Нижегородский научно-исследовательский радиофизический институт
Министерства науки, высшей школы и технической политики
Российской Федерации

Препринт № 351

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В ОКЕАНЕ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ АТМОСФЕРНОЙ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКОЙ И ДОННОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ПОДВОДНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Л.А.Гасилова
Ю.В.Петухов

Нижний Новгород 1992

Гасилова Л.А., Петухов Ю.В.

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В ОКЕАНЕ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ АТМОСФЕРНОЙ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКОЙ И ДОННОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ПОДВОДНЫМ ИСТОЧНИКОМ // Препринт № 351. – Нижний Новгород: НИРФИ, 1992. – 29 с.

УДК 531.596.1

Исследованы дисперсионные свойства поверхностных волн Стоунли-Шолтэ-Лэмба и Рэлея, распространяющихся в системе изотермическая атмосфера – океанический волновод, моделируемый слоем "тяжелой" сжимаемой жидкости, лежащим на однородном упругом полупространстве, и определены частотные зависимости их коэффициентов возбуждения для возмущения давления и скорости частиц среды в атмосфере при точечном подводном источнике массы. Показано, что учет гравитационной поверхностной волны в океане приводит, при определенных его глубинах и значениях скорости звука в воздухе, к пересечению частотной зависимости ее фазовой скорости с аналогичной зависимостью для атмосферной поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба на двух резонансных частотах, которым в коэффициентах возбуждения этих волн соответствуют узкие резонансные максимумы.

Выполненные в /I/ исследования дисперсионного уравнения для собственных решений системы изотермическая атмосфера - океанический волновод, моделируемый слоем сжимаемой жидкости, лежащим на однородном упругом полупространстве, позволил установить существование, во-первых, поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба лишь на частотах ниже определенной критической $\omega < \omega_{co}$(см.(2I), (2I′) в /I/), уменьшающейся с ростом глубины водного слоя и не обращающейся в нуль даже в отсутствие влияния силы тяжести Земли, во-вторых, поверхностной волны Рэлея в области частот ниже пропорциональной ускорению свободного падения критической частоты $\omega < \omega_R$ (см.(I9) в /2/). Было показано также (см./I/), что частотные зависимости коэффициентов возбуждения этих волн имеют по одному максимуму, обусловленному взаимным расположением корреспондирующих точек относительно поверхности океана. При исследовании же в /3/ дисперсионного уравнения для системы изотермическая атмосфера - "тяжелая" сжимаемая жидкость, моделирующая океан, было установлено, что существующая при $\omega < \omega_L$ поверхностная модифицированная волна Лэмба (см./2/) распространяется со сверхзвуковой скоростью на частотах ниже критической ω_L (см.(I7) в /3/), но выше резонансной ω_p, и с дозвуковой(по отношению к воздуху) скоростью при $\omega < \omega_p$. Появляющаяся при учете влияния силы тяжести на динамику жидкости резонансная частота ω_p, на которой в коэффициентах возбуждения возникает по одному дополнительному резонансному максимуму, определяется отношением ускорения свободного падения к скорости звука в воздухе и соответствует пересечению частотных зависимостей фазовых скоростей поверхностной модифицированной волны Лэмба и гидродинамической поверхностной волны.

Естественный интерес представляет изучение свойств поверхностных волн в наиболее реальной системе атмосфера – океанический волновод, учитывающей, по сравнению с /I/, влияние силы тяжести и на динамику водного слоя, а также – выяснение их возможных отличий от предсказываемых на основе простых моделей /I–3/. Именно поэтому настоящая работа посвящена исследованию частотных зависимостей фазовых скоростей и коэффициентов возбуждения поверхностных волн в такой системе.

Рассмотрим, как и в /I/, изотермическую модель атмосферы с экспоненциально спадающей с ростом высоты $z \geq H$ плотностью воздуха $\rho_1(z) = \rho_0 \exp(-\gamma g (z - H)/c_1^2)$ и постоянными адиабатической скоростью звука c_1 и показателем адиабаты γ, полагая, что начало цилиндрической системы координат z, r расположено на границе жидкого слоя с однородным упругим полупространством $z = 0$, а ось z направлена вертикально вверх. Здесь g – ускорение силы тяжести, $\rho_0 = \rho_1(z = H)$ – плотность воздуха на границе с жидкостью, H – глубина водного слоя, r – горизонтальное расстояние. Тогда линеаризованное уравнение для возмущения давления p_1' в неподвижной атмосфере запишется, согласно /4/, в следующем виде:

$$\left\{\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+N_1^2\right)^2\left(\frac{\partial^2}{c_1^2\,\partial t^2}-\Delta_\perp\right)-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+N_1^2\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}-2\Gamma_1\frac{\partial}{\partial z}\right)\right\}\exp\left(\frac{gz}{c_1^2}\right)p_1' = 0, \qquad \text{(I)}$$

где $N_1^2 = (\gamma - 1)\, g^2/c_1^2$ – квадрат частоты Брента-Вяйсяля, $\Gamma_1 = (2-\gamma)g/2c_1^2$ – коэффициент Эккарта, t – время, $\Delta_\perp = \frac{1}{r}\times\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)$.

Линеаризованное уравнение для возмущения давления p_2' в сжимаемой "тяжелой" жидкости с постоянными при $0 \leq z \leq$ H значениями плотности ρ_2 и скорости звука c_2, в которой при $r = 0$, $z = h$ расположен источник массы с произвольно зависящей от времени производительностью $Q(t) = \frac{1}{r}\delta(r)\delta(z-h)M(t)$, запишется в следующем виде:

$$\left\{\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+N_2^2\right)^2\left(\frac{\partial^2}{c_2^2\partial t^2}-\Delta_\perp\right)-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+N_2^2\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}-2\Gamma_2\frac{\partial}{\partial z}\right)\right\}\exp\left(\frac{gz}{c_2^2}\right)\rho_2'=\rho_2\exp\left(\frac{gz}{c_2^2}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+N_2^2\right)^2\frac{\delta(r)\delta(z-h)}{r}\frac{\partial M(t)}{\partial t}, \qquad (2)$$

где $N_2^2=-g^2/c_2^2$, $\Gamma_2=g/c_2^2$, $M(t)$ - функция, моделирующая определенный физический процесс в источнике, $\delta(r)$ и $\delta(z-h)$ - дельта-функции. Необходимые для дальнейшего взаимосвязи возмущения давления ρ_j' с соответствующими значениями вертикальной компоненты скорости смещения частиц в волне u_{jz} ($j=[1, 2]$) запишем в следующем виде /4/:

$$\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial z}\exp\left(\frac{gz}{c_j^2}\right)\rho_j'+\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+N_j^2\right)\rho_j(z)\exp\left(\frac{gz}{c_j^2}\right)u_{jz}=0. \qquad (3)$$

При описании волновых процессов в однородном упругом полупространстве $z\leq 0$, моделирующем Землю, удобно воспользоваться уравнениями для потенциалов смещений продольных φ и сдвиговых ψ волн /5/

$$\frac{1}{c_\ell^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\nabla^2\varphi=0,\qquad \frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-\nabla^2\psi=0, \qquad (4)$$

а также дифференциальными соотношениями для вертикальной компоненты смещения частиц $\tilde{u}_z$ и соответствующих компонентов тензора напряжений σ_{zz} и σ_{zr} в упругой волне:

$$\tilde{u}_z=\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(-r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right), \qquad (5)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial z},$$

$$\sigma_{zr} = \mu \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \tilde{u}_z \right\}.$$

Здесь $c_\ell = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho_3}$, $c_t = \sqrt{\mu/\rho_3}$ - скорости продольных и сдвиговых волн в упругой среде с плотностью $\rho_3 = \mathrm{const}$ и параметрами Ламэ λ и μ.

