

Научно-исследовательский радиофизический институт
Министерства образования Российской Федерации

Препринт № 497

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ
ПО ТИПАМ УПРУГИХ ВОЛН,
ВОЗБУЖДАЕМЫХ В ТВЕРДОМ
ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ
ПОДПОВЕРХНОСТНЫМ ГАРМОНИЧЕСКИМ
СИЛОВЫМ ИСТОЧНИКОМ**

А. В. Разин

Нижний Новгород 2004

Разин А. В.

Распределение мощности излучения по типам упругих волн, возбуждаемых в твердом полупространстве подповерхностным гармоническим силовым источником // Препринт N 497. — Нижний Новгород: НИРФИ, 2004. 19 с.

УДК 534.232 ÷ 550.834

Методом преобразований Фурье решена задача о возбуждении продольных, поперечных и поверхностных рэлеевских волн точечным гармоническим силовым источником, расположенным в однородном изотропном идеально упругом полупространстве и действующим вдоль нормали к его поверхности. Методом реакции излучения без применения каких-либо приближений получены выражения для средних за период мощностей излучения перечисленных волн. Подробно исследованы особенности распределения излучаемой мощности по различным типам волн в зависимости от соотношения между их скоростями и глубины расположения источника. Это распределение важно при разработке систем сейсмического зондирования грунта и неразрушающего контроля материалов, а также при рассмотрении рассеяния упругих волн на точечном подповерхностном включении в полупространстве в борновском приближении метода возмущений. Установлено, что при удалении источника от поверхности полупространства мощность излучения волны Рэлея возрастает, достигает максимума, а затем экспоненциально спадает. Мощности излучения продольной и поперечной волн сначала уменьшаются с ростом глубины расположения источника, достигают своих минимумов, а затем после нескольких осцилляций приближаются к значениям, соответствующим безграничной упругой среде. При глубине расположения источника, равной приблизительно 38% длины поперечной волны в твердой среде, волна Рэлея уносит более 90% всей излучаемой мощности.

© Научно-исследовательский радиофизический институт

Задачи, связанные с возбуждением упругих волн в твердых средах, представляют интерес как для изучения природы естественных сейсмических явлений, так и для разработки методов сейсмического зондирования грунта и неразрушающего контроля материалов. Важные для практики вопросы генерации и распространения упругих волн возникают уже в рамках наиболее простой модели, когда твердое тело представляет собой однородное изотропное идеально упругое полупространство. Здесь, в первую очередь, следует отметить проблему создания сейсмических источников с заданными характеристиками направленности излучения и с требуемым распределением излучаемой мощности по типам упругих волн.

Очевидно, что находящиеся на поверхности твердого тела и расположенные на некоторой глубине под ней сейсмические источники будут значительно отличаться по характеристикам создаваемого ими излучения. Главным образом, это касается возбуждения поверхностных волн Рэлея.

Энергетические характеристики упругих волн, возбуждаемых в однородном твердом полупространстве поверхностными силовыми источниками, изучены в настоящее время достаточно полно [1–5]. В качестве подповерхностного источника обычно рассматривается центр расширения (центр давления). Распределение мощности излучения по типам упругих волн в твердом полупространстве для гармонического центра расширения рассмотрено в [6]. В работе [7] вычислены энергии излучения продольных, поперечных и рэлеевских волн для импульсного монополюсного источника в полуограниченной упругой среде. Случай точечного импульсного источника, обладающего произвольной диаграммой направленности исследован в статье [8].

Сейсмические поля, создаваемые в упругих средах импульсными силовыми поверхностными и подповерхностными источниками исследовались методами контурного интегрирования в многочисленных работах (см., например, [9–11] и цитированную там литературу). Однако энергетические характеристики сейсмоизлучения при этом не вычислялись. Гармонические силовые

источники, действующие в упругом полупространстве, ранее, по-видимому, не рассматривались. Настоящая работа восполняет этот пробел.

Здесь методом преобразований Фурье решена задача о возбуждении упругих волн точечным гармоническим силовым источником, расположенным в однородном изотропном твердом полупространстве и действующим вдоль нормали к его поверхности. Без применения каких-либо приближений методом реакции излучения получены выражения для средних за период волны мощностей излучения продольной, поперечной и поверхностной рэлеевской волн. Проанализированы особенности распределения мощности излучения по различным типам волн в зависимости от глубины расположения источника и соотношения между скоростями продольной и поперечной волн.

Итак, пусть плоскость $z = 0$ цилиндрической системы координат r, φ, z совпадает с поверхностью однородного изотропного твердого тела, занимающего полупространство $z > 0$ и характеризуемого плотностью ρ и скоростями продольной c_l и поперечной c_t волн. На глубине $z = h$ под началом координат действует точечная гармоническая сила циклической частоты ω , направленная вдоль оси z .

