Нижегородский научно-исследовательский радиофизический институт
Государственного комитета РФ по высшему образованию

Препринт N412

МНОГОМЕРНАЯ ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА НА ВЫХОДЕ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

В.И.Есипенко

Нижний Новгород, 1995

Есипенко В.И.

МНОГОМЕРНАЯ ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА НА ВЫХОДЕ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ // Препринт N412 . - Нижний Новгород: НИРФИ, 1995. - 14 с.

УДК 621.372.061.2 : 519.21

Методом прямого статистического анализа линейных систем получена многомерная плотность распределения вероятности случайного процесса на выходе линейной системы с детерминированными параметрами в "установившемся режиме". Исследован случай, когда моменты наблюдения отстоят друг от друга на величину, меньшую максимальной эффективной длительности импульсной характеристики линейной системы. Рассмотрены линейные системы, импульсные характеристики которых не содержат дельта-функцию.

Подписано к печати 05.07.95 г. Формат 60 & 84/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Объём 0.87 усл.п.л.
Заказ 5440 Тираж 70

Отпечатано на ротапринте НИРФИ

Введение. Наиболее объективным критерием оценки качества передачи информации является вероятностный критерий [1]. Его применение особо актуально для цифровых систем передачи информации. При широком использовании в цифровых системах методов нелинейной обработки сигналов в условиях действия помех применение известных методов статистического анализа линейных систем наталкивается на значительные трудности [1-7],так как при воздействии на вход линейной системы негауссовского случайного процесса позволяет, в лучшем случае, найти двумерную плотность распределения вероятности (ПРВ) случайного процесса на выходе линейной системы, что явно недостаточно для использования вероятностного критерия оценки качества систем передачи информации.

Предложенный в [8,9] метод прямого статистического анализа линейных систем позволяет преодолеть трудности, возникающие при использовании известных методов, обладает достаточной наглядностью и сравнительной простотой, ориентирован на широкое использование средств вычислительной техники и тесно связан с вероятностным критерием оценки качества цифровых методов передачи информации [10].

Цель работы - отыскание методом прямого статистического анализа n-мерной плотности распределения вероятности случайного процесса $x(t_0,t)$ на выходе линейной системы первого порядка с детерминированными параметрами после затухания её собственного движения при заданных порядка $[(L+1)n+1]$ многомерной ПРВ $\omega_{(L+1)n+1}(\xi_0,\xi_1,\ldots,\xi_{L+1},\ldots,\xi_{2(L+1)},\ldots,\xi_{L(n-1)+n},\ldots,\xi_{(L+1)n};t_0,t_1,\ldots,t_{L+1},t_{L+2},\ldots,t_{2(L+1)},\ldots,t_{L(n-1)+n},\ldots,t_{(L+1)n})$ случайного процесса $\xi(t)$ на выходе линейной системы и порядка $(L+1)$ многомерной ПРВ

$$q_{L+1}(h_1,\ldots,h_{L+1};t_1,\ldots,t_{L+1}) = \prod_{k=1}^{L+1}\delta\left[h_k - h_p(t_0,t_k)\right] \qquad (1)$$

её импульсной характеристики $h(t_0,t)$ [9], где t_0 - момент приложения внешнего воздействия; t - текущее время; p - индекс, указывающий на "регулярность" (детерминированность) функции $h(t_0,t)$; k,L - индексы суммирования; $\{h_1,\ldots,h_{L+1}\}$ - множество значений импульсной характеристики $h(t_0,t)$, соответствующих моментам времени $t_1,\ldots,t_{L+1}$; $\delta(\cdot)$ - дельта-функция.