Для однозначного решения поставленной задачи необходимо учесть стандартные граничные условия, выражающие непрерывность нормальной компоненты скорости смещения частиц и полной производной по времени от суммарного давления или от соответствующих компонентов тензора напряжений в граничащих средах:

$$z = 0:\ \sigma_{zr} = 0,\ \ u_{2z} = \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial t},\ \ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = -\left(\frac{\partial p_2'}{\partial t} - \rho_2 g u_{2z} \right), \tag{6}$$

$$z = H:\ u_{1z} = u_{2z},\ \ \frac{\partial p_1'}{\partial t} - \rho_1 g u_{1z} = \frac{\partial p_2'}{\partial t} - \rho_2 g u_{2z}.$$

С использованием (I)-(6) для спектральных компонентов Фурье возмущения давления $\bar{p}_j(\omega)$ и скорости смещения частиц среды $\bar{u}_{jz}(\omega)$ в атмосфере ($z \geq H$, $j = 1$) и океане ($0 \leq z \leq H$, $j = 2$)

$$\bar{p}_j(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p'(t) e^{-i\omega t} dt, \quad \bar{u}_{jz}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{jz}(t) e^{-i\omega t} dt$$

найдем следующие интегральные выражения

$$\bar{p}_1(\omega) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}}}{2} \omega k_1 \bar{M}(\omega) \rho_3 R_{13} R_{23} (1 - W_1^2)(1 + W_3^2) \times$$

$$\times \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{D_a(x)}{D_g(x)} e^{-\gamma_1(\bar{z}-\bar{H})} H_0^{(2)}(x\bar{r})\, x\, dx\,, \tag{7}$$

$$\bar{u}_{1z}(\omega) = \frac{e^{\gamma G(\bar{z}-\bar{H})}}{2} \bar{M}(\omega) R_{23} K_1^2 (1+W_3^2) \times$$

$$\times \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(W_2-\nu_1) D_a(x)}{D_g(x)} e^{-\gamma_1(\bar{z}-\bar{H})} H_0^{(2)}(x\bar{r})\, x\, dx\,;$$

$$\bar{p}_2(\omega) = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{4} \bar{M}(\omega) \rho_2 \omega K_1 (1+W_3^2) \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Big\{ e^{\mp\gamma_2(\bar{z}-\bar{h})} -$$

$$- \frac{D_b(x)}{D_g(x)} e^{-\gamma_2 \bar{z}} + \frac{D_s(x)}{D_g(x)} e^{\gamma_2(\bar{z}-\bar{H})} \Big\} \frac{x}{\gamma_2} H_0^{(2)}(x\bar{r})\, dx\,, \tag{8}$$

$$\bar{u}_{2z}(\omega) = \frac{e^{i\pi}}{4} \bar{M}(\omega) K_1^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Big\{ (Ga^2 \mp \gamma_2)\, e^{\mp\gamma_2(\bar{z}-\bar{h})} -$$

$$-(Ga^2-\gamma_2) \frac{D_b(x)}{D_g(x)} e^{\gamma_2 \bar{z}} + (Ga^2+\gamma_2) \frac{D_s(x)}{D_g(x)} e^{\gamma_2(\bar{z}-\bar{H})} \Big\} \frac{x}{\gamma_2} H_0^{(2)}(x\bar{r})\, dx\,,$$

в которых введены следующие безразмерные величины:

$$D_a(x) = ch(\gamma_2 \bar{h}) \Big\{ F_1(x)\gamma_2 - b_2^4 G R_{23} \gamma_2 \gamma_\rho -$$

$$- th(\gamma_2 \bar{h}) \Big(F_1(x) G a^2 + b_2^4 \gamma_\ell R_{23} \Big) \Big\}\,,$$

$$D_g(x) = ch(\gamma_2 \bar{H}) \Big\{ \gamma_2 (1+W_3^2) \Big[R_{13} R_{23} \gamma_\ell U(x)\, b_2^4 +$$

$$+(W_2-\nu_1)F_1(x)R_{23}\Big]\Big\} + sh(\gamma_2\bar{H})\Big\{R_{13}F_1(x)U(x)\times$$

$$\times(W_3^2a^2-\gamma_2^2)-(W_2-\nu_1)R_{23}^2 b_2^4\gamma_e(1-G^2\gamma_2^2)+$$

$$+G(a^2+\gamma_2^2)\Big[R_{13}R_{23}\gamma_e b_2^4U(x)-(W_2-\nu_1)R_{23}F_1(x)\Big]\Big\},$$

$$D_s(x)=\Big\{R_{13}U(x)\big(Ga^2-\gamma_2\big)-(W_2-\nu_1)R_{23}(1+$$

$$+G\gamma_2)\Big\}\Big\{\gamma_2\, ch(\gamma_2\bar{h})\Big[F_1(x)-R_{23}\gamma_e G b_2^4\Big]-$$

$$-sh(\gamma_2\bar{h})\Big[F_1(x)Ga^2+b_2^4R_{23}\gamma_e\Big]\Big\},$$

$$D_b(x)=\Big\{F_1(x)\big(Ga^2+\gamma_2\big)+R_{23}\gamma_e b_2^4(1-G\gamma_2)\Big\}\times \tag{9}$$

$$\times\Big\{ch(\gamma_2[\bar{H}-\bar{h}])\Big[R_{13}U(x)\gamma_2+R_{23}G\gamma_2(W_2-\nu_1)\Big]+$$

$$+sh(\gamma_2[\bar{H}-\bar{h}])\Big[R_{13}U(x)Ga^2-R_{23}(W_2-\nu_1)\Big]\Big\},$$

$$U(x)=1-W_1^2-G(W_2-\nu_1),\qquad F_1(x)=4x^2\gamma_e\gamma_t-(2x^2-b_2^2)^2,$$

$$\gamma_1=\sqrt{W_2^2+(x^2-1)(1-W_1^2)}+\frac{\gamma G}{2},\qquad \nu_1=\gamma_1-\frac{\gamma G}{2},$$

$$\gamma_2=\sqrt{x^2(1+W_3^2)-a^2},\qquad \gamma_e=\sqrt{x^2-b_1^2},\qquad \gamma_t=\sqrt{x^2-b_2^2},$$

$$G = \frac{g}{\omega c_1}, \qquad W_1^2 = (\gamma - 1)G^2, \qquad W_2 = \frac{(2-\gamma)G}{2},$$

$$W_3^2 = a^2 G^2, \quad a = \frac{c_1}{c_2}, \quad b_1 = \frac{c_1}{c_\ell}, \quad b_2 = \frac{c_1}{c_t},$$

$$R_{13} = \frac{\rho_0}{\rho_3}, \qquad R_{23} = \frac{\rho_2}{\rho_3}, \qquad x = \frac{c_1}{c},$$

$$\bar{z} = z k_1, \quad \bar{r} = r k_1, \quad \bar{h} = h k_1, \quad \bar{H} = H k_1 .$$

Здесь $k_1 = \omega / c_1$, ω – циклическая частота, $\bar{M}(\omega)$ – спектр Фурье функции $M(t)$, c – фазовая скорость волн, $H_0^{(2)}(x\bar{r})$ – функция Ханкеля второго рода. В выражениях (8) знаки $\mp$ отвечают значениям $z > h$ (верхний) и $z < h$ (нижний).

Поскольку здесь представляют интерес лишь поверхностные волны, которым соответствуют полюса подынтегральных функций (7), (8), обратимся к анализу дисперсионного уравнения $D_g(x) = 0$, имеющего следующий вид:

$$L_s(x) + \frac{th(\gamma_2 \bar{H})}{\gamma_2(1+W_3^2)} \left\{ \frac{R_{13}}{R_{23}} F_1(x) U(x) \left(W_3^2 a^2 - \gamma_2^2\right) - \right.$$

$$- (W_2 - \nu_1) R_{23} b_2^4 \gamma_\ell (1 - G^2 \gamma_2^2) + G x^2 (1 + W_3^2) \times \tag{10}$$

$$\left. \times \left[L_s(x) - 2(W_2 - \nu_1) F_1(x) \right] \right\} = 0,$$

$$L_s(x) = (W_2 - \nu_1) F_1(x) + b_2^4 R_{13} \gamma_\ell U(x).$$

При H = 0 из (10) получаем уравнение $L_s(x) = 0$, описывающее распространение вдоль границы раздела изотермическая атмосфера –

