

Федеральное агентство по науке и инновациям
Федеральное государственное научное учреждение
Научно-исследовательский радиофизический институт

Препринт № 499

**О ВЛИЯНИИ
ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН
НА ОТРАЖЕНИЕ РАДИОВОЛН
ОТ ИОНОСФЕРЫ В СВ ДИАПАЗОНЕ**

Г. И. Григорьев
Т. М. Заборонкова
Л. П. Коган

Нижний Новгород 2005

Григорьев Г. И., Заборонкова Т. М., Коган Л. П. О влиянии внутренних гравитационных волн на отражение радиоволн от ионосферы в СВ диапазоне // Препринт № 499. — Нижний Новгород: НИРФИ, 2005. 15 с.

УДК 531.86-621.371.391.2

Исследовано влияние плавно неоднородного периодического возмущения импеданса плоской границы ионосферы на поле цилиндрической электромагнитной волны. Источником такого возмущения могут быть внутренние гравитационные волны, распространяющиеся в зоне отражения электромагнитных волн. Рассмотрен случай, когда амплитуда возмущения может быть и соизмерима с регулярным значением импеданса. Задача решается с помощью введения вспомогательной функции, удовлетворяющей на границе нулевому условию Дирихле. Получено выражение для потенциала Герца при условии скользящего распространения электромагнитных волн.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что внутренние гравитационные волны (ВГВ) оказывают заметное влияние на распространение электромагнитных волн в широком диапазоне частот [1]. В результате такого взаимодействия имеют место доплеровское смещение частоты радиоволн, вариации углов прихода электромагнитных сигналов, многолучевость и т. д. В работе [2] оценено влияние ВГВ на поглощение радиоволн. В данной работе мы рассматриваем эффекты, возникающие при отражении радиоволн от границы раздела, находящейся под воздействием распространяющейся в ее окрестности ВГВ.

В работе [3] было определено поле вертикального электрического диполя (ВЭД) в полупространстве, ограниченном плоской границей с неоднородным импедансом. Для определения поля был применен метод расчета, подобный предложенному Г. И. Малюжиным для расчета поля ВЭД над плоской границей полупространства, модифицированный на случай неоднородной границы. В данной статье на основе такой методики проводится оценка влияния периодического возмущения импеданса границы ионосферы на поле цилиндрической волны. Подобные вопросы применительно к распространению импульсов вдоль земной поверхности рассматриваются в работе [4].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бесконечный нитевидный источник заряда с линейной плотностью дипольного момента

$$P = P_0 \delta(x) \delta(z) z^0 \exp(i\omega t), \quad (1)$$

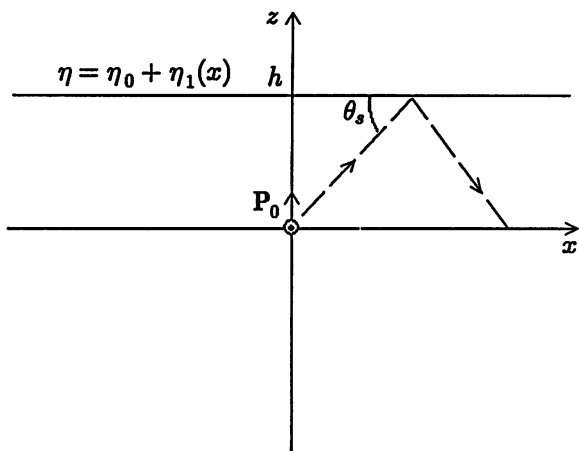


Рис. 1. Топология задачи в координатах (x, z)

ориентированный параллельно оси y (см. рис. 1). Будем считать, что источник (1) находится в нижнем вакуумном полупространстве $z \leq h$, ограниченном сверху плоской границей $z = h$ с одномерно-неоднородным импедансом $\eta(x) = \eta_0 + \eta_1(x)$, моделирующим наличие внутренней гравитационной волны на нижней границе ионосферы. Здесь $\text{Re}(\eta(x)) \geq 0$, $\eta_0 = \text{const}$, $\text{Max}(|\eta_1|) = a \lesssim \eta_0$. Горизонтальный масштаб l неоднородности полагаем много большим, чем длина волны λ . Поэтому будем пренебрегать деполяризацией (см. [5]).

