamma_t/b_2^4 - (2x^2/b_2^2-1)^2,$$

$$\gamma_1 = \sqrt{W_2^2 + (x^2-1)(1-W_1^2)} + \gamma G/2, \quad \nu_1 = \gamma_1 - \gamma G/2,$$

$$\gamma_2 = \sqrt{x^2-a^2}, \quad \gamma_\ell = \sqrt{x^2-b_1^2}, \quad \gamma_t = \sqrt{x^2-b_2^2}, \quad G = \frac{g}{\omega c_1},$$

$$W_1^2 = (\gamma-1)G^2, \quad W_2 = \frac{(2-\gamma)G}{2}, \quad a = \frac{c_1}{c_2}, \quad b_1 = \frac{c_1}{c_\ell}, \quad b_2 = \frac{c_1}{c_t},$$

$$R_1 = \frac{\rho_{01}}{\rho_3}, \quad R_2 = \frac{\rho_2}{\rho_3}, \quad \bar{z} = k_1 z, \quad \bar{r} = k_1 r, \quad \bar{h} = k_1 h, \quad \bar{H} = k_1 H,$$

$$x = c_1/c.$$

Здесь $K_1 = \omega/C_1$, ω – циклическая частота, $\bar{M}(\omega)$ – спектр Фурье функции $M(t)$, c – фазовая скорость волн в рассматриваемой системе; знаки $\mp$ в (8) отвечают значениям $z > h$ (верхний) и $z < h$ (нижний) соответственно.

Поскольку в настоящей работе представляют интерес лишь поверхностные волны, а именно модифицированная поверхностная волна Стоунли–Шолтэ–Лэмба, которым соответствуют полюса подынтегральных функций в (7) и (8), то обратимся сначала к анализу дисперсионного уравнения $D_g(x) = 0$, которое запишем в следующем виде:

$$L_s(x) - th(\gamma_2 H_*/G)\left\{\frac{R_1}{R_2}\gamma_2 U(x) F_1(x) + R_2\frac{\gamma_\ell}{\gamma_2} b_2^4 (W_2-\nu_1)\right\} = 0,$$

$$L_s(x) = (W_2 - \nu_1) F_1(x) + b_2^4 R_1 \gamma_\ell U(x), \tag{I0}$$

$$F_1(x) = b_2^4 F(x), \qquad H_* = \frac{Hg}{c_1^2}\,.$$

При $H = 0$ из (I0) находим дисперсионное уравнение $L_s(x) = 0$, описывающее распространение вдоль границы раздела изотермическая атмосфера – однородное упругое полупространство поверхностной волны Стоунли–Шолтэ и волны Рэлея (см.(I4) в /I/), которая становится поверхностной лишь на частотах ниже определенной критической: $\omega < \omega_R$ (см.(I9) в /I/). Учет конечной толщины водного слоя не изменит того , что волна Рэлея становится поверхностной в том же диапазоне частот, поскольку величина $\nu_1^2 > 0$ в (I0) для $\omega < \omega_R$ и при соответствующих значениях x. Естественно, что дисперсионные свойства поверхностной волны Стоунли–Шолтэ будут лишь изменяться в зависимости от величины $\gamma_2 H_*/G$. Для доказательства последнего утверждения найдем приближенное аналитическое решение уравнения (I0), отвечающее волне Стоунли–Шолтэ $x = x_s$. Как и в /I/, решение для x_s будем искать в следующем виде:

$$x_s = \sqrt{1 - y_s}\,, \tag{II}$$

где $y_s \ll I$ – малая поправка. Тогда, подставив (II) в (I0), в первом приближении находим зависимость добавки y_s от G и H_*:

$$y_s \approx \left\{ 2W_2 - (1 - W_1^2) T \right\} T, \tag{I2}$$

$$T = \frac{R_1}{R_2} \sqrt{1 - a^2}\, \operatorname{th}\left(\sqrt{1 - a^2}\, H_*/G\right) - \frac{R_1 \sqrt{1 - b_1^2}\, b_2^2}{2\left(1 - b_1^2/b_2^2\right)}\,.$$

Для скорости распространения поверхностной волны Стоунли-Шолтэ C_S из (II), (I2) получаем следующее приближенное выражение:

$$c_s \approx c_1 \left\{ 1 + \left[W_2 - \frac{(1-W_1^2)}{2} T \right] T \right\} . \tag{I3}$$