Необходимо отметить, что для естественных подповерхностных источников (очагов землетрясений) должны выполняться условия равенства нулю полной действующей силы и полного вращательного момента [10, 12]:

$$\vec{F} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}(\vec{r}, t) d^3\vec{r} = 0,$$

$$\vec{M} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\vec{r} \times \vec{f}) d^3\vec{r} = 0,$$

где \vec{r} — радиус-вектор. Вопрос о физической реализации введенной выше модели силового сейсмического источника выходит за рамки настоящей статьи. Укажем лишь, что это может

быть сейсмодвижитель, установленный внутри полости малых по сравнению с длинами излучаемых упругих волн размеров, или сила, действующая вдоль стенок узкой вертикальной скважины.

Смещения \vec{u} в твердом теле описываются неоднородным уравнением Ламэ:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} - \mu \Delta \vec{u} = f_0 \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - h) e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

В (1) λ и μ — параметры Ламэ, f_0 — амплитуда приложенной силы и δ — символ дельта-функции Дирака.

Нетрудно показать (см., например, [13, с. 391]), что интегрируя уравнение (1) по z в пределах от $h - \zeta$ до $h + \zeta$ и переходя к пределу $\zeta \rightarrow 0$, можно получить граничное условие для вертикальных компонент тензора напряжений на горизонте приложения силы $z = h$:

$$\sigma_{zz}^{(0)} - \sigma_{zz} = f_0 \frac{\delta(r)}{2\pi r}, \quad z = h. \quad (2)$$

Здесь и ниже индекс "0" соответствует слою $0 < z < h$, а величина без индекса — полупространству $z > h$. При этом смещения в твердой среде будут описываться однородным уравнением Ламэ. Кроме того, при $z = h$ должны выполняться условия равенства вертикальных и горизонтальных компонент вектора смещений, а также касательных компонент тензора напряжений:

$$u_z^{(0)} = u_z, \quad u_r^{(0)} = u_r, \quad \sigma_{rz}^{(0)} = \sigma_{rz}. \quad (3)$$

На свободной поверхности твердого тела выполняются условия равенства нулю касательных и вертикальных компонент тензора напряжений:

$$\sigma_{rz}^{(0)} = 0, \quad \sigma_{zz}^{(0)} = 0. \quad (4)$$

В области $0 < z < h$ введем скалярный $\psi_0^{(+)}$ и векторный $\vec{A}^{(+)}$ потенциалы, соответствующие волнам, распространяю-

щимся в положительном направлении оси z . Волны, распространяющиеся против оси z , будем описывать потенциалами $\psi_0^{(-)}$ и $\vec{A}_0^{(-)}$. При $z > h$ смещения определяются потенциалами ψ и \vec{A} . С учетом цилиндрической симметрии задачи векторные потенциалы запишем в виде

$$\vec{A}_0^{(+),(-)} = A_0^{(+),(-)} \vec{e}_\varphi, \quad \vec{A} = A \vec{e}_\varphi,$$

где \vec{e}_φ — орт оси φ . Смещения связаны с потенциалами соотношениями:

$$\vec{u}_0^{(+),(-)} = \text{grad } \psi^{(+),(-)} + \text{rot } \vec{A}_0^{(+),(-)}, \quad 0 < z < h,$$

$$\vec{u} = \text{grad } \psi + \text{rot } \vec{A}, \quad z > h.$$

Кроме того, на векторные потенциалы наложены условия калибровки

$$\text{div } \vec{A}_0^{(+),(-)} = \text{div } \vec{A} = 0.$$

Для потенциалов справедливы следующие волновые уравнения:

$$\Delta \psi_0^{(+),(-)} - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 \psi^{(+),(-)}}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta A_0^{(+),(-)} - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 A_0^{(+),(-)}}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

$$\Delta \psi - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta A - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0. \quad (6)$$

Решая уравнения (5), (6) с граничными условиями (2)–(4) методом преобразований Фурье и учитывая цилиндрическую симметрию задачи представим потенциалы в виде (временной фактор $\exp(-i\omega t)$ опущен):

$$\psi_0^{(+)} = \int_0^\infty \tilde{\psi}_0^{(+)}(k) e^{i\kappa_1 z} J_0(kr) k dk, \quad (7)$$

$$\psi_0^{(-)} = \int_0^\infty \tilde{\psi}_0^{(-)}(k) e^{-i\kappa_1(z-h)} J_0(kr) k dk, \quad (8)$$

$$A_0^{(+)} = \int_0^{\infty} \bar{A}_0^{(+)}(k) e^{i\kappa_t z} J_1(kr) k dk, \quad (9)$$

