Нижегородский научно-исследовательский радиофизический институт
Министерства науки, высшей школы и технической политики
Российской Федерации

Препринт № 350

ВХОДНОЙ ИМПЕДАНС ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВИБРАТОРА В ИЗОТРОПНОЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ

В.П.Докучаев

Нижний Новгород 1992

Д о к у ч а е в   В. П.

ВХОДНОЙ ИМПЕДАНС ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВИБРАТОРА В ИЗОТРОПНОЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ//Препринт № 350. - Нижний Новгород: НИРФИ, 1992.- - 17 с.

УДК 621.396.67

Получены формулы для расчета входного импеданса тонкого электрического симметричного вибратора, помещенного в однородную изотропную среду, в частности, в холодную изотропную плазму. Приведены и обсуждаются результаты расчета входного импеданса антенны в плазме. Исследованы резонансные особенности действительной и мнимой части импеданса вблизи плазменной частоты электронов и для настроенных антенн, то есть когда длина вибратора составляет целое число полуволн в среде. Дан сравнительный анализ полученных результатов с результатами других работ.

D o k u c h a e v   V. P.

THE INPUT IMPEDANCE OF AN ELECTRIC VIBRATOR IN AN ISOTROPIC COLD PLASMA // Preprint No.350.-Nizhny Novgorod: NIRFI,1992.-17 P.

The approximate formulas for the input impedance of thin center-driven cylindrical antennas are derived from a basic integral equation for the antenna placed in a cold isotropic plasma. The integral equation is solved with a help of a modified great parameter. A set of the real and imaginary parts of the input impedance are given for different values of a plasma frequency and an antenna length. It is shown that the resonant and antiresonant frequencies of long antennas in plasma may have a marked shift.

Вопросы генерации и приема электромагнитных колебаний и волн в средах и, в частности, в лабораторных и космических плазмах представляют значительный интерес как для диагностики сред, так и непосредственно для антенной техники. Наряду с диаграммой направленности, важнейшим параметром теории и техники конструирования антенных систем является входной импеданс антенны. Он определяет, в свою очередь, целый ряд вторичных характеристик антенн: излучаемую мощность, рабочую полосу частот, резонансные частоты и полосу пропускания. Более того, входной импеданс необходимо знать для решения центральной проблемы создания антенно-фидерных устройств – проблемы оптимального согласования собственно антенны при помощи фидерной линии с приемником или передатчиком *). Здесь проведено теоретическое исследование влияния изотропной среды и, в основном, изотропной плазмы на входной импеданс Z_A тонкого симметричного вибратора. Обзор современного состояния указанных проблем содержится в работах /I-2/.

Основной характеристикой линейных антенн является распределение электрического тока $I(z)$ вдоль вибратора. Зная электрический ток, сравнительно просто находятся поля, особенно в зоне Фраунгофера, и диаграммы направленности по полю и по мощности. Более того, входной импеданс антенны Z_A есть отношение напряжения источника э.д.с. $\mathcal{E}$, включенного на входе антенны, к входному току $I(0)$. Входной импеданс имеет активную R_A и реактивную X_A состав -

---

*) Иными словами входной импеданс одна из основных характеристик антенно-фидерной системы в целом.

ляющие, которые зависят от рабочей частоты ω :

$$Z_A(\omega) = \frac{\mathcal{E}}{I(0)} = R_A(\omega) + i X_A(\omega). \qquad (I)$$

Существует несколько различных методов решения интегро-дифференциального уравнения для распределения тока по длине вибратора /6-8/. Среди них можно выделить большую группу методов, основанных на итерационном способе решения указанного уравнения. При последовательных итерациях используются различные способы введения больших параметров, с помощью которых получается итерационная последовательность решений.

В первых работах в этом направлении использовался большой параметр

$$\Omega_0 = 2\ln(2L/a), \qquad (2)$$

где $2L$ - длина проводников вибратора, a - их радиус (см., например /3, 9/). Очевидно, что этот параметр тесно связан с электростатическими, или точнее квазиэлектростатическими, ближними полями цилиндрических сильно вытянутых проводников /9/. Здесь в качестве большого параметра Ω будет использована величина, связанная с волновым (характеристическим) сопротивлением Z_Λ однопроводной линии конечной длины без потерь для TEM волны, помещенной в однородную изотропную среду

$$\Omega = \frac{Z_\Lambda}{Z_S}, \qquad Z_S = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}}, \qquad (3)$$

Z_S - волновое сопротивление свободного пространства, ε_0 и μ_0 соответственно диэлектрическая и магнитная постоянные в системе СИ, μ и ε магнитная и диэлектрическая проницаемости среды. Соотношение, определяющее волновое сопротивление $Z_\Lambda = Z_\Lambda(\omega, a, L, \varepsilon, \mu)$ для одиночного металлического провода в свободном пространстве, приведено в работе /6/. Интересно отметить, что только в частном случае электрически коротких антенн $L \ll \lambda$, где λ - длина волны, модифицированный большой параметр Ω (3) переходит в Ω_0(2).

