

Нижегородский научно-исследовательский  
радиофизический институт  
Министерства общего и профессионального образования  
Российской Федерации

---

Препринт № 444

**ФОКУСИРУЕМАЯ ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ АНТЕННА  
В ПЛАВНОНЕОДНОРОДНОМ ПО ТРАССЕ  
ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ**

Петухов Ю.В.

Нижний Новгород, 1998

Ю.В.Петухов

ФОКУСИРУЕМАЯ ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ АНТЕННА В ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНОМ ПО ТРАССЕ ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ // Препринт № 444 . Нижний Новгород: НИРФИ, 1998 - 15 стр.

Показано, что в океаническом волноводе с плавно уменьшающимся по трассе распространения акустических сигналов характерным вертикальным масштабом неоднородности горизонтальная линейная антенна может не фокусироваться на источник для отдельных мод или групп мод при определенных углах его расположения относительно акустической оси антенны.

Yu.V.Petukhov

FOCUSED HORIZONTAL ANTENNA IN OCEANIC WAVEGUIDE SMOOTHLY NONUNIFORM ALONG THE PATH // Preprint N 444. Nizhny Novgorod, 1998. - 15 p.

It was shown that in oceanic waveguide where characteristic vertical scale of heterogeneity smoothly decreases along the path horizontal linear antenna cannot be focused on the source for separate mode of for mode groups under certain angles of source location relative to antenna acoustic axis.

К настоящему времени достаточно подробно исследованы основные закономерности, проявляющиеся при работе нефокусируемых горизонтальных антенн в однородных [1-5] и плавно-неоднородных [6-10] по трассе океанических волноводах. Такие компенсируемые антенны фазируются всегда на соответствующие плоские волны, предполагая, что источник акустических сигналов расположен в зоне Фраунгофера [1-10]. Однако, при определенных условиях [11-13] источник может находиться в зоне Френеля линейной горизонтальной антенны, и для эффективной ее работы необходимо вводить соответствующее нелинейное фазовое распределение коэффициента чувствительности по апертуре [14]. При этом, как следует из полученных в [14,15] результатов численного моделирования, в однородном по трассе океаническом волноводе линейную горизонтальную антенну при определенных условиях, в принципе, можно сфокусировать на источник для каждой моды в отдельности и приближенно - для всей совокупности мод. Результаты же подобных исследований для неоднородных по трассе океанических волноводов отсутствуют.

Поэтому настоящая работа посвящена аналитическому изучению влияния плавной неоднородности океанических волноводов по трассе распространения акустических сигналов на фокусировку горизонтальной линейной антенны.

Для решения поставленной задачи рассмотрим работу горизонтальной линейной антенны длиной  $L$ , расположенной на глубине  $z = z_r$  в океаническом волноводе, акустические характеристики которого плавно изменяются по трассе, причем различным образом при различных значениях азимутального угла

$\varphi$ , характеризующего также и угловое расположение элементов антенны. При этом с целью существенного упрощения аналитических расчетов будем пренебрегать горизонтальной рефракцией акустических сигналов.

Тогда, для оценки распределения звукового давления по апертуре антенны, генерируемого расположенным на глубине  $z = z_S$  при  $r = 0$  точечным источником тонального излучения с циклической частотой  $\omega$ , можно, в адиабатическом (по  $r$ ) приближении, воспользоваться аналогичным приведенному в [16] выражением

$$p'(r, z_S, z_r, \varphi) = \frac{p_0}{R_0} \exp [i (\pi / 4 - \omega t)] \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \times \\ \times \sum_{m=1}^{M(\omega)} \psi_m(z_S, 0, \varphi) \psi_m(z_r, r, \varphi) \frac{\exp \left[ i \int_0^r k_m(r, \varphi) d r \right]}{\sqrt{k_m(r, \varphi)}}. \quad (1)$$

Здесь  $p_0$  - амплитуда давления в свободном пространстве на сферической поверхности радиуса  $R_0$ ,  $t$  - время,  $r$  - горизонтальное расстояние;  $k_m(r, \varphi)$  - горизонтальное волновое число моды с номером  $m$ ,  $M(\omega) = \max [m]$  - число возбуждаемых мод,  $\psi_m(z, r, \varphi)$  - ортонормированные собственные функции для волновода сравнения, удовлетворяющие уравнению

$$\frac{d^2 \psi_m}{d z^2} + k_0^2 [n^2(z, r, \varphi) - k_m^2 / k_0^2] \psi_m = 0, \quad (2)$$

а также - соответствующим граничным условиям на свободной поверхности  $z = 0$  и дне  $z = H(r, \varphi)$  :

$$\psi_m(0, r, \varphi) = 0; \quad \psi_m(z, r, \varphi) \Big|_{z = H(r, \varphi)} = \Phi(k_m, r, \varphi),$$

$$\frac{d\psi_m}{dz} \Big|_{z = H(r, \varphi)} = \Psi(k_m, r, \varphi), \quad (3)$$

где конкретный вид функций  $\Phi(k_m, r, \varphi)$  и  $\Psi(k_m, r, \varphi)$  определяется характеристиками волновых процессов в дне океана;  $k_0 = \omega / c_0$ ,  $c_0$  - минимальное значение скорости звука в водном слое.

