

Федеральное агентство по науке и инновациям
Федеральное государственное научное учреждение
«Научно-исследовательский радиофизический институт»

Препринт № 530

**ИЗЛУЧЕНИЕ ВОЛН РЭЛЕЯ И СТОНЕЛИ
РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПОДПОВЕРХНОСТНЫМИ
СИЛОВЫМИ ИСТОЧНИКАМИ**

А. В. Разин

Нижний Новгород 2009

Разин А. В.

Излучение волн Рэлея и Стонели распределенными подповерхностными силовыми источниками // Препринт № 530. — Нижний Новгород: ФГНУ НИРФИ, 2009. 51 с.

Методом преобразований Фурье в интегральном виде получено решение задачи о возбуждении упругих волн в однородном изотропном твердом полупространстве и в граничащем с ним газе зависящими от времени силами, произвольно распределенными в твердом теле по плоскости, параллельной границе раздела сред. Выполнен анализ различных конфигураций силовых источников с точки зрения возбуждения тех или иных типов сейсмоакустических волн. Для гармонической зависимости сил от времени получены выражения для средних за период мощностей излучения волны Стонели на границе газ – твердое тело и волны Рэлея на границе твердое тело – вакуум. Подробно рассмотрено возбуждение рэлеевской волны точечными источниками, ориентированными вертикально (по нормали к поверхности упругого полупространства) и горизонтально (параллельно этой поверхности). Получены аналитические выражения для мощностей излучения волны Рэлея. Исследованы зависимости этих мощностей от ориентации и глубины расположения источника. Показано, что в случае горизонтально ориентированного подповерхностного источника для среды с равными параметрами Ламэ λ и μ мощность излучения рэлеевской волны убывает при удалении точки приложения силы от границы и обращается в нуль при глубине источника, составляющей около 17,5% от длины поперечной волны. При дальнейшем увеличении глубины расположения источника указанная мощность нарастает и достигает относительного максимума при заглублении источника приблизительно на 42,4% от длины поперечной волны, и, затем, экспоненциально спадает. Величина этого максимума составляет около 5,5% от мощности излучения поверхностного источника.

Изучение литосферно – атмосферно – ионосферных связей является в настоящее время одним из важнейших направлений в геофизике. Значительный интерес представляет совместное рассмотрение волновых процессов, происходящих в различных слоях Земли (твёрдых, жидких) и её атмосфере. Это обусловлено тем, что именно волны играют существенную роль в переносе энергии между геосферами. Сейсмоакустические волны в системах Земля – атмосфера и Земля – океан – атмосфера могут возбуждаться при различных процессах естественного или антропогенного характера, сопровождающихся интенсивным энерговыделением [1]. Это могут быть разного рода подвижки поверхности Земли или океанского дна [2–9], извержения вулканов [10–12], взрывы [13–17], сильные удары по поверхности грунта (падение и взрывы метеоритов) [18], крупные пожары [19], а также работа мощных технических устройств и механизмов, в частности, сейсмодвигателей [20–25]. В настоящее время существуют экспериментальные доказательства возможности выхода акустических волн, возбуждаемых находящимися вблизи земной поверхности источниками, в ионосферу [16, 21].

Целый ряд вопросов, касающихся взаимодействия геосфер Земли посредством волновых процессов, изучен недостаточно полно. В частности, не решены задачи, связанные с расчетами полей и энергетических характеристик сейсмоакустических волн, создаваемых поверхностными и подповерхностными источниками различной физической природы. Не исследованы с достаточной степенью полноты возбуждение акустических волн инфразвуковых частот при сейсмических колебаниях Земли или морского дна и их выход в верхние слои атмосферы (до ионосферных высот). Изучение воздействия акустических волн на ионосферу необходимо, в частности, для обеспечения более эффективной и устойчивой работы каналов радиосвязи. Исследования возбуждения и распространения сейсмоакустических волн в Земле, океане и атмосфере актуальны также в связи с разработками методов дистанционного зондирования природных сред, в том числе методов глобального крупномасштабного мониторинга состояния литосферы и атмосферы, в особенности, её верхних слоев.

Необходимость исследования процессов возбуждения и распространения акустических и упругих волн вблизи границы раздела газообразного и твердого полупространств возникает также при решении задач сейсмической локации и неразрушающего ультразвукового контроля материалов.

При наличии в упругой среде локализованной подповерхностной неоднородности или поверхностного дефекта ограниченных размеров задача рассеяния волн может быть сформулирована как задача излучения путем введения эффективных источников рассеянных волн ("вторичных источников"). Конфигурация вторичных источников и характеристики их излучения определяются формой и внутренней структурой исследуемой неоднородности и параметрами зондирующего волнового поля. При этом если неоднородность является слабоконтрастной, то можно ограничиться первым (борновским) приближением метода возмущений. Таким образом, задача о возбуждении волн в твердом полупространстве находящимися в нем произвольными силовыми источниками представляет интерес для исследования глобальных геофизических процессов, для разработки методов зондирования грунтов и материалов (в том числе для создания направленных сейсмических антенн), а также для оценок уровней шумов и вибраций, создаваемых при работе различных механизмов.