однородное упругое полупространство поверхностной волны Стоунли-Шолтэ и волны Рэлея, которая становится поверхностной лишь на частотах ниже критической $\omega < \omega_R$ (см.(I9) в /2/):

$$\omega_R = \frac{g\sqrt{\gamma^2 - 4x_0^2(\gamma - 1)}}{2c_1\sqrt{1 - x_0^2}}, \tag{II}$$

где x_0 - корень уравнения $L_S(x) = 0$ при $R_{13} = 0$. При $H \neq 0$, но без учета влияния силы тяжести Земли на динамику водного слоя, из (I0) следует уравнение

$$L_S(x) - \operatorname{th}\left(\sqrt{x^2 - a^2}\,\overline{H}\right)\left\{\frac{R_{13}}{R_{23}}\sqrt{x^2 - a^2}\,U(x)F_1(x) + \right.$$

$$\left. + R_{23}\frac{\gamma_\ell}{\sqrt{x^2 - a^2}}\,b_2^4(W_2 - \nu_1)\right\} = 0, \tag{I2}$$

описывающее дисперсионные свойства поверхностной волны Стоунли - Шолтэ-Лэмба, существующей на границе изотермической атмосферы и океанического волновода на частотах $\omega < \omega_{co}$ (см.(2I), (2I′) в /I/):

$$\omega_{co} \approx \begin{cases} \dfrac{c_1}{2H\sqrt{1-a^2}}\left\{æ + \left(æ^2 + \dfrac{4\sqrt{1-a^2}\,H\omega_L}{c_1}\right)^{1/2}\right\}, & \sqrt{1-a^2}\;\overline{H} \ll 1 \\[2ex] \omega_L \Big/ \left\{1 - \dfrac{2\exp\left(-2\sqrt{1-a^2}\,\omega_L H/c_1\right)}{1 - \sqrt{1-a^2}\,\omega_* H/c_1}\right\}, & \sqrt{1-a^2}\;\overline{H} \gg 1, \end{cases} \tag{I3}$$

где

$$æ = \frac{R_{23}\,b_2^2}{2\left(1 - b_1^2/b_2^2\right)}\sqrt{\frac{1 - b_1^2}{1 - a^2}}, \tag{I4}$$

$$\omega_L \approx \frac{g}{2c_1}\,\frac{2-\gamma}{R_{12}\sqrt{1-a^2}}\,, \quad \omega_* = \frac{c_1\,\varkappa}{H\sqrt{1-a^2}}\,, \quad R_{12} = \frac{\rho_0}{\rho_2}\,, \qquad (14)$$

а также – волны Рэлея, являющейся поверхностной при $\omega < \omega_R$ (11).

По аналогии с /1/, перепишем уравнение (10) в следующем виде:

$$L_g(x)S_g(x) + \frac{2e^{-2\gamma_2 H_*/G}}{1+e^{-2\gamma_2 H_*/G}} \left\{ \frac{R_{13}}{R_{23}} F_1(x)\,U(x)\,\times \right.$$

$$\times (W_3^2 a^2 - \gamma_2^2) - (W_2 - \nu_1) R_{23}\gamma_\ell b_2^4 (1 - G^2\gamma_2^2) +$$

$$\left. + G(a^2 + \gamma_2^2)\left[R_{13}\gamma_\ell b_2^4 U(x) - (W_2 - \nu_1) F_1(x)\right] \right\} = 0, \qquad (15)$$

$$L_g(x) = (W_2 - \nu_1)(1 - \gamma_2 G) - R_{12} U(x)(\gamma_2 + G a^2),$$

$$S_g(x) = R_{23}\gamma_\ell b_2^4 (1 + \gamma_2 G) - (\gamma_2 - G a^2) F_1(x),$$

$$H_* = H\,\frac{g}{c_1^2}\,.$$

В высокочастотном диапазоне $\gamma_2 \overline{H} \gg 1$ из (15) следуют два дисперсионных уравнения. Во-первых, $L_g(x) = 0$ (см.(13) в /3/), описывающее дисперсионные свойства гидродинамической поверхностной волны и поверхностной модифицированной волны Лэмба, распространяющейся вдоль границы изотермической атмосферы с "тяжелой" сжимаемой жидкостью и существующей в диапазоне частот $\omega < \omega_L$ (см.(14)). Во-вторых, $S_g(x) = 0$, которое обобщает известное уравнение Стоунли $R_{23} b_2^4 \gamma_\ell - \sqrt{x^2 - a^2}\, F_1(x) = 0$ /6/ и описывает распространение вдоль границы раздела "тяжелой" сжимаемой жидкости и однородного упругого полупространства поверхностной волны Стоунли-Шолтэ ($c_2 < c_t$) и волны Рэлея, являющейся по - верхностной на частотах ниже критической $\omega < \omega_r$:

$$\omega_r \approx \frac{g}{c_2}\sqrt{\frac{c_t}{c_2} - 1} \; . \qquad (16)$$

Выражение для ω_r (I6) находится из условия $\gamma_2^2 \geq 0$, аналогичного $\nu_1^2 \geq 0$ при определении критической частоты ω_R (II) для поверхностной волны Рэлея на границе атмосферы и упругого полу - пространства.

Таким образом, уже из предварительного и достаточно общего анализа дисперсионного уравнения, записанного в виде (I0) и (I5), можно сделать вывод, что в рассматриваемой системе должны суще - ствовать гидродинамическая (гравитационная) поверхностная вол - на, а также поверхностные волны Рэлея на частотах $\omega < \omega_R$ и Стоунли-Шолтэ-Лэмба при $\omega \lessapprox \omega_c$. Очевидно, что $\omega_c \to \infty$ при Н = 0, так как в предельной ситуации Н = 0 поверхностная волна Стоунли-Шолтэ, распространяющаяся вдоль границы изотермическая атмосфе - ра - однородное упругое полупространство, существует во всем диапазоне частот $0 < \omega < \infty$. Естественно предположить также, что в области высоких частот $\gamma_2 \overline{H} \gg 1$ возможно не учитывать влияние силы тяжести на динамику жидкости и воспользоваться прибли - женным выражением (I3) для $\omega_c \approx \omega_{c0}$, из которого при $H \to \infty$ получаем асимптотику $\omega_c \to \omega_L$. Заметим, что в отсутствие влия - ния силы тяжести Земли ($g = 0$, $\omega_L = 0$) поверхностная волна Стоунли-Шолтэ существует при $\omega < \omega_*$ (I4), что не было учтено в /7/ при определении акустической энергии, излучаемой в атмос - феру подводным землетрясением.

Приведенные на рис.I, 2 результаты расчетов подтверждают сделанные на основе приближенного анализа выводы относительно дисперсионных свойств поверхностной волны в рассматриваемой системе, являющейся на низких частотах аналогом волны Стоунли-Шолтэ $L_s(x) = 0$, которая распространяется с уменьшающейся с по - нижением частоты дозвуковой скоростью, а на высоких - аналогом модифицированной волны Лэмба $L_g(x) = 0$, сверхзвуковая (по отношению к c_1) скорость которой возрастает с уменьшением частоты.

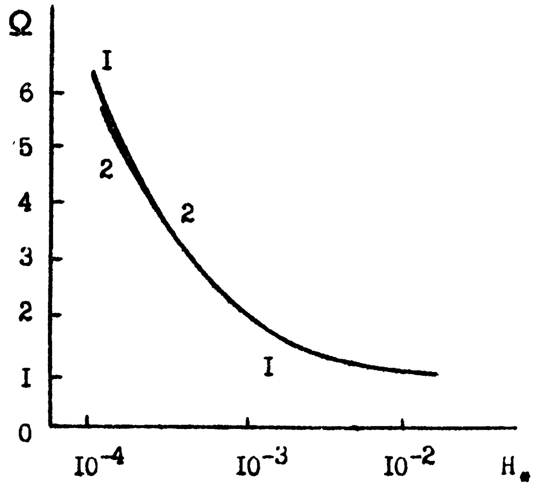


Рис.I. Зависимость отношения критических частот $\Omega = \omega_c/\omega_L$ от безразмерной толщины водного слоя $H_* = Hg/c_1^2$ при $c_1 = 340$ м/с – I и $c_1 = 280$ м/с – 2.