Теперь, определяя с использованием (1) суммарное напряжение на выходе фокусируемой антенны

$$u = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} p'(r(x), z_s, z_r, \varphi(x)) \times$$

$$\times \exp \left[ i k x \left( \sin \beta_0 - \frac{x}{2 r_f} \cos^2 \beta_0 \right) \right] dx, \quad (4)$$

получаем для ее отклика следующее выражение

$$B(\beta, \beta_0) = |u|^2 / \max[|u|^2] = J(\beta, \beta_0) / \max[J(\beta, \beta_0)], \quad (5)$$

в котором:

$$J(\beta, \beta_0) = \sum_{m=1}^{M(\omega)} |A_m|^2 |D_m(\beta, \beta_0)|^2 + 2 \sum_{m=1}^{M(\omega)-1} \sum_{n=m+1}^{M(\omega)} A_m A_n^* \times$$

$$\times D_m(\beta, \beta_0) D_n^*(\beta, \beta_0) \cos \left[ \int_0^{r_0} [k_m(r, \varphi_0) - k_n(r, \varphi_0)] dr \right], \quad (6)$$

$$A_m = \sqrt{2i / \pi k_m(r, \varphi_0)} \times \psi_m(z_s, 0, \varphi_0) \psi_m(z_r, r, \varphi_0), \quad (7)$$

$$D_m(\beta, \beta_0) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \exp \left[ i \left[ \int_{r_0}^{r(x)} k_m(r, \varphi(x)) dr + kx \left( \sin \beta_0 - \frac{x}{2r_f} \cos^2 \beta_0 \right) \right] \right] dx, \quad (8)$$

$$r(x) = r_0 - \Delta r(x), \quad \Delta r(x) \approx x \left( \sin \beta - \frac{x}{2r_0} \cos^2 \beta \right), \quad (9)$$

$$\varphi(x) = \varphi_0 + \Delta \varphi(x), \quad \Delta \varphi(x) \approx \frac{x}{r_0} \cos \beta. \quad (10)$$

В (4) - (10) введены следующие обозначения:  $x$  - текущая координата по апертуре антенны, отсчитываемая от ее центра ( $x=0$ ), расположенного на расстоянии  $r_0$  от источника под углом  $\varphi_0$ ;  $\beta_0$  - угол компенсации,  $k = \omega / c$  - волновое число в свободном пространстве со скоростью звука  $c$ ,  $r_f$  - фокусное расстояние,  $\beta$  - угол, определяющий направление на источник относительно направления акустической оси антенны при  $\beta_0 = 0$ .

Следует отметить, что величина  $D_m(\beta, \beta_0)$ , представляет собой характеристику направленности фокусируемой горизонтальной линейной антенны на отдельную моду соответствующего номера.

Далее, с целью получения конкретных аналитических результатов, рассмотрим работу такой антенны в изоскоростном волноводе с идеально отражающей свободной поверхностью и абсолютно жестким дном, предполагая, что источник находится над эпицентром подводной возвышенности или впадины, имеющих цилиндрическую симметрию.

В этом случае, в выражении для отклика антенны (5) (6) зависимости  $A_m$  (7) и  $D_m(\beta, \beta_0)$  (8) будут иметь следующий вид:

$$A_m = 2 \sqrt{\frac{2 \pi i}{H_S H(r) k_m(r)}} \cos[\gamma_m(0) z_S] \cos[\gamma_m(r) z_r], \quad (11)$$

$$D(\beta, \beta_0) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \exp \left[ i \left[ \int_{r_0}^{r_0 - \Delta r(x)} k_m(r) dr + k x \left( \sin \beta_0 - \frac{x}{2 r_f} \cos^2 \beta_0 \right) \right] \right] dx, \quad (12)$$

где

$$k_m(r) = k_0 \sqrt{1 - y_m^2 / (k_0 H(r))^2}, \quad \gamma_m(r) = y_m / H(r), \\ y_m = \pi (m - 1/2), \quad H_S = H(r = 0), \quad (13)$$

а глубина водного слоя  $H(r)$  зависит только от горизонтального расстояния.