$$A_0^{(-)} = \int_0^{\infty} \bar{A}_0^{(-)}(k) e^{-i\kappa_t(z-h)} J_1(kr) k dk, \quad (10)$$

$$\psi = \int_0^{\infty} T_l(k) e^{i\kappa_l(z-h)} J_0(kr) k dk, \quad (11)$$

$$A = \int_0^{\infty} T_t(k) e^{i\kappa_t(z-h)} J_1(kr) k dk, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_0^{(+)}(k) = & \frac{f_0}{4\pi\rho\omega^2 R_0(k)} \left\{ \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \kappa_l \kappa_t \right] e^{i\kappa_l h} - \right. \\ & \left. - 4k^2 (2k^2 - k_t^2) e^{i\kappa_t h} \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\bar{\psi}_0^{(-)}(k) = -\frac{f_0}{4\pi\rho\omega^2}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_0^{(+)}(k) = & -\frac{ikf_0}{4\pi\rho\omega^2 \kappa_t R_0(k)} \left\{ \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \kappa_l \kappa_t \right] e^{i\kappa_l h} + \right. \\ & \left. + 4\kappa_l \kappa_t (2k^2 - k_t^2) e^{i\kappa_t h} \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\bar{A}_0^{(-)}(k) = \frac{ikf_0}{4\pi\rho\omega^2 \kappa_t}, \quad (16)$$

$$T_l(k) = \frac{f_0}{4\pi\rho\omega^2} + \bar{\psi}_0^{(+)}(k) e^{i\kappa_l h}, \quad (17)$$

$$T_t(k) = \frac{ikf_0}{4\pi\rho\omega^2 \kappa_t} + \bar{A}_0^{(+)}(k) e^{i\kappa_t h}. \quad (18)$$

Здесь $J_0(kr)$ и $J_1(kr)$ — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков,

$$\kappa_{l,t} = \sqrt{k_{l,t}^2 - k^2}, \quad k_{l,t} = \frac{\omega}{c_{l,t}}, \quad R_0(k) = (2k^2 - k_t^2)^2 + 4k^2 \kappa_l \kappa_t.$$

Для сходимости интегралов (7)–(12) при $z \rightarrow \infty$ необходимо считать, что

$$\sqrt{k_{l,t}^2 - k^2} = i \left| \sqrt{k^2 - k_{l,t}^2} \right| \quad \text{при } k > k_{l,t}.$$

Отметим, что выражения (14), (16) и первые слагаемые в (17), (18) соответствуют полю излучения точечного силового источника в безграничной упругой среде.

В дальнейшем нас будут интересовать мощности излучения продольных, поперечных и рэлеевских волн. Для гармонического осесимметричного источника среднее за период волны значение полной излучаемой мощности дается выражением:

$$W = -\pi \operatorname{Re} \left[i\omega \int_0^\infty f^*(r) u_z(r, h) r dr \right], \quad (19)$$

где $f(r)$ — давление, создаваемое источником на плоскости $z = h$, и звездочка означает комплексное сопряжение. В нашем случае

$$f(r) = f_0 \frac{\delta(r)}{2\pi r}. \quad (20)$$

Подставим в (19) давление (20) и вертикальные смещения $u_z(r, h)$ в виде интегралов Фурье–Бесселя. Это позволит выполнить интегрирование по r и записать излучаемую мощность в виде интеграла по волновому числу k :

$$W = \frac{f_0^2}{8\pi\rho\omega} \operatorname{Re} \int_0^\infty \left\{ (k^2 + \kappa_l \kappa_t) R_0(k) - 8k^2 \kappa_l \kappa_t (2k^2 - k_t^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h} + \right. \\ \left. + [(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \kappa_l \kappa_t] (\kappa_l \kappa_t e^{2i\kappa_l h} - k^2 e^{2i\kappa_t h}) \right\} \frac{k dk}{\kappa_t R_0(k)}. \quad (21)$$

Вклад в реальную часть интеграла (21) дают те участки пути интегрирования, где подынтегральная функция действительна, а также полувычет в лежащем на действительной оси полюсе подынтегрального выражения. Этот полюс определяется из решения уравнения $R_0(k) = 0$ и соответствует поверхностной волне Рэлея.

