

Научно–исследовательский радиофизический институт
Министерства общего и профессионального образования
Российской Федерации

П р е п р и н т N 448

**Резонансное радиационное столкновение зарядов во
внешнем магнитном поле**

А. В. Акопян

Нижний Новгород, 1998

Акопян А. В.*

РЕЗОНАНСНОЕ РАДИАЦИОННОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ ЗАРЯДОВ
ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ // *Препринт N 448*. — Ниж-
ний Новгород: НИРФИ, 1998. 15 с.

УДК 533.951

Исследуется характер тормозного излучения (ТИ), возбуждённого при столкновении электрона с ионом во внешнем некваंटующем продольном магнитном поле. В рамках теории малых возмущений получено общее выражение для электрического поля излучения. Показано, что значение резонансного пика в спектральной линии обусловлено малой диссипативной силой радиационного трения. Подробно анализируется влияние внешнего поля на излучение и на поляризацию волны.

* Научный сотрудник Института радиофизики и электроники АН Армении

Характерная особенность процессов высших порядков по электрон-фотонному взаимодействию — возможность их резонансного протекания во внешних электромагнитных полях. В результате создаётся резонансная расходимость в сечении процесса, вычисленного по теории возмущений. При квантовом подходе, как правило, возникшая расходимость устраняется учётом какой-либо поправки в соответствующей электронной и фотонной функции [1, 2]. Чаще всего учитываются вклады квантовых радиационных сдвигов масс электрона и фотона во внешнем постоянном или переменном поле, и вершинных радиационных поправок. В итоге данные малые поправки приводят к смещению энергетических уровней и естественному уширению спектральных линий.

При классическом рассмотрении появившаяся расходимость может быть устранена следующим образом. При наличии плазменной среды в резонансном знаменателе частоте излучения приписывается малая мнимая часть, связанная со столкновительной или бесстолкновительной диссипацией волны. Однако, при таком подходе мнимая добавка определяет только ширину спектральной линии, но не сдвиг линии относительно резонансной частоты. В случае перехода к вакууму единственной диссипативной величиной является сила радиационного трения (торможение излучением). Действие этой силы приводит к естественному уширению линии и её сдвигу в волновых явлениях [3]. Важность учёта данной силы заключается в том, что при больших значениях поля и

энергии заряда она может стать доминирующей электромагнитной силой [4]. Данный факт представляет определённый интерес для трактовки спектральных линий излучения пульсаров и других сильно намагниченных излучающих объектов. Имея в виду данный факт, для изучения спектральных линий сильно замагниченных излучающих объектов необходимо сравнивать отдельные вклады характерной плазменной диссипации и силы радиационного трения в резонансный эффект.

Цель представленной работы — изучение элементарного акта ТИ при электрон-ионном радиационном столкновении во внешнем продольном магнитном поле. Точный расчёт данного процесса связан с определёнными трудностями. Данное обстоятельство приводит к необходимости применения различных приближённых методов. Ниже в рамках теории малых возмущений выводится общее выражение для электрического поля излучения произвольной поляризации. Затем в ультрарелятивистском пределе с учётом резонанса исследуются спектральные интенсивности отдельных компонентов ТИ. Отметим, что в [5] было изучено действие внешнего поля на данное излучение, происходящее, однако, в области вне резонанса.

Считается, что напряжённость магнитного поля

$$B \ll B_0, \quad (1)$$

где $B_0 = m^2 c^3 / e \hbar = 4,4 \cdot 10^{13}$ Гс (m, e — масса и заряд электрона) — критическое значение. При условии (1) можно пользоваться квазиклассическим подходом во всём спектре частот излучения. Помимо этого, при (1) диссипативная сила мала по сравнению с действующей электромагнитной силой.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Пусть в вакууме пробный электрон, движущийся первоначально с релятивистской скоростью \vec{v} вдоль однородного постоянного магнитного поля напряжённости $\vec{B} \uparrow\uparrow \vec{z}$, сталкивается

с тяжёлым ионом, считавшимся неподвижным кулоновским центром.

При элементарном акте взаимодействия под совместным действием поля иона и внешнего поля электрон, претерпевая нестационарное дрейфообразное ускорение, передаёт импульс \vec{q} и испускает тормозной квант с волновым вектором \vec{k} и частотой ω .