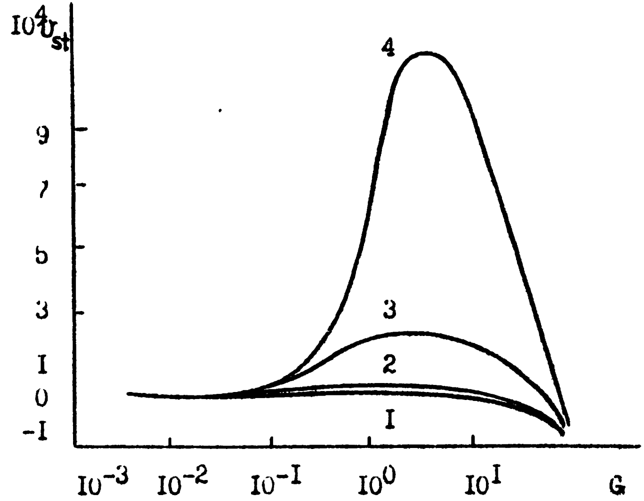


Рис.2. Зависимость дисперсионной добавки $v_{st} = \frac{c_{st}}{c_1} - 1$ к фазовой скорости распространения поверхностной волны Стоунли–Шолтэ–Лэмба от безразмерного параметра $G = g/\omega c_1$, для различных глубин океана: $H = 10^2$ м – I, $H = 10^3$ м – 2, $H = 5\cdot 10^3$ м – 3, $H = 10^4$ м – 4; $c_1 = 340$ м/с, $c_2 = 1{,}5\cdot 10^3$ м/с, $c_t = 2{,}4\cdot 10^3$ м/с, $c_l = 4\cdot 10^3$ м/с, $R_{13} = R_{23}\cdot 10^{-3}$, $R_{23} = 1/3$, $\gamma = 1{,}4$.

Естественно ожидать, что в поведении частотных зависимостей фазовых скоростей волн и их коэффициентов возбуждения будут наблюдаться закономерности, предсказываемые на основе более простых моделей /I, 3/, однако анализ показал существование и определенных отличий, причем некоторые из них можно установить с использованием довольно грубых оценок. Сказанное прежде всего касается поверхностной гидродинамической волны. Действительно, без учета влияния атмосферы и в предположении абсолютно жесткого дна, для скорости распространения c_G гидродинамической поверхностной волны справедливо соотношение (см./8/)

$$\frac{c_G}{c_1} = G\,\mathrm{th}\left(\bar{H}\,\frac{c_1}{c_G}\right). \tag{I7}$$

Такая волна не может возбуждать акустико-гравитационные волны в атмосфере, однако на определенных частотах могут выполняться условия возбуждения внутренних гравитационных волн (см./9/). Согласно /9/, в принятых здесь обозначениях, это условие излучения можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{c_G^{-2}}{c_1^{-2}}+\frac{\gamma^2}{4}G^2\right)\left\{1-\sqrt{1-4W_1^2\Big/\left(1+\frac{\gamma^2}{4}G^2\,\frac{c_G^2}{c_1^2}\right)^2\frac{c_1^2}{c_G^2}}\right\}\geq 2, \tag{I8}$$

при выполнении которого скорость распространения гидродинамической волны будет меньше скорости распространения внутренней гравитационной волны в атмосфере. С использованием (I7) из (I8) в высокочастотном диапазоне $G \ll 1$ находим условие $W_1^2 \geq 1$, которое противоречит исходному предположению $W_1^2 \ll 1$ при $G \ll 1$; следовательно, переизлучение энергии в атмосферу этой волной в рассматриваемом диапазоне частот отсутствует, и она остается поверхностной. В низкочастотном диапазоне $G \gg 1$ находим условие $gH/c_1^2 \leq 4(\gamma-1)/\gamma^2$, из которого следует, что излучение на низких частотах возможно лишь при глубине океана H, которая меньше определенной $H \leq H_W = \frac{4(\gamma-1)}{\gamma^2}\,\frac{c_1^2}{g}$, равной при $c_1 = 340$ м/с значению $H_W \approx 9{,}6$ км. Естественно, что при $H > H_W$ гидродинамическая волна во всем диапазоне частот будет оставаться непереизлучающей (поверхностной) волной. При чуть большей глубине океана $H > c_1^2/g$ ее частотная зависимость фазовой скорости будет пересекаться на определенной резонансной частоте $\omega = \omega_p$ с аналогичной зависимостью для $C_{St}(\omega)$, отвечающей модифицированной поверхностной волне Стоунли-Шолтэ-Лэмба. При реально возможных глубинах океана $H \leq 10$ км пересечения частотных зависимостей фазовых скоростей соответствующих поверхностных волн будут иметь место лишь при довольно низких значениях скорости звука $C_1 < 300$ м/с, которые возможны лишь в зимнее время года при пониженных температурах воздуха. Кроме того, влияние ветра приведет также к заметному уменьшению эффективной скорости звука в направлении, противоположном преобладающему направлению воздушного потока, вследствие чего обсуждаемые здесь особенности в поведении $C_{St}(\omega)$ и $C_G(\omega)$ будут наблюдаться лишь в узком диапазоне азимутальных углов.

Приведенные на рис.2-5 результаты численных расчетов зависимостей $C_{St}(\omega)$, $C_G(\omega)$ и фазовой скорости волны Рэлея $C_R(\omega)$ с использованием (10) в основном подтверждают выводы качественного анализа уравнений (10), (15), хотя имеются и некоторые отличия. Во-первых, в поведении зависимости $C_G(\omega)$ обнаружено существование максимума, отвечающего значению $C_G \approx \sqrt{gH}$, на сверхнизкой частоте $f = f_G \approx 1{,}1\cdot 10^{-3}$ Гц (см.рис.4); уменьшение же C_G на более низких частотах $f < f_G$ приводит к повторному пересечению зависимостей $C_{St}(\omega)$ и $C_G(\omega)$ на дополнительной резонансной частоте $\omega_p \approx 2{,}5\cdot 10^{-2}\, g/C_1$ ($f_p \approx 1{,}4\cdot 10^{-4}$ Гц), ниже которой вновь наблюдается изменение знака у дисперсионной добавки к скорости распространения поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба (см.рис.3). Во-вторых, замечено (см.рис.5), что влияние силы тяжести Земли на динамику жидкости приводит к появлению частоты $f_N \approx (8{,}7 \div 5{,}9)\cdot 10^{-4}$ Гц при $C_1 = 280$ м/с $\div$ 340 м/с, на которой скорость распространения поверхностной волны Рэлея не зависит от глубины океана H; причем с ростом H скорость $C_R(\omega)$ увеличивается на более низких $\omega < \omega_N$ и уменьшается на более высоких $\omega > \omega_N$ частотах.

Обратимся теперь к анализу частотных зависимостей коэффициентов возбуждения поверхностных волн в атмосфере. Как и в /1, 3/, с использованием теории вычетов из (7) можно получить для