Нетрудно видеть, что при $k > k_t$ подынтегральная функция в (21) чисто мнимая, причем в этой области лежит рэлеевский полюс $k = k_R$. Интегрирование в (21) дает суммарную мощность излучения продольной и поперечной волн. Мощность поверхностной волны Рэлея W_R пропорциональна полувычету в полюсе $k = k_R$:

$$W_R = W_R^{(0)} \zeta_R(h), \quad (22)$$

где

$$W_R^{(0)} = -\frac{f_0^2 \omega^3 k_R \sqrt{k_R^2 - k_t^2}}{4\rho c_t^4 R_0'(k_R)} \quad (23)$$

— мощность волны Рэлея, возбуждаемой поверхностным источником [14, 15], и функция

$$\zeta_R(h) = \left[\left(2 \frac{k_R^2}{k_t^2} - 1 \right) e^{-\sqrt{k_R^2 - k_t^2} h} - 2 \frac{k_R^2}{k_t^2} e^{-\sqrt{k_R^2 - k_t^2} h} \right]^2 \quad (24)$$

определяет зависимость мощности от глубины, на которой находится источник. В (23) введено обозначение

$$R_0'(k_R) = \left. \frac{dR_0(k)}{dk} \right|_{k=k_R} = 2 \frac{k_t^6 (4k_R^2 - k_t^2) - 8k_R^6 (k_t^2 - k_l^2)}{k_R (2k_R^2 - k_t^2)^2}.$$

Отметим, что выражение (23) для мощности излучения рэлеевской волны, возбуждаемой поверхностным силовым источником, значительно короче и проще, чем соответствующие выражения, полученные в [1, 3] путем подсчета потока мощности через поверхность полубесконечного цилиндра, содержащего источник внутри себя.

Перейдем к вычислению мощности излучения объемных волн. Поскольку $k_l < k_t$, то, очевидно, интегрирование в (21) по k от k_l до k_t не может описывать мощность излучения продольной волны. Интегрирование по данному интервалу дает часть мощности излучения поперечной волны. Выделяя в интеграле (21) реальную часть для интервала $k_l < k < k_t$, имеем:

$$\begin{aligned}
 W_t^{(2)} = \frac{f_0^2}{4\pi\rho\omega} \int_{k_l}^{k_t} \frac{k^3}{\kappa_t |R_0(k)|^2} & \left\{ (2k^2 - k_t^2)^4 \sin^2 \kappa_t h + \right. \\
 + 16k^4 q_l^2 \kappa_t^2 \cos^2 \kappa_t h + 4q_l \kappa_t (2k^2 - k_t^2)^2 & \times \\
 \times (q_l \kappa_t e^{-2q_l h} - k^2 \sin 2\kappa_t h) + 4q_l \kappa_t (2k^2 - k_t^2) e^{-q_l h} & \times \\
 \left. \times [(2k^2 - k_t^2)^2 \sin \kappa_l h - 4k^2 q_l \kappa_t \cos \kappa_t h] \right\} dk. & \quad (25)
 \end{aligned}$$

В (25)

$$|R_0(k)|^2 = (2k^2 - k_t^2)^4 + 16k^2 q_l^2 \kappa_t^2,$$

где $q_l = \sqrt{k^2 - k_l^2}$.

Аналогичный (25) вид должно иметь выражение для мощности излучения поперечной волны на участке интегрирования $0 < k < k_l$. Выделяя в (21) конструкцию, соответствующую (25), получаем:

$$\begin{aligned}
 W_t^{(1)} = \frac{f_0^2}{4\pi\rho\omega} \int_0^{k_l} \frac{k^3}{\kappa_t R_0^2(k)} & \left\{ (2k^2 - k_t^2)^4 \sin^2 \kappa_t h + \right. \\
 + 16k^4 \kappa_l^2 \kappa_t^2 \cos^2 \kappa_t h + 4(2k^2 - k_t^2)^2 \kappa_l^2 \kappa_t^2 & + \\
 + 4(2k^2 - k_t^2)^3 \kappa_l \kappa_t \sin \kappa_l h \sin \kappa_t h - & \\
 \left. - 16(2k^2 - k_t^2) k^2 \kappa_l^2 \kappa_t^2 \cos \kappa_l h \cos \kappa_t h \right\} dk. & \quad (26)
 \end{aligned}$$

Оставшаяся часть мощности на участке интегрирования $0 < k < k_l$ относится к продольной волне:

$$W_l = \frac{f_0}{4\pi\rho\omega} \int_0^{k_l} \frac{k\kappa_l}{R_0^2(k)} \left\{ (2k^2 - k_t^2)^4 \cos^2 \kappa_l h + 16k^4 \kappa_l^2 \kappa_t^2 \sin^2 \kappa_l h + \right. \\ \left. + 4(2k^2 - k_t^2)^2 k^4 + 4(k_t^2 - 2k^2)k^2 \left[(2k^2 - k_t^2)^2 \cos \kappa_l h \cos \kappa_t h - \right. \right. \\ \left. \left. - 4k^2 \kappa_l \kappa_t \sin \kappa_l h \sin \kappa_t h \right] \right\} dk. \quad (27)$$

