

**Научно-исследовательский радиофизический институт  
Министерство образования Российской Федерации**

**Препринт № 476 р**

**ТОМОГРАФИЯ  
ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ЧИСЛЕ ПРОЕКЦИЙ. I.  
РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ  
И МЕТОД 2-CLEAN DSA**

**Агафонов М.И.**

**Нижний Новгород - 2003**

Агафонов М.И.

## ТОМОГРАФИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ЧИСЛЕ ПРОЕКЦИЙ. I. РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ И МЕТОД 2-CLEAN DSA

Препринт № 476 р. – Нижний Новгород: НИРФИ, 2003, 30с.

УДК 52-77; 621.391:53.08; 520.86; 519.711:53; 519.713; 004.93'1; 615.47

Радиоастрономический подход к решению проблемы, главные компоненты которого были опубликованы в 1989-1990 годах, обобщен и компактно изложен. В основе лежит решение задачи деконволюции для двумерной (2D) плоскости с использованием синтезированного луча (SB). Для устранения искажений томограммы из-за влияния боковиков SB применяются известные в радиоастрономии под названием чистка реализации итерационных алгоритмов с нелинейными ограничениями. Реконструкция происходит при стягивании компонентов решения в область допустимых ограничений. Обобщаются ранее полученные результаты: исследование сходимости решения, применение двух вариантов алгоритма чистки (ST-CLEAN и TC-CLEAN) для определения области допустимых решений. Разработанный в итоге метод реконструкции 2-CLEAN DSA позволяет проводить 2D распознавание в широком спектре пространственных частот  $\{0, \omega_b\}$ , ограниченном только верхней частотой  $\omega_b$  при наличии лишь  $\sim 0.1$  числа проекций, необходимого при традиционном томографическом подходе. Метод апробирован при реконструкции экспериментальных данных, на отечественных и международных конференциях, легко адаптируется к широкому набору дополнительных ограничений, рекомендуется в качестве универсального средства решения широкого круга задач. Метод является основой предложенной информационно-вычислительной технологии реконструкции, распознавания и анализа изображений малоракурсной томографии ИВТ РРАИ МТ 2-CLEAN DSA (сокращенно ICT 2-CLEAN DSA), которая базируется исключительно на работах радиоастрономов. Перечислен персональный вклад исследователей в создание компонентов метода.

Ключевые слова: радиоастрономия, малоракурсная томография, обратная задача, реконструкция изображений и анализ, распознавание образов, синтезированный луч, метод 2-CLEAN DSA, дискретная математика, итерационные алгоритмы, нелинейные ограничения, компьютерное моделирование, информационно-вычислительная технология, дистанционные исследования, бесконтактный мониторинг.

Задача успешной реконструкции внутренней структуры объектов, включающей не только точечные компоненты, но и протяженные области различных размеров, стоит во многих областях: исследованиях плазмы, медицине, построении МГД двигателей, токамаках, реконструкции распределений яркости в астрономии при лунных покрытиях, бесконтактном мониторинге различных объектов, исследованиях ножевыми диаграммами антенн, щелями оптических систем. В 1978 году в докладе Р.Гордона на симпозиуме «Image Formation From Coherence Function in Astronomy» [1] были сформулированы базовые проблемы и принципы томографии, основными из которых являются: теорема индетерминантности [2], необходимость учета физического характера решаемой задачи, требование приступать к конструированию прибора лишь после того, как алгоритм создан и проверен. Последнее, к сожалению, ранее почти никогда не выполнялось в медицине, и, вследствие большого числа проекций, доза облучения была значительной. В 1977 году математическим путем была доказана теорема индетерминантности – фундаментальное ограничение, вырожденный случай при восстановлении по проекциям, который, однако, указывает не на целесообразность увеличения их числа, а на необходимость использования различной априорной информации для ограничения области решений конкретной задачи реконструкции. Со времени доклада Гордона радиоастрономия внесла существенный вклад в решение некоторых важных проблем, являющихся общими для радиоастрономии и томографии, которым, как мне кажется, она может гордиться. В настоящей работе изложен радиоастрономический подход к проблеме на основе наиболее значимых публикаций, кроме того мы постарались привлечь внимание к ряду принципиальных моментов, без учета которых реконструкция при ограниченном числе проекций не может быть успешной. Нам представляется, что будет полезно, если физический смысл радиоастрономического подхода к проблеме скорее осознает широкий круг специалистов. В статье мы постарались компактно и максимально наглядно изложить общие принципы решения проблемы и привели примеры практической реализации. Надеемся, что сопровождающие рисунки будут способствовать пониманию проблемы, кроме того вопросы реконструкции изображений целесообразно рассматривать при наличии изображений. Понимание проблемы поможет избежать повторения описанной выше ситуации с медицинскими приборами.

**Постановка задачи.** Реконструкция двумерного (2D) распределения яркости одного из сечений оптически тонкого эмиссионного объекта по одномерным (1D) проекциям при параллельном лучевом распространении. Заметим, что при цилиндрической геометрии томографической системы набор сечений с необходимым шагом позволяет восстановить трехмерное (3D) строение объекта. Исследованиям вопросов, возникающих для оптически толстых объектов, при искажениях лучевого хода в окружающих их средах, в объектах с дифракцией, а также проблемам, связанным с переходом к трансмиссионной схеме, посвящено много научных работ, и здесь они не обсуждаются. По сходной причине мы не касаемся в настоящей работе фазовой проблемы и вопросов когерентного излучения.

**Терминология:** *распределение яркости* подразумевает реконструкцию пространственных частот в непрерывном 2D спектре с полосой  $\{0, \omega_b\}$  до верхней граничной ( $b$  – boundary) частоты  $\omega_b$ , реконструкция *изображений* допускает введение в этом спектре различных спектральных ограничений  $\Delta\omega_1$  в полосе  $\{0, \omega_b\}$ .

**Классический случай решения** доказан в 1967 году Брейсуэллом и Риддлом [3] и требует для реконструкции решения на всех пространственных частотах до радиуса  $\omega_b$  на  $(u,v)$ -плоскости количество проекций  $N \geq \pi D/\varphi$ , где  $\varphi$  – желаемое угловое разрешение, а  $D$  – диаметр объекта,  $\varphi=1/\omega_b$ . Число проекций  $N_{BR} = \pi D/\varphi$  назовем числом Брейсуэлла, Риддла. Неполное заполнение области пространственных частот в пределах радиуса с граничной частотой  $\omega_b$  требует экстраполяции решения, а значит – нелинейных методов обработки.

**Томографический подход** к задаче восстановления томограммы, как правило, сводится к нескольким основным вычислительным схемам (см., напр., [4, 5]): фурье-синтезу, суммированию фильтрованных обратных проекций и фильтрации суммарного изображения. На методе интегральных преобразований Радона основывается большинство разнообразных алгоритмов томографии, которые достаточно подробно описаны в [6]. Однако все эти алгоритмы, как правило, требуют большого числа проекций, слабо противодействуют искажениям томограммы при уменьшении числа проекций, достаточно трудны в вычислительном отношении. Более

привлекательными являются итерационные алгоритмы с нелинейными ограничениями [7, 8], введение в схему которых различной априорной информации не представляет существенных затруднений.

