

Федеральное агентство по науке и инновациям
Федеральное государственное научное учреждение
Научно-исследовательский радиофизический институт

Препринт №498

ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ
И ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ
ПОДПОВЕРХНОСТНЫМ
СЕЙСМИЧЕСКИМ ИСТОЧНИКОМ

А. В. Разин

Нижний Новгород 2005

Разин А. В.

Возбуждение акустической и вытекающей волн в атмосфере под-
поверхностным сейсмическим источником // Препринт № 498. —
Нижний Новгород: НИРФИ, 2005. 29 с.

УДК 534.232 ÷ 550.834

Исследовано возбуждение поверхностной и вытекающей волн гармоническим источником, находящимся внутри однородного изотропного упругого полупространства, граничащего с однородным газом. Сила действует в направлении нормали к поверхности раздела двух сред. Рассмотрен случай, когда скорость звука в газе меньше скорости рэлеевской волны на поверхности твердого тела. Получено выражение для средней за период волны мощности излучения поверхностной волны Стонели. Вычислена суммарная мощность излучения акустической волны в газе и вытекающей псевдорэлеевской волны. Исследованы особенности изменения мощностей излучения поверхностной и вытекающей волн в зависимости от глубины источника. Если скорости продольной и поперечной волн в упругой среде значительно превышают скорость звука в газе, то мощность излучения волны Стонели оказывается на шесть-восемь порядков меньше мощностей излучения других типов волн. Снижение мощности излучения волны Стонели при увеличении глубины источника оказывается монотонным и тем более резким, чем сильнее отличаются акустические импедансы граничащих сред. Если же скорость поперечной волны в упругом полупространстве и скорость звука в газе близки по величине, то мощность излучения волны Стонели сравнима с мощностями других типов волн, и зависимость её от глубины источника имеет максимум. При определенных соотношениях между параметрами газа и твердого тела и глубинах расположения источника волна Стонели может уносить более половины всей излучаемой мощности. Установлено, что при изменении параметров сред мощность волны Стонели увеличивается за счет соответствующего уменьшения мощности излучения вытекающей псевдорэлеевской волны. Их суммарная мощность остается приблизительно постоянной и с точностью до десятых долей процента равна мощности излучения волны Рэля на границе твердое тело – вакуум. Установлено, что мощность акустической волны, которая может быть передана в высокие слои атмосферы при землетрясении, составляет менее 0,01% всей излучаемой на данной частоте мощности.

© Научно-исследовательский радиофизический институт

В настоящее время актуальным является изучение взаимосвязей между волновыми процессами, происходящими в твердых слоях Земли и её атмосфере. Значительный интерес представляет, в первую очередь, исследование возбуждения акустических волн инфразвуковых частот при землетрясениях, а также при действии других мощных поверхностных и подповерхностных сейсмических источников, и их выход в верхние слои атмосферы (до ионосферных высот) [1–12]. Важные как для теории волн, так и для различных приложений вопросы возникают уже в рамках наиболее простой модели, когда атмосфера и Земля являются однородными и заполняют два полупространства. Данная модель позволяет детально изучить поля и энергетические характеристики различных типов объемных и поверхностных сейсмоакустических волн.

Возбуждение сейсмоакустических волн при действии на границу раздела атмосфера–Земля перпендикулярной к ней гармонической силы рассмотрено в работах [13, 14]. В этих работах вычислены мощности излучения поверхностной волны Стонели, продольной и поперечной сферических волн, а также исследованы особенности возбуждения акустической и вытекающей волн. Задача о возбуждении волн силовыми источниками, находящимися внутри упругого полупространства, покрытого жидким слоем, который граничит с газом (модель подводного землетрясения), рассматривалась в [15]. В указанной работе, однако, при анализе акустического излучения в газе не принималась во внимание сложная система поверхностных и вытекающих волн, существующая в такой слоистой среде, что затрудняет использование результатов [15] для практических оценок.

Сейсмические поля, создаваемые в упругих средах импульсными источниками различной природы, рассматривались методами контурного интегрирования в многочисленных работах (см., например, [16–18] и цитированную там литературу, а также более поздние работы [19–24]). В работе [25] численно исследовались сейсмоакустические волны, возбуждаемые импульсными источниками, действующими вблизи границы раздела

жидкого и упругого полупространств. Однако энергетические характеристики сейсмических и акустических волн в указанных работах не вычислялись.

Данная работа обобщает статью [14] на случай источника, находящегося внутри упругого полупространства на некоторой глубине под его границей с газом. Сила действует в направлении нормали к поверхности раздела двух сред. Получены выражения для средних за период мощностей излучения сферических продольной и поперечной упругих волн, а также поверхностной волны Стонели. Вычислена суммарная мощность излучения акустической волны в газе и вытекающей псевдорэле-евской волны. Исследованы особенности вариаций мощностей излучения волн различных типов и изменение эффективности переизлучения вытекающей волны в акустическую волну в атмосфере в зависимости от глубины источника.

Итак, пусть плоскость $z = 0$ цилиндрической системы координат r, φ, z совпадает с границей раздела однородного газа, имеющего плотность ρ_1 и скорость звука c_1 и заполняющего полупространство $z < 0$, и однородного изотропного твердого тела, занимающего полупространство $z > 0$ и характеризуемого плотностью ρ_2 и скоростями продольной и поперечной волн соответственно c_l и c_t . В упругой среде на глубине $z = h$ действует точечная гармоническая сила циклической частоты ω , направленная вдоль оси z .

Необходимо отметить, что для естественных подповерхностных источников (очагов землетрясений) должны выполняться условия равенства нулю полной действующей силы и полного вращательного момента [17, 26]:

$$\vec{F} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}(\vec{r}, t) d^3\vec{r} = 0,$$

$$\vec{M} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\vec{r} \times \vec{f}) d^3\vec{r} = 0,$$

где \vec{r} — радиус-вектор. Вопрос о физической реализации введенной выше модели силового сейсмического источника выходит за рамки настоящей статьи. Укажем лишь, что это может быть сейсмовибратор, установленный внутри полости малых по сравнению с длинами излучаемых упругих волн размеров, или сила, действующая вдоль стенок узкой вертикальной скважины.

Возмущения в газе описываются системой уравнений гидродинамики, которые для решения рассматриваемой задачи могут быть линеаризованы. Смещения \vec{u} в твердом теле описываются неоднородным уравнением Ламэ:

$$\rho_2 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} - \mu \Delta \vec{u} = f_0 \vec{e}_z \frac{\delta(r) \delta(z)}{2\pi r} e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

В (1) λ и μ — параметры Ламэ, f_0 — амплитуда приложенной силы, δ — символ дельта-функция Дирака и \vec{e}_z — орт оси z .