Полагаем, что: 1) максимальный интервал $(\Delta t)_{max}=t_k-t_{k-1}$ между соседними моментами наблюдения удовлетворяет условию: $(\Delta t)_{max}<t_{эф.и}$, где $t_{эф.и}$ - максимальная эффективная длительность импульсной характеристики $h(t_0,t)$ [11]; 2) импульсная характеристика $h(t_0,t)$ линейной системы не содержит в своём составе дельта-функцию; 3) $q_{L+1}(h_1,\ldots,h_{L+1};t_1,\ldots,t_{L+1})$ задана на интервале $t_{эф.и}$; 4) параметры линейной системы на интервале $t_{эф.и}$ не успевают существенно измениться, т.е. являются "медленными"; 5) собственное движение в линейной системе завершилось (имеет место установившийся режим); 6) случайные величины $\xi_0,\xi_1,\ldots,\xi_{(L+1)n}$ принимают действительные значения в интервале $(-\infty,+\infty)$; 7) рассматриваются одномерные устойчивые линейные системы.

При $t_k-t_{k-1}<t_{эф.и}$ (область, рассматриваемая в данной работе) каждое из выборочных значений $\xi_0,\xi_1,\ldots,\xi_{(L+1)n}$ может принимать участие в формировании двух или более значений $x(t_0,t_k)$, $x(t_0,t_{k+1})$ и т.д. отклика $x(t_0,t)$, внося тем самым дополнительные разнообразные корреляционные связи между $x(t_0,t_k)$ и $x(t_0,t_{k+1})$, $x(t_0,t_k)$ и $x(t_0,t_{k+2})$, $x(t_0,t_{k+1})$ и $x(t_0,t_{k+2})$ и т.д.

Учесть известными методами [2-7] столь тонкую структуру корреляционных связей, порождённых линейной системой, чрезвычайно сложно, если не невозможно.

Заданная с помощью (1) ПРВ $q_{L+1}(\ldots)$ формирует необходимую для решения задачи выборку $\{h_1,\ldots,h_{L+1}\}$ импульсной характеристики $h(t_0,t)$ линейной системы.

Многомерная ПРВ вынужденного движения.

Рассмотрим вначале наиболее простой случай, когда каждые два соседних выборочных значения $x(t_0,t_K)$ и $x(t_0, t_{K+1})$ отклика $x(t_0,t)$ линейной системы содержат по одному общему выборочному (преобразованному с определённым "весом") значению случайного процесса $\xi(t)$ (случай, когда таких значений не более одного, т.е. $x(t_0,t_K)$ и $x(t_0,t_{K+1})$ содержат ξ_j не при всех значениях k, ещё проще и вытекает из рассматриваемого).

Пусть (см.рис.1) моменты времени $\tau_0,\tau_1,\dots,\tau_L,\tau_{L+1},\dots,\tau_{2L},\tau_{2L+1},\dots,\tau_{Ln},\tau_{Ln+1}$ соответствуют выборочным значениям $\xi_0,\xi_1,\dots,\xi_L,\xi_{L+1},\dots,\xi_{2L},\xi_{2L+1},\dots,\xi_{Ln},\xi_{Ln+1}$ случайного процесса $\xi(t)$, а $\{t_1,\dots,t_n\}$ – множество временных моментов искомой ПРВ $W_n(x_1,\dots,x_n;t_1,\dots,t_n)$ случайного процесса $x(t_0,t)$ на выходе линейной системы, удовлетворяющих следующим условиям :

$$
\begin{aligned}
&1)\ t_K-t_{K-1} < t_{эф.м},\ k=1,\dots,n;\\
&2)\ t_1=\tau_{L+1},\ t_2=\tau_{2L+2},\dots,t_n=\tau_{Ln+1};\\
&3)\ L+1>n,\ t_0=\tau_0.
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

Нетрудно видеть, что при этом для решения задачи достаточно иметь ПРВ случайного процесса $\xi(t)$ размерности меньше заданной, а именно $\omega_{Ln+2}(\xi_0,\xi_1,\dots,\xi_{Ln+1};t_0,t_1,\dots,t_{Ln+1})$,которая может быть получена из заданной $\omega_{(L+1)n+1}(\dots)$ с использованием условия согласованности [1]. Будем считать, что $\omega_{Ln+2}(\dots)$ задана.