Вертикальная компонента вектора Герца Π , через которую могут быть выражены все компоненты электромагнитного поля, удовлетворяет волновому уравнению

$$\Delta_{x,z}\Pi + k_0^2\Pi = q \quad (2)$$

с граничным условием

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = -ik_0\eta(x)\Pi \Big|_{z=h}, \quad (3)$$

а также условию излучения на бесконечности. Здесь $\Delta_{x,z}$ — двумерный оператор Лапласа в декартовой системе координат (x, y, z) ,

а величина q в правой части уравнения (2) записывается в виде $q = -\frac{1}{i\epsilon_0\omega} P_0\delta(x)\delta(z)$, временной множитель $\exp(i\omega t)$ далее будем опускать; $k_0 = \sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ГЕРЦА

Для решения поставленной задачи применим конформное отображение $\xi(u)$, переводящее область $z \leq h$ комплексной плоскости $u = x + iz$ в некоторую односвязную область $z_1 \leq f(x_1)$ плоскости $\xi = x_1 + iz_1$ (см. рис. 2). При таком преобразовании плоскость $z = h$ переходит в искривленную поверхность $z_1 = f(x_1)$, а краевая задача (2), (3) переписется в виде

$$\Delta_{x_1, z_1} \Pi + k_0^2 n^2(x_1, z_1) \Pi = n^2(x_1, z_1) q, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \nu} = -ik_0 \frac{\eta(x(x_1, z_1))}{b(x(x_1, z_1), z(x_1, z_1))} \Pi \Big|_{z_1=f(x_1)}. \quad (5)$$

Здесь $q = q(x(x_1, z_1), z(x_1, z_1))$, $\frac{\partial}{\partial \nu}$ — производная по нормали к линии искривленной границы, а величины $b(x(x_1, z_1), z(x_1, z_1)) = \left| \frac{d\xi}{du} \right|$ и $n(x_1, z_1) = \left| \frac{du}{d\xi} \right|$ — соответственно модули производной отображения $\xi(u)$ и обратного ему преобразования $u(\xi)$ (очевидно, что $b = 1/n$).

Пользуясь неопределенностью функции $b(x_1, z_1)$, выберем ее таким образом, что выполняется равенство

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \nu} = -\gamma \Pi \Big|_{z_1=f(x_1)}, \quad (6)$$

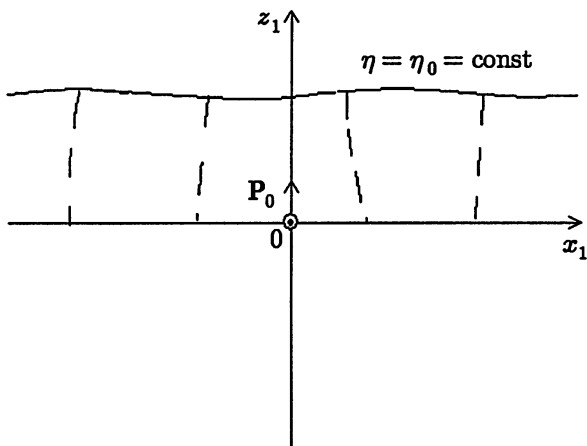


Рис. 2. Топология задачи в искривленных координатах (x_1, z_1)

где $\gamma = ik_0\eta_0 = \text{const}$. Следовательно, $b(x_1, f(x_1)) = 1 + \frac{\eta_1(x(x_1, f(x_1)))}{\eta_0}$. В итоге приходим к задаче о распространении электромагнитных волн в полупространстве с известным неоднородным коэффициентом преломления и одномерно-искривленной границей, обладающей постоянным импедансом.

Для решения краевой задачи (4), (6) подействуем на правую и левую части уравнения (4) оператором

$$\hat{g} = \frac{\partial}{\partial s} + \gamma. \quad (7)$$

Здесь $\partial/\partial s$ — производная по направлению вдоль касательной к кривой $s(x_1, z_1)$ (см. рис. 2). На семейство кривых s будем накладывать следующие требования:

- 1). Через каждую точку плоскости (x_1, z_1) проходит только одна линия s .
- 2). В точках границы $z_1 = f(x_1)$ направление касательной к соответствующей кривой семейства s совпадает с направлением нормали ν , вдоль которой ведется дифференцирование в граничном

условии (6) (см. рис. 2, на котором кривые $s(x_1, z_1)$ изображены штриховыми линиями). Поэтому в точках криволинейной границы $\partial/\partial s = \partial/\partial \nu$.