Нетрудно показать, (см., например, [27, с. 391]), что интегрируя уравнение (1) по z в пределах от $h - \xi$ до $h + \xi$ и переходя к пределу $\xi \rightarrow 0$ можно получить граничное условие для вертикальных компонент тензора напряжений на горизонте приложения силы $z = h$:

$$\sigma_{zz}^{(2)} - \sigma_{zz}^{(3)} = f_0 \frac{\delta(r)}{2\pi r}, \quad z = h. \quad (2)$$

Здесь и ниже индекс “2” соответствует слою $0 < z < h$ и индекс “3” — полупространству $z > h$. При этом смещения в твердой среде будут описываться однородным уравнением Ламэ. Кроме того, при $z = h$ должны выполняться условия равенства вертикальных и горизонтальных компонент вектора смещений, а также касательных компонент тензора напряжений:

$$u_z^{(2)} = u_z^{(3)}, \quad u_r^{(2)} = u_r^{(3)}, \quad \sigma_{rz}^{(2)} = \sigma_{rz}^{(3)}. \quad (3)$$

На поверхности раздела сред $z = 0$ выполняются условия равенства нормальных к границе смещений в обеих средах, отсутствия касательных напряжений на поверхности твердого тела и

равенства вертикальных компонент тензора напряжений в газе и в твердом теле (индекс "1" относится к области, занятой газом, $z < 0$):

$$u_z^{(1)} = u_z^{(2)}, \quad \sigma_{rz}^{(2)} = 0, \quad \sigma_{zz}^{(2)} = -p, \quad z = 0. \quad (4)$$

В (4) учтено, что для газа тензор напряжений является диагональным, и звуковое давление p в газе связано с вертикальной компонентой тензора напряжений соотношением $\sigma_{zz}^{(1)} = -p$.

В газе введем скалярный потенциал смещений ψ_1 . В твердом теле в области $0 < z < h$ введем скалярный $\psi_2^{(+)}$ и векторный $\vec{A}_2^{(+)}$ потенциалы, соответствующие волнам, распространяющимся в положительном направлении оси z . Волны, распространяющиеся против оси z , будем описывать потенциалами $\psi_2^{(-)}$ и $\vec{A}_2^{(-)}$. При $z > h$ смещения определяются потенциалами ψ_3 и \vec{A}_3 . С учетом цилиндрической симметрии задачи векторные потенциалы запишем в виде $\vec{A}_2^{(+),(-)} = A_2^{(+),(-)} \vec{e}_\varphi$, $\vec{A}_3 = A_3 \vec{e}_\varphi$, где \vec{e}_φ — орт оси φ . Смещения частиц \vec{u}_1 и звуковое давление p в газе связаны с потенциалом ψ_1 соотношениями:

$$\vec{u}_1 = \text{grad } \psi_1, \quad p = -\rho_1 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2}.$$

В твердой среде выполняются равенства:

$$\left. \begin{aligned} \vec{u}_2^{(+)} &= \text{grad } \psi_2^{(+)} + \text{rot } \vec{A}_2^{(+)}, \\ \vec{u}_2^{(-)} &= \text{grad } \psi_2^{(-)} + \text{rot } \vec{A}_2^{(-)}, \end{aligned} \right\} 0 \leq z \leq h,$$

$$\vec{u}_3 = \text{grad } \psi_3 + \text{rot } \vec{A}_3, \quad z \geq h.$$

Кроме того, на векторные потенциалы наложены условия калибровки $\text{div } \vec{A}_2^{(+),(-)} = 0$, $\text{div } \vec{A}_3 = 0$.

Для потенциалов получаются следующие волновые уравнения:

$$\Delta \psi_1 - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

$$\Delta\psi_2^{(+),(-)} - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 \psi_2^{(+),(-)}}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta A_2^{(+),(-)} - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 A_2^{(+),(-)}}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

$$\Delta\psi_3 - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta A_3 - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = 0. \quad (7)$$

Решая уравнения (5)–(7) с граничными условиями (2)–(4) методом преобразований Фурье и учитывая цилиндрическую симметрию задачи, представим потенциалы в виде (временной фактор $\exp(-i\omega t)$ опущен):

$$\psi_1 = \int_0^\infty R_s(k) e^{-i\alpha_l z} J_0(kr) k dk, \quad (8)$$

$$\psi_2^{(+)} = \int_0^\infty \tilde{\psi}_2^{(+)}(k) e^{i\alpha_l z} J_0(kr) k dk, \quad (9)$$

$$\psi_2^{(-)} = \int_0^\infty \tilde{\psi}_2^{(-)}(k) e^{-i\alpha_l(z-h)} J_0(kr) k dk, \quad (10)$$

$$A_2^{(+)} = \int_0^\infty \tilde{A}_2^{(+)}(k) e^{i\alpha_l z} J_1(kr) k dk, \quad (11)$$

$$A_2^{(-)} = \int_0^\infty \tilde{A}_2^{(-)}(k) e^{-i\alpha_l(z-h)} J_1(kr) k dk, \quad (12)$$

$$\psi_3 = \int_0^\infty T_t(k) e^{i\alpha_l(z-h)} J_0(kr) k dk, \quad (13)$$

$$A_3 = \int_0^\infty T_t(k) e^{i\alpha_l(z-h)} J_1(kr) k dk, \quad (14)$$

где

$$R_s(k) = \frac{f_0 \alpha_l \left[(2k^2 - k_t^2) e^{i\alpha_l h} - 2k^2 e^{i\alpha_l h} \right]}{2\pi \rho_2 c_t^2 \alpha_1 S_0(k)}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_2^{(+)}(k) = & \frac{f_0}{4\pi\rho_2\omega^2 S_0(k)} \left\{ \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2\alpha_\ell\alpha_t - \varepsilon k_t^4 \frac{\alpha_\ell}{\alpha_1} \right] \times \right. \\ & \left. \times e^{i\alpha_\ell h} - 4k^2(2k^2 - k_t^2) e^{i\alpha_t h} \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\tilde{\psi}_2^{(-)} = -\frac{f_0}{4\pi\rho_2\omega^2}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_2^{(+)}(k) = & -\frac{ikf_0}{4\pi\rho_2\omega^2\alpha_t S_0(k)} \left\{ \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2\alpha_\ell\alpha_t + \varepsilon k_t^4 \frac{\alpha_\ell}{\alpha_1} \right] \times \right. \\ & \left. \times e^{i\alpha_t h} + 4\alpha_\ell\alpha_t(2k^2 - k_t^2) e^{i\alpha_\ell h} \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\tilde{A}_2^{(-)}(k) = \frac{ikf_0}{4\pi\rho_2\omega^2\alpha_t}, \quad (19)$$

$$T_\ell(k) = \frac{f_0}{4\pi\rho_2\omega} + \tilde{\psi}_2^{(+)}(k) e^{i\alpha_\ell h}, \quad (20)$$

$$T_t(k) = \frac{ikf_0}{4\pi\rho_2\omega^2\alpha} + \tilde{A}_2^{(+)}(k) e^{i\alpha_t h}. \quad (21)$$

Здесь k — горизонтальное волновое число, $J_0(kr)$ и $J_1(kr)$ — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков,

$$S_0(k) = R_0(k) + \varepsilon k_t^4 \frac{\alpha_\ell}{\alpha_1},$$

$$R_0(k) = (2k^2 - k_t^2)^2 + 4k^2\alpha_\ell\alpha_t, \quad \varepsilon = \rho_1/\rho_2.$$

$\alpha_{1,\ell,t} = \sqrt{k_{1,\ell,t}^2 - k^2}$, $k_{1,\ell,t} = \omega/c_{1,\ell,t}$ — волновые числа акустической волны в газе и продольной и поперечной волн в твердом теле.

Для сходимости интегралов (8)–(14) при $|z| \rightarrow \infty$ необходимо считать, что

$$\sqrt{k_{1,\ell,t}^2 - k^2} = -i \left| \sqrt{k^2 - k_{1,\ell,t}^2} \right| \quad \text{при } k > k_{1,\ell,t}.$$

Отметим, что выражения (17), (19) и первые слагаемые в (20), (21) соответствуют полю излучения точечного силового источника в безграничной упругой среде.