В установившемся режиме (применительно к линейным системам с переменными параметрами термин "установившийся режим" понимается как режим после затухания собственного движения в линейной системе [11]) отклик линейной системы $x(t_0,t)$ определяется её вынужденным движением $x_B(t_0,t)$ и для произвольного t и $t-t_0 \geq t_{эф.м}$ может быть записан в форме

$$
x(t_0,t)=x_B(t_0,t)=\int_{t_0}^{t}\xi(\tau)h_p(t_0,t-\tau)d\tau=
$$

$$
=\int_{t-t_{эф.м}}^{t}\xi(\tau)h_p(t-t_{эф.м},t-\tau)d\tau=\bar{x}_B(t- \qquad (3)
$$

$$-t_{эф.м}, t) = \sum_{k=1}^{L+1} \xi(\tau_k) h_p(t - t_{эф.м}, t - \tau_k) \Delta\tau_k ,$$

где $\Delta\tau_K = \tau_K - \tau_{K-1}$, $\hat{\bar{x}}_в(t - t_{эф.м}, t)$ - оценка интеграла в (3) сверху, сходящаяся в среднеквадратическом к $x(t_0, t)$ при $L \to \infty (\Delta\tau_K \to 0)$ [1].

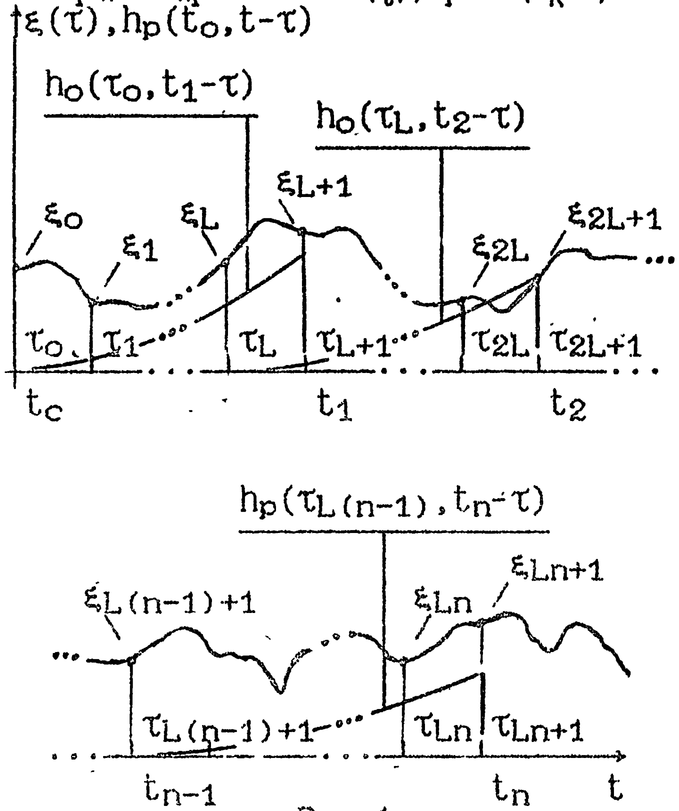

Рис. 1

Из (2), (3) и рис.1 имеем следующие выражения для оценок $\hat{\bar{x}}_в(\tau_0, t_1), \hat{\bar{x}}_в(\tau_L, t_2), \ldots, \hat{\bar{x}}_в(\tau_{L(n-1)}, t_n)$ случайного процесса $x(_0, t)$ соответственно в моменты времени $t_1, \ldots, t_n$:

$$\bar{\hat{x}}_{B}(\tau_0, t_1)=\bar{\hat{x}}_1=\sum_{k=1}^{L+1}\xi_k h_{1.k}^{*}=\sum_{k=1}^{L+1}x_{1.k}, \quad (4)$$