Решение задачи о распределении электрического тока по длине в симметричном вибраторе, помещенном в свободное пространство с параметром Ω (3), содержится в работах /10-12/. Обзор и сравнительный анализ итерационного метода решения основного интегрального уравнения теории антенн с другими параметрами содержится в монографиях /1, 4/. Однако электродинамический смысл других параметров не столь ясен, как параметров (2)-(3). Отметим также, что выражения для Z_A, полученные с помощью параметра Ω, уже в первых итерациях (нулевой и первой) хорошо согласуются в широкой полосе частот с известными результатами расчетов Кинга и Миддльтона, использовавших другие параметры и большее число итераций, а также с результатами измерений действительной и мнимой части Z_A /1, 4/. В связи с этим здесь при анализе работы тонкого симметричного вибратора в изотропной среде и, в частности, в "холодной" изотропной плазме при решении интегрального уравнения для тока в антенне использован модифицированный большой параметр Ω (ω, a, L) (3).

Формулы для импеданса тонкого вибратора в изотропной электропроводной среде и в плазме

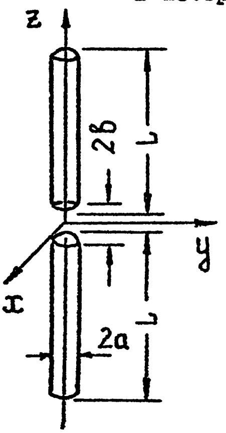

Рис.1

Симметричный электрический вибратор схематически изображен на рис.1: L - длина одного плеча вибратора, a - радиус его металлических проводов, $2b$ - величина зазора, в котором приложена сторонняя δ-образная э.д.с.; ε и μ - соответственно относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости, σ - электропроводность среды, окружающей вибратор. В дальнейшем будем предполагать вибратор достаточно тонким:

$$a \le b \ll L, \quad b \ll \lambda,$$
$$\Omega_0 = 2\ln\frac{2L}{a} \gg 1, \tag{4}$$
$$2\ln(\lambda/a) \gg 1.$$

Здесь λ - длина волны в среде.

Как отмечено выше, в работах /11-12/ методом итераций с параметром Ω (3) при $\varepsilon = \mu = 1$ было получено и проанализировано выражение для входного импеданса тонкого симметричного вибратора при работе в свободном пространстве.

В однородной изотропной среде основное интегро-дифференциальное уравнение для тока $I(z)$ имеет вид:

$$\frac{i}{4\pi\omega\varepsilon_0\varepsilon'}\left(\frac{d^2}{dz^2}+k_0^2\varepsilon'\mu\right)\int\limits_{-L}^{+L}\frac{I(z')\,e^{-ik\sqrt{(z-z')^2+a^2}}\,dz'}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}}=\mathcal{E}\,\delta(z). \quad (5)$$

Здесь $\mathcal{E}$ - величина сторонней э.д.с., приложенной в малом зазоре шириной $2b$ в центре диполя, δ - символ функции Дирака, $k = k_0\sqrt{\varepsilon'\mu}$ и $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = \omega/c$ - волновые числа в среде и в вакууме, искомая функция $I(z)$ описывает распределение электрического тока вдоль вибратора. Электропроводность среды σ включена в комплексную диэлектрическую проницаемость /13/:

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon - i\,\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}\,. \quad (6)$$

Результаты работ /11-12/ легко обобщаются на случай решения уравнения (5). После нахождения $I(z)$ из (5) получаем следующее выражение для входного импеданса тонкого симметричного вибратора в изотропной среде с постоянными ε, μ и σ

$$Z_A = -\frac{iZ_0}{2\pi}\,\Omega\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}}\;\frac{\cos\varkappa+\alpha/\Omega}{\sin\varkappa+\beta/\Omega}\,. \quad (7)$$

Здесь $Z_0 = 120\pi$ Ом - волновое сопротивление свободного пространства,

$$\varkappa = k_0\sqrt{\varepsilon'\mu}\;L\,, \quad (8)$$

$$\Omega = 2\left[\ln\frac{2L}{a} - \mathrm{Cin}(\varkappa L)\right]. \quad (9)$$