В дальнейшем нас будут интересовать мощности излучения волн различных типов. В рассматриваемой системе газ-твердое тело это сферическая акустическая волна в газе, сферические продольные и поперечные волны в упругом полупространстве и поверхностная и вытекающая волны на границе раздела сред.

Для гармонического осесимметричного источника среднее за период волны значение полной излучаемой мощности дается выражением:

$$W = -\pi \operatorname{Re} \left[i\omega \int_0^{\infty} f^*(r) u_z(r, h) r dr \right], \quad (22)$$

где $f(r)$ — давление, создаваемое источником на плоскости $z = h$, и звездочка означает комплексное сопряжение. В нашем случае

$$f(r) = f_0 \frac{\delta(r)}{2\pi r}.$$

Подставим в (22) силовое давление $f(r)$ и вертикальные смещения $u_z(r, h)$ в виде интегралов Фурье-Бесселя. Это позволит провести интегрирование по r и записать излучаемую мощность в виде интеграла по волновому числу k :

$$\begin{aligned} W = & \frac{f_0^2}{8\pi \rho_2 \omega} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \left\{ (\varkappa_l \varkappa_t + k^2) S_0(k) - \right. \\ & - 8k^2 \varkappa_l \varkappa_t (2k^2 - k_t^2) e^{i(\varkappa_l + \varkappa_t)h} + \\ & + \varkappa_l \varkappa_t \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \varkappa_l \varkappa_t - \varepsilon k_t^4 \frac{\varkappa_l}{\varkappa_1} \right] e^{2i\varkappa_l h} - \\ & \left. - k^2 \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \varkappa_l \varkappa_t + \varepsilon k_t^4 \frac{\varkappa_l}{\varkappa_1} \right] e^{2i\varkappa_t h} \right\} \frac{k dk}{\varkappa_t S_0(k)}. \quad (23) \end{aligned}$$

Вклад в реальную часть интеграла (23) дают те участки пути интегрирования, где подынтегральная функция действительна, а также полувычет в лежащем на действительной оси полюсе подынтегрального выражения. Этот полюс определяется из решения уравнения $S_0(k) = 0$ и соответствует поверхностной волне на границе раздела твердое тело – газ. Для нахождения полюса следует задать соотношения между скоростью звука в газе и скоростями упругих волн в твердом теле. Будем считать, что $c_1 < c_R$, где c_R — скорость поверхностной рэлеевской волны на границе твердое тело – вакуум. Соответствующее скорости c_R волновое число k_R определяется из уравнения Рэлея $R_0(k) = 0$.

При условии $c_1 < c_R$ уравнение $S_0(k) = 0$ имеет действительный корень k_S , соответствующий поверхностной волне Сто-нели [28, 29]. При условии малости плотности газа по сравнению с плотностью твердого тела, $\rho_1 \ll \rho_2$, для скорости волны Сто-нели получается выражение:

$$c_S = \frac{\omega}{k_S} \approx c_1 \left\{ 1 - \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \frac{c_1^8 (c_t^2 - c_1^2)}{2 [c_t (2c_t^2 - c_1^2)^2 - 4c_t^3 (c_t^2 - c_1^2)^{1/2} (c_t^2 - c_1^2)^{1/2}]^2} \right\}. \quad (24)$$

При дополнительном условии $c_{t,t} \gg c_1$ (24) переходит в выражение [28–30]

$$c_S \approx c_1 \left[1 - \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^2 \frac{c_1^4 c_t^4}{8c_t^4 (c_t^2 - c_1^2)^2} \right]. \quad (25)$$

Отметим, что знаменатель дроби в формуле (24) при $c_1 = c_R$ обращается в нуль, и она неприменима, когда значения c_1 и c_R близки.

Нетрудно видеть, что при $k > k_1$ подынтегральная функция в (23) чисто мнимая, причем в этой области лежит полюс $k = k_S \gtrsim k_1$. Интегрирование в пределах от нуля до $k = k_1$

в (23) дает суммарную мощность излучения сферической акустической волны в газе, сферических продольной и поперечной упругих волн и вытекающей волны. Мощность излучения поверхностной волны Стонели W_S пропорциональна полувывчету в полюсе $k = k_S$:

$$W_S = W_S^{(0)} \cdot \zeta_S(h), \quad (26)$$

где

$$W_S^{(0)} = -\frac{\omega^3 f_0^2 k_S \sqrt{k_S^2 - k_l^2}}{4\rho_2 c_t^4 S_0'(k_S)} \quad (27)$$

— мощность волны Стонели, возбуждаемой поверхностным источником, [13, 14]

$$S_0'(k_S) = \left. \frac{dS_0(k)}{dk} \right|_{k=k_S} = 8k_S \left(2k_S^2 - k_t^2 - \sqrt{k_S^2 - k_l^2} \sqrt{k_S^2 - k_t^2} \right) + \\ + \frac{4k_S^3(k_l^2 + k_t^2 - 2k_S^2)}{\sqrt{k_S^2 - k_l^2} \sqrt{k_S^2 - k_t^2}} - \varepsilon \frac{4k_t^4 k_S (k_1^2 - k_l^2)}{\sqrt{k_S^2 - k_l^2} (k_S^2 - k_1^2)^{3/2}}$$

и

$$\zeta_S(h) = \left[\left(2 \frac{k_S^2}{k_t^2} - 1 \right) e^{-\sqrt{k_S^2 - k_l^2} h} - 2 \frac{k_S^2}{k_t^2} e^{-\sqrt{k_S^2 - k_t^2} h} \right]^2 \quad (28)$$

— функция, выражающая зависимость мощности излучения от глубины расположения источника.

Выделяя в интеграле (23) реальную часть для интервала $k_t < k < k_1$ имеем:

$$W_1^{(3)} = \frac{\varepsilon f_0^2 \omega^3}{4\pi\rho_2 c_t^4} \int_{k_t}^{k_1} \frac{(k^2 - k_l^2) \left[(2k^2 - k_t^2) e^{-q_l h} - 2k^2 e^{-q_t h} \right]^2 k dk}{\sqrt{k_1^2 - k^2} |S_0(k)|^2}, \quad (29)$$

где $q_{l,t} = \sqrt{(k^2 - k_{l,t}^2)}$. Из результатов работы [14] следует, что выражение (29) описывает как некоторую часть мощности акустической волны (данная мощность излучается в диапазоне углов $\arcsin(c_1/c_t) < \theta < \pi/2$, где $\theta = \arcsin|z|/r$), так и мощность

излучения вытекающей псевдорэлеевской волны. В этой области углов не представляется возможным количественное разделение мощностей излучения акустической и вытекающей волн.