Для определенности выберем конкретное семейство s как совокупность кривых, которые переходят в прямые $x = \text{const}$ при обратном конформном отображении $u(\xi)$, переводящем рассматриваемое криволинейное полупространство $z_1 \leq f(x_1)$ комплексной плоскости $\xi = x_1 + iz_1$ в область $z \leq h$ плоскости $u = x + iz$. При этом линия $z_1 = f(x_1)$ переходит в прямую $z = h$.

По аналогии с работой [3] проводим преобразование в переменных (x_1, z_1) и затем возвращаемся в исходные координаты (x, z) . При этом, как показано в [3], для функции $G = \hat{g}\Pi = \left(n \frac{\partial}{\partial z} + \gamma\right) \Pi$, удовлетворяющей нулевому условию Дирихле

$$G \Big|_{z=h} = 0 \quad (8)$$

на границе ионосферы, приходим к следующему уравнению в исходных переменных (x, z) :

$$\Delta_{x,z} G + k_0^2 \left(1 + \frac{2}{\gamma} \frac{\partial n}{\partial z}\right) G - k_0^2 \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial n^2}{\partial z} \frac{\partial G}{\partial z} = \hat{g}q.$$

Далее ограничимся случаем скользящего распространения. При этом считаем, что угол скольжения падающей волны $\theta_s \ll 1$. В таком случае с точностью до слагаемых $\sim \theta_s^2$ имеет место соотношение: $\frac{\partial G}{\partial z} \approx -ik_0 \sin \theta_s G$. Тогда можно записать

$$\Delta_{x,z} G + k_0^2 (1 + N(x, z)) G = \hat{g}q, \quad (9)$$

где $N(x, z) = \frac{2}{\gamma} \frac{\partial n}{\partial z} + ik_0 \sin \theta_s \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial n^2}{\partial z}$.

Для решения граничной задачи (8), (9) применим метод геометрической оптики. Для этого предположим, что в области $z \geq h$ присутствует среда с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_+ = 1 +$

$+N(x, z - h)$, симметричной по отношению к проницаемости $\varepsilon_- = 1 + N(x, z)$ среды при $z \leq h$. Соответствующие показатели преломления обозначим $\sqrt{\varepsilon_+} = \sqrt{1 + N(x, z - h)}$ и $\sqrt{\varepsilon_-} = \sqrt{1 + N(x, z)}$. Кроме того, в точке $M'_0(0, 2h)$, симметричной к $M_0(0, 0)$ (месту расположения источника (1)) относительно плоскости $z = h$, находится мнимый источник $\mathbf{P}' = -\mathbf{P}_0 \delta(x) \delta(z - 2h) \mathbf{z}^0$. Очевидно, что на уровне $z = h$ сумма полей этих двух источников в точности равна нулю. Тем самым автоматически удовлетворяется граничное условие (8).

Обозначим $G_1^{\text{пад}}$ вспомогательную функцию для волны от источника (1), падающей снизу на границу $z = h$, а $G_1^{\text{отр}}$ — для отраженной волны. Тогда:

$$G_1^{\text{пад}} = A(\mathbf{R}_1) \exp(-ik_0 \int_{M_0(0,0)}^{M_1(x/2,h)} \sqrt{\varepsilon_-}(x, z) dl),$$

$$G_1^{\text{отр}} = A(\mathbf{R}_1) \rho(\mathbf{R}_1) \tilde{A}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_H) \exp(-ik_0 [\int_{M_0(0,0)}^{M_1(x/2,h)} \sqrt{\varepsilon_-}(x, z) dl + \int_{M_1(x/2,h)}^{M(x,0)} \sqrt{\varepsilon_-}(x, z) dl]). \quad (10)$$

Здесь $M_1 = M_1(x/2, h)$ есть центральная точка области, существенной для отражения от слабой границы $z = h$, $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_1(x/2, h)$, $\mathbf{R}_H = \mathbf{R}_H(x, 0)$. Величина A — амплитуда функции G_1 , множители ρ и T — соответственно коэффициенты отражения и прохождения, множитель \tilde{A} определяет расходимость отраженного от границы луча, см. [6].