Уравнение движения в системе покоя иона

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla}) \right) \vec{v} = -\frac{e}{m\gamma} \left(\vec{\nabla} - \frac{\vec{v}}{c^2}(\vec{v}\vec{\nabla}) \right) \varphi(\vec{r}) + \omega_B [\vec{v}\vec{n}_B] + \tau\ddot{\vec{v}}. \quad (2)$$

Здесь $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$ — релятивистский фактор, $\omega_B = \frac{eB}{mc\gamma}$ — гирочастота, $\vec{n}_B = \frac{\vec{B}}{B}$, $\ddot{\vec{v}}$ — полная вторая производная скорости, $\tau = \frac{2r_e\gamma}{3c}$, $r_e = \frac{e^2}{mc^2}$ — радиус электрона. Кроме этого,

$$\varphi(\vec{r}) = 4\pi Ze \int \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}(t)}}{q^2} d\vec{q} / (2\pi)^3 \quad (3)$$

есть поле, созданное зарядом иона Ze в точке нахождения электрона с мгновенным радиус-вектором $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Последний член в правой части (2) изображает действие малой радиационной силы трения, приводящего, согласно сказанному, к уширению линии излучения при резонансе. Отметим, что в релятивистском выражении силы торможения [4] мы пренебрегли членами, пропорциональными $\dot{\vec{v}}^2$ ввиду их малости при малых возмущениях.

Уравнение (2) решается в предположении, что поле иона (3) представляет собой малый фактор возмущения. Тогда, опираясь на [5], в низшем приближении для Фурье-образа ускорения электрона получим

$$\vec{w}_\omega^{(1)}(\vec{q}) = \frac{Ze^2}{2\pi^2 m\gamma} \cdot \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}_0}}{q^2} \left\{ \frac{\vec{n}_B(\vec{n}_B\vec{q})}{\gamma^2} + \frac{(\omega - \vec{k}\vec{v})^2}{(\omega - \vec{k}\vec{v})^2 [1 - i\tau(\omega - \vec{k}\vec{v})]^2 - \omega_B^2} \times \right. \\ \left. \times \left([\vec{n}_B[\vec{q}\vec{n}_B]] - i \frac{\omega_B}{\omega - \vec{k}\vec{v}} [\vec{q}\vec{n}_B] \right) \right\} \delta(\omega - (\vec{q} + \vec{k})\vec{v}), \quad (4)$$

где \vec{r}_0 — невозмущённый радиус-вектор.

В (4) первый член в больших скобках, обратно пропорциональный энергии и не зависящий от магнитного поля, описывает ускорение вдоль \vec{B} . Вторым членом, содержащим резонансный знаменатель, даётся ускорение поперёк \vec{B} . Выражение под δ -функцией есть следствие закона сохранения энергии в квазиклассическом пределе.

Благодаря наличию выделенного направления излучение может обладать определённой поляризацией. Введём, согласно изображённому на рис. 1, взаимно перпендикулярные единичные векторы поляризации $\vec{\sigma}_k^{(\alpha)}$ и распространения волны $\vec{n}_k = \vec{k}/k$:

$$\vec{\sigma}_k^{(\alpha)} = \{\cos \vartheta \cos \varphi; \sin \varphi; -\sin \vartheta \cos \varphi\}, \quad \vec{n}_k = \{\sin \vartheta; 0; \cos \vartheta\}. \quad (5)$$

Здесь ϑ есть угол излучения, составленный между векторами \vec{v} и \vec{k} ; φ — угол поляризации волны моды α , образованный проекцией вектора $\vec{\sigma}_k^{(\alpha)}$ на плоскость xoy и осью x .

Пользуясь [4], из (4) и (5) для Фурье-образа электрического поля ТИ получим

$$\vec{E}_\omega^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{Zer_e}{\pi\gamma q R \zeta^2 \omega} e^{i(kR + \vec{q}\vec{r}_0)} \vec{\sigma}_k^{(\alpha)} \left\{ \frac{\sin \vartheta \cos \varphi \cos \theta}{\gamma^2} + \right. \\ \left. + \frac{\zeta^2 \sin \theta}{\zeta^2 (1 - i\eta\omega\zeta)^2 - \eta^2} \left[\xi \cos \varphi (\cos \phi - i\frac{\eta}{\zeta} \sin \phi) + \right. \right. \\ \left. \left. + \zeta \sin \varphi \left(\sin \phi + i\frac{\eta}{\zeta} \cos \phi \right) \right] \right\} \delta \left(\zeta - \frac{qv}{\omega} \cos \theta \right), \quad (6)$$

где $\eta = \frac{\omega_B}{\omega}$, $\zeta = 1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta$, $\xi = \frac{v}{c} - \cos \vartheta$. Смыслы остальных сферических углов задаются посредством обозначений на рис. 1.