В предельном случае стремления плотности газа к нулю (23) переходит в выражение, описывающее суммарную мощность излучения продольной, поперечной и рэлеевской волн. При этом мощность излучения волны Рэлея определяется полувыветом в полюсе $k = k_R$ (данный полюс лежит в области $k > k_t$) и описывается формулой:

$$W_R = W_R^{(0)} \cdot \zeta_R(h), \quad (30)$$

где

$$W_R^{(0)} = -\frac{\omega^3 f_0^2 k_R \sqrt{k_R^2 - k_t^2}}{4\rho_2 c_t^4 R_0'(k_R)} \quad (31)$$

— мощность волны Рэлея, возбуждаемой поверхностным источником [13, 14], и функция

$$\zeta_R(h) = \left[\left(2 \frac{k_R^2}{k_t^2} - 1 \right) e^{-\sqrt{k_R^2 - k_t^2} h} - 2 \frac{k_R^2}{k_t^2} e^{-\sqrt{k_R^2 - k_t^2} h} \right]^2 \quad (32)$$

определяет зависимость мощности излучения от глубины, на которой находится источник. В (31) использовано обозначение

$$R_0'(k_R) = \left. \frac{dR_0(k)}{dk} \right|_{k=k_R} = 2 \frac{k_t^6 (4k_R^2 - k_t^2) - 8k_R^6 (k_t^2 - k_t^2)}{k_R (2k_R^2 - k_t^2)^2}.$$

Отметим, что выражение (31) для мощности излучения рэлеевской волны, возбуждаемой поверхностным силовым источником, значительно короче и проще, чем соответствующие выражения, полученные в [31, 32] путем подсчета потока энергии через поверхность полубесконечного цилиндра, содержащего источник внутри себя.

Из общего выражения (23) с помощью процедуры, использованной в [14] для случая поверхностного источника, можно получить формулы для мощностей излучения всех типов волн. Однако для подповерхностного источника данная процедура связана с громоздкими выкладками. Поэтому мощности излучения продольной и поперечной сферических волн в твердом теле, а также акустической волны в газе в области $0 < \theta < \arcsin(c_1/c_t)$ целесообразно вычислять путем подсчета потока энергии через поверхность сферы большого по сравнению с длиной волны радиуса, содержащей источник внутри себя. Для этого необходимо предварительно получить приближенные выражения для полей в волновой зоне.

В интегралах (8), (13) и (14) заменим функции Бесселя $J_0(kr)$ и $J_1(kr)$ соответственно на функции Ханкеля $H_0^{(1)}(kr)$ и $H_1^{(1)}(kr)$, причем для последних воспользуемся асимптотиками при больших значениях аргумента [17, 27–29]. Переходя под интегралами к сферической системе координат $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$, $\theta = \arccos(|z|/r)$ и применяя метод перевала получим выражения для потенциалов смещений в волновой зоне:

$$\psi_1 \approx \frac{if_0 \sqrt{k_t^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}}{2\pi \rho_2 c_t^2 S_0(k_1 \sin \theta)} \frac{e^{ik_1 R}}{R} \left[(k_t^2 - 2k_1^2 \sin^2 \theta) e^{i\sqrt{k_t^2 - k_1^2 \sin^2 \theta} h} + \right. \\ \left. + 2k_1^2 \sin^2 \theta e^{i\sqrt{k_t^2 - k_1^2 \sin^2 \theta} h} \right], \quad (33)$$

$$\psi_3 \approx -\frac{if_0 k_t \cos \theta}{4\pi \rho_2 \omega^2} \frac{e^{ik_t R}}{R} \left\{ e^{-ik_t h \cos \theta} + S_0^{-1}(k_t \sin \theta) \times \right. \\ \times \left\{ \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \varkappa_t \varkappa_t - \varepsilon k_t^4 \frac{\varkappa_t}{\varkappa_1} \right] e^{i\varkappa_t h} - \right. \\ \left. \left. - 4k^2 (2k^2 - k_t^2) e^{i\varkappa_t h} \right\} \Big|_{k=k_t \sin \theta} \right\}, \quad (34)$$

$$\begin{aligned}
A_3 \approx & -\frac{if_0 \sin \theta}{4\pi\rho_2 c_t \omega} \frac{e^{ik_t R}}{R} \left\{ e^{-ik_t h \cos \theta} - S_0^{-1}(k_t \sin \theta) \times \right. \\
& \times \left\{ \left[(2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 \varkappa_l \varkappa_t + \varepsilon k_t^4 \frac{\varkappa_l}{\varkappa_1} \right] e^{i\varkappa_l h} - \right. \\
& \left. \left. - 4\varkappa_l \varkappa_t (2k^2 - k_t^2) e^{i\varkappa_l h} \right\} \right\}_{k=k_t \sin \theta}. \quad (35)
\end{aligned}$$

Рассмотрим сначала мощности излучения продольной и поперечной волн в твердой среде. Из (34), (35) соответственно следует, что в волновой зоне смещения в продольной волне имеют только радиальную R -компоненту, а вектор смещений в поперечной волне — лишь θ -компоненту. Потоки мощности излучения имеют в сферической системе координат только радиальные составляющие, интегрируя которые по полусфере большого радиуса получим формулы для мощностей излучения, соответствующих данному типу волны:

$$\begin{aligned}
W_l = & \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi\rho_2 c_l^3} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \theta \sin \theta}{S_l^2(\theta)} \left\{ (1 - 2n^2 \sin^2 \theta)^4 \cos^2(k_t h n \cos \theta) + \right. \\
& + \left(4n^3 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta} + \frac{\varepsilon n \cos \theta}{\sqrt{\nu^2 - n^2 \sin^2 \theta}} \right)^2 \times \\
& \times \sin^2(k_t h n \cos \theta) + 4n^4 \sin^4 \theta (1 - 2n^2 \sin^2 \theta)^2 + \\
& + 4n^2 (1 - 2n^2 \sin^2 \theta) \sin^2 \theta \times \\
& \times \left[(1 - 2n^2 \sin^2 \theta)^2 \cos(k_t h n \cos \theta) \cos\left(k_t h \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}\right) - \right. \\
& - \left. \left(4n^3 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta} \sin^2 \theta \cos \theta + \frac{\varepsilon n \cos \theta}{\sqrt{\nu^2 - n^2 \sin^2 \theta}} \right) \times \right. \\
& \left. \left. \times \sin(k_t h n \cos \theta) \sin\left(k_t h \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}\right) \right] \right\} d\theta, \quad (36)
\end{aligned}$$

$$W_t = W_t^{(1)} + W_t^{(2)} \quad (37)$$

$$\begin{aligned}
W_t^{(1)} &= \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi \rho_2 c_l^3} \frac{1}{n^3} \int_0^{\arcsin n} \frac{\sin^3 \theta}{S_t^{(1)^2}(\theta)} \times \\
&\times \left\{ \left[(1 - 2 \sin^2 \theta)^2 + \varepsilon \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{\sqrt{\nu^2 - \sin^2 \theta}} \right]^2 \sin^2(k_t h \cos \theta) + \right. \\
&+ 16(n^2 - \sin^2 \theta) \sin^4 \theta \cos^2 \theta \cos^2(k_t h \cos \theta) + \\
&+ 4(1 - 2 \sin^2 \theta)^2 (n^2 - \sin^2 \theta) \cos^2 \theta - 4(1 - 2 \sin^2 \theta) \times \\
&\times \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \cos \theta \left[(1 - 2 \sin^2 \theta)^2 + \varepsilon \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{\sqrt{\nu^2 - \sin^2 \theta}} \right] \times \\
&\times \sin \left(k_t h \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \right) \sin(k_t h \cos \theta) + \\
&+ 16(1 - 2 \sin^2 \theta)(n^2 - \sin^2 \theta) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \times \\
&\times \cos \left(k_t h \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \right) \cos(k_t h \cos \theta) \left. \right\} d\theta, \quad (38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_t^{(2)} &= \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi \rho_2 c_l^3} \frac{1}{n^3} \int_{\arcsin n}^{\pi/2} \frac{\sin^3 \theta}{|S_t^{(2)}(\theta)|^2} \times \\
&\times \left\{ \left[(1 - 2 \sin^2 \theta)^4 + \varepsilon^2 \frac{\sin^2 \theta - n^2}{\nu^2 - \sin^2 \theta} \right] \sin^2(k_t h \cos \theta) + \right. \\
&+ 16(\sin^2 \theta - n^2) \sin^4 \theta \cos^2 \theta \cos^2(k_t h \cos \theta) + \\
&+ 4(1 - 2 \sin^2 \theta)^2 \sqrt{\sin^2 \theta - n^2} \cos \theta \times \\
&\times \left[\sqrt{\sin^2 \theta - n^2} \cos \theta e^{-2k_t h \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} - \right. \\
&\left. - \sin^2 \theta \sin(2k_t h \cos \theta) \right] - \\
&- 4(1 - 2 \sin^2 \theta) \sqrt{\sin^2 \theta - n^2} \cos \theta e^{-k_t h \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} \times \\
&\times \left[(1 - 2 \sin^2 \theta)^2 \sin(k_t h \cos \theta) - \right. \\
&\left. - 4\sqrt{\sin^2 \theta - n^2} \sin^2 \theta \cos \theta \cos(k_t h \cos \theta) \right] \left. \right\} d\theta. \quad (39)
\end{aligned}$$