Как следует из (I2), величина Т может изменять свой знак в зависимости от значения H_*/C_1. Смена знака имеет место на определенной частоте $\omega = \omega_*$, удовлетворяющей уравнению

$$\mathrm{th}\left(\sqrt{1-a^2}\, H \frac{\omega_*}{c_1}\right) = R_2 \sqrt{\frac{1-b_1^2}{1-a^2}} \; \frac{b_2^2}{2(1-b_1^2/b_2^2)} . \tag{I4}$$

Поскольку же при реальных значениях акустических параметров атмосферы и океана правая часть уравнения (I4) существенно меньше единицы,то, используя разложение гиперболического тангенса при малых значениях аргумента, из (I4) находим для ω_* следующее приближенное выражение:

$$\omega_* \approx \frac{c_1}{2H} \; \frac{R_2 b_2^2 \sqrt{1-b_1^2}}{(1-a^2)(1-b_1^2/b_2^2)} . \tag{I5}$$

Следовательно, на частотах ниже ω_*, когда добавка γ_s в (II)отрицательна по величине, поверхностная волна распространяется с дозвуковой по отношению к воздуху скоростью, уменьшающейся с понижением частоты, что, как раз, и характерно для дисперсии поверхностной волны Стоунли-Шолтэ в системе изотермическая атмосфера - однородное упругое полупространство /I/. На более высоких частотах: $\omega > \omega_*$ добавка γ_s в (II) положительна по величине и поверхностная волна будет распространяться со сверхзвуковой по отношению к воздуху скоростью; причем при $\omega >> c_1/H\sqrt{I-a^2}$, когда $T \approx \frac{R_1}{R_2}\sqrt{I-a^2}$, из (I2) следует выражение для γ_s, полностью совпадающее с аналогичным выражением для малой добавки γ_L (см.(I0) в /I/), характеризующим дисперсионные свойства модифицированной поверхностной волны Лэмба, распространяющейся вдоль границы раздела изотермическая атмосфера – однородная сжимаемая жидкость с увеличивающейся при понижении частоты сверхзвуковой скоростью. В том, что при $\omega \gg c_1/H\sqrt{1-a^2}$ дисперсионные свойства поверхностной волны будут аналогичны дисперсионным свойствам модифицированной поверхностной волны Лэмба, можно убедиться без проведения выполненных выше приближенных вычислений, если записать дисперсионное уравнение (10) в другом виде:

$$S_W(x)L_W(x)+\frac{2e^{-2\gamma_2\bar{H}}}{1+e^{-2\gamma_2\bar{H}}}\left\{\frac{R_1}{R_2}\gamma_2^2 U(x)F_1(x)+\right. \tag{16}$$

$$\left.+\gamma_\ell R_2 b_2^4(W_2-\nu_1)\right\}=0,$$

$$S_W(x)=R_2 b_2^4\gamma_\ell-\gamma_2 F_1(x),\quad L_W(x)=\frac{R_1}{R_2}\gamma_2 U(x)+(\nu_1-W_2).$$

Как видно из (16), при $\bar{H}\to\infty$ получаем два дисперсионных уравнения, во-первых, $S_W(x)=0$ для поверхностной волны Стоунли – Шолтэ ($c_2<c_t$) или – Рэлея ($c_2>c_t$), распространяющейся вдоль границы раздела однородная сжимаемая жидкость – однородное упругое полупространство; во-вторых, $L_W(x)=0$ для модифицированной поверхностной волны Лэмба, распространяющейся вдоль границы раздела изотермическая атмосфера – однородная сжимаемая жидкость (см. (9) в /1/). При больших, но конечных значениях величины $\gamma_2\bar{H}\gg 1$ второе слагаемое в уравнении (16) будет вносить лишь малую, пропорциональную $e^{-2\gamma_2\bar{H}}$, поправку к решению уравнения $L_W(x)=0$ и, поэтому, вполне очевиден вывод об идентификации в высокочастотном диапазоне $\omega > c_1/H\sqrt{1-a^2}$ поверхностной волны, описываемой уравнением (10), с модифицированной поверхностной волной Лэмба, существующей лишь на частотах ниже определенной критической частоты ω_L (см. (9) в /1/):

$$\omega_L\approx\frac{g}{2c_1}\,\frac{2-\gamma}{(\rho_{01}/\rho_2)\sqrt{1-a^2}}. \tag{17}$$