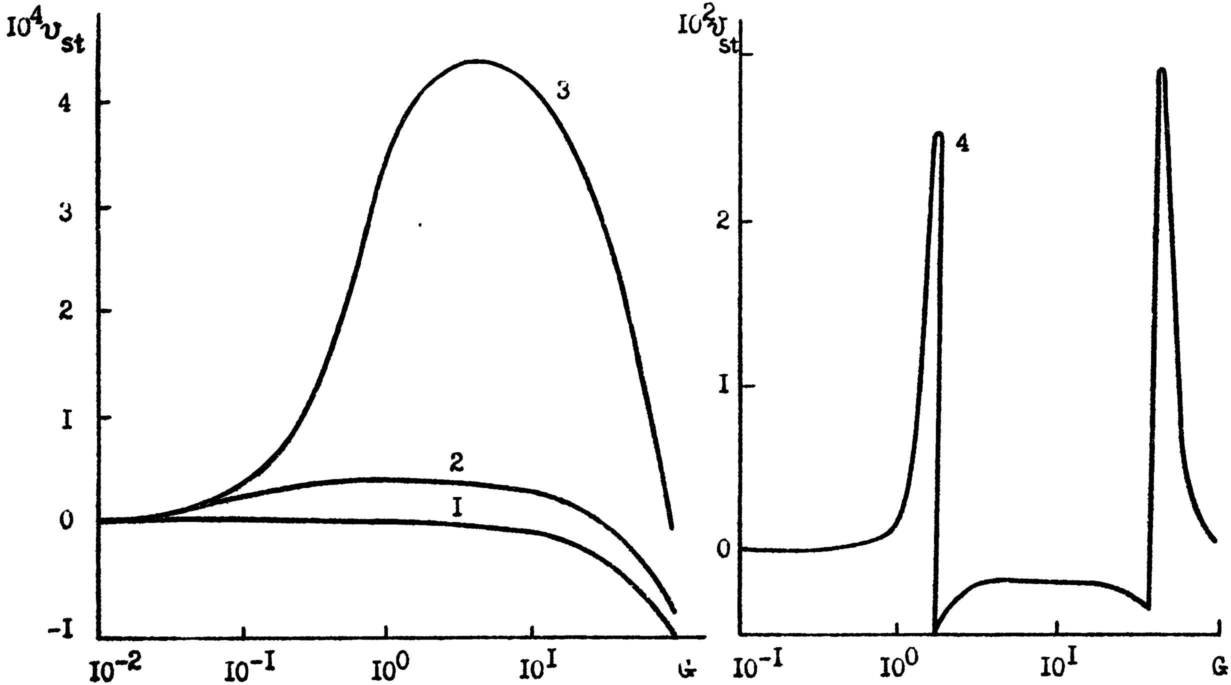
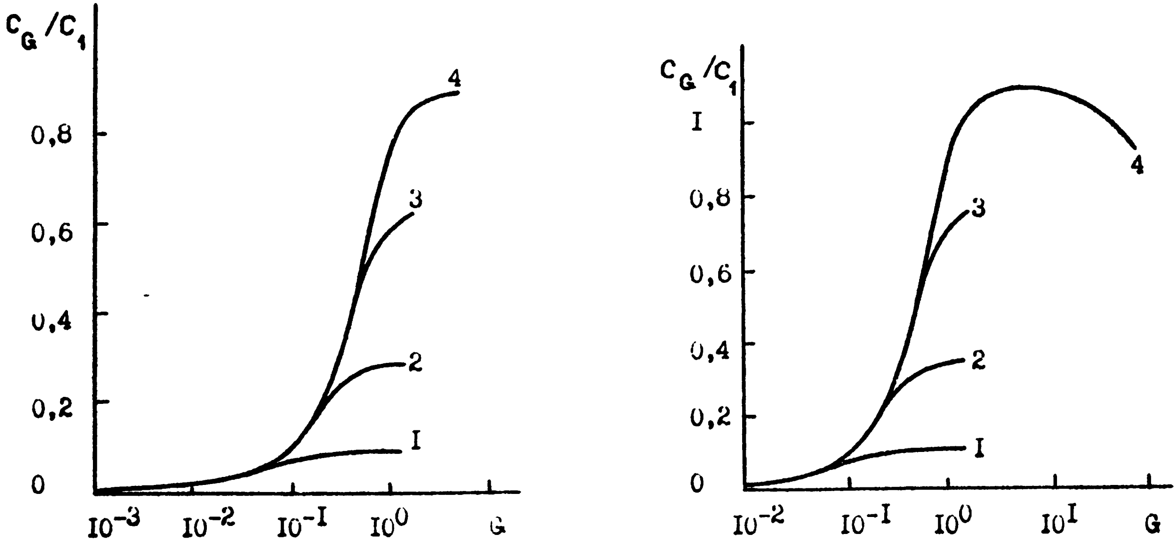
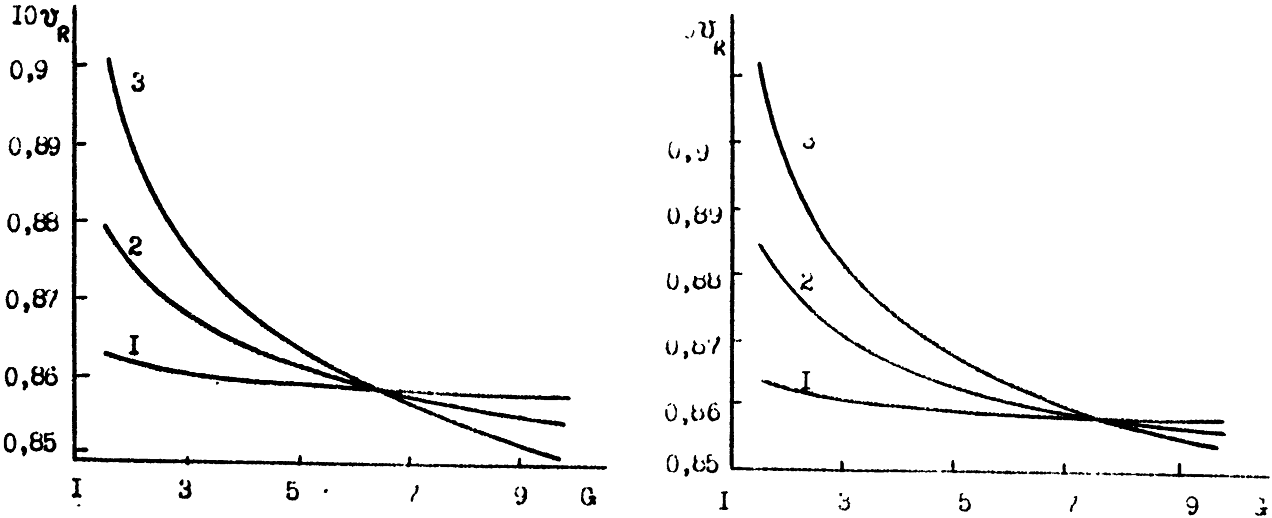


Рис.3. Зависимость дисперсионной добавки $\upsilon_{st} = \frac{C_{st}}{C_1} - I$ к фазовой скорости распространения поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба от безразмерного параметра $G = g / \omega C_1$ для различных глубин океана: $H = 10^2$м - I, $H = 10^3$м - 2, $H = 5 \cdot 10^3$м - 3, $H = 10^4$м - 4; $C_1 = 280$ м/с.



а) б)

Рис.4. Зависимости фазовой скорости поверхностной гидродинамической волны C_G от безразмерного параметра $G = g/\omega c_1$ для различных глубин океана: $H = 10^2$м – I, $H = 10^3$м – 2, $H = 5\cdot10^3$м – 3, $H = 10^4$м – 4 при $\gamma = 1{,}4$; $C_1 = 340$ м/с – а, $C_1 = 280$ м/с – б.



а)   б)

Рис.5. Зависимости дисперсионной добавки $v_R = 1 - C_R/C_t$ к скорости распространения поверхностной волны Рэлея от безразмерного параметра $G = g/\omega C_1$, для различных глубин океана: $H = 10^3$м – I, $H = 5\cdot 10^3$м – 2, $H = 10^4$м – 3; $C_1 = 340$ м/с – а, $C_1 = 280$ м/с – б.

$\bar{p}_1(\omega)$ и $\bar{u}_{1z}(\omega)$ следующие выражения:

$$\bar{p}_1(\omega) = -\frac{\sqrt{2\pi g^3/r}\ \bar{M}(\omega)\rho_3 R_{13} R_{23}}{c_1^2} K_p(\omega) e^{-i\left(x\bar{r} - \frac{\pi}{4}\right)},$$

$$\bar{u}_{1z}(\omega) = -\frac{\sqrt{2\pi g^3/r}\ \bar{M}(\omega) R_{23}}{c_1^3} K_u(\omega) e^{-i\left(x\bar{r} - \frac{3\pi}{4}\right)}, \qquad (19)$$

в которых коэффициенты возбуждения $K_p(\omega)$ и $K_u(\omega)$ имеют вид:

$$K_p(\omega) = \frac{(1-W_1^2)(1+W_3^2)}{G^{3/2}\ \Phi(x)} \sqrt{x}\ D_a(x)\ e^{-\gamma_1(\bar{z}-\bar{H})},$$

$$K_u(\omega) = (W_2 - \nu_1) K_p(\omega) e^{\gamma G(\bar{z}-\bar{H})} / (1 - W_1^2). \qquad (20)$$