В (36)–(39) введены обозначения:

$$S_{\ell}(\theta) = (1 - 2n^2 \sin^2 \theta)^2 + 4n^3 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta} + \frac{\varepsilon n \cos \theta}{\sqrt{\nu^2 - n^2 \sin^2 \theta}},$$

$$S_t^{(1)}(\theta) = (1 - 2 \sin^2 \theta)^2 + 4 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} + \frac{\varepsilon \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{\sqrt{\nu^2 - \sin^2 \theta}},$$

$$\left| S_t^{(2)}(\theta) \right|^2 = (1 - 2 \sin^2 \theta)^4 + (\sin^2 \theta - n^2) \times \left(4 \sin^2 \theta \cos \theta + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\nu^2 - \sin^2 \theta}} \right)^2,$$

$$n = c_t/c_{\ell}, \quad \nu = c_t/c_1.$$

В случае поверхностного источника ($h \rightarrow 0$), действующего на границе твердого тела с вакуумом ($\varepsilon \rightarrow 0$), выражения (36)–(39) переходят в известные [31, 32] формулы.

Перейдем к вычислению мощности излучения акустической волны в газе. Вычисленная на основе выражения (33) для потенциала ψ_1 звуковая мощность в областях $0 < \theta < \theta_{\ell} = \arcsin(c_1/c_{\ell})$ и $\theta_{\ell} < \theta < \theta_t = \arcsin(c_1/c_t)$ дается выражениями:

$$W_1^{(1)} = \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi \rho^2 c_{\ell}^3} \frac{\varepsilon n_t}{n^3} \int_0^{\theta_t} \frac{(n_t^2 - \sin^2 \theta)}{[S_1^{(1)}(\theta)]^2} \times \left(n_t^4 - 8n_t^2 \sin^2 \theta \sin^2 \alpha \right) \sin \theta d\theta, \quad (40)$$

$$W_1^{(2)} = \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi \rho_2 c_{\ell}^2} \frac{\varepsilon n_t}{n^3} \int_{\theta_{\ell}}^{\theta_t} \frac{(\sin^2 \theta - n_t^2)}{|S_1^{(2)}(\theta)|^2} \times \left\{ \left[(n_t^2 - 2 \sin^2 \theta) \exp \left(-k_1 h \sqrt{\sin^2 \theta - n_t^2} \right) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \sin^2 \theta \cos \left(k_1 h \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta} \right) \Big]^2 + \\
& + 4 \sin^4 \theta \sin^2 \left(k_1 h \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta} \right) \Big\} \sin \theta d\theta. \quad (41)
\end{aligned}$$

В (40), (41) введены обозначения:

$$\begin{aligned}
S_1^{(1)}(\theta) &= (n_t^2 - 2 \sin^2 \theta)^2 + 4 \sin^2 \theta \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta} \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta} + \\
&+ \varepsilon n_t^4 \frac{1}{\cos \theta} \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|S_1^{(2)}(\theta)|^2 &= (n_t^2 - 2 \sin^2 \theta)^4 + \\
&+ \left(4 \sin^2 \theta \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta} + \varepsilon n_t^4 \frac{1}{\cos \theta} \right)^2 (\sin^2 \theta - n_t^2),
\end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{1}{2n_t} \left(\sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta} - \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta} \right) k_t h, \quad n_{\ell,t} = c_1/c_{\ell,t}.$$

В области пространства, соответствующей углам $\theta_t < \theta < \pi/2$, определяемая потенциалом ψ_1 (33) мощность излучения представляет собой сумму мощностей вытекающей псевдорэлево-вской волны и части мощности акустической волны:

$$\begin{aligned}
W_1^{(3)} &= \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi \rho_2 c_\ell^3} \frac{\varepsilon n_t}{n^3} \int_{\theta_t}^{\pi/2} \frac{\sin^2 \theta - n_t^2}{|S_1^{(3)}(\theta)|^2} \times \\
&\times \left[(n_t^2 - 2 \sin^2 \theta) \exp \left(-k_1 h \sqrt{\sin^2 \theta - n_t^2} \right) + \right. \\
&\left. + 2 \sin^2 \theta \exp \left(-k_1 h \sqrt{\sin^2 \theta - n_t^2} \right) \right]^2 \sin \theta d\theta, \quad (42)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
|S_1^{(3)}(\theta)|^2 &= \left[(2 \sin^2 \theta - n_t^2)^2 - 4 \sin^2 \theta \sqrt{\sin^2 \theta - n_t^2} \sqrt{\sin^2 \theta - n_t^2} \right]^2 + \\
&+ \varepsilon \frac{\sin^2 \theta - n_t^2}{\cos^2 \theta}.
\end{aligned}$$

С помощью замены переменной $k = k_1 \sin \theta$ формула (42) переводится в (29).

Отметим, что в предельном случае стремления плотности газа к нулю мощность излучения акустической волны также должна стремиться к нулю. Подынтегральные выражения в (40) и (41) не имеют особенностей, поэтому $W_1^{(1)} \rightarrow 0$, $W_1^{(2)} \rightarrow 0$ при $\epsilon \rightarrow 0$. В подынтегральном выражении в (42) при $\epsilon \rightarrow 0$ возникает особенность. Можно показать, что из формул (42), (29) при $\epsilon \rightarrow 0$ получается выражение (30) для мощности излучения поверхностной волны Рэлея, однако проще устанавливать связь между соответствующими формулами анализируя исходное выражение (23) для полной мощности излучения.

Перейдем к количественным оценкам. При проведении численных расчетов удобно представить выражения для мощностей излучения волн различных типов в виде [31]:

$$W_i = \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi \rho_2 c_l^3} \bar{W}_i,$$

где \bar{W}_i — безразмерные численные коэффициенты (индекс i принимает значения 1, ℓ , t и т. д. и обозначает тип волны).

