Научно-исследовательский радиофизический институт
Министерства общего и профессионального образования
Российской Федерации

Препринт N 446

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДЕ С ПЛАВНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ИМПЕДАНСА

Т. М. Заборонкова
Л. П. Коган
В. В. Тамойкин

Нижний Новгород, 1998

Заборонкова Т. М., Коган Л. П., Тамойкин В. В.
О распространении электромагнитных волн в волноводе с плавной периодической неоднородностью импеданса // Препринт N 446. — Нижний Новгород: НИРФИ, 1998. 14 с.

УДК 533.951

Рассмотрено воздействие плавного в масштабе длины волны периодического возмущения импеданса границы плоского волновода на поле вертикального электрического диполя, помещенного в волновод. Изучен случай, когда амплитуда возмущения соизмерима с невозмущенным значением импеданса. Найдено выражение для потенциала Герца при расположении источника и точки наблюдения на невозмущенной стенке волновода.

Zaboronkova T. M., Kogan L. P., Tamoiykin V. V. **The propagation of electromagnetic waves in the waveguind with a gradual periodic inhomogeneity of impedance** // Preprint N 446. — Nizhny Novgorod: NIRFI, 1998. 14 p.

The influence of a gradually inhomogeneous periodic disturbance of the wall impedance of a plane waveguide on the radiation of a vertical electric dipole immersed in the waveguide channel is investigated. We consider the case where the disturbance amplitude is commensurable with the undisturbed value of the impedance. An expression is obtained for the Hertz potential when the source and the observation point are located at the undisturbed wall of the waveguide.

В работе исследуется вопрос о влиянии неоднородности импеданса волноводной стенки на поле электрического диполя, помещенного в плоский волновод. Импеданс верхней стенки является периодической функцией от горизонтальной координаты x. Предполагается, что длина волны, излучаемой источником, много меньше периода неоднородности, а амплитуда последней может быть соизмерима с невозмущенным значением импеданса верхней стенки. Ранее при подобных условиях рассматривалось влияние на излучение заданных дипольных источников: в работе [1] — локальной импедансной неоднородности, в [2] — стохастической неоднородности импеданса ионосферы, в [3] — относительно сильного возмущения высоты верхней стенки волновода Земля – Ионосфера.

При условии малости амплитуды a флуктуаций импеданса верхней стенки в сравнении с его невозмущенным значением η_0 можно, как сделано в работе [4], ограничиться изучением задачи в приближении первого порядка по параметру $\frac{a}{\eta_0}$. Это позволяет отбросить слагаемые порядка малости $\left(\frac{a}{\eta_0}\right)^n \ll 1$ при $n \geq 2$.

В рассматриваемом же случае, как и в работах [1, 2], считается, что величина $a \lesssim \eta_0$, так что правомерно полагать $\left(\frac{a}{\eta_0}\right)^n \sim 1$ при $n \leq n^* = [\log_b 2]$ (здесь $b = \frac{\eta_0}{a}$; квадратные скобки означают целую часть числа). Поэтому при решении задачи необходимо учитывать не менее n^* последовательных приближений.

Считая периодическое возмущение, например, верхней стенки волновода плавным в масштабе длины волны, можем ограничиться рассмотрением волн только основной ТМ-поляризации, возбуждаемых данным вертикальным электрическим диполем (ВЭД

В силу гармонического характера возмущения границы волновода удается записать решение для Фурье-образа возмущенного поля в виде ряда из слагаемых в форме произведений невозмущенных Фурье-образов. Проведение обратного Фурье-преобразования и нахождение компактной записи для вертикальной компоненты вектора Герца упрощаются в случае, когда и источник, и точка наблюдения располагаются вблизи нижней границы. При этом из рассмотрения исключаются, в силу введенных ограничений, экспоненциально малые слагаемые, соответствующие модам, прижатым к верхней границе.

1. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЛЯ ВЕКТОРА ГЕРЦА

Рассмотрим волновод высоты h. В точке с координатами $\vec{R}_0 = \vec{R}_0(x_0; y_0; z_0)$ расположен источник в виде вертикального электрического диполя с дипольным моментом $\vec{P}_0 = \delta(x - x_0)\times$ $\times\delta(y - y_0)\,\delta(z - z_0)\,e^{i\omega t} P_0 \vec{z}^{0*}$ (где x, y, z — декартова система координат)[1]. Верхнюю стенку волновода считаем возмущенной и обладающей неоднородным периодическим в направлении оси x импедансом. Полагая возмущение свойств данной границы плавным в масштабе длины волны, для источника в виде ВЭД ограничимся только учетом возбужденных волн основной ТМ-поляризации.

Для горизонтальных компонент электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей запишем граничное условие импедансного типа:

$$[\vec{n}, \vec{E}\,] = Z_i \left[\vec{n}, [\vec{n}, \vec{H}\,]\right] \tag{1}$$

(где Z_i — соответствующий поверхностный импеданс), выполняющееся на высоте $z = h$.

Нижнюю границу рассматриваем как идеальную и обладающую нулевым импедансом.

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ выражаются через вектор Герца $\vec{\Pi}$ по стандартным формулам:

$$\vec{E} = (\operatorname{grad}\operatorname{div} + k_0^2)\,\vec{\Pi}, \quad \vec{H} = i\omega\varepsilon_0 \operatorname{rot}\vec{\Pi}. \tag{2}$$

[1] В данной работе используется система единиц СИ.

Так как возмущение является плавным в масштабе длины волны λ (при этом $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$), будем пренебрегать горизонтальными компонентами вектора Герца, считая $\vec{\Pi} = \vec{z}^0\Pi$. Граничные условия для потенциала Герца на нижней и верхней стенках могут быть получены, с учетом (1) и (2), в виде

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = 0 \Big|_{z=0} ,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = -ik_0\eta\Pi \Big|_{z=h} .$$

В последнем соотношении $\eta = \frac{Z_i}{Z_0}$ — приведенный поверхностный импеданс верхней границы волновода; $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$. Конкретизируя вид η, положим, что $\eta = \eta_0 + \eta^{(\pm)}(x)$, где $\eta^{(\pm)}(x) = ae^{\pm imx}$, $\eta_0 = \mathrm{const}$, $(\mathrm{Im}\,\eta_0 = 0)$, $a = \mathrm{const}$, $|a| \le \eta_0$ и $m > 0$ — горизонтальное волновое число возмущения импеданса.

Кроме того, считаем, что период $\tilde{\ell} = \frac{2\pi}{m}$ возмущения импеданса $\eta^{(\pm)}(x)$ удовлетворяет соотношению $\tilde{\ell} \sim h$, $\tilde{\ell} \gg \lambda$. Далее вертикальную компоненту потенциала Герца для возмущения вида $\eta^{(-)}(x)$ будем записывать как $\Pi^{(-)}$, а для $\eta^{(+)}(x)$ — как $\Pi^{(+)}$. В итоге, с учетом плавности возмущения в масштабе длины волны, для вертикальной компоненты $\Pi^{(\pm)}$ записываем интегральное соотношение:

$$\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}\,) = \Pi_0(\vec{R}_0;\vec{R}\,) + \left(-ik_0\frac{\varepsilon_0}{P_0}\right) \times \\ \times \int\limits_{S_1} \Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}_1)\,\eta^{(\pm)}(\vec{R}_1)\,\Pi_0(\vec{R}_1;\vec{R}\,)\,dS_1, \qquad (3)$$

где Π_0 — вертикальная компонента потенциала Герца в невозмущенном волноводе ($\eta^{(\pm)} = 0$), $dS_1 = dx_1\,dy_1$ и интегрирование ведется на уровне верхней стенки при $z_1 = h$. Также будем считать $\vec{R}_0 = 0$ (источник находится в начале координат), а радиус-вектор $\vec{R}$ точки наблюдения определять как $\vec{R}(x, y = 0, z = 0)$, где $x > 0$. У функции $\Pi^{(\pm)}$, также как и у Π_0, первый аргумент есть координата источника, а второй — точки наблюдения.