Выражения (27), (26) и (25) для мощностей излучения продольной и поперечной волн были получены без использования каких-либо приближений. Эти же выражения можно получить путем вычисления потока мощности через поверхность полусферы большого по сравнению с длиной волны радиуса, содержащей источник внутри себя. Для этого необходимо предварительно получить приближенные выражения для смещений в волновой зоне. В интегралах (11), (12) следует заменить функции Бесселя на функции Ханкеля, причем для последних использовать асимптотику при больших значениях аргумента [10, 13, 16, 17]. Переходя под интегралами к сферической системе координат $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$, $\theta = \arccos(z/r)$ и применяя метод перевала, получим выражения для скалярного и векторного потенциалов смещений в волновой зоне. Эти выражения позволяют вычислить смещения и, затем, плотности потоков мощности излучения в продольных и поперечных волнах. Мощности излучения W_l и W_t даются интегралами от плотностей потоков мощности по углу θ в пределах от $\theta = 0$ до $\theta = \pi/2$. Для поперечной волны указанный интервал интегрирования разбивается на две части точкой $\theta_0 = \arcsin c_t/c_l$, так что $W_t = W_t^{(1)} + W_t^{(2)}$.

Заменой переменной интегрирования $k = k_l \sin \theta$ выражение для W_l переводится в (27). Заменой $k = k_t \sin \theta$ выражения для $W_t^{(1)}$ и $W_t^{(2)}$ переводятся соответственно в (26), (25). Таким образом, формула (26) описывает мощность излучения

поперечной волны в области пространства $0 < \theta < \theta_0$, а формула (25) — в области $\theta_0 < \theta < \pi/2$.

При нулевой глубине источника, $h \rightarrow 0$, формулы (25)–(27) переходят в известные [1] выражения.

Перейдем к количественным оценкам. При проведении численных расчетов удобно представить выражения для мощностей излучения волн различных типов в виде [1]

$$W_i = \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi \rho c_i^3} \bar{W}_i,$$

где \bar{W}_i — безразмерные численные коэффициенты (индекс “ i ” принимает значения l, t, R и обозначает тип волны). Зависимости численных коэффициентов $\bar{W}_l, \bar{W}_t, \bar{W}_R$ и

$$\bar{W}_{\text{tot}} = \bar{W}_l + \bar{W}_t + \bar{W}_R,$$

относящихся соответственно к продольной, поперечной, рэлеевской волнам и к полной излучаемой мощности, от приведенной глубины источника $\bar{H} = H/\lambda_t$ (λ_t — длина поперечной волны) представлены на рис. 1. Расчеты выполнены для случая $n = c_t/c_l = 1/\sqrt{3}$ (при этом в твердой среде равны параметры Ламэ λ и μ). Для поверхностного источника имеем

$$\bar{W}_l(0) = 0,333; \quad \bar{W}_t(0) = 1,2455; \quad \bar{W}_R(0) = 3,2578,$$

что совпадает с известными результатами [1]. При этом на долю волны Рэля приходится $\zeta_R \approx 67,4\%$ всей излучаемой мощности, а на доли продольной и поперечной волн — соответственно $\zeta_l \approx 6,9\%$ и $\zeta_t \approx 25,7\%$. Зависимости мощностей излучения упругих волн от глубины расположения источника являются немонотонными. Мощность излучения волны Рэля при удалении источника от поверхности нарастает, достигает максимума, а затем экспоненциально убывает. Мощности излучения продольной и поперечной волн сначала уменьшаются с ростом глубины источника и достигают минимумов на глубинах,

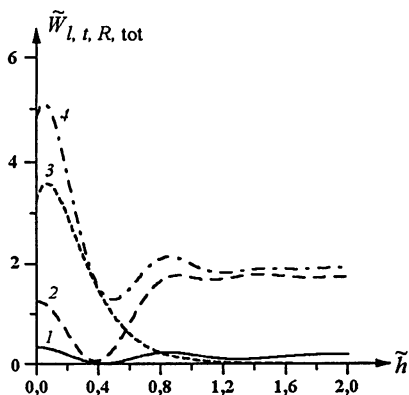


Рис. 1. Зависимости мощностей излучения продольной (1), поперечной (2), рэлеевской (3) волн и полной излучаемой мощности (4) от глубины расположения источника при $n = c_t/c_l = 1/\sqrt{3}$

равных приблизительно половине длины поперечной волны. Затем после нескольких осцилляций их значения приближаются к численным величинам

$$\bar{W}_l^* = \frac{1}{6}, \quad \bar{W}_t^* = \frac{c_l^3}{3c_t^3},$$

соответствующим формулам

$$W_l^* = \frac{f_0^2 \omega^2}{24\pi \rho_2 c_l^3}, \quad W_t^* = \frac{f_0^2 \omega^2}{12\pi \rho_2 c_t^3}$$

для мощности излучения продольных и поперечных волн в безграничной упругой среде. При этом величина \bar{W}_l в полупространстве осциллирует вблизи уровня, который чуть ниже, чем значение \bar{W}_l^* в безграничной среде. Величина \bar{W}_t при $h \gg \lambda_t$ всегда превышает \bar{W}_t^* .