Безразмерные функции α и β от $\varkappa$ определяются соотношениями:

$$\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2,$$

$$\alpha_1 = \frac{\cos\varkappa}{2}\left[\mathrm{Cin}(4\varkappa) - 2\mathrm{Cin}(2\varkappa)\right] - \frac{\sin\varkappa}{2}\left[\mathrm{Si}(4\varkappa)\right], \tag{10}$$

$$\alpha_2 = \frac{\cos\varkappa}{2}\left[\mathrm{Si}(4\varkappa) - 2\mathrm{Si}(2\varkappa)\right] + \frac{\sin\varkappa}{2}\left[\mathrm{Cin}(4\varkappa)\right];$$

$$\beta = \beta_1 + i\beta_2,$$

$$\beta_1 = \frac{\cos\varkappa}{2}\left[4\mathrm{Si}(2\varkappa) - \mathrm{Si}(4\varkappa)\right] + \frac{\sin\varkappa}{2}\left[4\ln 2 + 2\mathrm{Cin}(2\varkappa) - \mathrm{Cin}(4\varkappa) - 4\mathrm{Cin}\,\varkappa\right], \tag{11}$$

$$\beta_2 = \frac{\cos\varkappa}{2}\left[\mathrm{Cin}(4\varkappa) - 4\mathrm{Cin}(2\varkappa)\right] - \frac{\sin\varkappa}{2}\left[\mathrm{Si}(4\varkappa) - 2\mathrm{Si}(2\varkappa)\right].$$

Здесь использованы стандартные обозначения для специальных функций, связанных с интегральным косинусом и синусом /I4/

$$\mathrm{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t}\,dt, \qquad \mathrm{Ci}(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos t}{t}\,dt,$$

$$\mathrm{Cin}(x) = \int_0^x \frac{1-\cos t}{t}\,dt = \ln x + \gamma - \mathrm{Ci}(\varkappa), \quad \gamma = 0{,}577, \tag{12}$$

где γ - постоянная Эйлера. Соотношения (7)-(I2) вполне аналогичны соответствующим формулам работ /II-I2/ для свободного пространства. Однако при наличии в среде омических потерь ε' становится комплексной величиной вместе с аргументом $\varkappa$ в формулах (7)-

-(I2). При этом значительно возрастают вычислительные трудности.

Здесь мы рассмотрим подробно случай изотропной плазмы, в ко - торой электропроводность на частоте ω определяется формулой /I3, I5/

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m_e(\nu + i\omega)}, \qquad (13)$$

где e - заряд электрона, m_e - его масса, N - концентрация за - ряженных частиц в квазинейтральной плазме, ν - эффективная час - тота соударений электронов с другими частицами плазмы. Полагая для газовой плазмы $\varepsilon = \mu = 1$ из (6) и (I3) находим, что

$$\varepsilon'_p = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - i\nu)}, \quad \omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m_e}} \ . \qquad (14)$$

Здесь ω_{pe} - плазменная частота электронов.

Расчеты были выполнены для плазмы без соударений, когда в формулах (I3)-(I4) $\nu = 0$ и, следовательно,

$$\varepsilon = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2. \qquad (15)$$

При этом на частотах $\omega = \omega_{pe}$ полагаем

$$\varkappa = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2}\, L}{c} = \sqrt{x^2 - x_p^2}\ , \quad x \geq x_p. \qquad (16)$$

Здесь для удобства введена безразмерная переменная $x = (\omega L/c)$ и безразмерный параметр $x_p = \omega_{pe} L/c$, характеризующий отношение масштаба L к глубине проникновения высокочастотного поля в плазму $\delta = c/\omega_{pe}$ /I3/. По формулам (7)-(I6) выполнены расчеты действительной R_A и мнимой X_A части входного импеданса (I). На низких частотах, когда $\omega \leq \omega_{pe}$ следует воспользоваться аналитическим продолжением в (7)-(I2) и (I6) соответствующих функций комплекс -

ного переменного $\varkappa$ с учетом принципа причинности - электромагнитные поля должны экспоненциально затухать при удалении от вибратора:

$$\varkappa = -i\,\frac{\sqrt{\omega_{pe}^2-\omega^2}\,L}{c} = -i\sqrt{x^2-x_p^2} = -iy\,. \qquad (17)$$