По аналогии можем записать вспомогательную функцию $G_2^{\text{нр}}$

для прошедшей сверху волны от источника P' :

$$G_2^{\text{нп}} = -A(\mathbf{R}_\text{н} - \mathbf{R}'_0)T(\mathbf{R}_1) \exp \left(-ik_0 \left[\int_{M'_0(0,2h)}^{M_1(x/2,h)} \sqrt{\epsilon_+}(x,z) dl + \int_{M_1(x/2,h)}^{M_\text{н}(x,0)} \sqrt{\epsilon_-}(x,z) dl \right] \right). \quad (11)$$

Здесь $\mathbf{R}'_0 = \mathbf{R}'_0(0, 2h)$ — радиус-вектор точки M'_0 , определяющей координаты симметричного источника P' . При этом можем записать, что $A(\mathbf{R}_\text{н} - \mathbf{R}'_0) = A(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}'_0)\tilde{A}(\mathbf{R}_\text{н} - \mathbf{R}_1)$. Из симметрии задачи следует, что $\int_{M'_0}^{M_1} \sqrt{\epsilon_+}(x,z) dl = \int_{M_0}^{M_1} \sqrt{\epsilon_-}(x,z) dl$ (поэтому, в частности, фазы функций $G_1^{\text{отр}}$ и $G_2^{\text{нп}}$ совпадают) и $A(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}'_0) = A(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0)$. Отметим также, что $A(\mathbf{R}_\text{н} - \mathbf{R}'_0) = A(\mathbf{R}_1)\tilde{A}(\mathbf{R}_1; \mathbf{R}_\text{н})$.

В итоге:

$$G = G_1^{\text{отр}} - G_2^{\text{нп}} = -A(\mathbf{R}_\text{н} - \mathbf{R}'_0) \exp \left(-ik_0 \left[\int_{M_0}^{M_1} \sqrt{\epsilon_-}(x,z) dl + \int_{M_1}^{M_\text{н}} \sqrt{\epsilon_-}(x,z) dl \right] \right). \quad (12)$$

Здесь учтено, что $1 + \rho = T$. Таким образом, поставленная задача сводится к вычислению амплитуды и фазы луча, распространяющегося в плавнонеоднородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_\pm .

С учетом скользящего распространения несложно записать приближенную формулу для вычисления искомого потенциала Герца Π по известной вспомогательной функции G . Действительно, в выражении $G = n \frac{\partial}{\partial z} \Pi + \gamma \Pi$ первое слагаемое с точностью

до величин порядка $\sim \theta_s^2$ можем записать в виде

$$n \frac{\partial}{\partial z} \Pi \approx (-ik_0) n \sin \theta_s \Pi, \quad (13)$$

откуда

$$\Pi(x, z) = \frac{G(x, z)}{(-ik_0) n \sin \theta_s + \gamma}. \quad (14)$$

3. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВГВ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН СВ ДИАПАЗОНА

На основании соотношения (12) проведем анализ влияния ВГВ на распространение СВ радиоволн. Найдем выражение потенциала Герца Π для случая отражения волны СВ диапазона от горизонтально неоднородной ионосферы.

Примем, что модуляция импеданса $\eta(x)$ обусловлена ВГВ, распространяющейся в горизонтальном направлении и имеющей длину волны λ_g . Как известно, присутствие ВГВ может приводить не только к пространственным, но также и к временным изменениям параметров среды с частотой Ω , которая определяется из дисперсионного уравнения

$$\Omega = \omega_g \frac{2k_g H}{(4k_g^2 H^2 + 1)^{1/2}}, \quad (15)$$

где $\omega_g = \sqrt{g/H}$ (здесь $k_g = (2\pi)/\lambda_g$, g — ускорение свободного падения, H — высота однородной ионосферы). Для принятых в оценках характерных значений $\lambda_g = 500$ км, $g = 9,8$ м/с², $H = 10$ км из соотношения (15) находим $\Omega \approx 7,2 \cdot 10^{-3}$ Гц, что соответствует периоду $T = (2\pi)/\Omega \approx 14$ мин.

Поскольку частота Ω очень мала по сравнению с частотами электромагнитных волн СВ диапазона, можно с большой степенью точности в проведенных расчетах не учитывать временные вариации η при определении амплитуды и фазы радиоволн, отраженных от нижней ионосферы.