Проанализируем выражение (12) для характеристики направленности антенны на отдельные моды низких номеров с малыми углами скольжения, предполагая, что частота излучения существенно превышает соответствующие им критические частоты (параксиальное приближение)

$$y_m^2 / (k_0 H(r))^2 \ll 1, \quad (14)$$

а характеризующая изменение глубины водного слоя

$$H(r) = H_S / \sqrt{1 + \alpha(r)} \quad (15)$$

функция  $\alpha(r) \ll 1$  изменяется по линейному закону

$$\alpha(r) = r / R_H, \quad (16)$$

в котором характерный масштаб  $R_H$  существенно превышает максимальный пространственный период интерференции соседних мод

$$|R_H| \gg \frac{2\pi}{k_1(r) - k_2(r)}. \quad (17)$$

В рамках сделанных допущений, используя для  $k_m(r)$  (13) разложение в ряд с точностью до первого порядка малости по  $y_m^2 / (k_0 H(r))^2$ , выражение (12) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} D_m(\beta, \beta_0) &= \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \exp \left[ i k x \left( \xi - \frac{x}{2 r_f} \eta \right) \right] dx = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2b}} \exp \left[ i \frac{kL}{4b} \xi^2 \right] \times [\operatorname{erf}(a_1) + \operatorname{erf}(a_2)], \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\xi = \sin \beta_0 - \frac{k_m(r_0)}{k} \sin \beta, \quad (19)$$

$$\eta = \cos^2 \beta_0 - \frac{r_f k_m(r_0)}{r_0 k} \cos^2 \beta + \frac{r_f y_m^2 \sin^2 \beta}{2 R_H k k_0 H_S^2}; \quad (20)$$

$$b = k \frac{L^2}{8 r_f} \eta, \quad \operatorname{erf}(a) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a \exp(-i \tau^2) d\tau; \quad (21)$$

$$a_1 = \sqrt{b} + kL \frac{\xi}{4\sqrt{b}}, \quad a_2 = \sqrt{b} - kL \frac{\xi}{4\sqrt{b}}. \quad (22)$$

Как следует из выражения для  $\eta$  (20), в идеальном изоскоростном волноводе с уменьшающейся по трассе глубиной водного слоя  $R_H = |R_H|$  при определенных угловых расположениях источника  $\beta = \beta_m$  возможна взаимная компенсация квадратичных набегов фаз соответствующих мод на апертуре антенны, обусловленных расположением источника в зоне Френеля антенны (второе слагаемое в (20)) и изменением глубины волно-



вода (последнее слагаемое в (20)). При этом, значения этих углов  $\beta = \beta_m$ , являющиеся решениями уравнения

$$\operatorname{ctg}^2 \beta = \frac{r_0 y_m^2}{2 |R_H| k_m(r_0) k_0 H_S^2} \approx \frac{r_0 y_m^2}{2 |R_H| k_0^2 H_S^2}, \quad (23)$$

определяются из выражения следующего вида

$$\beta_m = \pm \operatorname{arccctg} \left[ \sqrt{\frac{r_0}{2 |R_H|} \frac{y_m}{k_0 H_S}} \right]. \quad (24)$$

Учитывая, что аргумент функции в правой части равенства (24) принимает значения, существенно меньше единицы, из (24) получаем соответствующее приближенное выражение

$$\beta_m \approx \pm \frac{\pi}{2} \mp \sqrt{\frac{r_0}{2 |R_H|} \frac{y_m}{k_0 H_S}}. \quad (25)$$

Из (25) видно, что взаимная компенсация соответствующих фазовых добавок может иметь место лишь при расположениях источника под углами к акустической оси антенны, незначительно отличающимися от прямого; причем отличия  $|\beta_m|$  от  $\pi/2$  заметно увеличиваются с ростом номера моды и уменьшением характерного горизонтального масштаба неоднородности волновода.

Полученный результат (см.(25)) достаточно просто интерпретируется. В самом деле, в идеальном волноводе с уменьшающейся по трассе глубиной  $H(r)$  соответствующие каждой моде бриллюэновские волны от точечного источника становятся квазиплоскими на меньших расстояниях, по сравнению с волноводом постоянной глубины  $H_S$ , вследствие увеличения геометрического расхождения их волнового (фазового) фронта; поэтому в волноводе с такой зависимостью  $H(r)$  горизонтальное расстояние до границы зоны Френеля антенны уменьшается. Поскольку же отвечающая слабой горизонтальной неоднородности

волновода квадратичная фазовая добавка мала, то она может скомпенсироваться лишь сравнимой по величине квадратичной фазовой добавкой в зоне Френеля, которая, как известно, мала при  $\beta \rightarrow \pi / 2$ . Именно этот факт и описывается зависимостью (25).