В (20) использованы следующие обозначения:

$$\Phi(x) = \mathrm{ch}(\gamma_2 \bar{H}) A_1 + \mathrm{sh}(\gamma_2 \bar{H}) A_2\ ,$$

$$A_1 = x(1+W_3^2)^2 R_{23}\left\{R_{13}\gamma_e b_2^4 U(x) + (W_2-\nu_1) F_1(x)\right\} \times$$
$$\times \left\{\bar{H}\,\mathrm{th}(\gamma_2\bar{H}) + \frac{1}{\gamma_2}\right\} + \gamma_2 R_{23}(1+W_3^2)\left\{R_{13}\frac{x}{\gamma_e} U(x) \times\right.$$
$$\left.\times\ b_2^4 + \frac{x(1-W_1^2)}{\nu_1}\left(R_{13}\gamma_e G - F_1(x)\right) + F_2(x)(W_2-\nu_1)\right\} +$$
$$+ \frac{x\bar{H}(1+W_3^2)}{\gamma_2}\left\{R_{13} F_1(x) U(x)\left(W_3^2 a^2 - \gamma_2^2\right) - (W_2-\nu_1) \times\right.$$

$$\times R_{23}^2\, b_2^4\, \gamma_\ell (1 - G^2\gamma_2^2) + G(a^2 + \gamma_2^2) A_3 \Big\},$$

$$A_2 = R_{13}\Big\{ F_2(x)\, U(x) (W_3^2 a^2 - \gamma_2^2) + x F_1(x) \times$$

$$\times \left(\frac{G(1 - W_1^2)}{\nu_1} (W_3^2 a^2 - \gamma_2^2) - 2U(x)(1 + W_3^2) \right) \Big\} +$$

$$+ R_{23}^2\, x \Big[b_2^4 \gamma_\ell (1 - G^2\gamma_2^2) \frac{1 - W_1^2}{\nu_1} - (W_2 - \nu_1) b_2^4 \times$$

$$\times \left(\frac{1 - G^2\gamma_2^2}{\gamma_\ell} - 2\gamma_\ell G^2 (1 + W_3^2) \right) \Big] + 2x G (1 + W_3^2) A_3 +$$

$$+ G(a^2 + \gamma_2^2) R_{23} \Big\{ R_{13} \frac{x}{\gamma_\ell} b_2^4 U(x) + R_{13} b_2^4 \frac{x G}{\nu_1} \times$$

$$\times (1 - W_1^2) + \frac{x(1 - W_1^2)}{\nu_1} F_1(x) - (W_2 - \nu_1) F_2(x) \Big\},$$

$$A_3 = R_{23} \Big\{ R_{13} \gamma_\ell b_2^4 U(x) - (W_2 - \nu_1) F_1(x) \Big\},$$

$$F_2(x) = 8x \left\{ \gamma_\ell \gamma_t - 2x^2 + b_2^2 + \frac{x^2}{2} \left(\frac{\gamma_t}{\gamma_\ell} + \frac{\gamma_\ell}{\gamma_t} \right) \right\}.$$

При определении зависимостей $K_p(\omega)$ и $K_ц(\omega)$ для существующих в рассматриваемой системе поверхностных волн достаточно в (20) подставить соответствующие решения дисперсионного уравнения (10). Следует отметить, что при возможном пересечении зависимостей $C_{st}(\omega)$ и $C_G(\omega)$ на соответствующих (двух) резонансных частотах ω_p (см.рис.3) в (7) появляются полюса второго порядка, поэтому для определения величин $K_p(\omega_p)$ и

$K_u(\omega_p)$ при $x_{st} = \dfrac{C_1}{C_{st}(\omega_p)} = x_G = \dfrac{C_1}{C_G(\omega_p)}$ необходимо воспользоваться более сложными зависимостями, которые приведем здесь, не расписывая производной по x :

$$K_p(\omega_p) = \frac{(1-W_1^2)(1+W_3^2)}{G^{3/2}} e^{ix\bar{r}} \lim_{x \to x_{st}} \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\sqrt{x}\, D_a(x)}{D_g(x)} \cdot \right.$$

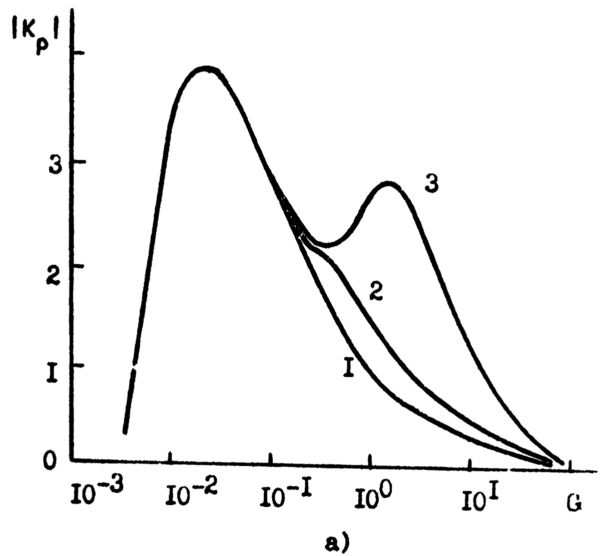
$$\left. \times (x - x_{st})^2 e^{-ix\bar{r} - \gamma_1(\bar{z} - \bar{H})} \right\},$$

(2I)

$$K_u(\omega_p) = \frac{1+W_3^2}{G^{3/2}} e^{ix\bar{r} + \gamma g z/c_1^2} \lim_{x \to x_{st}} \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\sqrt{x}\, D_a(x)}{D_g(x)} \times \right.$$

$$\left. \times (x - x_{st})^2 (W_2 - \nu_1) e^{-ix\bar{r} - \gamma_1(\bar{z} - \bar{H})} \right\}.$$

Из приведенных на рис.6-II результатов численных расчетов зависимостей $K_p(\omega)$ и $K_u(\omega)$ с использованием выражений (20), (2I) можно сделать следующие выводы. Во-первых, как и следовало ожидать из анализа поведения фазовых скоростей $C_{st}(\omega)$ и $C_G(\omega)$ (см.рис.2-4), при низкой скорости звука в атмосфере в коэффициентах возбуждения поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба появляются два дополнительных максимума на соответствующих резонансных частотах, причем заметнее всего выделен резонансный максимум на более высокой резонансной частоте (см.рис.7, 8). Во-вторых, аналогичное, но менее выраженное поведение коэффициентов возбуждения наблюдается и для гидродинамической поверхностной волны (см.рис.IO), причем резонансные максимумы не являются в этом случае преобладающими по сравнению с основным. В-третьих, даже при максимально возможном значении скорости звука в атмосфере, когда отсутствуют пересечения зависимостей $C_{st}(\omega)$ и $C_G(\omega)$, т.е. нет