Диэлектрическая проницаемость области нижней ионосферы может быть записана в виде $\varepsilon(x) = \varepsilon^{(0)} + \varepsilon_1(x)$, где все слагаемые считаем чисто вещественными и $\varepsilon_1(x) = a \cos(Mx - \phi_0)$, а слагаемое $\varepsilon^{(0)}$ — некоторая регулярная составляющая, а $\varepsilon_1(x)$ — возмущение диэлектрической проницаемости, $M = (2\pi)/\lambda_g$; λ_g — длина ВГВ, ϕ_0 — фазовое слагаемое, не зависящее от пространственных переменных x или z .

В соответствии с предложенным способом решения задачи осуществим конформное преобразование $\xi(u)$ (его вид определяется профилем импеданса границы $\eta(x) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^{(0)}}} \sqrt{1 + \alpha \cos(Mx - \varphi)}$ при фиксированном времени t . При этом

$$\xi(u) = B_1 u + i \frac{B_2}{M} \exp(-iM(u - ih)), \quad (16)$$

где $u = x + iz$, а коэффициенты $B_1 = \frac{\sqrt{1 + \alpha} + \sqrt{1 - \alpha}}{2}$ и $B_2 = \frac{\sqrt{1 + \alpha} - \sqrt{1 - \alpha}}{2}$ (здесь $\alpha = a/\varepsilon^{(0)}$) — таковы, что при $z = h$ верно соотношение $b(x, h) = |\xi'(u)| = \sqrt{1 + \alpha \cos(Mx)}$. В итоге находим поле отраженной от ионосферы волны в виде произведения невозмущенного решения Π_0 на множитель $Y(x) = \Pi(x)/\Pi_0(x)$, который учитывает влияние возмущения $\varepsilon_1(x) = a \cos(Mx)$. При этом $\Pi_0 = \frac{P_0}{\varepsilon_0 i \omega} H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{x^2 + (2h)^2})$ — потенциал Герца поля мнимого источника $P' = -P_0 \delta(x) \delta(z - 2h) z^0$ в невозмущенном случае $\varepsilon_1 = 0$. Здесь при вычислении $N(x, z)$ в формулах (9) и (12) полагаем, что в нижней среде, при $0 < z < h$, $b(x, z) = \frac{1}{n(x, z)} =$

$$= \sqrt{B_1^2 + 2B_1 B_2 \cos(Mx - \varphi) \exp(M(z - h)) + B_2^2 \exp(2M(z - h))}.$$

Формула (12) получена для импеданса, зависящего только от горизонтальной координаты x . На самом деле найденные соотношения можно использовать и в случае, когда модуляция импеданса происходит и во времени, если соответствующая частота изменения много меньше частоты электромагнитной волны. Для

этого следует постоянную фазу ϕ_0 заменить на $\phi_0 = \Omega t$, где Ω — частота ВГВ.

4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

На основе полученных результатов были проведены численные расчеты для отношения $\mathcal{A} = |\Pi/\Pi_0|$ модулей потенциалов Герца в возмущенном и невозмущенном случае. На рис. 3 показаны зависимости \mathcal{A} при различных значениях $h = 90, 80$ и 70 км

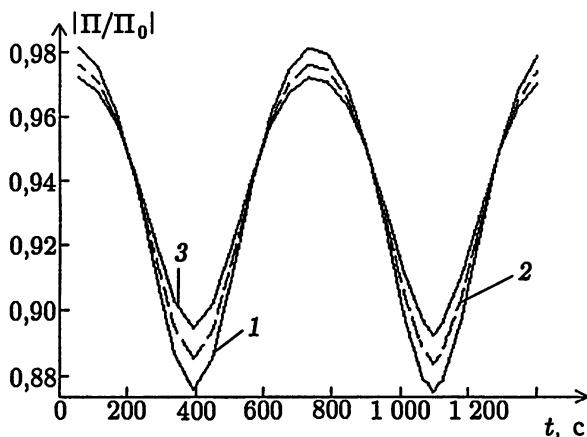


Рис. 3. Показаны зависимости величины $|\Pi/\Pi_0|$ от времени при различных значениях $h = 90, 80$ и 70 км (графики 1, 2 и 3) в зависимости от времени при фиксированном $x = 950$ км. Здесь нормированная амплитуда возмущения диэлектрической проницаемости $\alpha = 0,3$, а длина ВГВ $\lambda_g = 400$ км

(графики 1, 2 и 3) в зависимости от времени при фиксированном расстоянии от источника $x = 950$ км. Здесь нормированная амплитуда возмущения диэлектрической проницаемости $\alpha = 0,3$, а длина ВГВ $\lambda_g = 400$ км. Из анализа данных кривых следует, что временной период возмущений отраженного поля в точке наблюдения совпадает с периодом ВГВ. При этом величина \mathcal{A} спадает