При этом функции интегрального синуса и косинуса преобразуются следующим образом в функции интегрального гиперболического синуса и косинуса

$$\sin(-iy)=-i\,\mathrm{sh}\,y, \quad \cos(-iy)=\mathrm{ch}\,y,$$

$$\mathrm{Si}(-iy)=-i\,\mathrm{Shi}(y), \quad \mathrm{Cin}(-iy)=\mathrm{Chin}(y), \qquad (18)$$

$$\mathrm{Shi}(y)=\int_0^y \frac{\mathrm{sh}\,t}{t}\,dt, \quad \mathrm{Chin}(y)=\int_0^y \frac{1-\mathrm{ch}\,t}{t}\,dt.$$

В дальнейшем для анализа характера поведения импеданса антенны вблизи плазменной частоты ω_{pe} нам потребуется значение Z_A в приближении электрически короткой антенны, когда

$$\varkappa = k_0\sqrt{|\varepsilon'|\mu}\,L \ll 1\,. \qquad (19)$$

В этом приближении из (7) находим, что

$$Z_A \approx \frac{Z_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}}\left(\frac{\varkappa^2}{3} - i\,\frac{\Omega_0}{\varkappa}\right), \quad \Omega_0 = 2\ln\frac{2L}{a}\,. \qquad (20)$$

Для плазмы с соударениями в соответствии с (14) и (20) получим

$$Z_A \approx 60\left[\frac{\sqrt{\varepsilon'}\,(k_0L)^2}{3} - i\,\frac{\Omega_0}{\varepsilon'(k_0L)}\right]\ \text{Ом}\,. \qquad (21)$$

Качественный и численный анализ импеданса антенны в плазме

Перейдем к анализу результатов. На основании соотношений (I7)-(I8) в плазме без учета соударений из (7)-(I2) сразу устанавливаем, что при $\omega \leq \omega_{pe}$

$$R_A = 0, \qquad X_A \geq 0 \,. \tag{22}$$

Это означает, что в холодной изотропной плазме без соударений на частотах меньше ленгмюровской отсутствует излучение поперечных электромагнитных волн, а реактивная часть входного импеданса имеет индуктивный характер.

Результаты численных расчетов активной и реактивной части Z_A в зависимости от частоты приводятся на рис.2, 3, 4. Предполагалось, что $\Omega_0 = 2\ln(2L/a) = 20$ и выбраны три различных значения $\varkappa_p$ = = 0,I; I; 3. Из рисунков видно, что при $\varkappa = \varkappa_p$ имеет место резонансная особенность у функции $X_A = X_A(\omega)$. Ясно, что происхождение этой резонансной особенности связано с ленгмюровскими колебаниями холодной изотропной плазмы на частоте ω_{pe}. Далее из рисунков видны также резонансные особенности настроенных антенн, которые определяются нулями реактивной составляющей входного импеданса $X_A(\omega) = 0$. Качественный анализ формулы (7) дает следующие приближенные выражения для частот, на которых имеет место резонанс напряжений в антенне

$$\omega \approx \sqrt{\omega_{pe}^2 + \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \frac{c^2\pi^2}{L^2}}\,, \quad n = 0,1,2,3,\ldots \tag{23}$$

Это соотношение получено из условия, что на длине вибратора 2L укладывается целое нечетное число полуволн в среде $\varkappa \approx (n + 1/2)\pi$. В вакууме при $\omega_{pe} = 0$ основная резонансная длина симметричного вибратора $L \approx 0{,}5\,\lambda$. Другой ряд нулей $X_A(\omega)$ соответствует резонансам токов в антенне[ж)] $\varkappa \approx n\pi$ и, следовательно,

---

ж) Иногда в антенной технике эти особые точки Z_A называют антирезонансами.