Из выражения (3) следует, что

$$\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}_1) = \Pi_0(\vec{R}_0;\vec{R}_1)\left(-ik_0\frac{\varepsilon_0}{P_0}\right) \times \\ \times \int\limits_{S_2} \Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}_2)\,\eta^{(\pm)}(\vec{R}_2)\,\Pi_0(\vec{R}_2;\vec{R}_1)\,dS_2. \qquad (4)$$

В формуле (4) $\vec{R}_2(x_2, y_2, z_2 = h)$ — радиус-вектор текущей точки интегрирования.

Подставляя правую часть (4) вместо сомножителя $\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}_1)$, стоящего в интеграле в выражении (3), получаем следующее соотношение:

$$\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}_0;\vec{R}) + \left(-ik_0\frac{\varepsilon_0}{P_0}\right) \times \\ \times \int\limits_{S_1} \Pi_0(\vec{R}_0;\vec{R}_1)\,\eta^{(\pm)}(\vec{R}_1)\,\Pi_0(\vec{R}_1;\vec{R})\,dS_1 + \left(-ik_0\frac{\varepsilon_0}{P_0}\right)^2 \times \\ \times \int\limits_{S_1}\int\limits_{S_2} \Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}_2)\eta^{(\pm)}(\vec{R}_2)\Pi_0(\vec{R}_2;\vec{R}_1)\eta^{(\pm)}(\vec{R}_1)\Pi_0(\vec{R}_1;\vec{R})\,dS_2\,dS_1.$$

После многократного повторения такой подстановки (ограничиваясь учетом n^* приближений) приходим к следующему представлению для $\Pi^{(\pm)}$:

$$\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0;\vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}_0;\vec{R}) + \sum_{n=1}^{n^*}\left(-ik_0\,\frac{\varepsilon_0}{P_0}\right)^n \times \\ \times \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\dots\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\prod_{j=1}^{n}\Pi_0(\vec{R}_{j-1};\vec{R}_j)\,\eta^{(\pm)}(\vec{R}_j)\right)\Pi_0(\vec{R}_n;\vec{R})\prod_{j=1}^{n}dx_j\,dy_j. \quad (5)$$

Здесь x_{j-1}, y_{j-1} и x_j, y_j — горизонтальные координаты векторов $\vec{R}_{j-1}$ и $\vec{R}_j$.

Заметим, что интегральное уравнение (3) по своему виду близко к интегральному уравнению Фредгольма II рода (а при высоте точки наблюдения $z \doteq h$ непосредственно переходит в него). Использованный метод последовательных приближений приводит к математическому решению в виде бесконечной интегральной суммы (5), подобной ряду Неймана. Но это известное разложение в силу своей сложности и наличия многократного интегрирования не позволяет при $a \sim \eta_0$ провести численное или аналитическое исследование свойств электромагнитного поля, возбуждаемого помещенным в волновод источником. Действительно, в случае непосредственного вычисления совокупности интегралов типа (5), при учете n^* существенных приближений и M^* существенных мод, пришлось бы просуммировать порядка $n^*(M^*)^{n^*}$ нормальных волн, что в свою очередь привело бы к чрезвычайно громоздкой записи решения.

Предлагаемый далее метод позволяет выделить порядка $\sim n^* M^*$ слагаемых, вносящих основной вклад в решение, и пренебречь всеми остальными нормальными волнами в силу экспоненциальной малости их коэффициентов возбуждения. В результате придем к более простой (по сравнению с (5)) форме записи решения, позволяющей провести его исследование.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУРЬЕ-ОБРАЗА ПОТЕНЦИАЛА ГЕРЦА

Для вычисления величины П воспользуемся результатами работы [5].