Отметим, что для данной модели источника численное значение мощности излучения продольной волны, возбуждаемой поверхностным источником в упругом полупространстве, всегда больше значения мощности излучения в безграничной среде. Для поперечной волны имеет место обратное соотношение.

Аналогичный вид имеют зависимости приведенных мощностей излучения \tilde{W}_l , \tilde{W}_t и \tilde{W}_R при других значениях отношения скоростей продольных и поперечных волн (рис. 2, 3). При этом графики $\tilde{W}_l(\tilde{h})$ имеют довольно сложный осцилляторный характер (рис. 4). Значения величин \tilde{W}_t , \tilde{W}_R и полной приведенной мощности \tilde{W}_{tot} всюду возрастают при уменьшении параметра n (рис. 5–7).

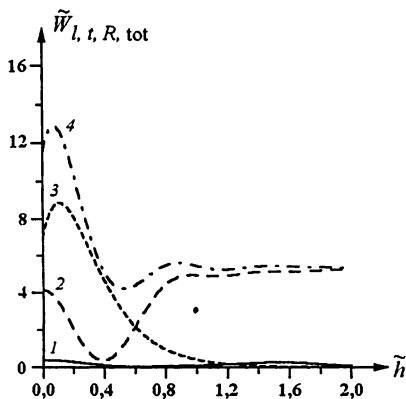


Рис. 2. Зависимости мощностей излучения продольной (1), поперечной (2), рэлеевской (3) волн и полной излучаемой мощности (4) от глубины расположения источника при $n = c_t/c_l = 0,4$

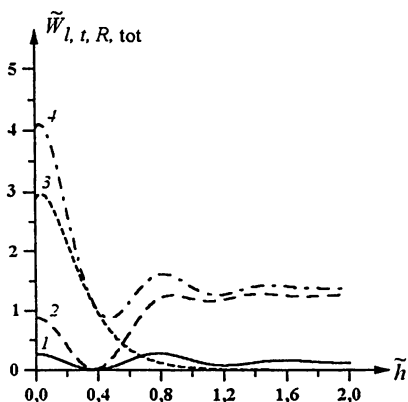


Рис. 3. Зависимости мощностей излучения продольной (1), поперечной (2), рэлеевской (3) волн и полной излучаемой мощности (4) от глубины расположения источника при $n = c_t/c_l = 0,65$

Как отмечалось выше, зависимость мощности излучения рэлеевской волны от глубины источника всегда имеет максимум (обозначим его $\tilde{W}_R^{(\max)}$). Этот максимум соответствует приведенной глубине источника $\tilde{h}_{\max} \approx 0,125$ для сред, у которых между параметрами Ламэ имеет место соотношение $\lambda \gg \mu$ (это характерно для некоторых видов резины), и глубине $\tilde{h}_{\max} \approx 0,01$, если $\lambda \ll \mu$ (рис. 8). Зависимость относительной высоты этого максимума, т. е. отношения $\tilde{W}_R^{(\max)}/\tilde{W}_R(0)$, от параметра

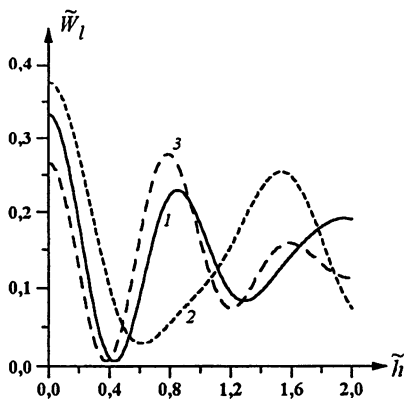


Рис. 4. Зависимости мощностей излучения продольной волны от глубины расположения источника при различных значениях параметра $n = c_t/c_l$. 1 — $n = 1/\sqrt{3}$; 2 — $n = 0,4$; 3 — $n = 0,65$

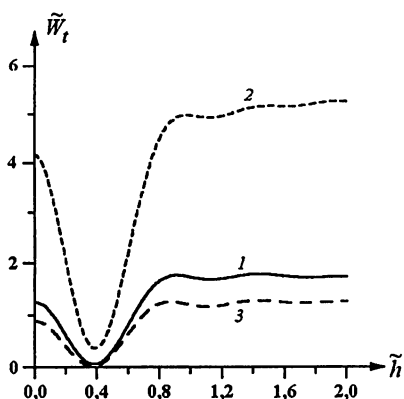


Рис. 5. Зависимости мощностей излучения поперечной волны от глубины расположения источника при различных значениях параметра $n = c_t/c_l$. 1 — $n = 1/\sqrt{3}$; 2 — $n = 0,4$; 3 — $n = 0,65$