В теории таких источников важное место занимают расчеты полей смещений в упругих волнах на больших расстояниях от излучающей системы, а также исследование энергетических характеристик излучения — диаграммы направленности, полной излучаемой мощности и её распределения по различным типам волн.

Важные как для теории волн, так и для практических целей вопросы, связанные с возбуждением и распространением сейсмоакустических волн при наличии границы раздела твердое тело — газ, возникают уже в рамках наиболее простой модели, когда эти среды являются однородными и заполняют два полупространства. Рассмотрение данной модели целесообразно потому, что в её рамках удастся детально изучить возбуждение и распростра-

нение различных типов объемных и поверхностных волн, получить простые аналитические выражения для волновых полей в дальней зоне и потоков энергии излучения. Возможность использования такой модели для границы Земля – атмосфера связана с тем, что для сейсмических волн низких частот неоднородность верхней части грунта не является существенной.

В многочисленных работах, посвященных возбуждению и распространению упругих волн в однородном твердом полупространстве (см., например, монографии [26–36] и статьи [37–44]) рассматриваются источники вполне определенной конфигурации, которая конкретизируется уже на стадии постановки задачи. Кроме того, как в классической работе Г. Лэмба [45], так и в последующих работах этого направления, рассматривается возбуждение волн в упругой среде, граничащей с вакуумом. В реальных же условиях все твердые тела контактируют с газом или жидкостью, и волновые процессы в двух граничащих средах необходимо рассматривать совместно.

В [46] рассмотрена задача о создании гибким штампом, вибрирующим на поверхности однородного упругого полупространства, волновых полей с заданными диаграммами направленности. В [46] показано, что существуют такие формы колебаний штампа, которые обеспечивают заданное направление главного лепестка диаграммы направленности излучения продольных или поперечных волн. В [47] результаты работы [46] обобщены на случай неоднородного по глубине полупространства. Численные расчеты в [47] выполнены для частного случая однородной твердой среды. Рассмотрен гармонический источник сейсмоизлучения в виде системы круговых штампов одинакового радиуса, центры которых находятся на одной прямой на равных расстояниях друг от друга (расстояния равны трем радиусам штампа). Нагрузка, создаваемая каждым штампом, распределена по параболическому закону. Показано, что с увеличением числа штампов с двух до шести подавляются боковые лепестки, и диаграмма направленности становится все более узкой.

Возбуждение упругих волн в граничащем с вакуумом однородном изотропном твердом полупространстве зависящими от времени силами, произвольно распределенными по его поверхности, рассмотрено в работах [48–50]. В [48, 49] записано общее решение указанной задачи в интегральном виде. В случае гармонических сил получены аналитические выражения для полей смещений в дальней зоне и плотностей потоков энергии в продольной, поперечной (SV - и SH -поляризации) и поверхностной рэлеевской волнах. Для средних за период волны мощностей излучения получены интегральные выражения. В работе [50] для произвольных зависимостей поверхностных сил от времени получены интегральные выражения для энергий излучения перечисленных типов волн.

Частный случай импульсных сил, действующих синфазно по нормали к поверхности однородного изотропного упругого полупространства и распределенных по площадке конечных размеров на этой поверхности, рассмотрен в [51]. Форма площадки, распределение сил по ней и зависимость сил от времени предполагались произвольными. Для указанного частного случая в [51] предложена процедура численного расчета волновых полей в твердой среде.

В работе [52] исследовано излучение поверхностных рэлеевских волн, возбуждаемых в однородном изотропном упругом полупространстве источниками внутренних напряжений, моделирующими систему подвижных дислокационных петель.

В отличие от плоской границы раздела твердое тело – вакуум, на которой существует поверхностная волна Рэлея, вдоль плоскости контакта упругой среды с газом могут распространяться две волны, одна из которых является поверхностной, а другая – вытекающей [53, 54]. Обычно скорость упругих волн в твердых телах превышает скорость звука в газах и жидкостях, поэтому поверхностной является волна Стонели, а волна Рэлея, распространяясь вдоль поверхности твердого тела, постоянно излучает часть своей энергии в газ, в результате чего её амплитуда экспоненциально спадает вдоль границы. В [55] такая волна названа псевдорэлеевской волной.

Следует отметить, что Стонели рассмотрел поверхностные волны, которые распространяются вдоль границы раздела двух твердых полупространств [56]. Позднее Шолте рассмотрел волны на границе твердого и жидкого полупространств [57]. Возможно, поверхностную волну на границе твердого тела и жидкости следовало бы называть волной Шолте. С другой стороны, она представляет собой частный случай волны Стонели (модуль чистого сдвига материала одного из граничащих полупространств равен нулю). В русскоязычной литературе, следуя монографиям [53, 54], волну на границе твердого тела и жидкости принято называть волной Стонели (см. также [58–60]). В англоязычной литературе встречается название “Stoneley – Scholte wave”. В работе [61] показано, что поверхностная волна на границе раздела твердое тело – жидкость существует при любых соотношениях параметров граничащих сред.