где $h_{1.k}^{*}=h_p(\tau_0, t_1-\tau_k)\Delta\tau_k, \Delta\tau_k=\tau_k-\tau_{k-1},$
$\xi_k=\xi(\tau_k)$;

$$\bar{\hat{x}}_{B}(\tau_L, t_2)=\bar{\hat{x}}_2=\sum_{k=1}^{L+1}\xi_{L+1}h_{2.L+1}^{*}=\sum_{k=1}^{L+1}x_{2.L+1}, \quad (5)$$

где $h_{2.L+k}^{*}=h_p(\tau_L, t_2-\tau_{L+k})\Delta\tau_{L+k},$
$\Delta\tau_{L+k}=\tau_{L+k}-\tau_{L+k-1}$; - - - - - - - - - -

$$\bar{\hat{x}}_{B}(\tau_{L(n-1)}, t_n)=\bar{\hat{x}}_n=\sum_{k=1}^{L+1}\xi_{L(n-1)+k}\times$$

$$\times h_{n.L(n-1)+k}^{*}=\sum_{k=1}^{L+1}x_{n.L(n-1)+k}, \quad (6)$$

где $h_{n.L(n-1)+k}^{*}=h_p(\tau_{L(n-1)}, t_n-$
$-\tau_{L(n-1)+k})\Delta\tau_{L(n-1)+k}$,
$\Delta\tau_{L(n-1)+k}=\tau_{L(n-1)+k}-\tau_{L(n-1)+k-1}$.

Для повторно используемых в (4)-(6) случайных величин $\xi_{L+1}, \xi_{2L+1}, \ldots, \xi_{L(n-1)+1}$ (их число равно (n-1)) введём новые обозначения:

$$\xi_{L+1}^{*}=\xi_{L+1}, \xi_{2L+1}^{*}=\xi_{2L+1}, \ldots,$$
$$\xi_{L(n-1)+1}^{*}=\xi_{L(n-1)+1}. \quad (7)$$

Исходя из заданной ПРВ $\omega_{Ln+2}(\ldots)$ и (7), совместную ПРВ элементов множеств случайных величин $\{\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{Ln+1}\}$ и $\{\xi_{L+1}^{*}, \xi_{2L+1}^{*}, \ldots, \xi_{L(n-1)+1}^{*}\}$ можно записать, используя известное представление совместных ПРВ функционально связанных случайных величин [12]:

$$W_{(L+1)n+1}(\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{L+1}, \xi_{L+1}^{*}, \xi_{L+2}, \ldots, \xi_{2L+1}, \xi_{2L+1}^{*}, \xi_{2L+2}, \ldots, \xi_{L(n-1)+1}, \xi_{L(n-1)+1}^{*}, \xi_{L(n-1)+2}, \ldots, \xi_{Ln+1}; \tau_0, \tau_1, \ldots, \tau_{Ln+1})=\omega_{Ln+2}(\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{Ln+1}; \tau_0, \tau_1, \ldots, \tau_{Ln+1})\delta(\xi_{L+1}^{*}-\xi_{L+1})\delta(\xi_{2L+1}^{*}-\xi_{2L+1})\ldots\delta(\xi_{L(n-1)+1}^{*}-\xi_{L(n-1)+1}). \quad (8)$$

Из (4)-(6) с учётом (7) имеем следующее функциональное преобразование случайных величин $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{L+1}, \xi_{L+1}^*, \xi_{L+2}, \dots, \xi_{Ln+1}$, входящих в (8):

$$\begin{aligned}
&\xi_0=\xi_0,\\
&X_{1.1}=\xi_1 \cdot h_{1.1}^*,\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&X_{1.L+1}=\xi_{L+1} \cdot h_{1.L+1}^*,\\
&X_{2.L+1}=\xi_{L+1}^* \cdot h_{2.L+1}^*,\\
&X_{2.L+2}=\xi_{L+2} \cdot h_{2.L+2}^*,\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&X_{2.2L+1}=\xi_{2L+1} \cdot h_{2.2L+1}^*,\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&X_{n.L(n-1)+1}=\xi_{L(n-1)+1}^* \cdot h_{n.L(n-1)+1}^*,\\
&X_{n.L(n-1)+2}=\xi_{L(n-1)+2} \cdot h_{n.L(n-1)+2}^*,\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&X_{n.Ln+1}=\xi_{Ln+1} \cdot h_{n.Ln+1}^*.
\end{aligned} \tag{9}$$