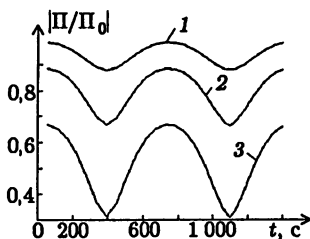


Рис. 4. Показаны зависимости величины $|\Pi/\Pi_0|$ от времени при следующих значениях параметров: $\lambda_g = 400$ км, $h = 90$ км, для $\alpha = 0,1$ (график 1), $\alpha = 0,2$ и $0,3$ (графики 2 и 3)

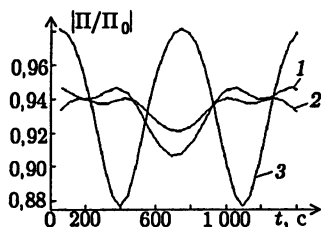


Рис. 5. Показаны зависимости величины $|\Pi/\Pi_0|$ от времени при $\alpha = 0,3$, $h = 90$ км. Здесь график 1 соответствует $\lambda_g = 600$ км, график 2 — $\lambda_g = 500$ км, график 3 — $\lambda_g = 400$ км

с увеличением вертикального расстояния h от точки наблюдения до неоднородной границы.

На рис. 4 показаны аналогичные кривые при следующих значениях параметров: $\lambda_g = 400$ км, $h = 90$ км, для $\alpha = 0,1$ (график 1), $\alpha = 0,2, 0,3$ (графики 2 и 3). При этом очевидно, что в дополнение к вышеуказанным свойствам, возмущенное поле оказывается пропорционально амплитуде возмущения. Среднее значение \mathcal{A} уменьшается с увеличением α .

На рис. 5 приведены зависимости \mathcal{A} от времени при $\alpha = 0,3$, $h = 90$ км. Здесь график 1 соответствует $\lambda_g = 600$ км, график 2 — $\lambda_g = 500$ км, график 3 — $\lambda_g = 400$ км.

Очевидно, что с уменьшением длины волны уменьшается временной период функции \mathcal{A} .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, решение задачи об отражении СВ радиоволн от ионосферы при прохождении в ней ВГВ приводит к следую-

щим выводам. Пространственно-временные изменения амплитуды и фазы отраженной радиоволны определяются аналогичными характеристиками ВГВ. При удалении от отражающей поверхности амплитуда пространственно-временных вариаций убывает по квазиэкспоненциальному закону. Диапазон изменения \mathcal{A} для $h = 90$ км при $\alpha = 0,5$ составляет $\mathcal{A} \sim 0,66 \div 0,88$. При изменении величины относительного отклонения электронной концентрации $\Delta N/N_0$ в пределах $\delta \sim 0,3 \div 0,7$ под действием ВГВ на частоте $\Omega = 7,2 \cdot 10^{-3}$ Гц соответствующие вариации значений нормированной амплитуды радиоволн заключены в пределах $\mathcal{A} \sim 0,1 \div 0,34$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 04-02-16344, 04-05-64140, 03-05-65137).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев Г. И. Акустико-гравитационные волны в атмосфере Земли (обзор). // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 1. С. 3.
2. Григорьев Г. И. О вариациях поглощения радиоволн в ионосфере под действием внутренних гравитационных волн. // Изв. вузов. Радиофизика. (в печати).
3. Заборонкова Т. М., Коган Л. П., Тамойкин В. В. Поле вертикального электрического диполя в полупространстве с плавно-неоднородным возмущением импеданса границы. // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 5. С. 1.
4. Попов Ф. В., Копейкин В. В. К расчету распространения импульсов вдоль земной поверхности. // Успехи современной радиоэлектроники. 2005. № 1. С. 20.
5. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн. М.: ГИТТЛ, 1953.
6. Кравцов Ю. Л., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.

Григорьев Геннадий Иванович
Заборонкова Татьяна Михайловна
Коган Лев Петрович

О влиянии внутренних гравитационных волн на отражение
радиоволн от ионосферы в СВ диапазоне

Подписано в печать 07.04.05 г. Формат 60 × 84/16.
Бумага писчая. Объем 0,7 усл. п. л. Заказ 5549. Тираж 50.

Отпечатано в НИРФИ