**Основное отличие радиоастрономического подхода** к решению проблемы – это введение процедуры *чистки двумерной области грязной карты* (томограммы или суммарного изображения проекций) с использованием *синтезированного луча* (*Synthesized Beam – SB*, или *Summary Point Spread Function – SPSF*) с целью устранения искажений, возникающих вследствие наличия у него боковиков (sidelobes SL) в виде расходящихся веером ножевых лучей, применение радиоастрономических реализаций итерационных алгоритмов с нелинейными ограничениями [7] ST-CLEAN (standard CLEAN) [9] и TC-CLEAN (Trim Contour CLEAN) [10] в составе общего метода 2-CLEAN DSA (Determination of the permissible Solutions Area) [11 – 14] определения области допустимых решений для томографической задачи. В процессе развития радиоастрономического подхода к задаче при ограниченном наборе проекций было выполнено исследование сходимости [15, 11] для алгоритмов чистки [9, 10]. Кроме того, существовала необходимость предварительного исследования поведения алгоритма TC-CLEAN в различных практических ситуациях, на что было указано в [16], а также существовала неопределенность с выбором величины усиления  $\lambda$  даже для алгоритма ST-CLEAN [9], а специфика томографической задачи и геометрия SB существенно отличались от радиоастрономических задач апертурного синтеза. Наличие расходящихся лучей-боковиков у SB в томографической задаче означает, что внутренняя структура двумерного объекта исследуется не игольчатым лучом, а лучом, в котором уровень боковиков (SLL – sidelobes level) тем больше, чем меньше имеется проекций, а следовательно и ножевых лучей. Указанная причина объясняет искажения, отклики на боковики – артефакты, возникающие на суммарном изображении. При числе проекций  $N \geq N_{BR}$  они становятся незначительными, а с уменьшением количества проекций искажения существенно возрастают. Из геометрии синтезированного луча на плоскости (x,y) видно (см. рис.2), что уровень боковиков для 4 проекций составляет 0.25 от величины пика в центральной части. Это объясняется тем, что при суммировании четырех ножевых лучей их интенсивность в месте пересечения возрастает в 4 раза. Заметим, что

если, к примеру, диаметр объекта  $D \sim 360$  arc sec и требуемое угловое разрешение  $\sim 28$  arc sec, то количество проекций  $N_{BR} = 40$ . При этом интенсивность боковиков синтезированного луча спадает до уровня  $0.25/10 = 0.025$  и искажения на суммарном изображении незначительны. При компьютерном моделировании [15] была показана возможность восстановления распределения яркости объектов при обстоятельствах, когда количество проекций составляет  $\sim 0.1$  от необходимого числа, согласно Брейсуэллу ( $N \sim 0.1 N_{BR}$ ) даже в условии расположения углов наблюдения лишь в секторе, равном  $77^\circ$ , в то время, как сектор  $103^\circ$  совершенно пустой. При этом принципиальным является то обстоятельство, что радиоастрономический подход к реконструкции позволяет получить решение в полном 2D наборе пространственных частот  $\{0, \omega_b\}$  без введения априорных спектральных ограничений. Наличие информации о какой-либо части спектра решения способствует либо улучшению качества реконструкции, либо смягчает требования к необходимому числу проекций.

В настоящей работе сделано обобщение процесса решения при радиоастрономическом подходе для томографической задачи с ограниченным набором проекций. В хронологическом порядке перечислен вклад различных исследователей в решение проблемы, показана роль метода 2-CLEAN DSA в приложении к экспериментальным задачам и его место в сравнении с другими известными методами.

**Радиоастрономический подход рассматривает проблему, как решение уравнения свертки:**

$$g = h * f (+ \text{noise}), \quad (1)$$

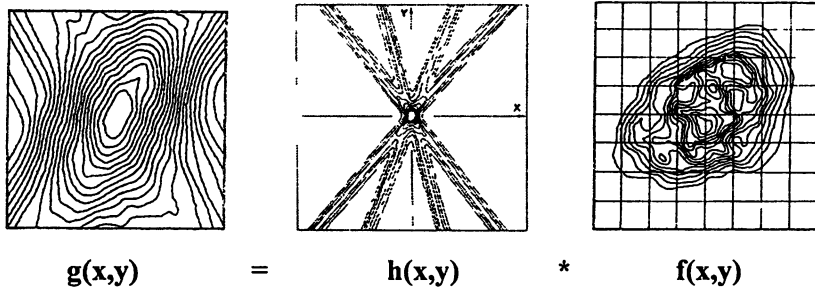


Рис. 1. Иллюстрация к процессу свертки

где  $f(x,y)$  – распределение яркости объекта,  $h(x,y)$  – SB из ножевых лучей,  $g(x,y)$  – суммарное изображение объекта.

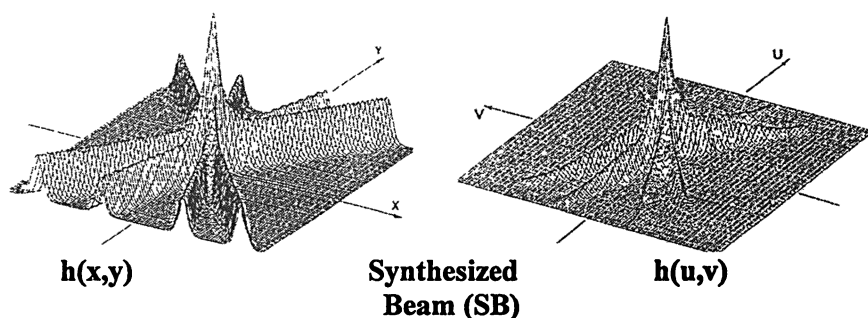


Рис. 2. Синтезированный луч ( $N = 4$ ,  $\theta_1 = 105^\circ$ ,  $\theta_2 = 127^\circ$ ,  $\theta_3 = 230^\circ$ ,  $\theta_4 = 249^\circ$ ; изображение на  $(u,v)$ -плоскости показывает обширные незаполненные области; углы расположены лишь в секторе  $77^\circ$ , сектор  $103^\circ$  – пустой)

Поскольку уравнение (1) является уравнением Фредгольма I рода типа свертки, то требуется найти решение обратной некорректно поставленной задачи. Возникают вопросы существования, единственности и устойчивости решения [17]. Весьма привлекательными для решения задачи реконструкции изображений являются итерационные алгоритмы с нелинейными ограничениями, математическое обоснование применения которых для восстановления изображений, наряду с изложением физической сущности проблем, наиболее полно и хорошо описано в [18]. В указанной монографии, пожалуй, впервые в доступной форме была показана общая идеология принципа восстановления с введением как можно большего числа ограничений. Формализованное математическое описание численных методов, используемых для реконструкции, изложено в [19].

**Общая схема итерационного алгоритма с нелинейными ограничениями:**

$$f^{k+1} = r_\alpha C f^k + \lambda (g - h C f^k), \quad (2)$$

где  $\lambda$  – параметр усиления в итерации (параметр сжатия) [7, 8, 18] (интервал изменения  $\lambda$  в общем случае ( $0 < \lambda < 2/\max h(u,v)$ )),  $C = C_1 C_2 \dots C_n$  – ограничения,  $g_\alpha$  – стабилизатор. Решение уравнения (1) с использованием итерационных алгоритмов с нелинейными ограничениями можно упрощенно представить, как разложение в ряд обратного оператора, где собственные значения определяются параметром  $\lambda$ . Заметим, однако, что структура реализаций алгоритмов значительно сложнее. К примеру, в алгоритме TC-CLEAN, кроме параметра  $\lambda$  и установленного уровня контура TC (Trim Contour level) используется масштабирующий коэффициент, который индивидуален для каждой итерации. В итоге итерационный процесс включает не одну, а две пары БПФ в каждой итерации, что обеспечивает, однако, быструю сходимость: в то время, как для одинаковой модели (см. рис.5) ST-CLEAN выполняет более 300 итераций, алгоритм TC-CLEAN производит лишь 17 итераций. Проблема реконструкции итерационными алгоритмами с ограничениями относится к задачам, которые в строгом математическом плане могут рассматриваться методом проекций на выпуклые множества (см., например, [18]), и в некоторых случаях в отсутствие шума вопрос о единственности решения может быть выяснен теоретически. Известно, что при введении ряда ограничений (на пространственную протяженность, при знании низкочастотной составляющей спектра и в отсутствие шумов) в задачах восстановления изображений и сигналов применяется итерационный алгоритм Гершберга–Папулиса [20], который позволяет восстановить «отрезанные» системой формирования спектральные составляющие. Однако задача томографической реконструкции при ограниченном числе проекций требует исследования возможности восстановления двумерной структуры именно вследствие ограничения числа проекций, которое можно выполнить лишь при использовании компьютерного моделирования. Кроме того, реконструкция распределения яркости предполагает отсутствие каких-либо ограничений на спектр пространственных частот в широком интервале  $\{0, \omega_b\}$ . Заметим, что и обстоятельства покрытий Крабовидной туманности Луной, которые можно представить как постепенное покрытие объекта краем плоского экрана, позволяют регистрировать весь спектр пространственных частот, в случае лунных покрытий лишь сверху ограниченный зоной Френеля. И, наконец, поскольку для исключения откликов от боковиков синтезированного луча



целесообразно было применить специально разработанные для этой цели радиоастрономические алгоритмы, необходимо было провести исследование возможностей применения алгоритмов и сходимости решения для томографической задачи. Вопрос выбора коэффициента  $\lambda$  был не совсем понятен, а алгоритм TC-CLEAN [10], который давал надежду на улучшение реконструкции протяженных областей, нуждался, однако, в предварительной апробации в различных практических ситуациях [16].