Обратные функции однозначны:

$$\begin{aligned}
&\xi_0=\xi_0,\\
&\xi_1=X_{1.1}/h_{1.1}^*;\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&\xi_{L+1}=X_{1.L+1}/h_{1.L+1}^*,\\
&\xi_{L+1}^*=X_{2.L+1}/h_{2.L+1}^*,\\
&\xi_{L+2}=X_{2.L+2}/h_{2.L+2}^*;\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&\xi_{2L+1}=X_{2.2L+1}/h_{2.2L+1}^*,\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&\xi_{L(n-1)+1}^*=X_{n.L(n-1)+1}/h_{n.L(n-1)+1}^*,\\
&\xi_{L(n-1)+2}=X_{n.L(n-1)+2}/h_{n.L(n-1)+2}^*;\\
&-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\\
&\xi_{Ln+1}=X_{n.Ln+1}/h_{n.Ln+1}^*
\end{aligned} \tag{10}$$

Якобиан преобразования имеет вид:

$$D_{(L+1)n+1,1}=\frac{\partial(\xi_0,\xi_1,\dots,\xi_{L+1},\xi_{L+1}^*,}{\partial(\xi_0,X_{1,1},\dots,X_{1,L+1},}\to$$

$$\to\frac{\xi_{L+2},\dots,\xi_{Ln+1})}{X_{2,L+1},X_{2,L+2},\dots,X_{n,Ln+1})}= \qquad (11)$$

$$=\frac{1}{\prod\limits_{k=1}^{L+1}h_{1,k}^*\prod\limits_{k=1}^{L+1}h_{2,L+k}^*\cdots\prod\limits_{k=1}^{L+1}h_{n,L(n-1)+k}^*}.$$

С учётом (8)-(11) совместная ПРВ случайных величин $\xi_0,x_{1,1},\dots,x_{n,Ln+1}$ может быть записана в форме:

$$W_{(L+1)n+1}(\xi_0,X_{1,1},\dots,X_{n,Ln+1};\tau_0,\tau_1,\dots,\tau_{Ln+1})=\omega_{Ln+2}\left(\xi_0,\frac{X_{1,1}}{h_{1,1}^*},\dots,\frac{X_{n,Ln+1}}{h_{n,Ln+1}^*};\tau_0,\tau_1,\dots,\tau_{Ln+1}\right)\delta\left(\frac{X_{2,L+1}}{h_{2,L+1}^*}-\frac{X_{1,L+1}}{h_{1,L+1}^*}\right)\delta\left(\frac{X_{3,2L+1}}{h_{3,2L+1}^*}-\frac{X_{2,2L+1}}{h_{2,2L+1}^*}\right)\times\dots\times$$

$$\times\delta\left(\frac{X_{n,L(n-1)+1}}{h_{n,L(n-1)+1}^*}-\frac{X_{n-1,L(n-1)+1}}{h_{n-1,L(n-1)+1}^*}\right)\times$$

$$\times|D_{(L+1)+1,1}| . \qquad (12)$$

С учётом (4)-(6) введём следующее функциональное преобразование случайных величин $\xi_0,x_{1,1},\dots,x_{n,Ln+1}$, входящих в (9)-(12):

$$\xi_0=\xi_0,$$
$$X_{1,1}=X_{1,1},$$
$$-\;-\;-\;-\;-\;-\;-\;-\;-\;-\;-\;-$$
$$X_{1,L}=X_{1,L},$$
$$\bar{X}_1=X_{1,1}+X_{1,2}+\dots+X_{1,L}+X_{1,L+1},$$