Из сделанного выше вывода следует также, что и поверхностная волна, распространяющаяся вдоль границы раздела изотермическая атмосфера – океанический волновод, должна существовать лишь на частотах ниже определенной критической частоты ω_c, совпадающей с ω_L (I7) при $\bar{H} \to \infty$. Как и в /I/, уравнение для $\omega = \omega_c$ найдем, положив в (I0) $\vartheta_1(x_c) = 0$, $y_{\delta s} = y_{\delta c} = W_2^2/(1 - W_1^2)$, $x_s = x_c = \sqrt{1 - y_{\delta c}}$:

$$W_2 - \frac{R_1}{R_2}\gamma_2(x_c)\,\mathrm{th}\left(\gamma_2(x_c)H_*/G\right)\left\{1 - W_1^2 - GW_2 + \right. \tag{I8}$$

$$\left. + \frac{R_2^2 b_2^4 \gamma_\ell(x_c) W_2}{R_1 \gamma_2^2(x_c) F_1(x_c)}\right\} + R_1 b_2^4 \gamma_\ell(x_c)(1 - W_1^2 - GW_2)/F_1(x_c) = 0.$$

Поскольку ожидаемые значения критической частоты лежат в диапазоне $\omega_c \gtrsim \omega_L$, в котором $G \lesssim 2\frac{R_1}{R_2}\sqrt{1 - a^2}/(2 - \gamma) \ll 1$, то уравнение (I8) можно существенно упростить:

$$\omega_c\left\{\mathrm{th}\left(\sqrt{1-a^2}\,H\frac{\omega_c}{c_1}\right) - \frac{R_2 b_2^2}{2(1 - b_1^2/b_2^2)}\sqrt{\frac{1-b_1^2}{1-a^2}}\right\} - \omega_L = 0. \tag{I9}$$

Из (I9) при незначительной толщине водного слоя $\sqrt{1-a^2}\,H\omega_c/C_1 \ll 1$ находим простое квадратичное уравнение

$$\sqrt{1-a^2}\frac{H}{c_1}\omega_c^2 - \frac{R_2 b_2^2}{2(1-b_1^2/b_2^2)}\sqrt{\frac{1-b_1^2}{1-a^2}}\,\omega_c - \omega_L = 0, \tag{20}$$

физически допустимое решение которого имеет следующий вид:

$$\omega_c = \frac{c_1}{2H\sqrt{1-a^2}}\left\{æ + \left(æ^2 + 4\sqrt{1-a^2}\,H\omega_L/c_1\right)^{1/2}\right\}, \qquad (21)$$

$$æ = \frac{R_2 b_2^2}{2(1-b_1^2/b_2^2)}\sqrt{\frac{1-b_1^2}{1-a^2}} = \frac{H\omega_*}{c_1}\sqrt{1-a^2}\,.$$

При определении зависимости $\omega_c(H)$ с использованием (2I) необходимо помнить о выполнении неравенств $\sqrt{1-a^2}\,H\omega_c/c_1 \ll 1$, $\omega_c/\omega_L \gg 1$. Из анализа выражения (2I) можно сделать следующие выводы. Во-первых, $\omega_c \to \infty$ при $H \to 0$, что вполне естественно, поскольку в предельной ситуации $H = 0$ поверхностная волна Стоунли -Шолтэ, распространяющаяся вдоль границы изотермическая атмосфера - однородное упругое полупространство, существует во всем диапазоне частот $0 \leq \omega < \infty$. Во-вторых, в отсутствие стратификации плотности атмосферного воздуха ($g = 0$, $\omega_L = 0$) поверхностная волна, распространяющаяся вдоль границы раздела атмосфера - океанический волновод с упругим дном и являющаяся аналогом поверхностной волны Стоунли-Шолтэ $L_s(x) = 0$, существует лишь на частотах ниже определенной критической частоты $\omega_c = \omega_*$ (I5).