### Моделирование. Исследование сходимости решений двумя алгоритмами.

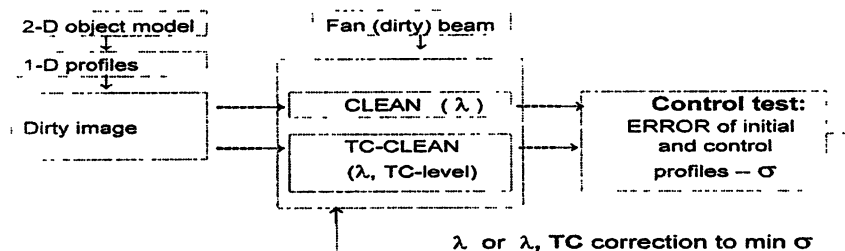
Следуя обобщенному подходу [21], задача эквивалентна минимизации функционала:

$$\Phi[f] = \Phi_0[f] + C[f, \lambda_1, \lambda_L] + \alpha \Omega[f], \quad (3)$$

где  $\Phi_0[f]$  – функционал-критерий (мера качества); в нашей задаче мерой качества является норма ошибки исходных и контрольных профилей  $\sigma$  (в общем случае в этой роли может выступать, например, энтропия, или другие информационные критерии),  $C[f, \lambda]$  – ограничения (например, уравнения формирования  $g = h*f + n$ , неотрицательность решения  $f'(x,y) \geq 0$ , если известно, что  $f(x,y) \neq 0$  в каком-то интервале  $x \in (a, b)$ ,  $y \in (c, d)$  или что  $f(\omega)$  на  $u,v$ -плоскости =  $f(\omega)$  при  $\omega \leq \omega_b$  и  $f(\omega) = 0$  при  $\omega > \omega_b$ , возможен также вариант знания априорной информации о спектре решения  $f(\omega) = f(\omega)$  при  $\omega \in (\Delta\omega_i)$ ,  $f(\omega) = 0$  при  $\omega \notin (\Delta\omega_i)$  в общем интервале пространственных частот  $\{0, \omega_b\}$ ),  $\Omega[f]$  – стабилизирующий функционал для устойчивости к шумам,  $\alpha$  – стабилизирующий множитель. Проблеме стабилизации, то есть тому, что касается последнего слагаемого  $\alpha\Omega[f]$ , уделялось большое внимание, например в [18], поэтому вопрос здесь почти не рассматривается. Отметим, что решение задачи может быть в общем случае сформировано на основе трех методов: методом Тихонова, методом невязки, методом квазирешений [19]. В нашей задаче невязкой является норма ошибки  $\sigma$  исходных и контрольных проекций. Естественно, что исходные профили должны проходить процедуру фильтрации, начального сглаживания, исходя из размеров ножевых лучей, что может быть выполнено и по Тихонову. Выбранная нами мера качества соответствует решению по невязке. В случае

возникновения неустойчивости, что весьма вероятно в ряде случаев для алгоритма ST-CLEAN, в [15] было предложено использовать комбинацию метода невязки и метода квазирешений, включающего статистический подход.

Сходимость решений при минимизации  $\sigma$  (ошибки исходных и контрольных 1D профилей) с изменением параметров  $\lambda$  и TC исследовалась нами в работе [15] для каждого из алгоритмов с использованием блок-схемы, показанной на рис. 3.



### SOLUTION CONVERGENCE RESEARCH:

$$\min_{\sigma} \{1D_{1,\dots,N}(\text{initial}), 1D_{1,\dots,N}(\text{control})\} (\lambda, TC)$$

Рис. 3. Блок-схема исследования сходимости и моделирования двумя алгоритмами

В работе [15] описаны также последствия необоснованного выбора параметров  $\lambda$  и TC. На рис. 4 приведены графики, которые иллюстрируют достижение минимальной погрешности  $\sigma$  при коррекции  $\lambda$  (ST-CLEAN) или  $\lambda$ , TC (TC-CLEAN) для каждого алгоритма.

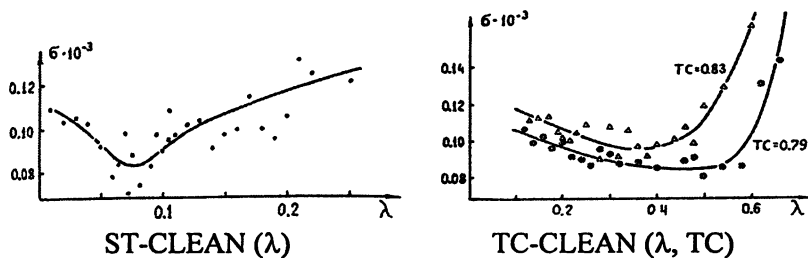


Рис. 4. Ошибка исходных и контрольных профилей  $\sigma$  ( $\lambda$ ) для каждого из алгоритмов

Процесс моделирования на объекте сложной структуры, включающей как протяженные, так и более компактные компоненты различных пространственных масштабов, иллюстрируют рис. 5 и 6. Как известно, алгоритм ST-CLEAN формирует решение из суммы пиков, следовательно результат является экстремальным, наиболее острым вариантом, допустимым в рамках установленных ограничений. С другой стороны, TC-CLEAN аккумулирует результат, начиная с наиболее протяженных компонентов, в результате следствием является также экстремальное, наиболее сглаженное («тупое») решение в рамках тех же установленных ограничений [11].

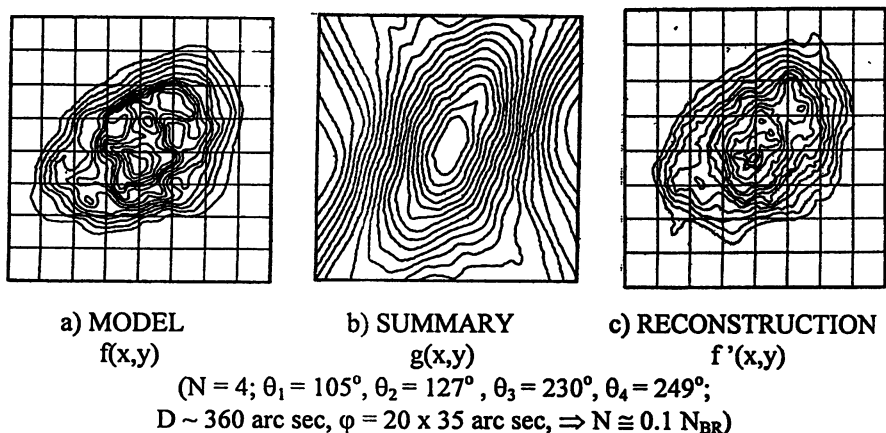
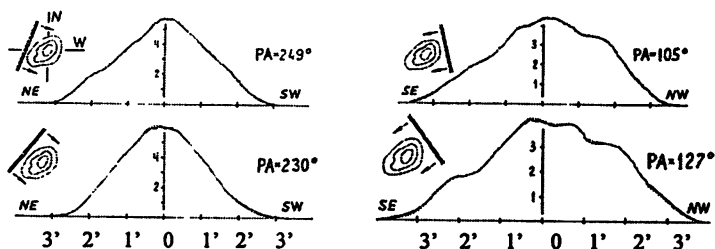


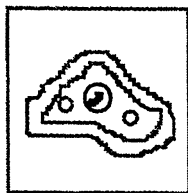
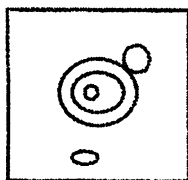
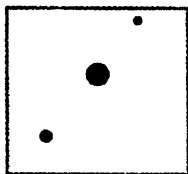
Рис. 5. Иллюстрации к процессу моделирования: а) исходная модель  $f(x,y)$ ; б) суммарное изображение  $g(x,y)$ ; в) результат реконструкции  $f'(x,y)$  для TC-CLEAN



1D initial and control PROJECTIONS ( $N = 4$ ) by SIMULATION on the TEST OBJECT

Рис. 6. Иллюстрации к процессу моделирования: исходные, полученные с модели  $f(x,y)$ , и контрольные (показаны пунктиром), полученные с решения  $f'(x,y)$ , одномерные профили

Как было показано в [11], объект, состоящий из импульсов ( $\delta$ -функций), может быть успешно восстановлен методом ST-CLEAN. Результаты практически сходятся для простого объекта (см. рис. ниже в разрезе текста), состоящего из отдельных компонентов, однако TC-CLEAN эффективнее в вычислительном отношении. Для профилей гладкой структуры лишь с низкими холмиками, решение  $f^*(x,y)$  может быть получено [11] как на основе сглаженных компонентов (TC-CLEAN), так и из более обособленных компонентов (ST-CLEAN). ST-CLEAN увеличивает контраст мелких компонентов, однако более протяженный основной фон понижается вследствие «оврагов». Если минимальная невязка  $\min \sigma$  (ST-CLEAN)  $\cong$   $\min \sigma$  (TC-CLEAN) (см. пример рис. 4 для моделирования на рис.5 и 6), то *решения* для двух алгоритмов *формально эквивалентны*. В итоге мы должны: а) либо *предположить существование целого класса допустимых решений* в интервале между *сглаженным и острым* вариантами, б) либо отдать *предпочтение результату*, соответствующему физическим свойствам объекта на основании имеющейся *априорной информации*.