Рассмотрим сначала излучение упругих волн в твердом полупространстве, граничащем с вакуумом ($\rho_1 = 0$). Зависимости численных коэффициентов $\bar{W}_\ell^{(0)}$, $\bar{W}_t^{(0)}$, \bar{W}_R и

$$\bar{W}_{\text{tot}}^{(0)} = \bar{W}_\ell^{(0)} + \bar{W}_t^{(0)} + \bar{W}_R,$$

относящихся соответственно к продольной, поперечной, рэлеевской волнам и к полной излучаемой мощности, от приведенной глубины источника $\bar{h} = h/\lambda_t$ (λ_t — длина поперечной волны) представлены на рис. 1. Расчеты выполнены для случая $n = c_t/c_l = 1/\sqrt{3}$ (при этом в твердой среде равны параметры Ламэ λ и μ). Для поверхностного источника имеем

$$\begin{aligned} \bar{W}_\ell^{(0)}(0) &= 0,333; & \bar{W}_t^{(0)}(0) &= 1,2455; \\ \bar{W}_R(0) &= 3,2578; & \bar{W}_{\text{tot}}^{(0)}(0) &= 4,8363, \end{aligned}$$

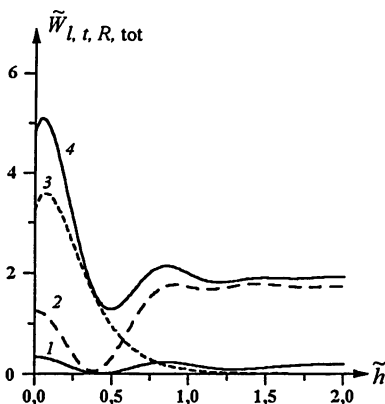


Рис. 1. Зависимости мощностей излучения продольной (1), поперечной (2), рэлеевской (3) волн и полной мощности излучения (4) от глубины расположения источника при $c_t = 1/\sqrt{3} c_l$

что совпадает с известными результатами [31]. При этом на долю волны Рэлея приходится $\eta_R \approx 67,4\%$ всей излучаемой мощности, а на доли продольной и поперечной волн — соответственно $\eta_l \approx 6,9\%$ и $\eta_t \approx 25,7\%$. Зависимости мощностей излучения упругих волн от глубины расположения источника являются немонотонными. Мощность излучения волны Рэлея при удалении источника от поверхности нарастает, достигает максимума, а затем экспоненциально убывает. Мощности излучения продольной и поперечной волн сначала уменьшаются с ростом глубины источника и достигают минимумов при глубинах, равных приблизительно половине длины поперечной волны. Затем после нескольких колебаний их значения осциллируют вблизи некоторых постоянных величин и мало зависят от глубины расположения источника.

Аналогичный вид имеют зависимости приведенных мощностей излучения $\tilde{W}_l^{(0)}$, $\tilde{W}_t^{(0)}$ и \tilde{W}_R от глубины расположения источника при других значениях отношения скоростей продольных и поперечных волн.

Перейдем к рассмотрению случая, когда твердое тело граничит с газом (воздухом), плотность которого составляет $\rho_1 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, и скорость звука в котором $c_1 = 340 \text{ м/с}$. Если скорости упругих волн c_t и c_l значительно превышают скорость звука в газе c_1 , то мощность излучения поверхностной волны Стонели оказывается весьма малой (рис. 2, 3). При этом эффективность излучения волны Стонели быстро падает с ростом плотности твердого тела, и, особенно, скоростей упругих волн в нем. Снижение мощности излучения волны Стонели при увеличении глубины расположения источника оказывается монотонным и тем более резким, чем сильнее отличаются акустические импедансы граничащих сред.

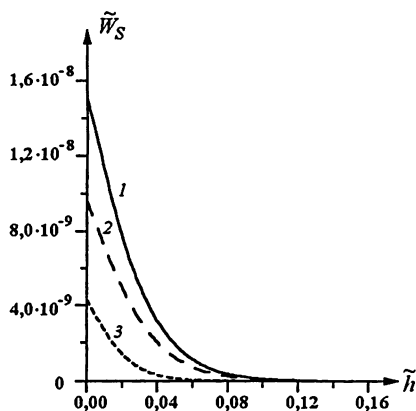


Рис. 2. Зависимость мощности излучения волны Стонели от глубины расположения источника при $\rho_1 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, $c_1 = 340 \text{ м/с}$, $c_l = \sqrt{3} c_t$: 1 — $c_t = 2000 \text{ м/с}$, $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$; 2 — $c_t = 2000 \text{ м/с}$, $\rho_2 = 2500 \text{ кг/м}^3$; 3 — $c_t = 3000 \text{ м/с}$, $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$

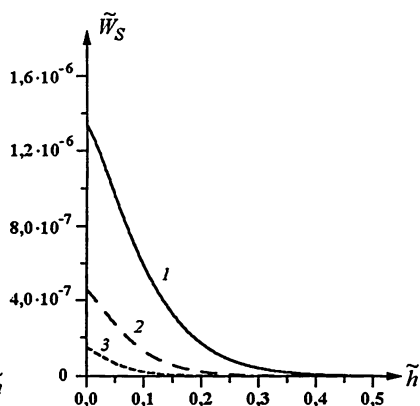


Рис. 3. Зависимость мощности излучения волны Стонели от глубины расположения источника при $\rho_1 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, $c_1 = 340 \text{ м/с}$, $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$, $c_l = \sqrt{3} c_t$: 1 — $c_t = 600 \text{ м/с}$; 2 — $c_t = 750 \text{ м/с}$; 3 — $c_t = 1000 \text{ м/с}$

Если скорость поперечной волны в упругом полупространстве имеет одинаковый порядок величины со скоростью звука

в газе (при этом мы требуем выполнения условия $c_R > c_1$, где c_R — соответствующая значениям c_l и c_t скорость рэлеевской волны на границе упругой среды с вакуумом), то мощность излучения волны Стонели сравнима с мощностями других типов волн (рис. 4). Зависимость $\tilde{W}_S(\tilde{h})$ становится немонотонной: она имеет максимум при глубине источника $\tilde{h} \approx 0,07$.

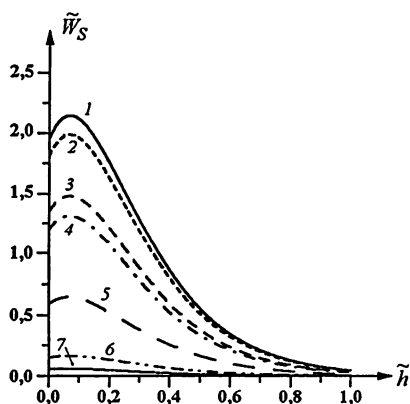


Рис. 4. Зависимость мощности излучения волны Стонели от глубины расположения источника при $\rho_1 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, $c_1 = 340 \text{ м/с}$, $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$, $c_l = \sqrt{3}c_t$: 1 — $c_t = 370 \text{ м/с}$; 2 — $c_t = 370,1 \text{ м/с}$; 3 — $c_t = 370,4 \text{ м/с}$; 4 — $c_t = 370,5 \text{ м/с}$; 5 — $c_t = 371 \text{ м/с}$; 6 — $c_t = 372 \text{ м/с}$; 7 — $c_t = 373 \text{ м/с}$