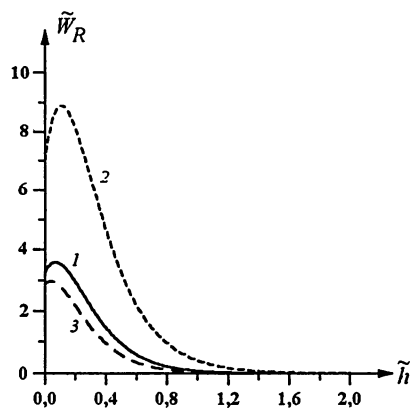


Рис. 6. Зависимости мощностей излучения поверхностной волны Рэля от глубины расположения источника при различных значениях параметра $n = c_t/c_l$. 1 — $n = 1/\sqrt{3}$; 2 — $n = 0,4$; 3 — $n = 0,65$

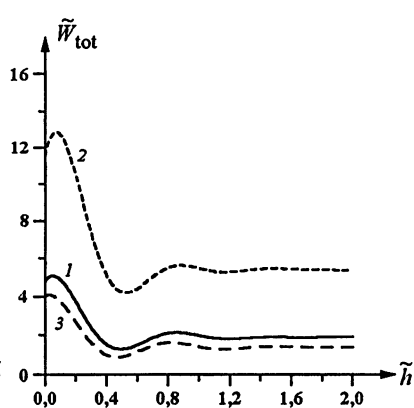


Рис. 7. Зависимости полной излучаемой мощности от глубины расположения источника при различных значениях параметра $n = c_t/c_l$. 1 — $n = 1/\sqrt{3}$; 2 — $n = 0,4$; 3 — $n = 0,65$

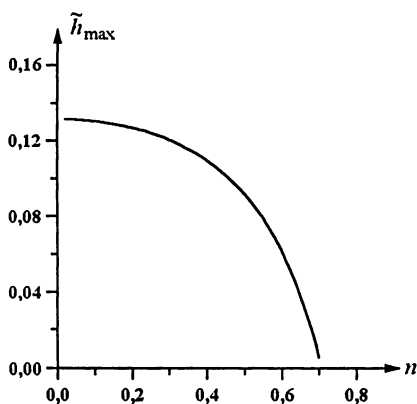


Рис. 8. Зависимость глубины расположения источника, при которой мощность излучения поверхностной волны Рэлея максимальна, от отношения скоростей поперечной и продольной волн $n = c_t/c_l$

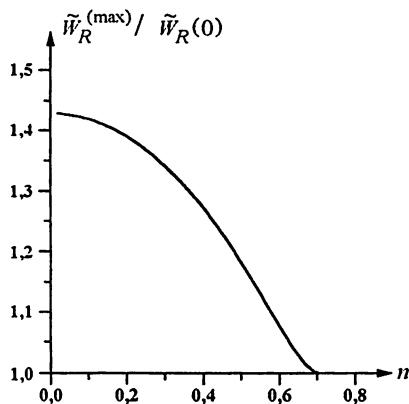


Рис. 9. Зависимость отношения максимального значения мощности излучения поверхностной волны Рэлея для заглубленного источника к мощности излучения волны Рэлея для поверхностного источника от отношения скоростей поперечной и продольной волн $n = c_t/c_l$

$n = c_t/c_l$ приведена на рис. 9. В случае $\lambda \gg \mu$ значение $\tilde{W}_R^{(\max)}$ превышает величину $\tilde{W}_R(0)$ приблизительно на 40%. Если же $\lambda \ll \mu$, то относительная высота максимума составляет несколько процентов. Для большинства твердых тел параметры Ламэ имеют одинаковый порядок величины, и значение величины n лежит приблизительно в пределах от 0,4 до 0,6. Из рассмотрения рис. 9 следует, что при этом превышение $W_R^{(\max)}$ над $W_R(0)$ составляет около 10–25%. Данное обстоятельство следует учитывать, в частности, при разработке устройств для сейсмического зондирования грунта и неразрушающего контроля материалов, когда необходимо излучить максимальную мощность в рэлеевскую волну.