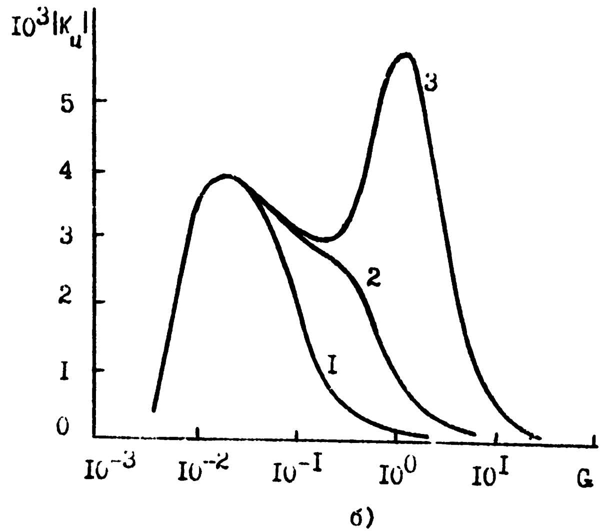
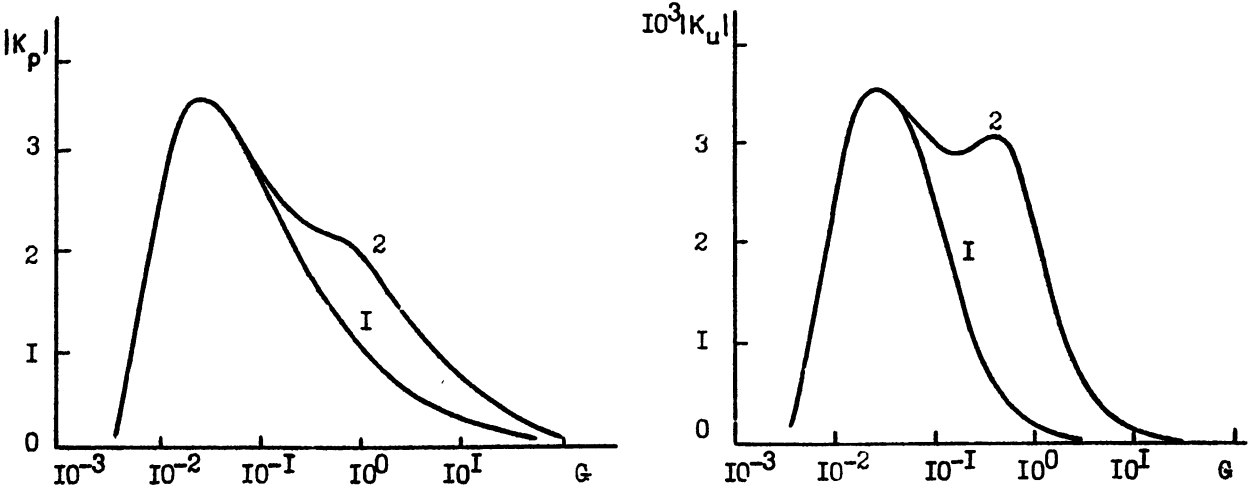


Рис.6. Зависимости коэффициентов возбуждения для давления $|K_p|$ – (а) и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды $|K_u|$ – (б) в поверхностной волне Стоунли–Шолтэ–Лэмба от безразмерного параметра $G = g/\omega c_1$ при различных глубинах океана: $H = 10^3$м – I, $H = 5 \cdot 10^3$м – 2, $H = 10^4$м – 3; $c_1 = 340$ м/с, $\gamma = 1{,}4$;
$h_r = z - H = 0$, $h_s = H - h = 75$ м.



а) б)

Рис.7. Зависимости коэффициентов возбуждения для давления $|K_p|$ – (а) и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды $|K_u|$ – (б) в поверхностной волне Стоунли-Шолте-Лэмба от безразмерного параметра $G = g/\omega C_1$ при различных глубинах океана: $H = 10^3$ м – I, $H = 5\cdot10^3$ м – 2; $C_1 = 280$ м/с, $h_r = 0$, $h_s = 75$ м.

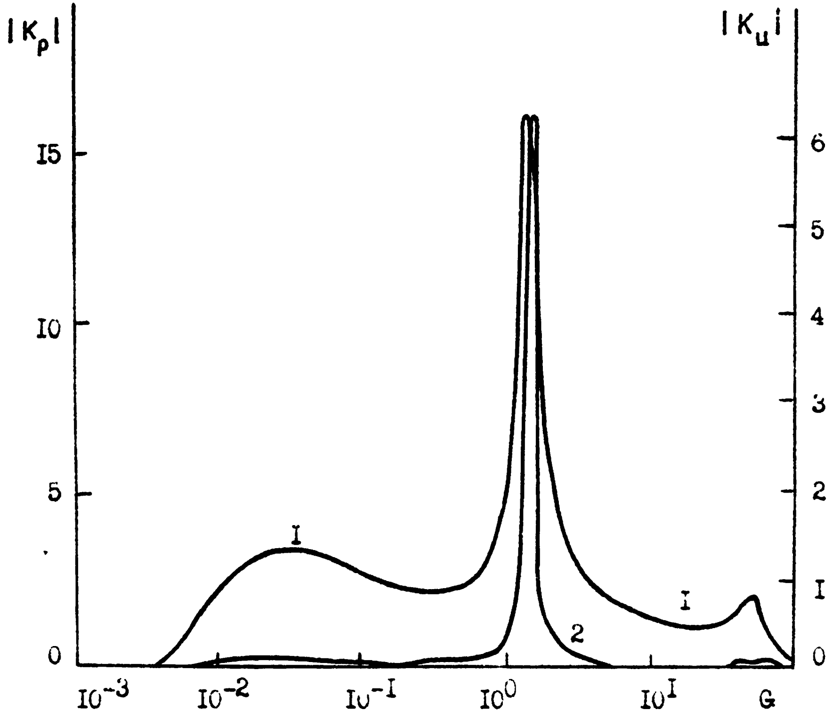


Рис.8. Зависимости коэффициентов возбуждения для давления $|K_p|$ – I и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды $|K_u|$ – 2 в поверхностной волне Стоунли-Шолтэ-Лэмба от безразмерного параметра $G = g/\omega C_1$ при $H = 10^4$ м, $C_1 = 280$ м/с, $h_r = 0$, $h_s = 75$ м.

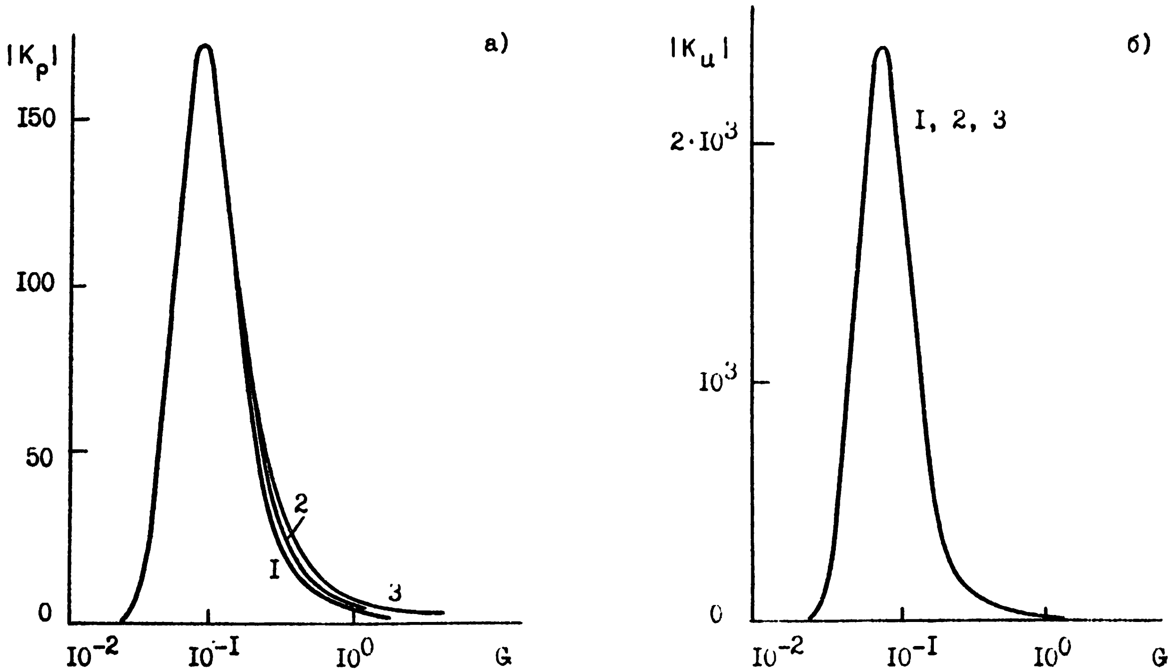


Рис.9. Зависимости коэффициентов возбуждения для давления $|K_p|$ - (а) и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды $|K_u|$ - (б) в гидродинамической поверхностной волне от безразмерного параметра $G = g/\omega c_1$ при различных глубинах океана:

$H = 10^3$м - 1, $H = 5\cdot 10^3$м - 2, $H = 10^4$м - 3;

$c_1 = 340$ м/с, $h_s = 75$ м, $h_r = 0$.