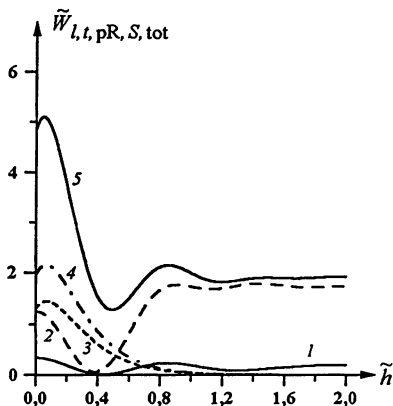


Рис. 5. Зависимость мощностей излучения продольной (1), поперечной (2), вытекающей (совместно с частью акустической) (3) волн, волны Стонели (4) и полной излучаемой мощности (5) от глубины расположения источника при $c_1 = 340 \text{ м/с}$, $c_t = 370 \text{ м/с}$, $c_l = \sqrt{3}c_t$, $\rho_1 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$

Наличие над упругим полупространством разреженного газа практически не влияет на мощность излучения продольных и поперечных волн. Полная излучаемая мощность также меняется незначительно. Величины $\tilde{W}_{l,t,tot}^{(0)}$ для свободной поверхности твердого тела отличаются от величин $\tilde{W}_{l,t,tot}$ для случая контакта упругой среды с газом на десятки или сотые доли

процента (рис. 1, 5). При изменении параметров сред мощность волны Стонели увеличивается за счет соответствующего уменьшения мощности вытекающей волны (рис. 5). При этом суммарная мощность поверхностной волны Стонели и вытекающей псевдорэлеевской волны (вместе с частью мощности акустической волны в интервале углов $\theta_t < \theta < \pi/2$) с точностью до десятых долей процента равна мощности волны Рэлея на границе твердое тело – вакуум.

В случае $c_R \gtrsim c_1$ мощность волны Стонели может составлять значительную часть полной излучаемой мощности. Например, при $c_t = 370$ м/с, $c_l = \sqrt{3}c_t \approx 640,86$ м/с (тогда $c_R \approx 340,18$ м/с и $c_S \approx 339,53$ м/с) доля поверхностной волны Стонели в полной излучаемой мощности составляет 40,41% при $\tilde{h} = 0$ (см. также [13]) и 56,19% при $\tilde{h} = 0,384$.

Случай, когда соответствующая данным значениям c_l и c_t скорость рэлеевской волны становится меньше скорости звука в газе, требует отдельного рассмотрения и выходит за рамки настоящей работы.

Перейдем к анализу мощности излучения акустической волны в газе. В полупространстве $z < 0$ необходимо рассмотреть три области: $0 < \theta < \theta_l$ (I), $\theta_l < \theta < \theta_t$ (II) и $\theta_t < \theta < \pi/2$ (III). В областях I и II существует преломленная акустическая волна. В области III существует как преломленная акустическая волна, так и вытекающая псевдорэлеевская волна. В этой области пространства происходит перекачка энергии вытекающей волны в акустическую волну, поэтому не представляется возможным провести количественное разделение их мощностей излучения. Поле вытекающей волны экспоненциально спадает при движении вдоль границы за счет передачи части энергии звуковой волне [29]. Их суммарная мощность (она описывается формулами (29), (42)) при этом остается постоянной. С ростом глубины расположения источника эффективность генерации псевдорэлеевской волны экспоненциально убывает, и, следовательно, можно предположить, что возмущения в области III соответствуют практически только преломленной акустической волне.

Результаты расчетов мощностей излучения акустической волны при различных соотношениях между параметрами газа и твердого тела приведены на рис. 6–8. Как и следовало ожидать, эти мощности на несколько порядков меньше мощностей излучения объемных волн в твердом теле. Мощность акустической волны падает по мере увеличения разницы акустических импедансов граничащих сред.

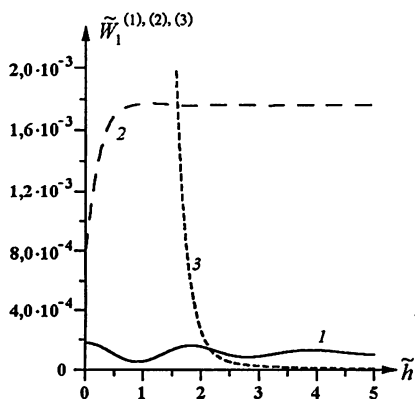


Рис. 6. Зависимость мощности излучения акустической волны в области I (1), области II (2), и суммарной мощности вытекающей и акустической волн в области III (3) от глубины расположения источника при $c_1 = 340$ м/с, $c_t = 370$ м/с, $c_l = \sqrt{3}c_t$, $\rho_1 = 1,29$ кг/м³, $\rho_2 = 2000$ кг/м³

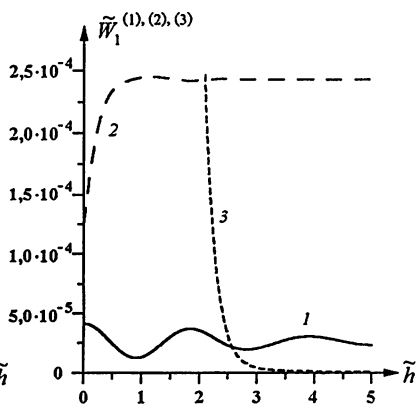


Рис. 7. Зависимость мощности излучения акустической волны в области I (1), области II (2), и суммарной мощности вытекающей и акустической волн в области III (3) от глубины расположения источника при $c_1 = 340$ м/с, $c_t = 1500$ м/с, $c_l = \sqrt{3}c_t$, $\rho_1 = 1,29$ кг/м³, $\rho_2 = 2000$ кг/м³

Зависимость доли мощности излучения акустической волны, приходящейся на область I, от глубины расположения источника имеет осцилляторный характер. Размах осцилляций уменьшается по мере удаления источника от границы раздела сред, и мощность излучения стремится к некоторой постоянной величине. В области II доля мощности излучения акустической

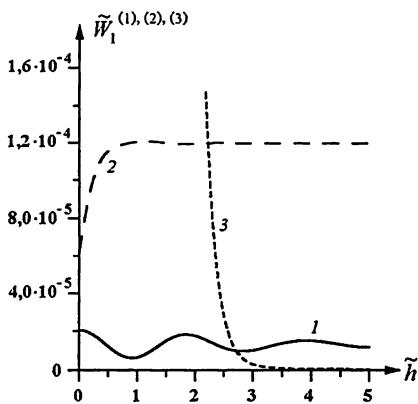


Рис. 8. Зависимость мощности излучения акустической волны в области I (1), области II (2), и суммарной мощности вытекающей и акустической волн в области III (3) от глубины расположения источника при $c_1 = 340$ м/с, $c_t = 3000$ м/с, $c_l = \sqrt{3} c_t$, $\rho_1 = 1,29$ кг/м³, $\rho_2 = 2000$ кг/м³

волны нарастает при удалении источника от границы и при $\tilde{h} > 1$ остается практически постоянной (осцилляции у зависимости $\tilde{W}_1^{(2)}(\tilde{h})$ существуют, однако они ничтожно малы).

В области III значения $\tilde{W}_1^{(3)}$ очень близки к значениям \tilde{W}_R , соответствующим поверхностной волне Рэля на свободной границе упругого полупространства. Следовательно, основной вклад в величину $\tilde{W}_1^{(3)}$ дает вытекающая волна, большая часть мощности которой сосредоточена в твердой среде. В области III мощность излучения акустической волны можно, по-видимому, оценить только в том случае, когда источник находится достаточно далеко от границы, и эффективность возбуждения вытекающей волны мала. Для параметров сред, соответствующих рис. 6–8, необходимо рассматривать глубины источника $\tilde{h} > 2 \div 3$, где экспоненциальный спад мощности излучения, характерный для поверхностной волны, сменяется на гораздо более плавный (хотя и тоже экспоненциальный), соответствующий акустической волне.