При значительной толщине водного слоя $\sqrt{1-a^2}\,H\omega_c/c_1 \gg 1$ из (I9) получаем приближенное решение

$$\omega_c \approx \omega_L \Big/ \left\{1 - \frac{2\exp\left(-2\sqrt{1-a^2}\,\omega_L H/c_1\right)}{1-\sqrt{1-a^2}\,\omega_* H/c_1}\right\}, \qquad (21')$$

из которого при $H \to \infty$ получаем естественную асимптотику $\omega_c \to \omega_L$, непосредственно следующую из дисперсионного уравнения в форме (I6).

Приведенные на рис.I-3 результаты численного решения уравнений (I0), (I8) подтверждают сделанные на основе приближенного их анализа выводы относительно дисперсионных свойств распространяю -

щейся вдоль границы раздела атмосферы с океаническим волноводом поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба, которая является аналогом поверхностной волны Стоунли-Шолтэ $L_s(x) = 0$ (10) на низких и – модифицированной поверхностной волны Лэмба $L_w(x) = 0$ (16) на высоких частотах.

Обратимся теперь к анализу уравнения (10) с целью выяснения возможности существования решения $x = x_w = \sqrt{a^2 + y_w^2}$, $y_w \ll 1$, отвечающего поверхностной волне Стоунли-Шолтэ, распространяющейся вдоль границы раздела жидкости с упругим полупространством со скоростью, близкой к скорости звука в жидкости. Как видно из (10), для этого необходимо, чтобы величина ν_1 принимала действительные значения при $x = x_w$, поскольку именно тогда, по аналогии с ситуацией для рэлеевской волны в /1/, переизлучение энергии такой волной в атмосферу отсутствует. Положив $\nu_1 = 0$ (см./1/), найдем приближенное уравнение

$$W_2^2 + (a^2 - 1)(1 - W_1^2) = 0 \qquad (22)$$

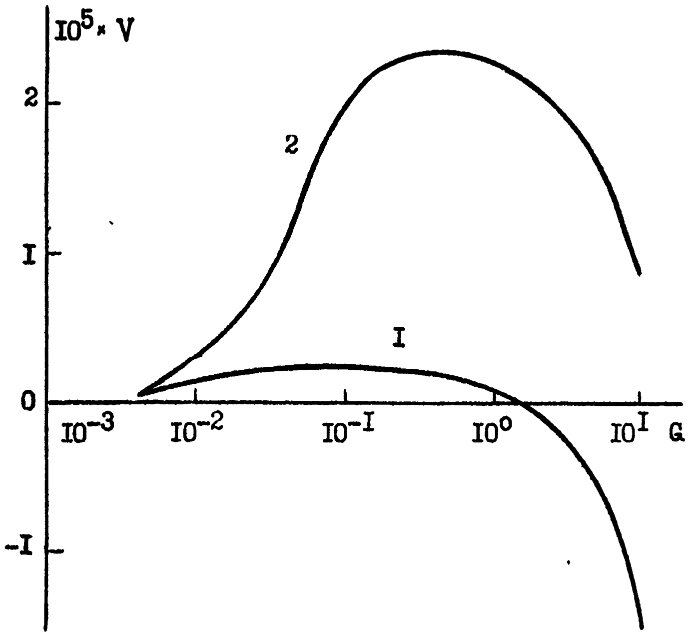
для определения критической частоты $\omega = \omega_w$, ниже которой возможно существование соответствующей поверхностной волны. Из (22) имеем

$$\omega_w = \frac{g}{c_1}\sqrt{\left(\frac{2-\gamma}{2}\right)^2 \Big/ (1 - a^2) + (\gamma - 1)}\,. \qquad (23)$$

Подставив же x_w в (10), в первом приближении для y_w найдем следующее выражение:

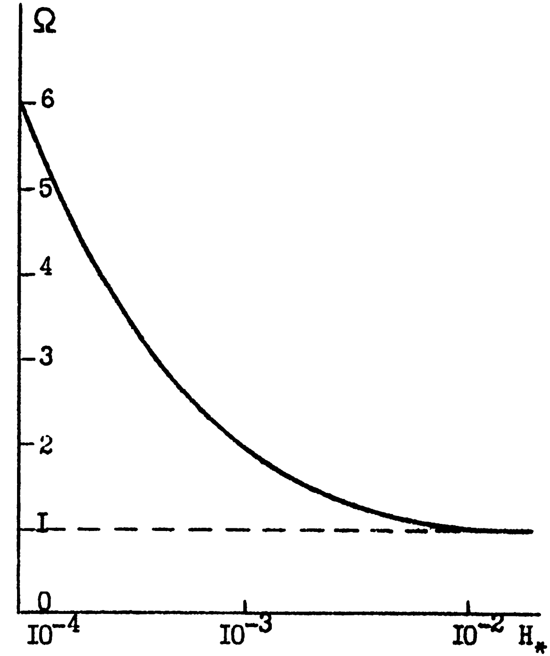
$$y_w = \frac{1}{2k_1 H}\left\{\frac{1}{k_1 H}\left[\frac{F_1(a)}{R_2\,\gamma_\ell(a)\,b_2^4} + \frac{U(a)}{W_2 - \nu_1(a)}\,\frac{R_1}{R_2}\right] - 1\right\}. \qquad (24)$$

Поскольку при реально возможных значениях H всегда выполняется неравенство $\omega_w H / c_1 \ll 1$, то, как следует из (24), в частотном диапазоне $\omega < \omega_w$ имеет место соотношение $y_w \gg 1$, которое



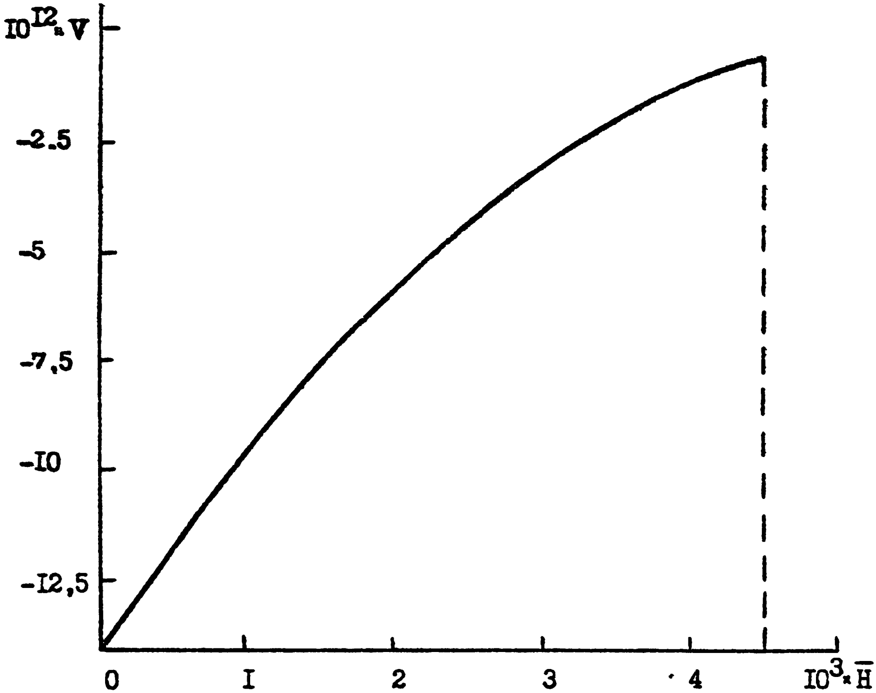
Р и с.I

Зависимость относительной добавки $V = \frac{c_s}{c_1} - 1$ к фазовой скорости поверхностной волны Стоунли–Шолтэ–Лэмба от безразмерного параметра $G = g/\omega c_1$ при $H = 10^2$м (кривая I) и $H = 10^3$м (кривая 2); $R_1 = R_2 \cdot 10^{-3}$, $R_2 = 1/3$, $a = 3{,}4/15$, $b_1 = 8{,}5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = 3{,}4/24$, $\gamma = 1{,}4$.



Р и с.2

Зависимость отношения критических частот $\Omega = \omega_c/\omega_L$ от безразмерной толщины водного слоя $H_* = H \cdot g/c_1^2$; $R_1 = R_2 \cdot 10^{-3}$, $R_2 = 1/3$, $a = 3{,}4/15$, $b_1 = 8{,}5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = 3{,}4/24$, $\gamma = 1{,}4$. Горизонтальная штриховая линия соответствует асимптотике при $H \to \infty$.