В случае отсутствия возмущения для потенциала Герца Π_0 в [5] было найдено следующее выражение:

$$\Pi_0(\vec{R}_{j-1}; \vec{R}_j) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_j, v_j; z_{j,1}, z_{j,2}) \times$$

$$\times\, e^{-iu_j(x_j - x_{j-1})}\, e^{-iv_j(y_j - y_{j-1})} du_j\, dv_j,$$

где u_j, v_j — координаты в пространстве Фурье-переменных,

$$L_0(u_j, v_j; z_{j,1}, z_{j,2}) =$$
$$= \frac{1}{4\pi} \frac{(e^{+ik_{z,j}\, z_{j,1}} + e^{-ik_{z,j}\, z_{j,1}})(e^{+ik_{z,j}(h-z_{j,2})} + V_j e^{-ikz(h-z_{j,2})})}{1 - V_j e^{-2ik_{z,j}h}} \times$$
$$\times \frac{e^{-ik_{z,j}h}}{k_{z,j}},$$

$$k_{z,j} = \sqrt{k_0^2 - u_j{}^2 - v_j{}^2}, \quad V_j = \frac{k_{z,j} - k_0\eta_0}{k_{z,j} + k_0\eta_0},$$

$$z_{j,1} = \begin{cases} z_0, & j = 1 \\ h, & 1 < j \le n, \end{cases} \quad z_{j,2} = \begin{cases} h, & 1 \le j < n \\ z, & j = n. \end{cases} \tag{6}$$

Функция V_j есть коэффициент отражения от верхней границы для волн ТМ-поляризации.

На плоскости комплексного переменного $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ функция $L_0(u; v; z_{j,1}; z_{j,2})$ имеет полюса первого порядка при

$$U = q_M = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi M}{h}\right)^2} - i\Delta_M, \tag{7}$$

где $\Delta_M = \dfrac{(\pi M)^2}{k_0^2 h^3} C$, причем $C = \dfrac{\tilde{n}^2}{\sqrt{\tilde{n}^2 - 1}}$ и $\tilde{n} \sim \dfrac{1}{\eta_0}$ — коэффициент преломления верхней среды (см. [5]). Данное выражение для полюсов правомерно при $k_0 h \gg 1$.

Применим к (5) интегральный оператор в виде двумерного преобразования Фурье

$$F(u, v) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots e^{+ixu}\, e^{+iyv}\, dx\, dy.$$

по горизонтальным координатам (x, y) точки наблюдения.

Тогда для Фурье-образа $L^{(\pm)}(u, v;\, z_0, z)$ возмущенного потенциала $\Pi^{(\pm)}$ получим следующее разложение по амплитуде a возмущения импеданса:

$$L^{(\pm)}(u, v;\, z_0, z) = \sum_{n=0}^{+\infty} L_n^{(\pm)}(u, v;\, z_0, z),$$

где для случая $n = 0$

$$L_0^{(\pm)} = L_0(u, v;\, z_0, z),$$

а при $n > 0$

$$L_n^{(\pm)} = A^n L_0(u \pm nm, v;\, z_0, h)\, L_0(u \pm (n-1)\, m, v;\, h, h) \times \ldots$$
$$\ldots \times L_0(u \pm m, v; h, h)\, L_0(u, v; h, z)\, , (m = 1, 2, \ldots.\, n)\, . \qquad (8)$$

Здесь введено обозначение $A = -2i\pi k_0 \dfrac{\varepsilon_0}{P_0} a$. В дальнейшем для упрощения математических выкладок будем рассматривать случай $y = 0$.

3. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ВЕКТОРА ГЕРЦА

Осуществив обратное Фурье-преобразование для функции $\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0; \vec{R}\,)$, возвращаемся снова в пространство декартовых переменных и получаем, что

$$\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0; \vec{R}\,) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L^{(\pm)}(u, v;\, z_0, z)\, e^{-ixu}\, du\, dv. \qquad (9)$$

Ниже проведем подробное преобразование соотношения (9) к более простому виду для случая возмущения импеданса в форме $\eta^{(-)}(x) = a\, e^{-imx}$:

$$\Pi^{(-)}(\vec{R}_0; \vec{R}\,) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L^{(-)}(u, v;\, z_0, z)\, e^{-ixu}\, du\, dv. \qquad (10)$$

Используем в интеграле, входящем в выражение (10), замену переменных: $u = U\cos(\phi)$, $v = U\sin(\phi)$. Тогда в интеграле (10) осциллирующий сомножитель e^{-ixu} перепишется в виде $e^{-ixU\cos(\phi)}$, а в формуле (8) всякий сомножитель $L_0(u + N_l m; z_{j,1}, z_{j,2})$ — как $L_0(U\cos(\phi) + N_l m, U\sin(\phi); z_{j,1}, z_{j,2})$. (Здесь $N_l = n - l$, а $l = 0, 1, 2, \ldots n$ — номер сомножителя в произведении (8).) Скорость его изменения при вещественных U определяется функцией
$\exp\left\{-ih\sqrt{k_0^2 - U^2 - 2UN_l\cos(\phi)\,m}\right\}$. Область знакопостоянства реальной и мнимой частей подынтегральной функции при интегрировании по ϕ ограничивается интервалом $\left|\phi \leq \sqrt{\lambda/(2|x|)}\right|$. Для приближения n-го порядка N_l не превосходит n. При этом в существенной для интегрирования области всегда выполняется неравенство $xU \gg 1$. Поэтому легко прийти к выводу, что при выполнении условий $\dfrac{\sqrt{2k_0 n^* m}\,h\lambda}{8x} \ll \dfrac{\pi}{2}$ и $k_0 x \gg 1$ при интегрировании по ϕ можем применить метод стационарной фазы. Тогда выражение запишется в форме однократного интеграла по переменной U:

$$\Pi^{(-)}(\vec{R}_0; \vec{R}) = \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} L^{(-)}(U, 0; z_0, z) H_0^{(2)}(xU)U\,dU =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sum_{n=0}^{+\infty} A^n L_0(U - nm, 0; z_0, h) L_0(U - (n-1)m, 0; h, h) \times \ldots$$

$$\ldots \times L_0(U \pm m, 0; h, h)\, L_0(U, 0; h, z)\, H_0^{(2)}(xU)U\,dU\,. \qquad (11)$$

В подынтегральном выражении в формуле (11), $H_0^{(2)}(\xi)$ — функция Ханкеля нулевого порядка второго рода от безразмерного аргумента ξ.

Для упрощения вычислений воспользуемся следующими обстоятельствами.

Прежде всего, легко показать, что при $U > k_0$ Фурье-образ

$L_0(U,0;\,h,0)$ убывает $\sim \exp\left\{-h\sqrt{U^2-k_0^2}\right\}$ и аналогично ведет себя Фурье-образ $L_0(U,0;\,0,h)$. Кроме того, из (7) следует, что для моды номера $M^* = \left[\sqrt{\dfrac{4h^3}{\lambda^2 C\tilde{l}}+1}\right]+1$ (как и раньше, квадратные скобки означают целую часть числа) ослабление из-за затухания на трассе длиной x в $\sim e^1$ раз больше, чем для моды номера $M = 1$. Будем считать, что M^* задает число существенных мод.