Из рассмотрения рис. 6–8 следует, что в область II всегда излучается бóльшая мощность, чем в область I.

Отметим также, что для данной модели источника в области II мощность звуковой волны в случае заглубленного излучателя всегда больше, чем в случае поверхностного излучателя. Если приведенная глубина источника $\bar{h} > 1$, то соответствующие значения мощности отличаются приблизительно в два раза.

Если $\bar{h} > 2$, то суммарная мощность излучения вытекающей и преломленной акустической волн в области III мала,

$$W_1^{(3)} \ll W_1^{(1)} + W_1^{(2)}. \quad (43)$$

Таким образом, если в качестве источника рассматривать землетрясение, фокус которого находится на глубине нескольких десятков километров, то при скорости поперечных волн $c_t = 3000$ м/с и частоте более нескольких десятых герца выполняется условие $\bar{h} > 2$, и мощность акустической волны, которая может быть передана в высокие слои атмосферы, составляет менее 0,01% всей излучаемой на данной частоте мощности. Указанная акустическая мощность излучается в довольно узкий конус, $0 < \theta < \arcsin(c_1/c_t) \approx 6^\circ 30'$ (области I и II). Для глубокофокусных землетрясений (очаг находится на глубине в несколько сотен километров) во многих случаях будет справедливо соотношение (43) и для вычисления мощности акустической волны в атмосфере достаточно будет воспользоваться формулами (40), (41).

Автор благодарен Н. С. Беллюстину за интерес к работе.

Литература

1. Бреховских Л. М. Об излучении океанскими волнами инфразвука в атмосферу // Изв. АН СССР. ФАО. 1966. Т. 3, № 4. С. 444–450.

2. Голицин Г. С., Кляцкин В. И. Колебания в атмосфере, вызванные движением земной поверхности // Изв. АН СССР. ФАО. 1967. Т. 3, № 10. С. 1044–1052.
3. Цейтлин Я. И., Смолий Н. И. Сейсмические и ударные волны промышленных взрывов. — М.: Недра, 1981.
4. Альперович Л. С., Гохберг М. Б., Дробжев В. И., Троицкая В. А., Федорович Г. В. Проект МАССА — исследование магнитосферно-атмосферных связей при сейсмоакустических явлениях // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 11. С. 5–8.
5. Альперович Л. С., Пономарев Е. А., Федорович Г. В. Моделируемые взрывом геофизические явления (обзор) // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 11. С. 9–20.
6. Павлов В. А. Акустический импульс над эпицентром землетрясения // Геомагнетизм и аэрономия. 1986. Т. 26, № 5. С. 807–816.
7. Дробжев В. И., Железняков Е. В., Идрисов И. К., Калиев М. Э., Казаков В. В., Краснов В. М., Пеленицин Г. М., Савельев В. Л., Салихов Н. М., Шингаркин А. Д. Ионосферные проявления акустической волны над эпицентром промышленного взрыва // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 12. С. 1436–1441.
8. Орлов В. В., Уралов А. М. Реакция атмосферы на волну Рэлея, порожденную землетрясением // Исслед. по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца (Москва). 1987. № 78. С. 28–40.
9. Гармаш С. В., Линьков Е. М., Петрова Л. Н., Швед Г. М. Возбуждение колебаний атмосферы сейсмо-гравитационными колебаниями Земли // Изв. АН СССР. ФАО. 1989. Т. 25, № 12. С. 1290–1299.

10. Гошджанов М., Болтаев Д., Каррыев А., Кулиева Р. Н., Муханов М. Б., Хисматуллина Н. Р. Атмосферные эффекты землетрясений // Изв. РАН. Физика Земли. 1996. №2. С. 90–95.
11. Афраймович Э. Л., Косогоров Е. А., Плотников А. В., Уралов А. М. Параметры ударно-акустических волн, генерируемых при землетрясениях // Физика Земли. 2001. №6. С. 16–28.
12. Гуляев В. Т., Кузнецов В. В., Плоткин В. В., Хомутов С. Ю. Генерация и распространение инфразвука в атмосфере при работе мощных сейсмодвижителей // Изв. АН. ФАО. 2001. Т. 37, №3. С. 303–312.
13. Разин А. В. Об излучении волн Стоунли нормальным к границе газ – твердое тело гармоническим силовым источником // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. №12. С. 100–104.
14. Разин А. В. Излучение поверхностной и вытекающей волн на границе раздела твердое тело – газ // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, №4. С. 354–360.
15. Вдовиченко С. П., Заславский Ю. М. Излучение звука в атмосферу при подводном землетрясении // Изв. АН СССР. ФАО. 1985. Т. 21, №7. С. 714–719.
16. Петрашень Г. И., Молотков Л. А., Крауклис П. В. Волны в слоисто-однородных изотропных упругих средах (метод контурных интегралов в нестационарных задачах динамики). — М.: Наука (ленинград. отд-ние), 1982. 288 с.
17. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т.1 / Пер. с англ. Левшина А. Л. — М.: Мир, 1983. 520 с.
18. Поручиков В. Б. Методы динамической теории упругости. — М.: Наука, 1986. 328 с.

19. De Hoop A. T., van der Hijden J. H. M. T. Generation of acoustic waves by an impulsive point source in a fluid/solid configuration with a plane boundary // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1984. V. 75, № 6. P. 1709–1715.
20. Разин А. В. Об отражении сферического акустического дельта-импульса от границы раздела газ – твердое тело // *Акуст. журн.* 1990. Т. 36, № 2. С. 338–343.
21. Разин А. В. Возбуждение упругих волн импульсным звуковым источником, действующим на границе раздела газ – твердое тело. // *Акуст. журн.* 1993. Т. 39, № 3. С. 530–536.
22. Разин А. В. Возбуждение звуковых волн нормальным к границе раздела газ – твердое тело импульсным силовым воздействием // *Изв. РАН. Физика Земли.* 1992. № 2. С. 89–94.
23. Разин А. В. Возбуждение упругих волн нормальным к границе раздела газ – твердое тело импульсным силовым воздействием // *Изв. РАН. Физика Земли.* 1992. № 4. С. 32–40.
24. Разин А. В. Распространение сферического акустического дельта-импульса вдоль границы раздела газ – твердое тело // *Изв. РАН. Физика Земли.* 1993. № 2. С. 73–78.
25. Roberts R. A. Elastodynamic response of contacting fluid and solid half-spaces to a three-dimensional point load // *Wave Motion.* 1990. № 12. P. 583–593.
26. Докучаев В. П. Энергетические характеристики излучения упругих волн сейсмическими силовыми источниками // *Физика Земли.* 1996. № 1. С. 75–80.
27. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. *Гидродинамика.* — М.: Наука, 1986. 736 с.

28. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973. 343 с.
29. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. — М.: Наука, 1989. 416 с.
30. Викторов И. А. Типы звуковых поверхностных волн в твердых телах (обзор) // Акуст. журн. 1979. Т. 25, № 1. С. 1–17.
31. Miller G. F., Pursey H. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1955. V. 233, № 1192. P. 55–69.
32. Гущин В. В., Докучаев В. П., Заславский Ю. М., Конюхова И. Д. О распределении мощности между различными типами излучаемых волн в полубезграничной упругой среде. В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками / Под ред. Николаева А. В. — М.: Наука, 1981. С. 113–118.