Отметим, что если при сложной структуре объекта различия двух экстремальных вариантов решений в условии одинаковой погрешности исходных и контрольных проекций становятся столь велики, что между ними наблюдается лишь слабая корреляция, то это означает, что в эксперименте необходимо либо увеличить число используемых проекций  $N$ , либо понизить желаемое угловое разрешение, т.е. верхнюю граничную частоту  $\omega_c$ . В [11] было предложено проводить исследование области допустимых решений для сложной структуры объектов в задачах радиоастрономии и томографии при ограниченном числе проекций с помощью двух алгоритмов. Несколько позднее, в 1996 году [23], этот метод, включающий также и процесс предварительного моделирования, получил название 2-CLEAN DSA, которое закрепилось за ним в дальнейших работах [13, 14, 24].

На рис.7. представлены особенности накопления решения алгоритмами ST-CLEAN и TC-CLEAN с увеличением номера

итерации, а также вид модулей спектров решений  $F(u,v)$  в зависимости от пространственной частоты. В случае простых изображений спектры решений, полученные двумя алгоритмами, практически полностью совпадают, в сложных случаях происходит перераспределение энергии: некоторое смещение спектра ST-CLEAN в область более высоких пространственных частот. Следует подчеркнуть, что возможно лишь небольшое перераспределение, так как процесс происходит в рамках различных установленных ограничений. Кроме того, говорить об одинаковом угловом разрешении изображений, полученных двумя алгоритмами, правомерно лишь при неизменной граничной частоте  $\omega_b$ .

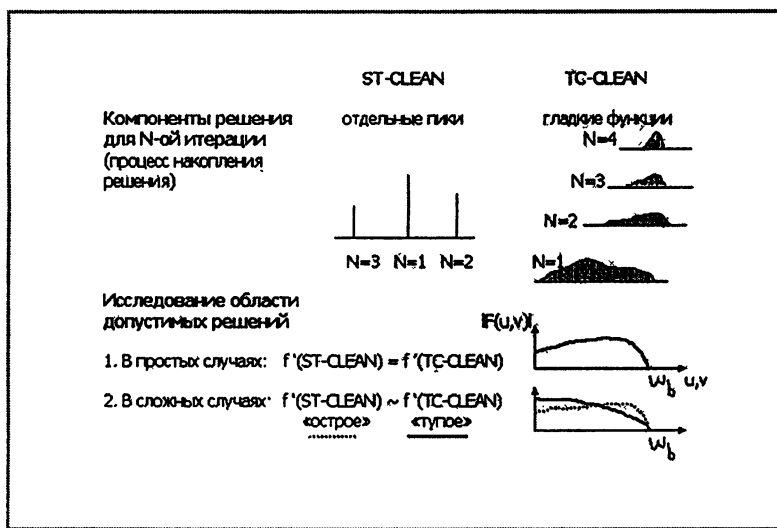


Рис. 7. Иллюстрация к итерационному процессу для алгоритмов ST-CLEAN и TC-CLEAN

Рис. 8 иллюстрирует накопление решения алгоритмом TC-CLEAN в области пространственных частот. Процесс начинается с наиболее низкочастотных, протяженных компонентов; в дальнейшем в область допустимых ограничений втягиваются все более высокочастотные составляющие. Первым приближением к решению  $f^1(x,y)$  является область суммарного распределения яркости в пределах приспособленного контура. Рис. 8 иллюстрирует также возможное перераспределение энергии при сложных случаях, когда для

определения области допустимых решений используется метод 2-CLEAN DSA, включающий два алгоритма реконструкции. Кроме того, на этом же графике условно изображено решение в интервале  $\Delta\omega_i$ , которое получается при подходе к задаче [4, 5] методом Гершберга–Папулиса [20 – 22]. Рис.8 наглядно иллюстрирует отличие возможностей метода решения, представленного в известных монографиях [4, 5], предполагающего априорное знание спектра искомого решения, от радиоастрономического подхода. Главное преимущество предложенного и исследованного нами в 1989 году метода [15] с использованием алгоритмов чистки, – это получение решения в широкой полосе пространственных частот.

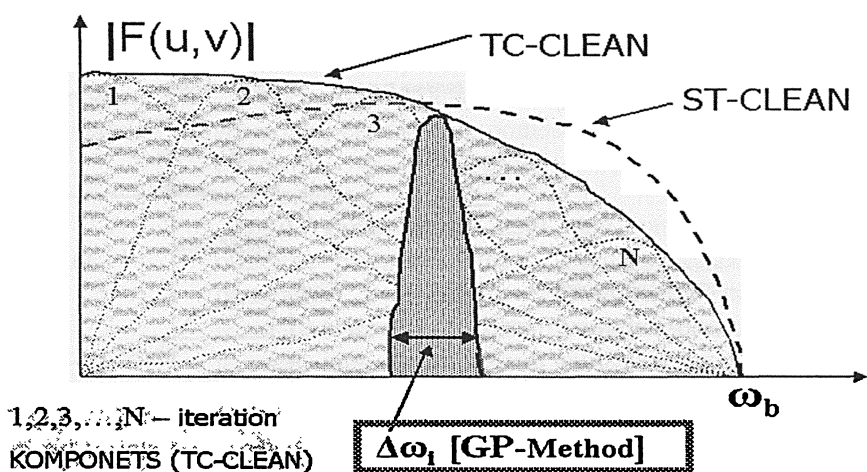


Рис.8. Иллюстрации–схемы к процессу получения решений:

- i) процесс накопления решения алгоритмом TC-CLEAN (1,2,3,...,N – компоненты итераций);
- ii) небольшое перераспределение энергии по спектру при определении области допустимых решений методом 2-CLEAN DSA с помощью двух алгоритмов: ST-CLEAN и TC-CLEAN;
- iii) решение, полученное в узком интервале  $\Delta\omega_i$ , которое иллюстрирует описанный в [4, 5] подход к задаче с использованием метода Гершберга–Папулиса

Кроме того, при сравнении следует обратить внимание на то, что в упомянутых монографиях [4, 5] подход к решению не использует синтезированный луч, а также никакие кардинальные способы устранения откликов от его боковых. Процесс включает итерационную процедуру с введением нелинейных ограничений (неотрицательность решения, финитность, спектральные ограничения, и т.д.) с целью последовательной подгонки контрольных проекций к исходным, однако в целом решение сводится к фильтрации. Следует, тем не менее, заметить, что описанный в [4] и [5] подход для целого ряда задач может быть полностью оправдан и обеспечивает достаточно хорошее решение, но при априорном знании характерных размеров восстанавливаемых пространственных компонентов и при условии их сходства между собой.