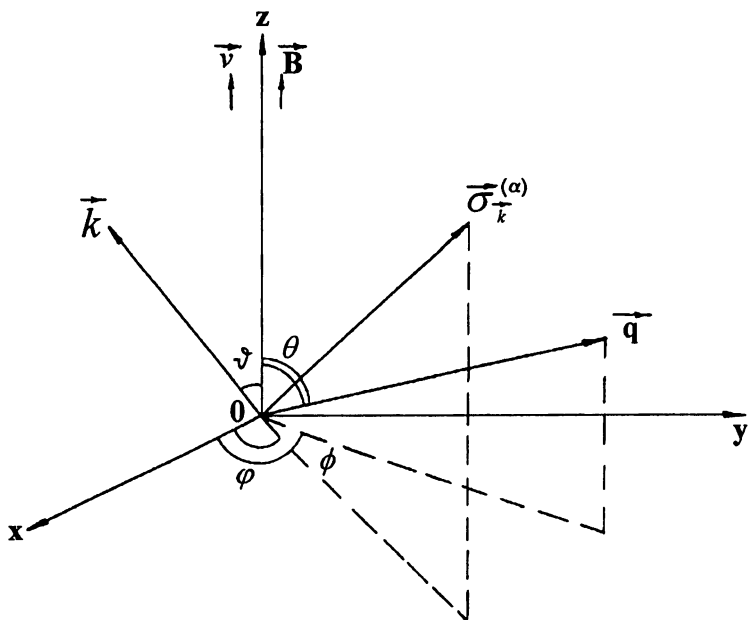


Рис. 1.

Отдельные компоненты поля отличаются друг от друга не только по величине, но и по фазе. Однако эти фазы и их сдвиги не представляют интереса для непосредственного измерения этих величин.

Как следует из (6), поле излучения подвергается действию резонансного нарастания, имеющего место при условии

$$\omega \simeq \omega_B / \zeta. \quad (7)$$

Ниже даётся толкование данного факта.

СПЕКТРАЛЬНАЯ ИНТЕНСИВНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ

Дальнейший анализ выполним посредством расчёта углового-частотного распределения интенсивности излучения

$$\frac{d^2 J_\omega(\Omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{cR^2}{2\pi} \int |\vec{E}_\omega^{(\alpha)}(\vec{q})|^2 d\vec{q}, \quad (8)$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла.

Полученные результаты позволяют получить общее выражение для интенсивности, пригодного с целью описания излучения при произвольной поляризации и энергии. Далее, однако, для конкретности обсудим случай испускания волны ультрарелятивистским электроном. Кроме того, задавая предварительно значения поляризационного угла φ , проследим за тем, как внешнее поле, управляя возмущением движения, тем самым по-разному будет влиять на соответствующую моду волны.

Итак примем $\gamma \gg 1$, $v \simeq c$. Тогда из (6) и (8) может показаться, что резонансное нарастание интенсивности имеет место в широком интервале углов: $0 \lesssim \vartheta \lesssim \pi$. Соответственно, из (7) кажущиеся резонансные частоты тоже простираются в широком спектре

$$\frac{\omega_B}{2} \lesssim \omega \lesssim 2\gamma^2 \omega_B. \quad (9)$$

Однако, согласно анализу, как и в случае отсутствия поля быстрый заряд излучает, в основном, в направленном вперед узком конусе с углом раствора $\vartheta \lesssim \gamma^{-1}$. Испускаемое вне конуса направления излучение релятивистски подавлено. Тогда из (6) и (9) следует, что внутри конуса резонанс наиболее эффективно проявится вблизи высокой частоты