Далее, при любом n соответствующее приближение для Фурье-образа при $z_0=0$ и $z=0$ содержит множители $L_0(U-nm,0;\,0,h)$ и $L_0(U,0;\,0,h)$, стоящие в начале и в конце цепочки сомножителей в (8). Наконец, на плоскости комплексного переменного U функция $L_0(U-lm,0,z_{l,1},z_{l,2})$ (где $l=0,1,2,\ldots\,n$) имеет полюса $U_M = q_M + lm$. При их подстановке в (11) получаем, что

$$L_0(q_M-(n-l)\,m,0;\,0,h) \sim e^{\left\{-ih\sqrt{k_0^2-(q_M-(n-l)\,m)^2}\right\}}. \qquad (12)$$

Следовательно, приходим к выводу, что при дополнительном условии $\exp\left\{-\left|\sqrt{k_0^2-\left(\mathrm{Re}\,(q_M^*+m)^2\right)}\right|h\right\} \ll 1$ правомерно отбросить вклады всех мод с полюсами $u_M = q_M + lm$ и при записи решения учитывать только полюса Фурье-образов $L_0(U,0;\,h,0)$.

В итоге получаем, что потенциал на нижней стенке ($y=0$, $z_0=0$, $z=0$) для возмущения импеданса вида $\eta^{(-)}(x) = a\,e^{-imx}$ может быть оценен как

$$\Pi^{(-)}(\vec{R}_0;\vec{R}\,) = \sum_{M=0}^{M^*}\sum_{n=0}^{n^*} A^n H_0^{(2)}(q_M x)\,L_0(U+nm,0;z_0,h)\,\times$$
$$\times\, L_0(U+(n-1)m,0;h,h)\times\,\ldots\times L_0(U+lm,0;h,h)\times\ldots$$
$$\ldots\times L_0(U+m,0;h,h)\,\mathrm{res}\,\{L_0(U,0;h,0)\}\Big|_{U=q_M}, \qquad (13)$$

где res обозначает вычет функции $L_0(U,0;h,0)$ (при $U = q_M$) и вычисляется в виде $\mathrm{res}\,\{L_0(U,0;h,0)\}\Big|_{U=q_M} = \dfrac{\pi i}{h}\cos\left(\tilde{k}_{z,M}^{(-)}\,h\right)$, причем $\tilde{k}_{z,M}^{(-)} = \sqrt{k_0^2 - q_M^2}$.

Аналогичным образом исследуем воздействие возмущения $\eta^{(+)}(x,y) = +a\, e^{+imx}$. Все прочие параметры задачи остаются теми же, что и прежде.

В результате находим искомый потенциал Герца в виде совокупности интегральных слагаемых:

$$\Pi^{(+)}(\vec{R}_0;\vec{R}\,) = \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} L^{(+)}(U,0;z_0,z)\, H_0^{(2)}(xU)\, U\, dU \;=$$

$$= \sum_{n=0}^{n*} A^n \int\limits_{-\infty}^{+\infty} L_0(U+nm,0;z_0,h)\, L_0(U+(n-1)m,0;h,h) \times \ldots$$

$$\ldots \times L_0(U+m,0;h,h)\, L_0(U,0;h,z)\, H_0^{(2)}(xU)\, U\, dU. \qquad (14)$$

Повторяя прежние рассуждения, приходим к выводу, что если $y = 0$, $z = 0$, $z_0 = 0$, то при введенных ограничениях для случая интегрирования приближения порядка n по переменной U достаточно учета вклада только полюсов сомножителя $L_0(U+nm,0;\, z_0,h)$, стоящего первым в произведении под знаком интеграла (15). Вклады от полюсов остальных элементов соответствующего подынтегрального произведения содержат экспоненциально малый множитель, не превосходящий $\sim e^{\{-\sqrt{2k_0 m}\, h\}} \ll 1$. Поэтому ими будем пренебрегать и, таким образом, потенциал на нижней стенке ($y = 0$, $z_0 = 0$, $z = 0$) при $\eta^{(+)}(x) = a\, e^{+imx}$ может быть оценен как

$$\Pi^{(+)}(\vec{R}_0;\vec{R}\,) = \sum_{M=0}^{M^*}\sum_{n=0}^{n^*} A^n H_0^{(2)}((q_M - nm)\, x) \times$$
$$\times \operatorname{res}\{L_0(U+nm,0;0,h)\}\, L_0(U+(n-1)m,0;h,h) \times \ldots$$
$$\ldots \times L_0(U+lm,0;h,h) \times \ldots \times L_0(U+m,0;h,h) \times$$
$$\times L_0(U,0;h,0)\Big|_{U=q_M}, \qquad (15)$$