**Примеры реконструкции по экспериментальным данным.  
Покрывтия Крабовидной туманности Луной.**

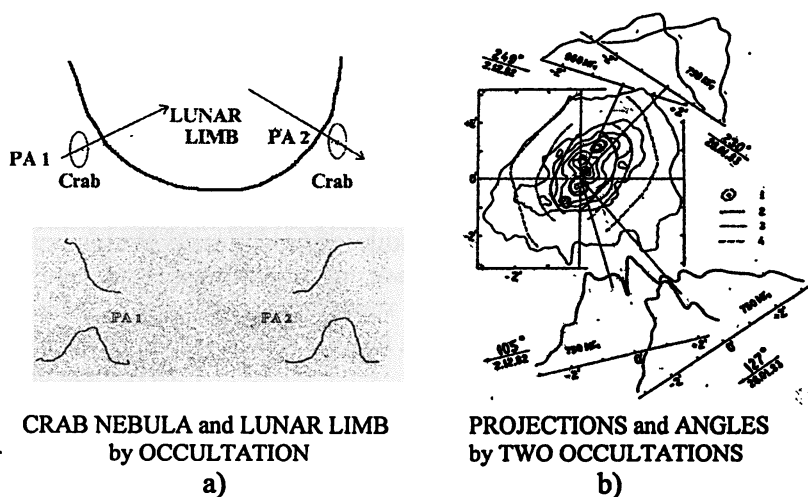


Рис. 9. а) Схема покрытия: лунный диск и Крабовидная туманность, ниже – интегральные и дифференциальные кривые изменения интенсивности; б) расположение проекций в соответствии с углами обстоятельств двух лунных покрытий

Наблюдения покрытий Крабовидной туманности Луной детально описаны в [25, 26]. Реконструкция с помощью алгоритма ST-CLEAN, полученная на раннем этапе работы, представлена в [27].

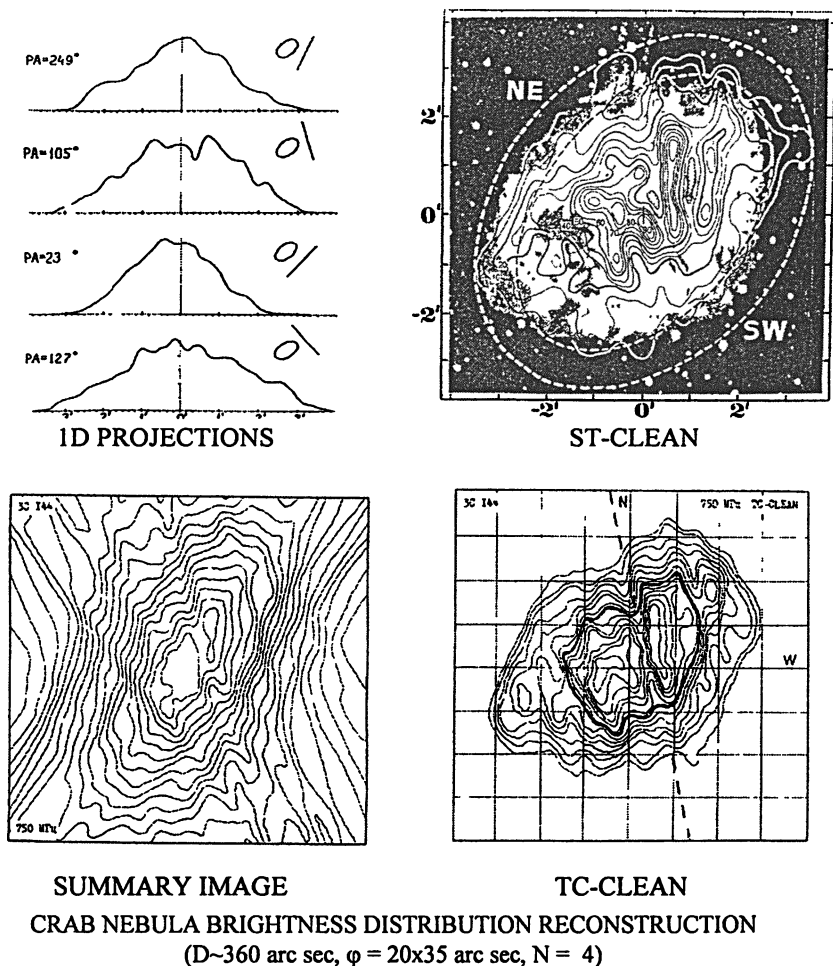


Рис.10. Иллюстрации к реконструкции распределения яркости Крабовидной туманности алгоритмами ST-CLEAN и TC-CLEAN по четырем проекциям двух лунных покрытий на частоте 750 МГц



Проведение численного моделирования и исследований возможностей восстановления [15, 11] позволили выполнить более качественную реконструкцию распределения яркости Крабовидной туманности [28] с исследованием границ области допустимых решений при использовании метода 2-CLEAN DSA. Обсуждение восстановленной структуры представлено в работах [28 – 30]. На рис. 9 слева показана условная схема обстоятельств покрытия Крабовидной туманности Луной, а также вид интегральных и дифференциальных кривых изменений интенсивности, справа показано расположение проекций в соответствии с углами обстоятельств покрытий 1982 и 1983 годов. Отметим, что проекции, полученные на частоте 750 МГц, имеют очень высокое отношение сигнала к шуму (около 2% от максимальной интенсивности профилей), поскольку для наблюдений использовался расположенный в Евпатории 70-метровый радиотелескоп РТ-70. Проекция, суммарное изображение, полученные результаты реконструкции [28] методом 2-CLEAN DSA при использовании двух алгоритмов чистки ST-CLEAN и TC-CLEAN иллюстрирует рис. 10.

Определены пределы области допустимых решений от наиболее острого (ST-CLEAN) до наиболее сглаженного варианта (TC-CLEAN), допустимые в рамках заданных ограничений. В то время как ST-CLEAN повысил контраст мелких компонентов, и распределение яркости имеет значение для выявления мелких деталей, карта, полученная с помощью TC-CLEAN, находится в большей согласии с известной априорной информацией о структуре туманности. В целом два распределения яркости имеют сильное сходство, подобны в основных деталях, обладают большой корреляцией. Угловое разрешение карты 20x35 секунд дуги (размер клеточки сетки на карте 60x60 сек дуги).

На рис. 11 показан пример реконструкции распределения яркости Крабовидной туманности по пяти профилям покрытий на частоте 178 МГц [28]. Два первых профиля относятся к покрытию 1982 года, третий и четвертый к 1983 году, пятый профиль использован от центрального покрытия 1974 года. Поскольку отношение сигнала к шуму в этом примере значительно хуже, угловое разрешение карты составило лишь 45x65 сек дуги. Вследствие высокой погрешности исходных экспериментальных одномерных профилей исследование

области допустимых решений двумя алгоритмами не представляло интерес. Реконструкция выполнена методом TC-CLEAN.

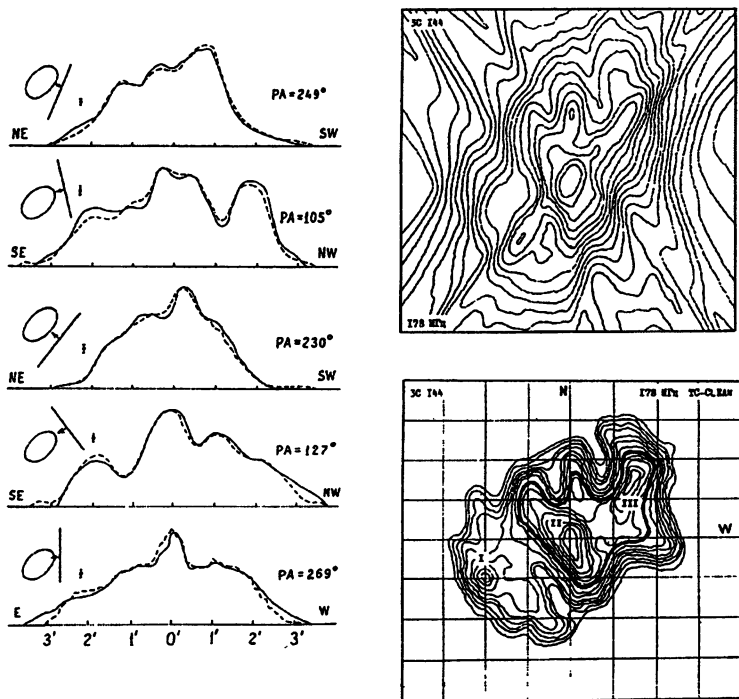


Рис.11. Иллюстрации к реконструкции распределения яркости Крабовидной туманности по пяти проекциям трех лунных покрытий на частоте 178 МГц (проекции, суммарное изображение, реконструкция TC-CLEAN)

**Обсуждение.** Сопоставление радиоастрономического подхода к восстановлению с известной по монографиям [4, 5] реконструкцией для ограниченного числа проекций методом Гершберга–Папулиса (GP) [20, 21] показывает, что приведенный там метод восстановления является, на первый взгляд, частным случаем изложенного здесь

подхода, и старается обеспечить итерационную подгонку решения, исходя из соответствия исходных и контрольных профилей, благодаря введению весьма существенного спектрального ограничения в узкой полосе пространственных частот  $\Delta\omega_1$ . Использование априорной информации о сильно ограниченном спектре является фактически восстановлением при априорном знании размеров и единообразия компонентов решения на двумерной плоскости, что схематично иллюстрирует рис.12. Это означает, что энергии спектра, содержащейся в 1D проекциях больше будет некуда деваться, как только распределиться определенным образом на 2D плоскости, втягиваясь в область спектральных ограничений  $\Delta\omega_1$ , удовлетворяя при этом области всех прочих введенных ограничений. Можно было бы и оставить это только как частный случай, однако было бы правильнее начинать использовать сильнодействующее средство  $\Delta\omega_1$  лишь после устранения основной причины заболевания, то есть искажений на грязной карте, решить первостепенную задачу, ликвидировать причину болезни, то есть отклики на боковики, и уже далее применять лекарство – априорное знание о спектре.