Другой важной особенностью распределения мощности излучения по типам волн является то, что при некоторой глубине источника (обозначим её \tilde{h}^*) из-за немонотонности зависимо-

стей $\bar{W}_l(\bar{h})$, $\bar{W}_t(\bar{h})$ и $\bar{W}_R(\bar{h})$ в рэлеевскую волну уходит более 90% всей излучаемой мощности (см. таблицу). Из данных таблицы следует, что приведенная глубина источника, соответствующая максимальной доле мощности излучения волны Рэля, составляет $\bar{h}^* \lesssim 0,4$. Отметим также, что доля мощности излучения рэлеевской волны возрастает с увеличением отношения $n = c_t/c_l$. Абсолютное значение приведенной мощности $\bar{W}_R(\bar{h}^*)$ меньше, чем для поверхностного источника, причем отношение $\bar{W}_R(\bar{h}^*)/\bar{W}_R(0)$ убывает с ростом параметра n .

n	\bar{h}^*	$\zeta_l, \%$	$\zeta_t, \%$	$\zeta_R, \%$	$\frac{\bar{W}_R(\bar{h}^*)}{\bar{W}_R(0)}$
0,4	0,382	2,1	6,6	91,3	0,71
0,5	0,388	1,6	5,4	93	0,58
$1/\sqrt{3}$	0,386	0,9	3,4	95,7	0,48
0,65	0,373	0,6	1,4	98	0,38

Таким образом, в работе без применения каких-либо приближений получены выражения для средних за период волны мощностей излучения продольной и поперечной сферических волн и поверхностной волны Рэля, возбуждаемых в полупространстве силовым гармоническим источником. Данная задача представляет интерес также для исследования рассеяния упругих волн на подповерхностных включениях в твердой среде, поскольку в борновском приближении метода возмущений задача рассеяния волн может быть сформулирована как задача излучения путем введения эффективных источников рассеянных волн ("вторичных источников"). Конфигурация вторичных источников и характеристики их излучения определяются формой и внутренней структурой исследуемой неоднородности и параметрами зондируемого волнового поля.

Литература

1. Miller G. F., Pursey H. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1955. V. 233. N 1192. P. 55–69.
2. Коган С. Я. О сейсмической энергии, возбуждаемой источником, находящимся на поверхности // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1963. № 7. С. 1000–1013.
3. Гуцин В. В., Докучаев В. П., Заславский Ю. М., Конюхова И. Д. О распределении мощности между различными типами излучаемых волн в полубезграничной упругой среде. В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками / Под ред. Николаева А. В. — М.: Наука, 1981. С. 113–118.
4. Докучаев В. П., Разин А. В. Возбуждение упругих волн в однородном полупространстве поверхностными источниками // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990. № 10. С. 81–87.
5. Орлов А. Л., Разин А. В. Возбуждение упругих волн в полупространстве нестационарными поверхностными источниками // Изв. РАН. Физика Земли. 1993. № 2. С. 78–82.
6. Авербах В. С., Заславский Ю. М. Пространственно-угловые характеристики и энергетический баланс упругих волн, генерируемых заглубленным источником типа центр расширения // Физика Земли. 1998. № 1. С. 49–53.
7. Максимов Г. А. Распределение энергии между различными типами сейсмических волн, излучаемых при подземном взрыве в однородном полупространстве // Физика Земли. 1996. № 11. С. 31–48.
8. Максимов Г. А., Меркулов М. Е., Кудрявцев В. Ю. Распределение энергии между различными типами сейсмических

волн, излучаемых источником с произвольной диаграммой направленности в упругом полупространстве // Акуст. журн. 2003. Т. 49. №3. С. 389–399.

9. Петрашень Г. И., Молотков Л. А., Крауклис П. В. Волны в слоисто-однородных изотропных упругих средах (метод контурных интегралов в нестационарных задачах динамики). — М.: Наука (ленинград. отд-ние), 1982. 288 с.
10. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т. 1 / Пер. с англ. Левшина А. Л. — М.: Мир, 1983. 520 с.
11. Поручиков В. Б. Методы динамической теории упругости. — М.: Наука, 1986. 328 с.
12. Докучаев В. П. Энергетические характеристики излучения упругих волн сейсмическими силовыми источниками // Физика Земли. 1996. №1. С. 75–80.
13. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. 736 с.
14. Разин А. В. Об излучении волн Стонели нормальным к границе газ–твердое тело гармоническим силовым источником // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. №12. С. 100–104.
15. Разин А. В. Излучение поверхностной и вытекающей волн на границе раздела твердое тело–газ // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. №4. С. 354–360.
16. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973. 343 с.
17. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. — М.: Наука, 1989. 416 с.

РАЗИН Андрей Владимирович

**Распределение мощности излучения по типам упругих волн,
возбуждаемых в твердом полупространстве подповерхностным
гармоническим силовым источником**

Подписано в печать 28. 02. 05 г. Формат 60 × 84/16.

Бумага писчая. Объем 1,16 усл. п. л.

Тираж 50. Заказ 5547.

Отпечатано в НИРФИ
Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25