Очевидно (см.(20)), что в идеальном волноводе с увеличивающейся глубиной водного слоя  $R = - |R_n|$  геометрическое расхождение волнового фронта соответствующих бриллюэновских волн замедляется, и они становятся квазиплоскими на больших расстояниях, по сравнению с волноводом постоянной глубины; поэтому в волноводе с такой зависимостью  $H(r)$  горизонтальное расстояние до границы зоны Френеля антенны увеличивается, а обе соответствующие квадратичные добавки к фазам мод суммируются (см.(20)).

Из сказанного можно сделать следующие выводы.

Во-первых, в идеальном изоскоростном волноводе с уменьшающейся глубиной водного слоя по трассе распространения акустических сигналов горизонтальная линейная антенна не фокусируется на источник для отдельных мод с малыми углами скольжения при его расположении под определенными углами  $\beta = \beta_m$  к акустической оси антенны. Если же антенна не разрешает соответствующие моды низких номеров, то она не будет фокусироваться на источник и для всей этой группы параксиальных мод.

Во-вторых, в таком волноводе при  $0 < \beta < \beta_m$ , а также при  $0 < \beta < \pi / 2$  в идеальном изоскоростном волноводе с увеличивающейся глубиной водного слоя, в процессе определения расстояния до источника  $r_0$  фокусируемой горизонтальной линейной антенной будут возникать некоторые погрешности. В самом деле, даже при выполнении равенств  $\beta = \beta_0$ ,  $k = k_0$  из (20) при  $\eta = 0$  находим выражение для фокусного расстояния

$$r_f = r_0 / \left[ 1 - \frac{r_0 y_m^2}{2 R_H k_0^2 H_S^2} \operatorname{tg}^2 \beta_0 \right], \quad (26)$$

отличающееся от  $r_0$ . Как видно из(26), различия между  $r_f$  и  $r_0$  заметно увеличиваются с ростом номера моды и угла компенсации.

Установленные закономерности при работе фокусируемой горизонтальной линейной антенны в идеальном изоскоростном волноводе с плавно уменьшающейся или увеличивающейся глубиной водного слоя по трассе распространения акустических сигналов легко обобщаются на другие типы волноводов с соответственно уменьшающимся или увеличивающимся по трассе характерным вертикальным масштабом неоднородности.

Покажем это на примере работы фокусируемой горизонтальной линейной антенны в приповерхностном звуковом канале с изменяющейся по трассе зависимостью квадрата показателя преломления от глубины

$$n^2(z, r) = 1 - 2 a(r) z, \quad (27)$$

где  $a(r)$  - величина, характеризующая изменение по  $r$  градиента скорости звука. Здесь, так же как и в идеальном изоскоростном волноводе, предполагается существование цилиндрической симметрии задачи.

В рассматриваемом случае для определения отклика такой антенны (5), (6) необходимо также найти выражения для амплитуд мод  $A_m$  (7) и соответствующей характеристики направленности  $D_m(\beta, \beta_0)$  (8). Здесь при получении этих выражений воспользуемся приближением ВКБ. Тогда, предполагая достаточную удаленность горизонтов поворота мод от глубины погружения антенны, выражение (7) преобразуем к следующему виду [16]:

$$A_m = \sqrt{i \frac{2\pi}{H_S H(r) k_m(r)} \frac{\sin(v_{sm}) \sin(v_{rm})}{y_m (\xi_{sm} \xi_{rm})^{1/4}}}, \quad (28)$$

где

$$k_m(r) = k_0 \sqrt{1 - y_m^2 / [k_0 H(r)]^2}, \quad y_m = \left[ \frac{3}{2} \pi \left( m - \frac{1}{4} \right) \right]^{1/3} \quad (29)$$

$$H_S = [2 a_0 k_0^2]^{-1/3}, \quad H(r) = [2 a(r) k_0^2]^{-1/3}, \quad a_0 = a(r=0) \quad (30)$$

$$\xi_{sm} = y_m^2 - z_S / H_S, \quad \xi_{rm} = y_m^2 - z_r / H(r) \quad (31)$$

$$v_{sm} = \frac{2}{3} \xi_{sm}^{3/2} + \frac{\pi}{4}, \quad v_{rm} = \frac{2}{3} \xi_{rm}^{3/2} + \frac{\pi}{4}$$

причем  $\xi_{sm} \gg 1, \xi_{rm} \gg 1$ .