$$x_{2.L+1}=x_{2.L+1},$$
$$- - - - - - - - - - - - - - -$$
$$x_{2.2L}=x_{2.2L},$$
$$\bar{\hat{x}}_2=x_{2.L+1}+\ldots+x_{2.2L}+x_{2.2L+1},$$
$$- - - - - - - - - - - - - - - -$$
$$x_{n.L(n-1)+1}=x_{n.L(n-1)+1},$$
$$- - - - - - - - - - - - - - - -$$
$$x_{n.L(n-1)+L}=x_{n.L(n-1)+L},$$
$$\bar{\hat{x}}_n=x_{n.L(n-1)+1}+\ldots+x_{n.L(n-1)+L}+ +x_{n.Ln+1}. \quad (13)$$

Якобиан преобразования имеет вид:

$$D_{(L+1)n+1.2}=\frac{\partial(\xi_0,x_{1.1},\ldots,x_{1.L+1},}{\partial(\xi_0,x_{1.1},\ldots,\bar{\hat{x}}_1,} \rightarrow$$
$$\rightarrow\frac{x_{2.L+1},\ldots,x_{n.Ln+1})}{x_{2.L+1},\ldots,\bar{\hat{x}}_n)}=1. \quad (14)$$

Записывая с учётом (12)-(14) совместную ПРВ случайных величин $\xi_0, x_{1,1},\ldots,x_{1,L},\bar{\hat{x}}_1,\ldots,x_{n,L(n-1)+1},\ldots,x_{n,L(n-1)+L},\bar{\hat{x}}_n$, а затем интегрируя по всем переменным, исключая $\bar{\hat{x}}_1,\bar{\hat{x}}_2,\ldots,\bar{\hat{x}}_n$, и используя результаты работ [13]-[15], получим

$$W_n(\bar{\hat{x}}_1,\bar{\hat{x}}_2,\ldots,\bar{\hat{x}}_n;\tau_{L+1},\tau_{2L+1},\ldots,\tau_{Ln+1})=$$
$$=|D_{(L+1)n+1.1}|\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\omega_{Ln+2}\Big(\xi_0,\frac{x_{1.1}}{h_{1.1}^*},\ldots,$$
$$\frac{x_{1.L}}{h_{1.L}^*},\frac{\bar{\hat{x}}_1-x_{1.1}-\ldots-x_{1.L}}{h_{1.L+1}^*},\frac{x_{2.L+2}}{h_{2.L+2}^*},\ldots,$$
$$\frac{x_{2.2L}}{h_{2.L+2}^*},\frac{\bar{\hat{x}}_2-x_{2.L+1}-x_{2.L+2}-\ldots-x_{2.2L}}{h_{2.2L+1}^*},$$
$$\frac{x_{n.L(n-1)+2}}{h_{n.L(n-1)+2}^*},\ldots,\frac{x_{n.Ln}}{h_{n.Ln}^*},$$

$$\frac{\bar{\hat{x}}_n - x_{n.L(n-1)+1} - x_{n.L(n-1)+2} - \ldots - x_{n.Ln}}{h^*_{n.Ln+1}};$$

$$\tau_0, \tau_1, \ldots, \tau_{Ln+1}\Big)\,\delta\Big(\frac{x_{2.L+1}}{h^*_{2.L+1}} - \frac{\bar{\hat{x}}_1 - x_{1.1} - \ldots - x_{1.L}}{h^*_{1.L+1}}\Big)\,\delta\Big(\frac{x_{3.2L+1}}{h^*_{3.2L+1}} - \frac{\bar{\hat{x}}_2 - x_{2.L+1} - x_{2.L+2} - \ldots - x_{2.2L}}{h^*_{2.2L+1}}\Big)\times\ldots\times$$