$$\omega_{\text{рез}} \simeq 2\gamma^2 \omega_B. \quad (10)$$

Подставляя в (6) значения угла поляризации $\varphi = 0; \pi/2$, получим (\parallel) и (\perp) компоненты поля, направленные соответственно параллельно и перпендикулярно плоскости излучения ($\vec{n}_{\vec{k}}, \vec{B}$). Тогда из (5), (6) и (8), пренебрегая малыми членами, для интенсивностей соответствующих мод получим

$$\frac{d^2 J_\omega^{(\perp)}(\vartheta^*)}{d\omega d\vartheta^*} = 8Z^2 r_e^3 m c^2 L \frac{(1 + \vartheta^*)^2 + 2\eta^2 \gamma^2}{|(1 + \vartheta^*)^2 (1 - i\omega\tau)^2 - 2\eta^2 \gamma^2|^2}, \quad (11)$$

$$\frac{d^2 J_{\omega}^{(II)}(\vartheta^*)}{d\omega d\vartheta^*} = \frac{(1 - \vartheta^*)^2}{(1 + \vartheta^*)^2} \cdot \frac{d^2 J_{\omega}^{(I)}(\vartheta^*)}{d\omega d\vartheta^*}. \quad (12)$$

Здесь $\vartheta^* = (\gamma\vartheta)^2$, $L = \ln \left(\frac{Cmc^2\gamma^2}{\hbar\omega} \right)$ — бете-гайтлеровский логарифм, C — постоянная порядка единицы. При интегрировании по q формально принято $q_{\max} = mc/\hbar$ — обратная комптоновская длина. Из выражения под δ -функцией в (4) следует, что наибольший прицельный параметр $d_{\max} \sim \frac{1}{q_{\min}}$ совпадает с длиной формирования излучения внутри конуса направленности: $d_{\max} = l_{\text{кор}} \simeq 2\gamma^2 c/\omega$.

Из (11) и (12) заключаем, что из-за радиационного трения линии излучения вокруг резонансной частоты (10) обладают естественной шириной

$$\Gamma = \frac{1}{2} \omega_{\text{рез}}(\omega_{BT}), \quad (13)$$

где, согласно (1), $\omega_{BT} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{137} \left(\frac{B}{B_0} \right) \ll 1$. Одновременно с этим, линии сдвинуты относительно $\omega_{\text{рез}}$ на величину

$$\Delta\omega = \omega_{\text{рез}}(\omega_{BT})^2. \quad (14)$$

Это есть важные и свойственные для рассматриваемого излучения характеристики.

Интегрируя по всем углам излучения, из (11) и (12) для частотных спектров интенсивностей получим

$$\frac{dJ_{\omega}^{(I)}}{d\omega} = \frac{4Z^2 r_e^3 mc^2 L}{M} \arctg \frac{2M}{|1 - a^2|}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{\omega}^{(II)}}{d\omega} = & \frac{8Z^2 r_e^3 mc^2 L}{a^2} \left\{ 4 - \frac{2}{a} \ln \frac{(1+a)^2}{(1-a)^2 + M^2} - \ln \left((1-a^2)^2 + M^2 \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2M} \left[(4 + a^2) \arctg \frac{2M}{|1 - a^2|} - 4a \cdot \arctg \frac{2aM}{|1 - a^2|} \right] \right\}, \quad (16) \end{aligned}$$

где $a = \omega_{\text{рез}}/\omega$, $M = a(\omega_B\tau)$.

Приведём также выражение для спектральной интенсивности в случае неполяризованного (н) излучения. Из (15) и (16) получим

$$\frac{dJ_{\omega}^{(H)}}{d\omega} = \frac{4Z^2r_e^3mc^2L}{a^2} \left\{ 4 - \frac{2}{a} \ln \frac{(1+a)^2}{(1-a)^2 + M^2} - \ln \left((1-a^2)^2 + M^2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{M} \left[(2+a^2) \arctg \frac{2M}{|1-a^2|} - 2a \cdot \arctg \frac{2aM}{|1-a^2|} \right] \right\}. \quad (17)$$

Выражение в (17) есть не что иное, как обобщение классической формулы Бете и Гайтлера (Б.-Г.) для ТИ [3] на случай внешнего продольного магнитного поля.