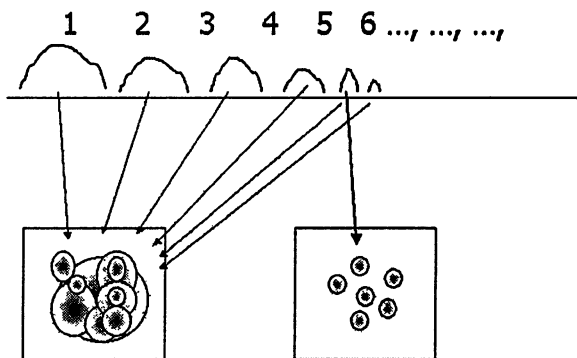


Рис.12. Условная схема радиоастрономического подхода к задаче методом 2-CLEAN DSA (слева) в широком диапазоне пространственных частот (с компонентами 1,2,3,...) и методом GP, предполагающего априорное знание спектрального интервала (справа)

Такими рассуждениями мы постарались показать *общий характер метода 2-CLEAN DSA*, который можно рассматривать как *универсальный алгоритм* для данной задачи, использующий *широкий спектр пространственных частот (WSFB)* и легко адаптирующийся к введению в структуру дополнительных ограничений.

Метод 2-CLEAN DSA позволяет в сложных случаях определить, как правило, слабо изменяющиеся границы решения от тупого до острого варианта. Введение спектральных ограничений  $\Delta\omega_i$  в интервале пространственных частот  $\{0, \omega_b\}$  может заставить энергию 1D профилей перераспределиться в априорно желаемые пространственные частоты 2D-области. Если в предложенном методе реконструкции полного спектра  $\{0, \omega_b\}$  необходимое количество проекций  $N$  оценено, как  $\sim 0.1 N_{BR}$ , то введение жесткого спектрального ограничения может этот коэффициент очень существенно дополнительно снизить. Конкретные оценки возможно получить лишь с помощью компьютерного моделирования.

Ошибочная априорная информация о  $\Delta\omega_i$  может приводить в некоторых случаях к реконструкции ложных компонентов, и ошибочное 2D решение иногда может быть достигнуто, энергия процесса перетянута в эти компоненты, однако наверняка с существенно большей ошибкой контрольных и исходных проекций.

*Статистический подход* к томографическим задачам, направленный на исследование влияния шумов, изложен в работах [31, 32]. Поскольку из теории статистических решений следует, что никакая обработка первичных данных не может увеличить содержащуюся в них информацию, напрашивается естественный вывод о том, что поиск оптимальных решений должен вроде бы ориентироваться непосредственно на радоновские образы, то есть на проекции или их спектры. Однако при изучении сложных объектов всегда осуществляется восстановление изображения и анализируется именно томографическое изображение, а не образ в пространстве Радона. Это связано с тем, что для решения задачи обычно привлекаются люди, обладающие определенными

профессиональными знаниями, которые были получены ими в результате изучения соответствующих эталонных изображений, то есть обладающие неким априорным знанием, априорной информацией об образах. Интересен ответ на вопрос: следует ли в этих условиях восстанавливать изображения или целесообразнее осуществить требуемый анализ по радоновскому образу? *Статистический подход в классическом варианте решения томографической задачи дает ответ, что целесообразнее работать с радоновскими образами* [31]. Доказательством является то положение, что если ориентироваться на восстановление изображения, то для обеспечения той вероятности распознавания, которая достигается при использовании радоновских образов, необходимо отношение сигнала к шуму увеличить в 1.21 раза. В итогах работы [31] сделан вывод о том, что для изученной ситуации (т.е. при классическом подходе, примечание автора) целесообразнее работать непосредственно с радоновскими образами. Рассмотренный радиоастрономический подход с использованием априорной информации, то есть с введением ограничений, что по сути эквивалентно использованию упомянутого выше знания людей – профессионалов, приводит к кардинальному изменению ситуации. *В итоге совершенно очевидно, почему при введении ограничений целесообразно анализировать именно качественно восстановленное двумерное изображение или его двумерный спектр, которые удастся получить при радиоастрономическом подходе.*

Статистический подход к решению проблемы с использованием метода максимальной энтропии, других информационных критериев (максимума информации, и т.д.) в высшей степени эффективен при наличии импульсных компонентов в условии слабых сигналов. На практике это широко используется в ряде медицинских задач, а также в астрофизике и других областях.

Все выше сказанное – это развитие общей идеологии использования и введения в процесс решения задачи наибольшего количества априорной информации в контексте развития тезиса Гордона [1], с которого мы начали изложение. Общие положения такого подхода наиболее полно сформулированы в монографии [18], в которой сделан следующий вывод. «Количественная оценка влияния различных ограничений на сужение класса допустимых решений делает в общем случае оценку меры неопределенности решения

чрезвычайно сложной из-за нелинейного характера ограничений. Математические трудности вынуждают отказаться от глобального решения проблемы. Имеются только некоторые случаи, для которых возможно получить определенные результаты. Введение ограничений приводит к сужению области допустимых решений, а количественную оценку этого сужения можно получить лишь на основе практических результатов». Приведенные утверждения находятся в полном согласии с предложенным подходом.

Метод 2-CLEAN DSA прошел апробацию в эксперименте, обсуждался в процессе своего развития на многих отечественных и международных конференциях: ВНИИОФИ 87 [33], Иркутск 86 [34], Ташкент 89 [35], СТ'93 [29], URSI 93 [12], ADASS'96 [13, 23] в NRAO, ADASS'97 [14, 36] в ESA, JENAM 2000 [24]. В итоге метод 2-CLEAN DSA на основе радиоастрономического подхода к решению томографической задачи при ограниченном наборе проекций, как нам представляется, является в настоящее время перспективным способом ее решения для целого ряда случаев, кроме того он прост в вычислительном отношении, удовлетворяет общим требованиям, предъявляемым к алгоритмам реконструкции: позволяет легко вводить разнообразные дополнительные ограничения, структура его легко адаптируется. Указанные качества позволяют использовать метод 2-CLEAN DSA в качестве универсального для широкого круга задач и простого в вычислительном отношении средства для моделирования перспективных томографических систем, исследования возможностей реконструкции структуры объектов, обработки данных реального эксперимента. Радиоастрономический подход к решению проблемы и разработанный метод 2-CLEAN DSA позволил в итоге создать **информационно-вычислительную технологию** реконструкции, распознавания, анализа изображений малоракурсной томографии (ИВТ РРАИ МТ) для широкой полосы пространственных частот – сокращенно **ICT 2-CLEAN DSA** (Information Computerized Technology).

### Выводы.

1. Реконструкция распределения яркости при ограниченном числе проекций ( $N < N_{BR}$ ) в широкой полосе пространственных частот (WSFB – wide space frequency band)  $\{0, \omega_b\}$ , не может

быть названа по-настоящему успешной без удаления откликов от боковых синтезированной диаграммы, а также без предварительной оценки возможностей реконструкции с использованием компьютерного моделирования (при установленных параметрах: числе проекций  $N$ , распределении углов  $\theta_i$ , других возможных ограничениях) для вероятных вариантов структуры объекта.