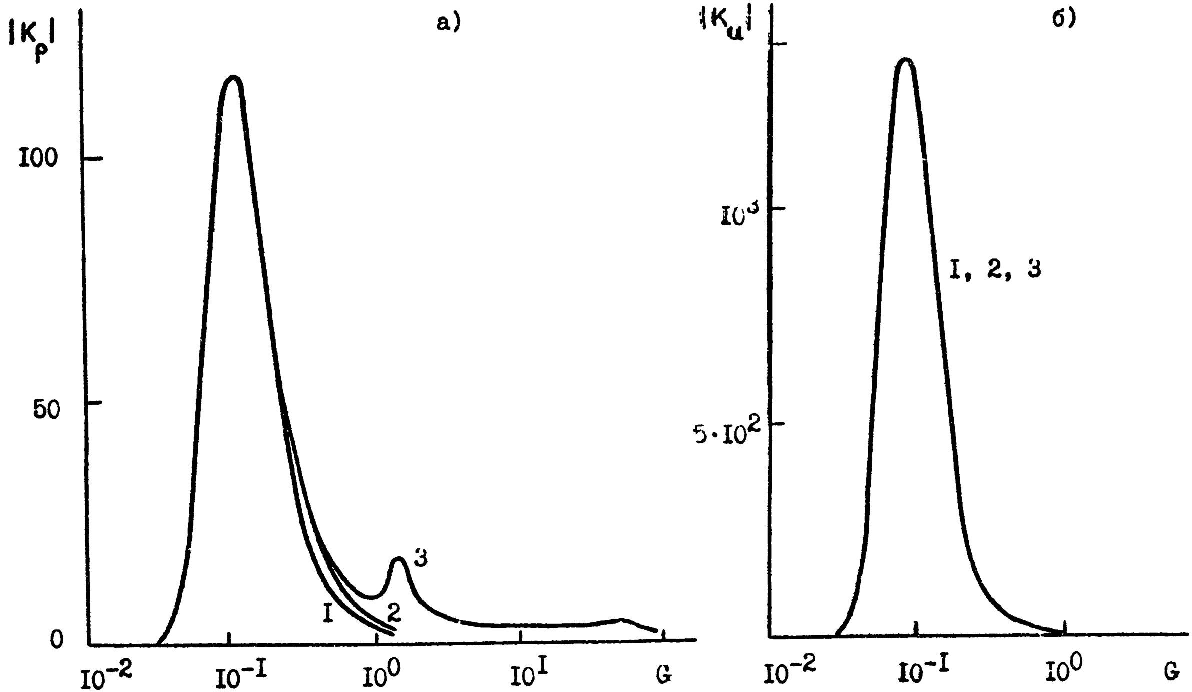


Рис.10. Зависимости коэффициентов возбуждения для давления $|K_p|$ – (а) и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды $|K_u|$ – (б) в гидродинамической поверхностной волне от безразмерного параметра $G = g/\omega C_1$ при различных глубинах океана: $H = 10^3$ м – I, $H = 5 \cdot 10^3$ м – 2, $H = 10^4$ м – 3; $C_1 = 280$ м/с.

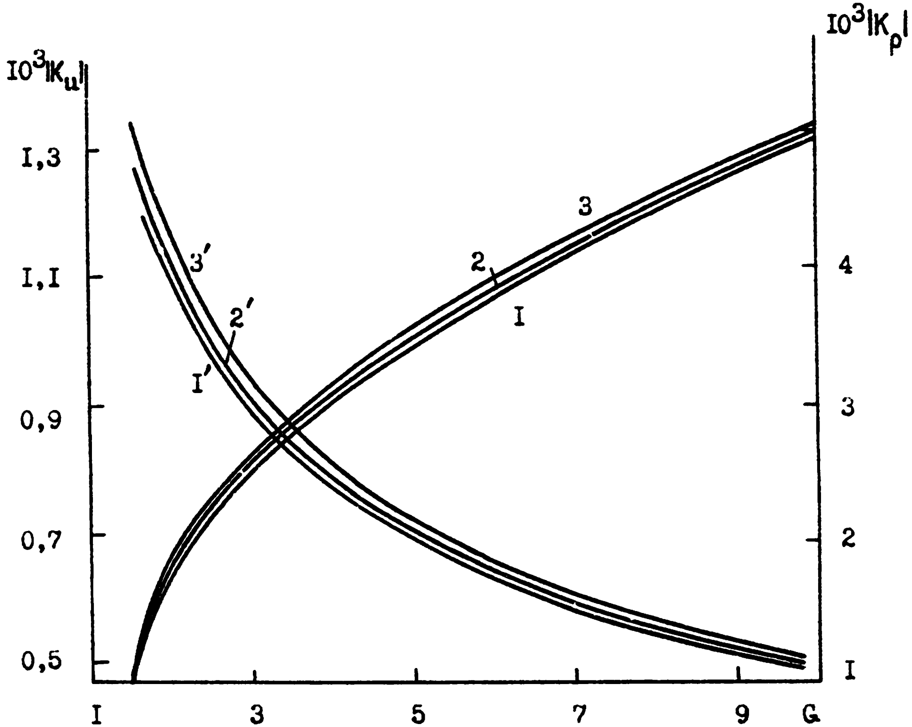


Рис.II. Зависимости коэффициентов возбуждения для давления $|K_p|$ (кривые I, 2, 3) и вертикальной компоненты скорости смещения частиц среды $|K_u|$ (кривые I′, 2′, 3′)

в поверхностной волне Рэлея от безразмерного параметра $G = g/\omega c_1$ при $c_1 = 340$ м/с для глубин океана: $H = 10^3$м – I, $H = 5 \cdot 10^3$м – 2; $H = 10^4$м – 3.

двухкратных корней дисперсионного уравнения (IO), все же при определенных глубинах океана, из-за малых отличий в значениях $C_{st}(\omega)$ и $C_G(\omega)$ вблизи высокой резонансной частоты $\omega_p \approx g/c_1$, в коэффициентах возбуждения $K_p(\omega)$ и $K_ц(\omega)$ поверхностной волны Стоунли-Шолтэ-Лэмба появляются по одному максимуму, причем в $K_ц(\omega)$ соответствующий максимум $K_ц(\omega_p)$ преобладает над основным (см.рис.6). В-четвертых, в рассматриваемой модели коэффициент возбуждения давления в поверхностной волне Рэлея возрастает с понижением частоты в соответствующем диапазоне изменения безразмерного параметра G (см.рис.II), в отличие от частотной зависимости $K_p(\omega)$ для волны Рэлея в аналогичной системе, но без учета действия силы тяжести в жидкости, для которой характерно существование максимума, выделенного при достаточно больших глубинах водного слоя.

Таким образом, учет влияния силы тяжести Земли на динамику водного слоя океана существенно изменяет частотные зависимости фазовых скоростей и коэффициентов возбуждения поверхностных волн Стоунли-Шолтэ-Лэмба и Рэлея.

ЛИТЕРАТУРА

I. Гасилова Л.А., Гордеева И.Ю., Петухов Ю.В. Атмосферная поверхностная волна Стоунли-Шолтэ-Лэмба//Препринт № 337. - Н. Новгород: НИРФИ, 1991. - 21 с.
2. Петухов Ю.В. К теории поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы раздела Земля - атмосфера//Препринт № 325. - Н.Новгород: НИРФИ, 1991. - 15 с.
3. Гасилова Л.А., Гордеева И.Ю., Петухов Ю.В. Возбуждение волны Лэмба в атмосфере подводным источником//Препринт № 326. - Н. Новгород: НИРФИ, 1991. - 15 с.
4. Осташев В.Е. Уравнение для акустических и гравитационных волн в стратифицированной движущейся среде//Акуст.журн. - 1987. - Т.33, № 1. - С.150-152.
5. **Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F. Elastic waves in layered media. New York: McGraw-Hill, 1957, 580 P.**
6. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973. - 343 с.

7. Вдовиченко С.П., Заславский Ю.М. Излучение звука в атмосферу при подводном землетрясении//Изв.АН СССР. ФАО. - 1985. - Т.21, № 7. - С.714-719.
8. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. - М.: Мир, 1981. - 598 с.
9. Голицын Г.С., Кляцкин В.И. Колебания в атмосфере, вызываемые движениями земной поверхности//Изв.АН СССР. ФАО. - 1967. - Т.3, № 10. - С.1044-1052.

Дата поступления статьи
20 октября 1922 г.