Р и с.3

Зависимость относительной добавки $V = \frac{C_s}{C_1} - 1$ к фазовой скорости поверхностной волны от безразмерной толщины водного слоя $\bar{H} = H k_1$, расчитанная при $g = 0$, т.е. в отсутствие стратификации плотности атмосферного воздуха; $R_1 = 10^{-3} R_2$, $R_2 = 1/3$, $a = 3,4/15$, $b_1 = 8,5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = 3,4/24$, $\gamma = 1,4$. Вертикальная штриховая линия, ограничивающая область (слева) существования поверхностной волны, соответствует значению $\bar{H} = \bar{H}_* = H\omega_* / C_1$.

противоречит исходному предположению $y_w << 1$, использованному при получении (24); это и означает отсутствие решения $x = x_w$, отвечающего поверхностной волне Стоунли-Шолтэ, распространяющейся с близкой к C_2 скоростью, что также подтверждается численным анализом уравнения (10).

Согласно целям настоящей работы осталось лишь получить и проанализировать частотные зависимости коэффициентов возбуждения модифицированной поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба для возмущения давления K_p и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды K_v в атмосфере. Поэтому с использованием теории вычетов из (7) найдем отвечающие этой волне зависимости для возмущения давления и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды в атмосфере

$$\bar{p}_1(\omega) = -\frac{\sqrt{2\pi g^3/r}\ \bar{M}(\omega)\, \rho_3\, R_1 R_2}{c_1^2} K_p\, e^{-i(k_1 x_s r - \frac{\pi}{4})}, \tag{25}$$

$$\bar{v}_{1z}(\omega) = -\frac{\sqrt{2\pi g^3/r}\ \bar{M}(\omega)\, R_2}{c_1^3} K_v\, e^{-i(k_1 x_s r - \frac{3\pi}{4})},$$

в которых искомые коэффициенты возбуждения K_p и K_v определяются следующими выражениями:

$$K_p(\omega) = \frac{(1-W_1^2)\sqrt{x_s}\left\{F(x_s)\gamma_2(x_s) - R_2\gamma_\ell(x_s)\,\mathrm{th}\left[\gamma_2(x_s)\bar{h}\right]\right\}}{G^{3/2}\,\Phi(x_s)} \times \tag{26}$$

$$\times\ \frac{\mathrm{ch}\left[\gamma_2(x_s)\bar{h}\right]}{\mathrm{ch}\left[\gamma_2(x_s)\bar{H}\right]}\, e^{-\gamma_1(x_s)(\bar{z}-\bar{H})},$$

$$K_v(\omega) = (W_2 - \nu_1)K_p(\omega)\, e^{\gamma G(\bar{z}-\bar{H})} \Big/ (1 - W_1^2).$$

В (26) функция $\Phi(x)$ имеет следующий вид:

$$\Phi(x)=xR_2\left[\gamma_\ell R_1 U(x)+(W_2-\nu_1)F(x)\right]\left[\bar{H}\,\mathrm{th}(\gamma_2\bar{H})+\frac{1}{\gamma_2}\right]+$$

$$+\gamma_2 R_2\left\{\frac{x}{\gamma_\ell}R_1 U(x)+\frac{x}{\nu_1}(1-W_1^2)\left[\gamma_\ell G R_1-F(x)\right]+\right.$$