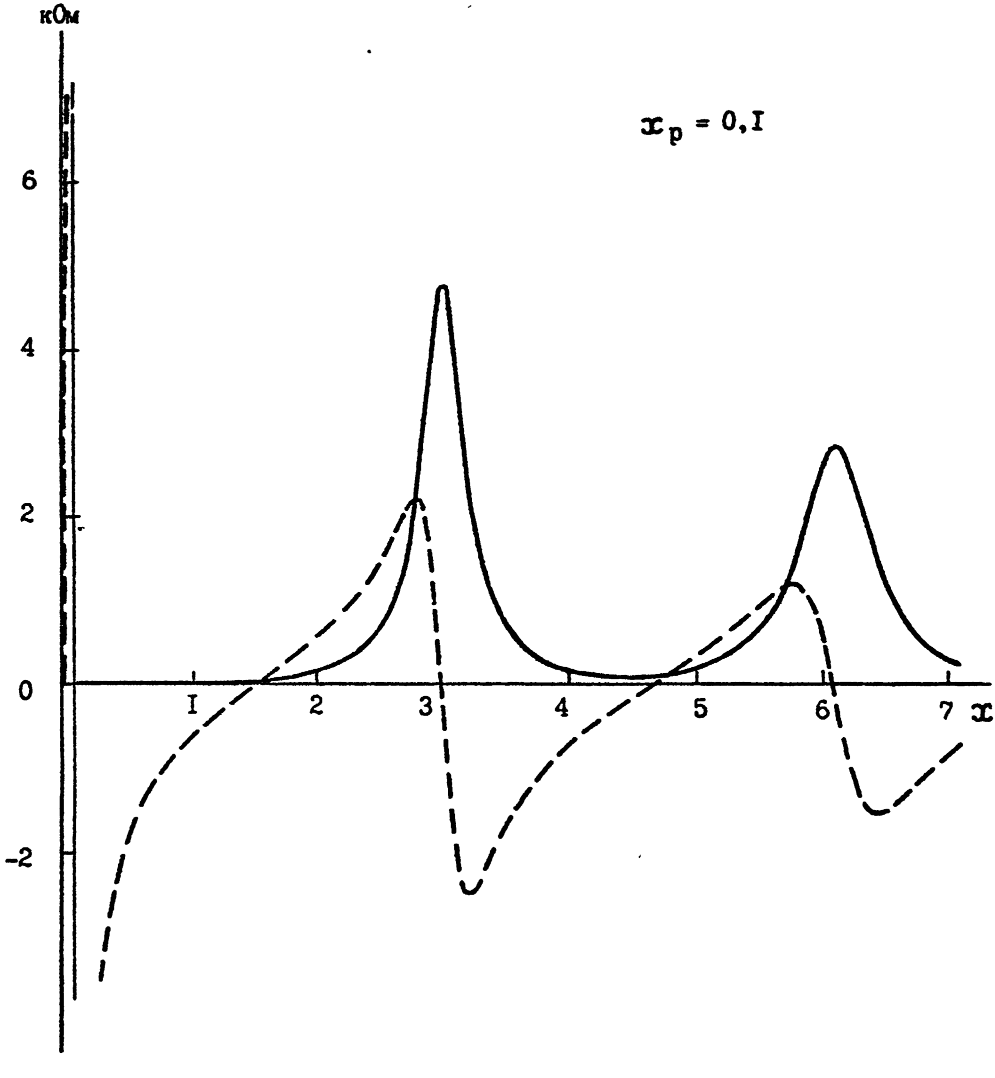

Рис. 2

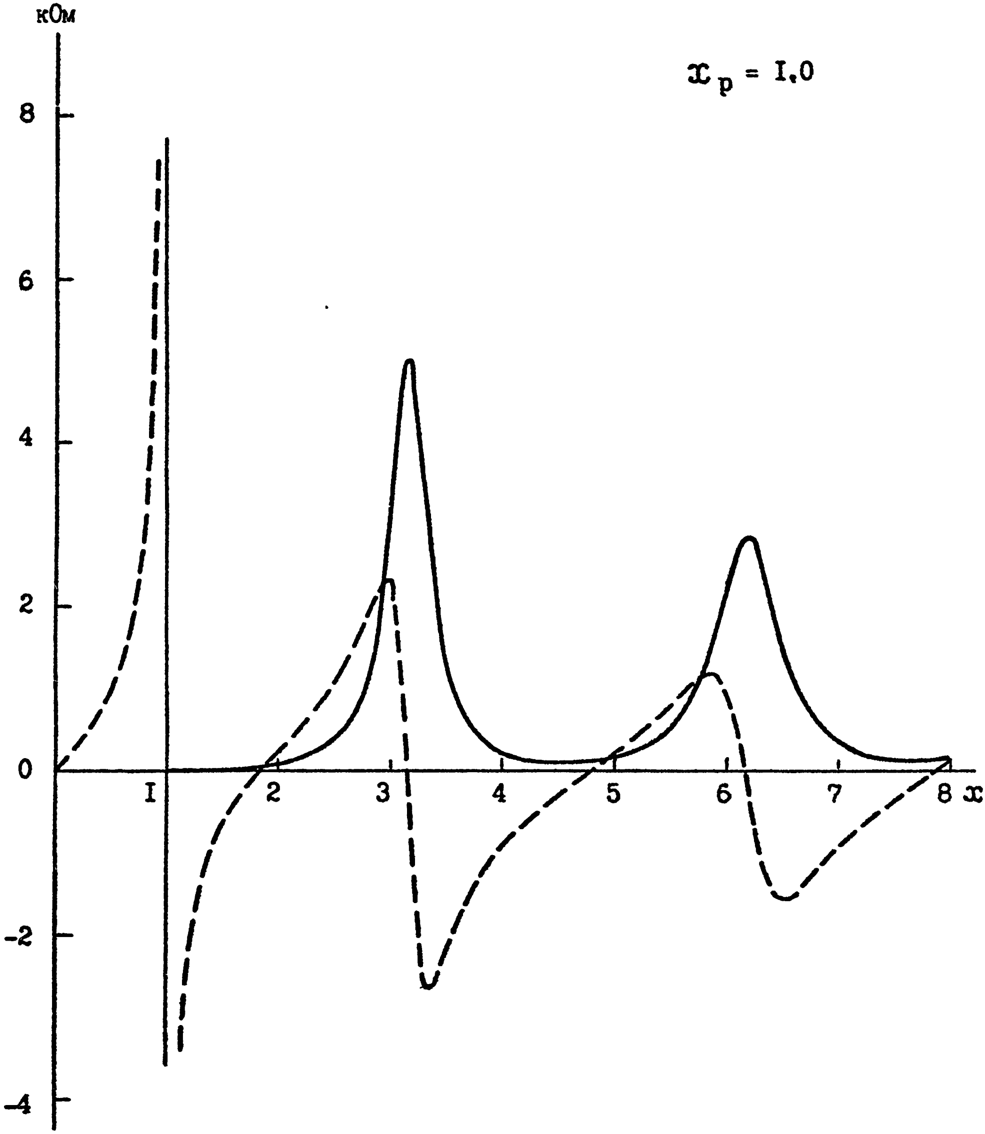

Рис. 3

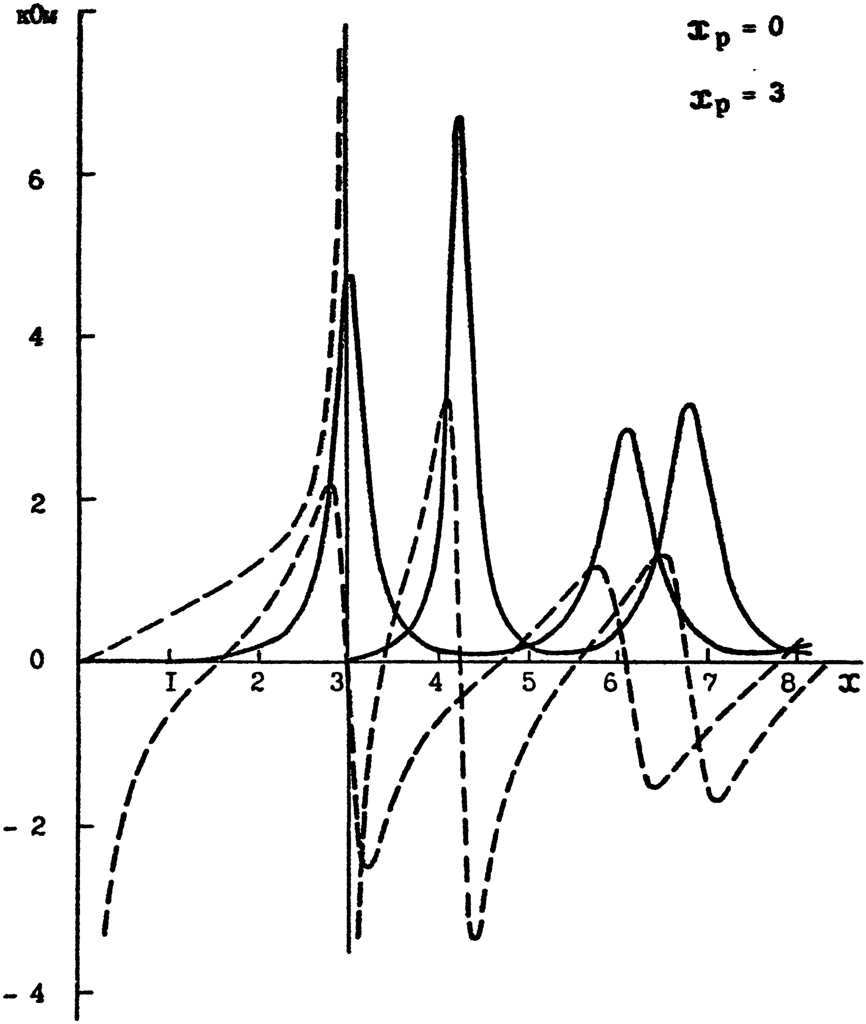

Рис. 4

$$\omega \approx \sqrt{\omega_{pe}^2 + \frac{c^2 n^2 \pi^2}{L^2}}, \quad n = 1,2,3,\ldots \tag{24}$$