$$\times\delta\Big(\frac{x_{n.L(n-1)+1}}{h^*_{n.L(n-1)+1}} - \frac{\bar{\hat{x}}_{n-1} - x_{n-1.L(n-2)+1} - \ldots - x_{n-1.L(n-1)}}{h^*_{n-1.L(n-1)+1}}\Big)\times \qquad (15)$$

$$\times d\xi_0\, dx_{1.1}\ldots dx_{1.L}\times dx_{2.L+1}\ldots dx_{2.2L}\times\ldots\times dx_{n-1.L(n-2)+1}\ldots dx_{n-1.L(n-1)}\times dx_{n.L(n-1)+1}\ldots dx_{n.Ln}.$$

Это и есть общее выражение для искомой многомерной ПРВ случайного процесса на выходе линейной системы в рассматриваемом случае.

Интегрирование по ξ_0 даёт единицу по условию согласованности [1,12]. Относительно интегрирования по остальным переменным сделаем несколько замечаний: 1) вследствие взаимозависимости остальных переменных в (14) интегрирование выполнимо только в обратном порядке (начиная с $x_{n,Ln}$); 2) интегрирование по переменным $x_{n,Ln},\ldots,x_{n,L(n-1)+2}$ есть вычисление соответствующих свёрток; первый цикл интегрирования заканчивается интегрированием по переменной $x_{n,L(n-1)+1}$, которое реализуется с помощью фильтрующего свойства дельта-функции, содержащей эту переменную; 3) выполнение остальных циклов интегрирования (за исключением последнего) аналогично; 4) последний цикл интегрирования выполняется без использования дельта-функции.

Рассмотренная выше достаточно подробная методика сравнительно легко обобщается на случаи, когда каждые два соседних выборочных значения $x(t_0,t_k)$ и $x(t_0,t_{k+1})$ отклика $x(t_0, t)$ содержат по два, по три и т.д. общих выборочных значений (преобразованных с разными "весами") случайного процесса $\xi(t)$. Получающиеся при этом выражения для n-мерной ПРВ $W_n(\bar{x}_1,...,\bar{x}_n)$ отклика $x(t_0,t)$ по форме аналогичны (14) за исключением того, что возрастает число дельта-функций в подинтегральном выражении пропорционально числу выборочных значений процесса $\xi(t)$, общих для $x(t_0,t_k)$ и $x(t_0,t_{k+1})$, а также уменьшается размерность ПРВ $\omega_*(...)$ случайного процесса $\xi(t)$, достаточная для решения задачи (см.рис.1 и 2). Эти выражения ничего принципиально нового не содержат, они громоздки и поэтому не приводятся.