2. Показано, что реконструкция распределения яркости при WSFB  $\{0, \omega_b\}$  методом 2-CLEAN DSA возможна при наличии числа проекций  $N$ , равного лишь  $\sim 0.1$  от  $N_{BR}$ , необходимого наименьшего количества проекций согласно Брейсуэллу–Риддлу при классическом томографическом подходе. Метод 2-CLEAN DSA предложен для определения области допустимых решений.
3. На основе метода 2-CLEAN DSA разработана **информационно-вычислительная технология** (Information Computerized Technology) реконструкции, распознавания, анализа изображений малоракурсной томографии (ИБТ РРАИ МТ) в широкой полосе пространственных частот – сокращенно **ICT 2-CLEAN DSA**. Технология включает процедуру удаления откликов от боковых синтезированного луча, соответствующего условиям задачи, с возможностью приложения двух алгоритмов чистки, либо каждого в отдельности, либо и того и другого для проведения предварительного компьютерного моделирования, исследования области допустимых решений, реконструкции по экспериментальным данным.
4. Разработанный подход к решению томографической задачи при ограниченном числе проекций базируется практически исключительно на работах радиоастрономов, следовательно, и разработанная технология может носить название «**радиоастрономическая**».

Технология ICT 2-CLEAN DSA может иметь приложение в самых различных областях, некоторые из которых перечислены во введении. В следующих работах будут представлены еще несколько технологий, разработанных на основе метода 2-CLEAN DSA, а также рассмотрены потенциальные возможности применения метода.

**Существенный вклад в решение томографической задачи при ограниченном числе проекций и в создание технологий ICT 2-CLEAN DSA внесли следующие работы радиоастрономов.**

1. Работа (Bracewell, Riddle, 1967) [3] – классическая в томографии и радиоастрономии, в которой показано, что при числе проекций  $N \geq \pi D / \varphi$ , где  $D$  – диаметр исследуемой области, а  $\varphi$  – желаемое угловое разрешение, восстановление распределения яркости можно считать полным (эквивалентно заполнению суммарной передаточной функцией системы формирования всей UV-плоскости до радиуса  $\omega_b$ ).
2. Использование синтезированного луча Synthesised Beam SB (или Summary Point Spread Function) и удаление откликов от боковых SB в виде расходящихся лучей [15, 33, 27, 37]. Следует отметить, что работа (Maloney, Gottesman, 1979) [37] с использованием синтезированной диаграммы из ножевых лучей является поистине пионерской, хотя и выполнена без необходимого обоснования решения.
3. Алгоритмы чистки: ST-CLEAN (Hogbom, 1974) [9] и TC-CLEAN (Steer, Dewdney & Ito, 1984)[10], являющиеся радиоастрономическими реализациями итерационных алгоритмов с нелинейными ограничениями.
4. Исследование сходимости решений (Агафонов, Подвойская, 1989) [15], а также компьютерное моделирование для выяснения возможностей реконструкции и особенностей применения в томографической задаче с ограниченным числом проекций алгоритмов чистки ST-CLEAN [9] и TC-CLEAN [10] в широкой полосе пространственных частот  $\{0, \omega_b\}$ .
5. Метод определения области допустимых решений (Агафонов, Подвойская, 1990) [11], возможных в рамках установленных ограничений, от «острого» до «тупого» вариантов, при помощи двух вариантов алгоритма чистки (ST-CLEAN и TC-CLEAN) для задач радиоастрономии и томографии.



6. **Method 2-CLEAN DSA (Agafonov, 1996, 1997) [13, 14, 23, 36]** – метод решения томографической задачи при ограниченном числе проекций в широкой полосе пространственных частот, представлен на конференциях URSI 93 [12], ADASS'96 [13, 23], ADASS'97 [14, 36], JENAM 2000 [24].
7. **Реконструкция по данным эксперимента (Агафонов, Иванов, Подвойская, 1990) [28]** распределения яркости Крабовидной туманности на основе четырех профилей двух лунных покрытий с определением наиболее острого и наиболее тупого вариантов решений, возможных в рамках заданных ограничений.

Заметим, что наиболее ранние пионерские работы, связанные с получением информации о двумерной структуре Крабовидной туманности по профилям лунных покрытий, относятся к концу шестидесятых годов и выполнены Л.И.Матвеевко [38, 39].

**Автор выражает благодарность** К.С.Станкевичу – за основополагающую инициативу проведения наблюдений лунных покрытий Крабовидной туманности 1982, 1983 гг., а также В.П.Иванову, И.Т.Бубукину, армянским коллегам А.М. Асланяну, А.Г. Гуляну, Р.М. Мартиросяну, без вклада которых в успешное проведение наблюдений покрытий на 70-метровом радиотелескопе РТ-70 в Евпатории, настоящая работа не получила бы необходимый исходный импульс. Особой благодарности достойна О.А.Подвойская за проявленное терпение к занудной настойчивости автора настоящей работы и неоценимую помощь при проведении бесконечной серии вычислений, которая легла в основу работы 1989 года по исследованию сходимости алгоритмов. Хочется высказать теплые слова О.И.Шаровой, полезный обмен мнениями с которой стимулировал изложение проблемы в настоящей работе, а также Е.Н.Виняйкину и П.А.Фридману, ценная информация которых о публикации Стира и др., и монографии «Восстановление изображений» оказалась весьма своевременной. Глубокий поклон авторам упомянутой монографии, Г.И.Василенко и А.М.Тараторину, с которыми после публикации поистине бесценной книги завязалась дружеская переписка. Многие разделы монографии оказались в

высшей степени полезны, а ряд сформулированных в ней положений нашел отражение и в настоящей работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Gordon, R. Reconstruction from projections in medicine and astronomy. In: van Schoonveld, C. and Holland, D., Image Formation from Coherence Functions in Astronomy, Dordrecht: Reidel Publ. Co., 1978, p.317-325. (На русском: в книге - Построение изображений в астрономии по функциям когерентности, под.ред. К.Ван Схонвелда, русск. текст – под ред. Л.И.Матвеевко, Москва: Мир, 1982, с.306-313).
2. Smith, K.T., Solmon, D.C., Wagner, S.L. Practical and mathematical aspect of reconstructing objects from radiographs. Bull. Amer. Math. Soc., 1977, p.1227-1270.
3. Bracewell, R.N., Riddle A.C. Inversion of fan-beam scans in radioastronomy, *Astrophys.J.*, 1967, v.150, p.427-434. . . .
4. Левин Г.Г., Вишняков Г.Н. Оптическая томография. – Москва: Радио и связь, 1989. – 224 с.
5. Пикалов В.В., Мельникова Т.С., Томография плазмы. – Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1995. – 229с. – (Низкотемпературная плазма. Т.13).
6. ТИИЭР, 1983, т. 71, N3, Реконструктивная вычислительная томография: Тем. вып.- 192 с.
7. Шафер Р., Мерсеро Р., Ричардс М. Итерационные алгоритмы восстановления сигналов при наличии ограничений. ТИИЭР, 1981, т.69, N 4, с. 432.
8. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. – Москва: Мир, 1988. – 488 с.
9. Hogbom, J.A. Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines. *Astron.Astroph, Suppl.Ser.*, 1974, v.15, N3, p.417-426.
10. Steer, D.G., Dewdney, P.E., Ito, M.R. Enhancements to the deconvolution algorithm “CLEAN”. *Astron.Astrophys.*, 1984, v.137, N2, p.159-165.
11. Агафонов М.И., Подвойская О.А. Восстановление двумерного распределения яркости с использованием двух вариантов алгоритма CLEAN при ограниченном числе проекций в

- радиоастрономии и томографии. Известия ВУЗов – Радиофизика, 1990, т.33, N10, с.1185-1187.
12. Agafonov M.I. Deconvolution with few strip-integrated projection: CLEAN and Trim Contour CLEAN Application. Abstract of 24 th General assembly of the International Union of Radio Science. Kyoto, 1993, p.454.
  13. Agafonov M.I. Image reconstruction with few strip-integrated projections: enhancements by application of versions of the CLEAN algorithm. In the Book: Astronomical Data Analysis Software and Systems VI. ASP Conference Series, San Francisco, Vol. 125, 1997, p.202-205. Edited by G. Hunt and H.E. Payne. (<http://www.cv.nrao.edu/adass/adassVI/agafonovm.html>; by the use of “AltaVista” search: “Astronomical Few Projections Tomography”).
  14. Agafonov M.I. Determination of the permissible solutions area by image reconstruction from a few projections: method 2-CLEAN DSA. In the Book: Astronomical Data Analysis Software and Systems VII. ASP Conference Series, San Francisco, Vol. 145, 1998, p.58-62. Edited by R. Albrecht, R.N. Hook and H.A. Bushouse. (<http://www.stsci.edu/stsci/meetings/adassVII/agafonovm.html>; by the use of “AltaVista” search: “Astronomical Few Projections Tomography”).
  15. Агафонов М.И., Подвойская О.А. Восстановление двумерного распределения яркости итерационными алгоритмами при ограниченном количестве сканов ножевым лучом. Известия ВУЗов – Радиофизика, 1989, т.32, N6, с.742-752.
  16. Cornwell, T.J., Deconvolution. In: Synthesis imaging. Course notes NRAO Summer School, Socorro, New Mexico, ed. Perley R.A. et al., 1985, p.109-147.
  17. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – Москва: Наука, 1986. –288с.
  18. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. – Москва: Радио и связь, 1986. – 304с.
  19. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. – Киев: Наук. Думка, 1986. –584с.
  20. Papoulis A. A new algorithm in spectrum analysis and band-limited extrapolation. IEEE Trans., 1975, v. CAS-22, p.735-742.
  21. Gerchberg R.W. Superresolution through error energy reduction. Optica Acta, 1974, v.21, N9, p.709-720.