где res обозначает вычет функции $L_0(U+nm, 0; 0, h)$ (при $U = q_M - nm$), который определяется выражением

$$\operatorname{res}\{L_0(U+nm,0;0,h)\}\Big|_{U=q_M-nm} = \frac{\pi i}{h}\cos\left(\tilde{k}_{z,M}^{(+)}\,h\right).$$

Здесь $\tilde{k}_{z,M}^{(+)} = \sqrt{k_0^2 - q_M^2}$.

Суммарное количество мод, которое необходимо учесть в сумме (15), может быть оценено как $M^* n^* \sim \log_b 2 \cdot \sqrt{\dfrac{4h^3}{\lambda^2 \eta_0 x}}$, где, напомним, $b = \eta_0/a$. В качестве примера укажем, что для значений параметров, типичных для распространения волн в условиях возмущенной ионосферы в волноводе Земля – ионосфера: $\eta_0 = 0{,}50$, $a = 0{,}45$, $\tilde{l} = 100$ км, $h = 70$ км, $\lambda = 10$ км, $x = 1000$ км, число существенных мод $M^* n^*$ будет величиной порядка 50.

4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Основным результатом данной работы является построение решения в аналитическом виде (см. формулы (13) и (16)). Потенциал $\Pi^{(\pm)}(\vec{R}_0; \vec{R}\,)$ является суммой как нормальных волн с постоянными распространения невозмущенного волновода и измененными коэффициентами возбуждения, так и нормальных волн с измененными постоянными распространения. В случае импеданса вида $\eta = \eta_0 + a\,e^{-imx}$, когда фазовые зависимости возмущения импеданса $\sim e^{-imx}$ и нормальных волн невозмущенного волновода $\sim e^{-iq_M x}$ имеют одинаковые знаки (если считать $x_0 = 0$ и $x > 0$), влияние возмущения импеданса сводится только к изменению коэффициентов возбуждения нормальных волн.

Если же импеданс верхней стенки волновода задан в виде $\eta = \eta_0 + a\,e^{+imx}$, то в выражении для вертикальной компоненты вектора Герца меняются как коэффициенты возбуждения распространяющихся мод, так и их собственные значения. Последнее обстоятельство приводит к возникновению мод с продольными постоянными распространения, отличающимися на величину nm от аналогичных величин для случая регулярной верхней стенки, см. (16).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 96 02–18666) и Минобразования РФ (грант N 97–0–8.2–77).

Литература

1. Коган Л. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40. N 4. С. 457–471.

2. Заборонкова Т. М., Коган Л. П. // Труды XVIII конференции по распространению радиоволн. — Москва, 1996. С. 40–41.

3. Заборонкова Т. М., Коган Л. П. // Труды конференции "Распространение и дифракция электромагнитных волн в неоднородных средах". — Москва, 1992. С. 181–183.

4. Безродный В.Г., Блиох П.В., Шубова Р.С., Ямпольский Ю.М. Флуктуации сверхдлинных радиоволн в волноводе Земля – ионосфера. — М.: Наука, 1984. 143 с.

5. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: АН СССР, 1957. 502 с.

ЗАБОРОНКОВА Татьяна Михайловна
КОГАН Лев Павлович
ТАМОЙКИН Владимир Вениаминович

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДЕ С ПЛАВНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ИМПЕДАНСА

ПРЕПРИНТ

Подписано в печать 15. 11. 98 г. Формат 60 × 84/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Объем 1,81 усл. п. л.
Заказ 5478. Тираж 50.

Отпечатано в НИРФИ
603600, г. Нижний Новгород, ул. Б. Печерская, 25