Выше мы пренебрегли малым вкладом продольной части ускорения электрона в генерацию ТИ. Уровень соответствующего излучения, не зависящего от частоты и приложенного поля, падает квадратично с энергией, т.е. подвергается релятивистскому подавлению (см. также [6]).

На рис. 2 приводятся качественные изображения хода интенсивностей (15) и (16). Пунктирная кривая соответствует интенсивности, вычисленной по обычной формуле Б.-Г. для ТИ при $\vec{B} = 0$. Для иллюстрации результатов обсудим сначала поведение интенсивностей вдали от резонансного диапазона:

$$|\omega - \omega_{\text{рез}}| \gg \omega_{\text{рез}}(\omega_B\tau). \quad (18)$$

Как следует из (15) и (16) и из рис. 2, в спектре низких частот $\omega \ll \omega_{\text{рез}}$ излучение подвергнуто магнитному подавлению по закону $dJ_{\omega}^{(\perp)}/d\omega \sim dJ_{\omega}^{(\parallel)}/d\omega \sim \omega^2 \ln \omega^{-1}$. Отметим в этой связи, что, как показано ранее в [7, 8] методом эквивалентных фотонов и в [9] в приближении мягких фотонов, в области низких частот интенсивность ТИ в поперечном магнитном поле ($\vec{v} \perp \vec{B}$) тоже убывает, но более медленно, по закону $\sim \omega^{2/3} \ln \omega^{-1}$. Так что в рассматриваемом процессе характерным является магнитное и релятивистское подавление инфракрасной расходимости при низких частотах.

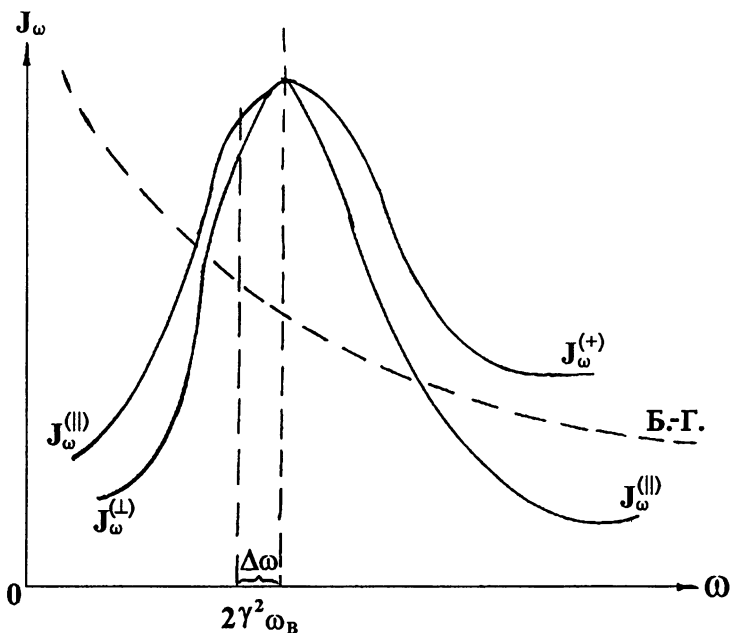


Рис. 2.

В области противоположного внерезонансного спектра, т.е. в интервале частот $\omega_{\text{рез}} \ll \omega \ll mc^2\gamma/\hbar$, из (15) и (16) имеем

$$\frac{dJ_{\omega}^{(\perp)}}{d\omega} = 8Z^2 r_e^3 mc^2 L, \quad \frac{dJ_{\omega}^{(\parallel)}}{d\omega} = \frac{1}{3} \cdot \frac{dJ_{\omega}^{(\perp)}}{d\omega}. \quad (19)$$

Интенсивность зависит от частоты и квадрата энергии логарифмически. Взяв полусумму из этих выражений, получим обычную формулу Б.-Г. К такому же выводу придём, исходя из выражения (17). Данный факт указывает на то, что при больших энергиях обычная формула Б.-Г. для ТИ в намагниченном вакууме применима в области высоких частот $\omega \gg 2\gamma^2\omega_B$. Только при этом можно пренебречь влиянием внешнего поля на излучение [5].