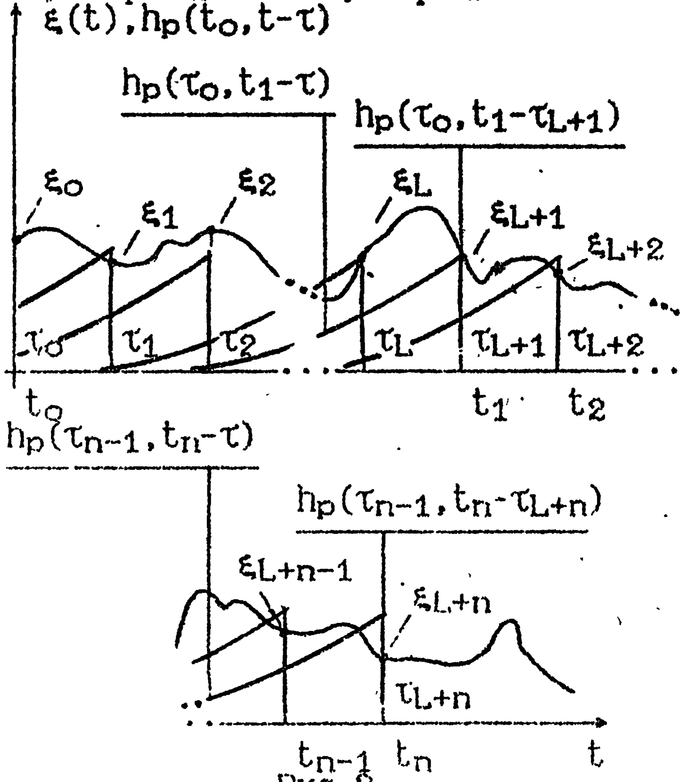

Рис.2

Дальнейшее увеличение глубины перекрытия $x(t_0,t_K)$ и $x(t_0,t_{K+1})$ приводит к предельному случаю, когда $x(t_0,t_K)=x(t_0,t_{K+1})$ для всех k.

Из (15) интегрированием по "лишним" переменным можно найти одномерную ПРВ случайного процесса на выходе линейной системы для любого момента времени $t_1=\tau_{l+1}, t_2=\tau_{2l+1},..., t_n=\tau_{ln+1}$: $W_1(\bar{x}_1;\tau_{l+1})$, $W_1(\bar{x}_2;\tau_{2l+1})$ и т.д.

Заключение. Выполненные исследования позволяют расширить область применения метода прямого статистического анализа линейных систем 1-го порядка в установившемся режиме на весь временной интервал $\Delta t=t-t_0\le t_{эф.м}$ и сравнительно простыми средствами находить многомерную произвольной размерности n и одномерную плотности распределения вероятности случайного процесса на выходе линейной системы при воздействии на её вход произвольного негауссовского случайного процесса с известной многомерной плотностью распределения вероятности. Исследован случай, когда моменты наблюдения на выходе линейной системы отстоят друг от друга на величину, меньшую максимальной эффективной длительности импульсной характеристики линейной системы.

Разработанная методика легко обобщается на случаи, когда моменты времени $t_1,...,t_n$ выбираются произвольно и соседние выборки $x(t_0,t_K)$ и $x(t_0,t_{K+1})$ для разных k имеют различное число общих выборочных значений случайного процесса $\xi(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники.- М.: Сов.радио,1969,т.1. - С.752.
2. Кузнецов П.И., Стратонович Р.Л., Тихонов В.И. // Автоматика и телемеханика, 1953,т.14,N2,с.144.
3. Emerson R.C. // J.Appl.Phys.,1953,v.24,N9,p.1168.
4. Кузнецов П.И., Стратонович Р.Л., Тихонов В.И. // ДАН СССР,1954,т.94,N4,с.615.
5. Meyer M.A., Middleton D. // J.Appl.Phys.,1954,v.25,N8, p.1037.

6. Чабдаров Ш.М., Трифонов А.Т. // Радиотехника и электроника, 1975, т.20, N4, с.735.
7. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований.- М.: Сов.радио, 1978. - С.376.
8. Есипенко В.И. Вероятностные характеристики линейных систем и "прямой" метод их статистического анализа // Тезисы докладов Шестой Всероссийской научно-технической конференции "Радиоприём и обработка сигналов". Нижний Новгород, 1993.
9. Есипенко В.И. Вероятностные характеристики и метод прямого статистического анализа линейных систем в переходном режиме // Препринт N410.- Нижний Новгород: НИРФИ, 1995.- 30 с.
10. Пенин П.И. Системы передачи цифровой информации. - М.: Сов.радио, 1976. - С.366.
11. Солодов А.В. Линейные системы автоматического управления с переменными параметрами. - М.:ФМ, 1962. - С.324.
12. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Сов. радио, 1966. - С.680.
13. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. - М.: Наука, 1965. - С.616.
14. Есипенко В.И., Щуко О.Б. Одномерная плотность распределения вероятности суммы случайных величин // Препринт N345.- Нижний Новгород: НИРФИ, 1992.- 14 с.
15. Есипенко В.И., Щуко О.Б. Совместная плотность распределения вероятности сумм случайных величин // Препринт N390. - Нижний Новгород: НИРФИ, 1994.- 17 с.