Из рисунков видно, что вблизи этих частот R_A достигает макси - мальных значений. В этом случае на длине вибратора укладывается четное число полуволн - целое число волн в среде. Из соотношений (23)-(24) ясно, что присутствие плазмы заметно будет влиять на резонансы при условии, что $(\omega_{pe} L/C) > \pi$. С тем чтобы пояснить этот результат на рис.4 на одном графике тонкими линиями даны кривые $R_A(\omega)$ и $X_A(\omega)$ для антенны в вакууме $\varkappa_p = 0$, а толстыми линиями - случай $\varkappa_p = 3$. Здесь отчетливо видно смещение резонансных осо - бенностей антенны.

Большой интерес для диагностики плазмы представляет поведение активной и реактивной составляющих Z_A в окрестности плазменного резонанса, то есть при $\omega = \omega_{pe}$. В соответствии с (I6) и (I9) при этом естественно и удобно воспользоваться приближением коротких антенн (20)-(2I) тем более, что короткие антенны в плазме неоднократно являлись предметом теоретических и экспериментальных исследований /I, I6-I8/.

В плазме без соударений для короткого диполя из (I5) и (2I) получаем

$$Z_A = 60\left[\frac{\omega\sqrt{\omega^2-\omega_{pe}^2}\,L^2}{3c^2} - i\,\frac{2c\ln(2L/a)}{\omega L(1-\omega_{pe}^2/\omega^2)}\right] \text{Ом}. \tag{25}$$

Поведение второго слагаемого при изменении частоты совпадает с тем, что имеет место при резонансе токов в случае параллельного включения LC-контура:

$$Z_{LC} = -\frac{i}{\omega C - 1/\omega L}, \tag{26}$$

где L и C соответственно индуктивность и емкость контура с резо - нансной частотой $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$. Учет соударений в (2I) устраняет резонансную особенность в (25). На рис.5 приводится зависимость