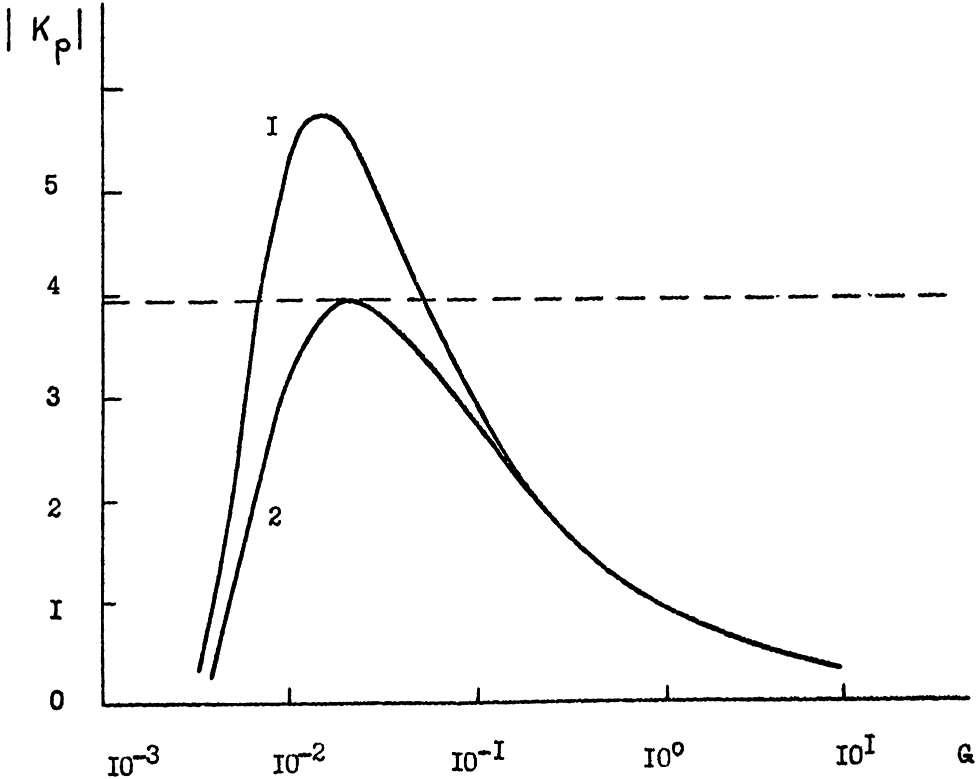
$$\left.+(W_2-\nu_1)F_2(x)\right\}-\frac{\bar{H}x}{\gamma_2}\left[\gamma_2^2 R_1 U(x)F(x)+\gamma_\ell R_2^2(W_2-\nu_1)\right]-$$

$$-\mathrm{th}(\gamma_2\bar{H})\left\{R_1\left[xF(x)\left(2U(x)+\frac{\gamma_2^2 G(1-W_1^2)}{\nu_1}\right)+\gamma_2^2 U(x)\times\right.\right.$$

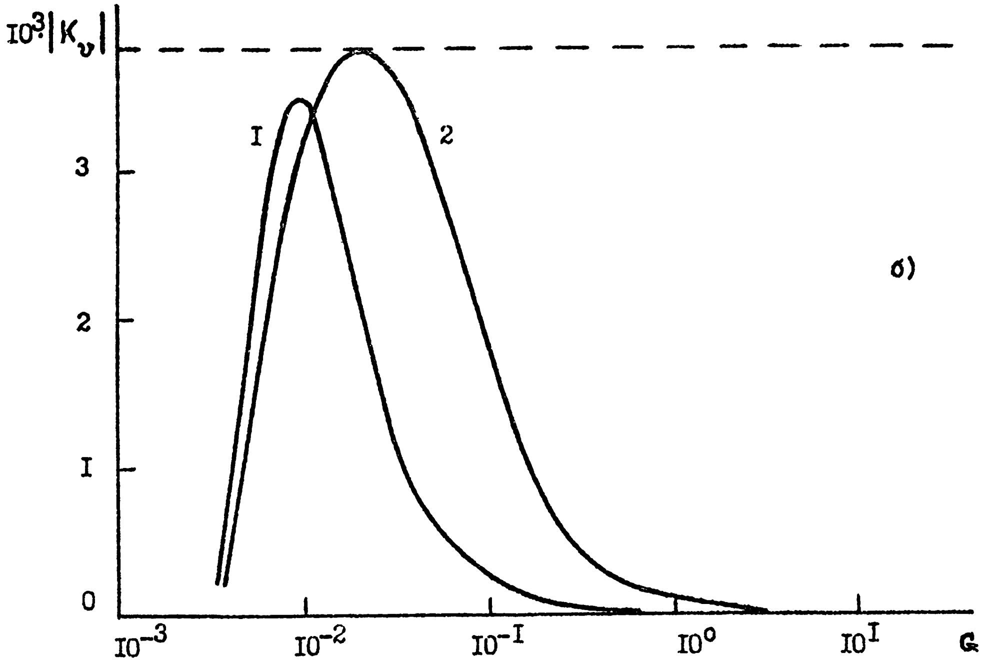
$$\left.\left.\times F_2(x)\right]+R_2^2 x\left[\frac{W_2-\nu_1}{\gamma_\ell}-\frac{\gamma_\ell}{\nu_1}(1-W_1^2)\right]\right\},$$

$$F_2(x)=\frac{8x}{b_2^4}\left[\gamma_\ell\gamma_t-2x^2+b_2^2+\frac{x^2}{2}\left(\frac{\gamma_t}{\gamma_\ell}+\frac{\gamma_\ell}{\gamma_t}\right)\right].$$