Если теперь предположить, что поведение  $a(r)$  описывается зависимостью

$$a(r) = a_0 [1 + \alpha(r)]^{3/2}, \quad (32)$$

т.е. для  $H(r)$  выполняется аналогичное (15) равенство, где  $\alpha(r)$  - линейная функция (16), то из сравнения выражений для горизонтальных волновых чисел мод в идеальном изоскоростном волноводе (13) и приповерхностном звуковом канале (29) следует, что в последнем угловая зависимость характеристики направленности на отдельную моду будет иметь тот же вид (18), что и в первом, в котором, однако, под  $k_m(r_0)$ ,  $y_m$  и  $H_S$  необходимо понимать соответствующие им величины (29), (30). Поэтому все полученные результаты и сформулированные на их основе выводы относительно поведения  $D_m(\beta, \beta_0)$  и  $B(\beta, \beta_0)$  для фокусируемой горизонтальной линейной антенны в идеальном изоскоростном волноводе с уменьшающейся или увеличивающейся глубиной водного слоя по трассе распространения

акустических сигналов автоматически переносятся на случай приповерхностного звукового канала с соответственно увеличивающимся или уменьшающимся по трассе градиентом квадрата показателя преломления (характерным вертикальным масштабом неоднородности).

Следует отметить, что приближенное аналитическое выражение для  $D_m(\beta, \beta_0)$  (18), полученное здесь в предположении линейной зависимости функции  $\alpha(r)$  (16), характеризующей изменение свойств рассмотренных волноводов в горизонтальном направлении, легко обобщается на случай произвольной слабой зависимости  $\alpha(r)$  при выполнении дополнительного условия малости величины  $(r - r_0) / r_0 \ll 1$  на апертуре антенны. Действительно, это условие позволяет ограничиться при разложении функции  $\alpha(r)$  в ряд Тейлора вблизи соответствующей координаты центра антенны  $r = r_0$  всего лишь двумя слагаемыми

$$\alpha(r) \approx \alpha(r_0) + \left( \frac{d\alpha}{dr} \right) \Big|_{r=r_0} (r - r_0) \quad (33)$$

и, тем самым, получить совпадающее с (18) выражение для  $D_m(\beta, \beta_0)$ .

Таким образом, можно утверждать, что в океаническом волноводе с плавно уменьшающимся по трассе распространения акустических сигналов характерным вертикальным масштабом неоднородности горизонтальная линейная антенна может не фокусироваться на источник для отдельных мод или группы мод при определенных углах его расположения относительно акустической оси антенны.

#### Список литературы

1. Елисеєвнин В.А. О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 2. С. 227-233.
2. Елисеєвнин В.А. О работе горизонтальной линейной антенны в мелком море // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 1. С. 44-49.

3. Елисеевнин В.А. Отклик низкочастотной горизонтальной линейной антенны в свободном пространстве и в волноводе // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 6. С. 805-807.

4. Елисеевнин В.А. О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое в поле узкополосного шумового сигнала // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 2. С. 213-217.

5. Елисеевнин В.А. О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое в поле широкополосного шумового сигнала // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 5. С. 684-687.

6. Микрюков А.В., Попов О.Е. Горизонтальная антенна в мелком море // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 4. С. 554-558.

7. Елисеевнин В.А. О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое с наклонным дном // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 3. С. 480-483.

8. Елисеевнин В.А. Отклик горизонтальной линейной антенны в береговом клине // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 6. С. 1148-1155.

9. Шафарец Б.П. Работа излучающей и приемной направленных антенн в слабонерегулярном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 2. С. 343-348.

10. Блажкун А.Д., Громашева О.С., Косырев Б.А., Шафарец Б.П. Расчет поля линейной горизонтальной антенной решетки в трехмерном клине // Акуст. журн. 1992. Т. 38 № 5. С. 828-833.

11. Джонсон Р.С., Экер Х.А., Холлис Д.С. Определение диаграмм направленности антенн по результатам измерений в ближней зоне // ТИИЭР. 1973. Т. 61. № 12. С. 5-37.

12. Кремер И.Я., Понькин В.А. Пространственно-временная обработка сигналов в зоне Френеля // Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22. № 1. С. 72-79.

13. Елисеевнин В.А. Граница между ближним и дальним полем антенны в волноводе // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 172-173.

14. Щекин И.Е. Об отклике горизонтальной антенны в ближней зоне // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 4. С. 507-510.

15. Зверев В.А., Матвеев А.Л., Славинский М.М. Стромков А.А. Фокусируемая антенна темного поля // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 501-507.

16. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 264 с.