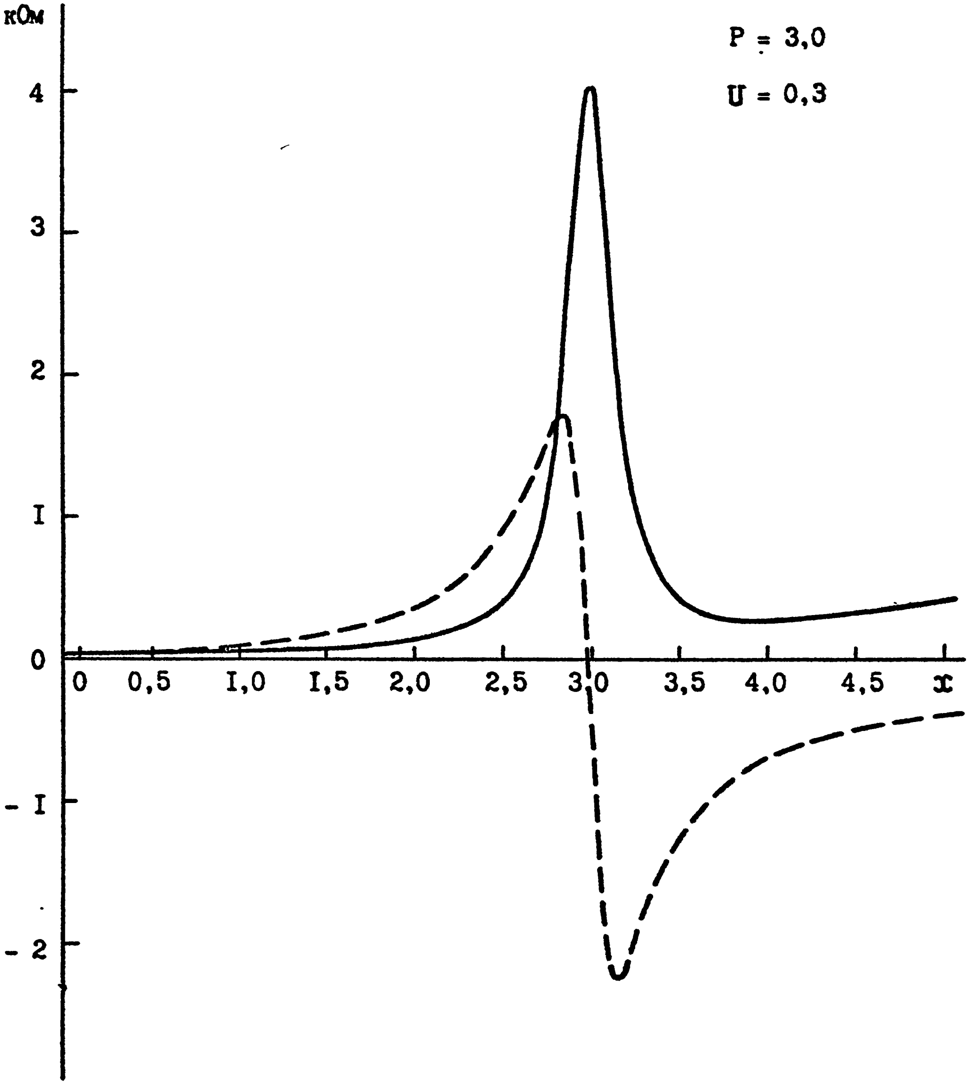

Рис. 5

$Z_A = Z_A(\omega)$ для случая $\ln(2L/a) = 10$, $x_p = 5$ и $\nu L/C = 0{,}5$, а также $x_p = 3$, $(\nu L/C) = 0{,}3$. Из этих рисунков видно, что после прохождения резонанса $\omega = \omega_{pe}$ реактивная часть Z_A преобретает емкостный характер. Лабораторные измерения Z_A для коротких антенн были сделаны в работе /16/ и они удовлетворительно согласуются с расчетами /1/. В работах /17-18/ учитывалось влияние слабой пространственной дисперсии (теплового движения заряженных частиц в плазме) на входной импеданс коротких антенн вблизи резонанса $\omega \approx \omega_{pe}$. При этом в работе /18/ сделан вывод о том, что для антенн с размером L, превосходящим радиус Дебая, входной импеданс короткой антенны определяется величиной зазора в антенне (см.рис. 1). Вопросы совместного влияния пространственной дисперсии и конечных размеров антенны на распределение электрического тока по длине вибратора на его импеданс представляют весьма сложную задачу. В заключение благодарю О.А.Зорину за проведенные расчеты.

Литература

1. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах - М.: Мир, Т.1 и 2, 1984.
2. Мареев Е.А., Чугунов Ю.В. Антенны в плазме. - Н.Новгород: ИПФ АН СССР, 1991.
3. Леонтович М.А., Левин М.Л. К теории возбуждения колебаний в вибраторах антенн//ЖТФ. - 1944. - Т.14, № 9. - С.481-506.
4. King R.W.P. The theory of linear antennas, Harward Univ.Press, Massachusetts,1956.
5. Левин М.Л. О теории металлических антенн. Уч.зап.Горьковского госуниверситета, вып.XVI, серия: физ.-мат.наук., Горький,1950. - С.283-260.
6. Щелкунов С., Фриис Г. Антенны. - М.: Сов.радио, 1955. - С.233.
7. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. - М.: Энергия, 1975.
8. Hallen E. Properties of a long antenna.-J.Appl.Phys.-1948.-V. 19,No.12.-P.1140-1141.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука.

10. Gray M.C. Modification of Hallen's solution of the antenna problem.-J.Appl.Phys.-1944.-V.15,No.1.-P.61-65.

11. Докучаев В.П. Новый параметр в теории электрических вибраторных антенн//Препринт № 298. - Горький: НИРФИ, 1990.
12. Докучаев В.П. Новый большой параметр в интегральном уравнении теории тонких антенн. - В сб.: Волны и дифракция-90. - М.: АН СССР, 1990. - Т.I. - С.308-311.
13. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме.- - М.: Физматгиз, 1960.
14. Справочник по специальным функциям/Под ред.М.А.Абрамовица и И. Стиган. - М.: Наука, 1979.
15. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. - М.: Наука, 1975.
16. Scott L.D., Rama Rao B. IEEE Trans.Antennas Propagat. AP-17, 777,1969.
17. Андронов А.А., Городинский Г.А. Дипольное излучение плазменных волн//Изв.вузов. - Радиофизика. - 1963. - Т.5, № 2. - С.234-239.
18. Андронов А.А., Эйдман В.Я. К теории тонкой антенны в изотропной плазме//ЖТФ. - 1969.- Т.39, № 2. - С.365-372.

Подписано в печать 10.07.92 г. Формат 60 x 84/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 0,95 усл.п.л.
Заказ 5266. Тираж 100.

Отпечатано на ротапринте НИРФИ