22. Defrise M., De Mol C.A. A regularized iterative algorithm for limited-angle inverse Radon transform. *Optica Acta*, 1983, v.30, N4, p.403-408.
23. Agafonov M.I. Image reconstruction with few strip-integrated projections: enhancements by application of versions of the CLEAN algorithm. Abstract of the Astronomical Data Analysis Software and Systems (ADASS'96) Conference, Charlottesville, Virginia, USA, 1996, p.50-51.
24. Agafonov M.I. The foreshortened reconstructive tomography (method 2-CLEAN DSA) for the 2-D high angular resolution reconstruction in astronomy. Abstracts of the 9-th European and 5-th Euro-Asian Astronomical Society Conference (Joint European and National Astronomical Meeting – JENAM), 2000, MGU, Moscow, Russia, p.170.
25. Агафонов М.И., Асланян А.М., Барабанов А.П., Бубукин И.Т., Гулян А.Г., Иванов В.П., Мартиросян Р.М., Малышев И.А., Станкевич К.С., Столяров С.П. Результаты радиоастрономических наблюдений покрытия Луной Крабовидной туманности 2 декабря 1982 г. *Письма в Астрономический журнал*, 1984, т.10, N 10, с.730-736.
26. Агафонов М.И., Асланян А.М., Барабанов А.П., Бубукин И.Т., Гулян А.Г., Иванов В.П., Мартиросян Р.М., Малышев И.А., Станкевич К.С., Столяров С.П. Результаты радиоастрономических наблюдений покрытия Луной Крабовидной туманности 26 января 1983 г. *Астрофизика АН Арм. ССР*, 1984, т.21, с.283-288.
27. Агафонов М.И., Асланян А.М., Гулян А.Г., Иванов В.П., Мартиросян Р.М., Подвойская О.А., Станкевич К.С. Радиоизображение Крабовидной туманности на частоте 750 МГц. *Письма в Астрономический журнал*, 1986, т.12, N4, с.275-280.
28. Агафонов М.И., Иванов В.П., Подвойская О.А. Радиоизображения Крабовидной туманности по данным лунных покрытий. *Астрономический журнал*, 1990, т.67, N3, с.549-560.
29. Agafonov M.I., Stankevich K.S. Images Reconstruction of cosmic objects with few strip-integrated projections their lunar occultations. Abstract of International Symposium on

- Computerized Tomography. Ed. M.M.Lavrent'ev. Novosibirsk, 1993, Inst. Theor. Appl. Mechanics, p.11.
30. Agafonov M.I., Stankevich K.S. Crab Nebula mapping by the Lunar occultations observations: structure and the envelopes. In the Book: Radioemission from the stars and the sun. ASP Conference Series, San Francisco, Vol. 93, 1996, p.147-149. Edited by A.R. Taylor and J.M. Paredes.
  31. Троицкий И.Н. О сравнении вероятностей распознавания томографических изображений и образов в пространстве Радона. Автометрия, 1987, N2, с.94-99.
  32. Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии. – Москва: Радио и связь, 1989. –240с
  33. Агафонов М.И., Подвойская О.А. Восстановление изображений итерационными алгоритмами при редком заполнении UV-плоскости системой формирования из ножевых лучей. Тез. докладов 13 Всесоюзной научно-технической конференции Высокоскоростная фотография, фотоника и метрология быстропротекающих процессов. ВНИИОФИ, Москва, 1987, с.114.
  34. Агафонов М.И., Подвойская О.А. О выборе параметров стандартной чистки при построении карты по стрип-распределениям. Тезисы докладов ХУШ Всесоюзной конференции «Радиотелескопа и интерферометры», Иркутск, 1986, с.154-155.
  35. Агафонов М.И., Подвойская О.А., Станкевич К.С. Алгоритмы чистки (CLEAN) для восстановления изображений в радиоастрономии при ограниченном числе проекций. Тез. докладов IV Всесоюзного симпозиума по вычислительной томографии, Ташкент, 1989, с.60-61.
  36. Agafonov M.I. Determination of the permissible solutions area by image reconstruction from a few projections: method 2-CLEAN DSA. Abstract of the Astronomical Data Analysis Software and Systems (ADASS'97) Conference, Sonthofen, Germany, 1997, P1:01.
  37. Maloney, F.P., Gottesman, S.T. Lunar occultation observation of the Crab Nebula. *Astrophys.J.*, 1979, v.234, p.485-492.
  38. Матвеевко Л.И. Распределение радиояркости в Крабовидной туманности на частоте 535 МГц. *Астрономический журнал*, 1968, т.45, N1, с.160-165.

39. Матвеевко Л.И. Распределение радиояркости в Крабовидной туманности на волне 32.5 см. *Астрономический журнал*, 1969, т.46, N2, с.250-259.

В приведенном библиографическом списке подчеркнуты работы, результаты которых внесли существенный вклад в решение проблемы.

17 января 2003

Agafonov M.I.

**FEW PROJECTIONS TOMOGRAPHY. I.  
RADIOASTRONOMICAL APPROACH TO THE PROBLEM  
AND METHOD 2-CLEAN DSA**

Reprint № 476 R – Nizhny Novgorod: NIRFI, 2003, 30p.

The Radioastronomical approach to the problem, the main elements of which were described and published in 1989-1990, is being summarized. The basis of it makes the solution to the deconvolution problem for a two-dimensional (2D) plane with the use of Synthesized Beam (SB). To remove the distortion of the tomogram occurring because of the SB sidelobes influence realizations of the iterations algorithms with non-linear constraints well-known in radioastronomy as CLEAN are used. The reconstruction takes place when the components of the solution are drawn into the area of permissible constraints. The results received earlier, and namely the research of the solution convergence, the use of two variants of CLEAN algorithm (ST-CLEAN and TC-CLEAN) to determine the permissible area of solutions, are being summarized. Worked out finally, the reconstruction method 2-CLEAN DSA allows to carry out 2D recognition in a wide space frequency band  $\{0, \omega_b\}$ , constrained only by the upper frequency  $\omega_b$ , when the number of projections contains only  $\sim 0.1$  of the number needed for the usual tomography approach. The method applied by the reconstruction of the experimental data was presented at the national and international conferences. It easily adapts to the wide range of additional constraints. The method is recommended as a universal means to find the solution to a large number of various problems. The method is the foundation of the proposed information-computerized technology (ICT) of the images reconstruction, recognition and analysis (IRRA) for the few projections tomography (FPT) 2-CLEAN DSA (briefly ICT 2-CLEAN DSA). It is based exclusively on the papers published by radioastronomers. The contribution of all researchers is individually described

Key Words: radioastronomy, few projections tomography, inverse problem, images reconstruction and analysis, pattern recognition, synthesized beam, 2-CLEAN DSA method, discrete mathematics, iterative algorithms, non-linear constraints, computer simulation, information-computerized technology, remote sensing, contactless monitoring.

Агафонов Михаил Игоревич

Томография при ограниченном числе проекций. I.  
Радиоастрономический подход к проблеме  
и метод 2-CLEAN DSA

---

Подписано в печать 20.01.2003 г. Формат 60 x 84/16.

Бумага писчая. Объем 1,87 усл. п. л.

Тираж 100. Заказ 5525.

---

Отпечатано в НИРФИ

Нижний Новгород, ул.Большая Печерская, 25