Обсудим свойство излучения внутри резонансного диапазона

частот

$$|\omega - \omega_{\text{рез}}| \lesssim \omega_{\text{рез}}(\omega_{BT}). \quad (20)$$

Из (15) и (16) находим, что на резонансной частоте (10) интенсивности обеих мод достигают одинакового пикового значения

$$\frac{dJ_{\omega}^{(\perp)}}{d\omega} = \frac{dJ_{\omega}^{(\parallel)}}{d\omega} \simeq 3\pi \cdot 137 \left(\frac{B_0}{B}\right) Z^2 r_e^3 m c^2 \ln\left(\frac{\gamma}{2} \cdot \frac{B_0}{B}\right). \quad (21)$$

Строго говоря, здесь значение поля B снизу ограничено условием (20), где правая часть зависит от поля квадратично. Из (21) приходим к важному выводу о том, что благодаря действию силы радиационного трения в магнитном поле резонансное значение интенсивности ТИ может намного превосходить обычный бете-гайтлеровский уровень интенсивности. Суть обнаруженного эффекта заключается в следующем. При столкновении излучение возникает благодаря комптоновскому рассеянию виртуальных квантов поля иона на электроны, совершающего ускоренное дрейфообразное движение под действием этих же квантов в магнитном поле [10]. Можно утверждать, что при условии (7), когда "частота" виртуальных квантов $\vec{q}\vec{v} = \omega \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta\right) \simeq \omega_B$, процесс рассеяния осуществляется наиболее эффективно, что в итоге приводит к резонансному возрастанию поля, следовательно, и интенсивности излучения.

Вкратце обсудим также вопрос о поляризации излучения. Из (11) и (12) имеем следующую простую формулу для степени линейной поляризации:

$$\alpha_{\omega}(\vartheta^*) = \frac{2\vartheta^{*2}}{1 + \vartheta^{*4}}. \quad (22)$$

Данная формула применима к волнам как резонансного, так и внерезонансного спектра частот. Как следует из (22), вдоль движения, т.е. вдоль \vec{B} , излучение не поляризовано. На границе конуса направленности волна линейно поляризована так, что электрический вектор целиком лежит перпендикулярно плоскости

(\vec{k}, \vec{B}) . Получается так, что магнитное поле, существенно влияя на спектральное распределение излучения, в принятом приближении фактически слабо действует на линейную поляризацию.

Изложенный здесь метод позволяет аналогичным образом обсудить вопрос о ТИ волн других поляризаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из изложенного, наличие внешнего магнитного поля в процессе электрон-ионного радиационного столкновения приводит к существенному видоизменению спектральной интенсивности ТИ. На спектральной линии образуется резонансная область, внутри которой уровень интенсивности резко возрастает. При низких частотах $\omega \ll \omega_{\text{рез}}$ излучение подавлено под совместным действием магнитного поля и релятивистского эффекта. В области высоких частот $\omega \gg \omega_{\text{рез}}$ интенсивность излучения переходит к задаваемой формулой Бете и Гайтлера. Вместе с тем, при больших энергиях электрона внешнее поле фактически не влияет на поляризацию волны.

Представляет интерес изучение резонансного эффекта в случае поперечного магнитного поля и сопоставление пикового значения интенсивности ТИ с интенсивностью синхротронного излучения. Отметим, что в рассмотренном выше случае синхротронное излучение отсутствует, т.к. электрон не обладает исходной энергией поперечного к \vec{B} движения.

Важно также обобщение затронутых вопросов на общий случай присутствия намагниченной среды и произвольногоpitch-угла зарядов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тернов И. М., Халилов В. Р., Родионов В. Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. — М.: Изд-во МГУ, 1982.

2. Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Квантовые процессы в сильном магнитном поле. — М.: Изд-во МГУ, 1989.
3. Джексон Дж. Классическая электродинамика. — М.: Мир, 1965.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1967.
5. Акопян А. В. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 8. С. 930.
6. Акопян А. В., Цытович В. Н. //ЖЭТФ, 1977. Т. 72. № 5. С. 1824.
7. Жуковский В. Ч. //ЖЭТФ, 1974. Т. 66. № 1. С. 9.
8. Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Хамид Ш. //Вестник МГУ. Физика, астрономия, 1980. Т. 21. № 4. С. 17.
9. Волощенко А. М., Жуковский В. Ч., Павленко Ю. Г. //Вестник МГУ. Физика, астрономия, 1976. Т. 17. № 5. С. 560.
10. Акопян А. В. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 10. С. 1001.