Из приведенных на рис.4 результатов численного анализа выражений (26) следует, что коэффициенты возбуждения $|K_p|$ и $|K_v|$ характеризуются качественно одинаковыми частотными зависимостями, имеющими по одному максимуму на соответствующих частотах $\omega_p(H,h,z)$ и $\omega_v(H,h',z)$, различающихся по величине $\omega_v>\omega_p$. Следует отметить, что с увеличением толщины водного слоя, при заданном расположении корреспондирующих точек относительно поверхности океана



а)
Рис. 4



Р и с.4 Зависимости коэффициентов возбуждения для давления $|K_p|$ – (а) и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды $|K_v|$ – (б) в поверхностной волне Стоунли-Шолтэ-Лэмба от безразмерного параметра $G = g/\omega c_1$, расчитанные при $H = 10^2$ м (кривая I) и $H = 10^3$ м (кривая 2); $h_s = H - h = 75$ м, $h_r = z - H = 0$, $R_1 = 10^{-3} R_2$, $R_2 = 1/3$, $a = 3,4/15$, $b_1 = 8,5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = 3,4/24$, $\gamma = 1,4$. Горизонтальные штриховые линии соответствуют предельным при $H \to \infty$ значениям величин $\max\{|K_p(\omega)|\}$ – (а) и $\max\{|K_v(\omega)|\}$ – (б)

$h_s = H - h = \mathrm{const}$, $h_r = z - H = \mathrm{const}$, во-первых, частоты ω_p и ω_v уменьшаются, стремясь к предельной величине $\omega_m(h_s, h_r)$; во-вторых, более узкий максимум в $|K_v(\omega)|$ расширяется и увеличивается по величине, стремясь к предельному значению $|K_v(\omega_m)|$; в-третьих, максимум в $|K_p(\omega)|$, наоборот, уменьшается по величине, стремясь также к предельному значению $|K_p(\omega_m)|$(см.рис.4). Так, из приведенных на рис.4 результатов расчета находим, что при $h_s = 75$ м, $h_r = 0$: $\omega_m = 44{,}4\ g/c_1$, $|K_p(\omega_m)| = 3{,}95$, $|K_v(\omega_m)| = 3{,}38 \cdot 10^{-3}$.

Таким образом, установлено, что в системе изотермическая атмосфера – океанический волновод, моделируемый изоскоростным водным слоем, лежащим на однородном упругом полупространстве, существует атмосферная поверхностная волна Стоунли-Шолтэ-Лэмба и лишь на частотах ниже определенной критической частоты, не обращающейся в нуль даже в отсутствие влияния силы тяжести Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петухов Ю.В. К теории поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы Земля – атмосфера//Препринт № 325. – Н.Новгород: НИРФИ, 1991. – 15 с.
2. Госсард Э.Э., Хук У.Х. Волны в атмосфере. – М.: Мир, 1987. – 532 с.
3. Петухов Ю.В. Эффект одновременного существования неперeизлучающих поверхностных волн Рэлея и Стоунли//Акуст.журн. – 1991. – Т.37, № 2. – С.405-407.
4. Scholte J.G. The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves//Monthly Notices Roy. Astron. Soc. Geophys. Suppl.-1947. – V. 5, n/3. – P. 120-126.
5. Осташев В.Е. Уравнение для акустических и гравитационных волн в стратифицированной движущейся среде//Акуст.журн. – 1987. – Т.32, № 1. – С.150-152.
6. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. – М.: Мир, 1981. – 598 с.
7. Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F. Elastic waves in layered media.- New York: McGraw-Hill, 1957- 580 P.

Дата поступления статьи
1 октября 1991 г.