В работе [55] поверхностная и вытекающая волны на границе твердое тело – жидкость изучались как теоретически, так и экспериментально. Волновые поля, создаваемые вблизи границы раздела твердое тело – газ импульсными источниками были вычислены методами контурного интегрирования [62–77] в работах [78–86]. Для гармонического и импульсного источников волновые поля (но не мощности излучения) для случая контакта жидкой и твердой сред вычислялись в [87] путем численных оценок интегралов Фурье.

Возбуждение границы твердое тело – газ (жидкость) гармоническим силовым источником рассматривалось в работе [88] (см. также [36, с. 85–90]), где вычислялись асимптотики полей акустических и сейсмических волн в дальней зоне и соответствующие им мощности излучения.

Расчеты полей и энергетических характеристик сейсмоакустических волн, возбуждаемых точечным гармоническим силовым источником, действующим на границе раздела газ – твердое тело и ориентированным по нормали к ней, выполнены в [89–91]. В указанных работах рассмотрен случай, когда скорости упругих волн в твердом теле больше скорости звука в газе.

Общее решение задачи о возбуждении сейсмоакустических волн в однородном изотропном твердом полупространстве и в граничащем с ним однородном газе зависящими от времени силами, произвольно распределенными по плоскости контакта этих сред, в интегральном виде получено в работе [92]. В [92] для случая гармонических сил получено выражение для средней за период мощности излучения волны Стонели, а также выражение, описывающее энергию волны Стонели, излученную за все время действия силовых источников для случая их произвольной зависимости от времени.

Очевидно, что находящиеся на поверхности твердого тела и расположенные на некоторой глубине под ней сейсмические источники будут значительно отличаться по характеристикам сейсмоизлучения. Главным образом это касается возбуждения поверхностных волн: волн Рэлея в случае границы упругой среды с вакуумом и волн Стонели в случае, когда твердое тело граничит с газом или жидкостью.

Задача о колебаниях поверхности однородного упругого полупространства, возбуждаемых точечным подповерхностным источником вертикальной силы, методом контурного интегрирования решена в работе [72]. Зависимость силы от времени в [72] описывалась ступенчатой функцией Хевисайда. В [93] исследована функция Грина задачи Лэмба, т. е. рассмотрены волновые поля, создаваемые точечным импульсным произвольно направленным подповерхностным силовым источником в упругом полупространстве. Энергетические характеристики сейсмоизлучения подповерхностных источников в упругой среде исследованы в работах [94–97]. Распределение мощности излучения по типам упругих волн в твердом полупространстве для случая источника в виде гармонического центра расширения (центра давления) рассмотрено в [94]. В [95] вычислены энергии излучения продольных, поперечных и рэлеевских волн для случая импульсного монополярного источника в полуограниченной упругой среде. Случай точечного импульсного источника, обладающего произвольной диаграммой направленности, рассмотрен в [96]. В [97] решена задача о возбуждении продольных, поперечных и поверхностных рэлеевских волн точечным гармоническим силовым

источником, расположенным в однородном изотропном идеально упругом полупространстве и действующим вдоль нормали к его поверхности. В [97] подробно исследованы особенности распределения излучаемой мощности по типам волн в зависимости от соотношения между их скоростями и глубины расположения источника.

Возбуждение акустической, вытекающей и поверхностной волн гармоническим силовым источником, находящимся внутри однородного изотропного упругого полупространства, граничащего с однородным газом, исследовано в работе [98]. В [98] сила действует в направлении нормали к поверхности раздела двух сред, а скорость звука в газе меньше скорости рэлеевской волны на поверхности твердого тела. Исследованы особенности изменения мощностей излучения поверхностной и вытекающей волн в зависимости от глубины расположения источника. Представляет интерес обобщение результатов работы [98] на случай сложных подповерхностных силовых источников.

В настоящей работе в интегральном виде получено решение задачи о возбуждении упругих волн в однородном изотропном твердом полупространстве и в граничащем с ним однородном газе зависящими от времени силами, произвольно распределенными по некоторой площадке ограниченных размеров, которая параллельна границе раздела этих двух сред.

Пусть плоскость $z = 0$ декартовой системы координат совпадает с границей раздела однородного газа, имеющего плотность ρ_1 и скорость звука c_1 и заполняющего полупространство $z < 0$, и однородного изотропного твердого тела, занимающего полупространство $z > 0$ и характеризуемого плотностью ρ_2 , модулем всестороннего сжатия κ и модулем чистого сдвига μ . Скорости продольной c_l и поперечной c_t волн выражаются через параметры упругости и плотность твердого тела формулами [99]:

$$c_l = \left[\left(\kappa + \frac{4}{3} \mu \right) / \rho_2 \right]^{1/2}, \quad c_t = (\mu / \rho_2)^{1/2}.$$

Иногда вместо модуля сжатия вводится параметр Ламэ $\lambda = \kappa - \frac{2}{3} \mu$.

При действии на единицу объема твердого тела силы $\vec{f}_V(x, y, z, t)$, где t — время, малые смещения \vec{u} в нем описываются уравнением Ламэ [27, 29, 100, 101]:

$$\rho_2 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \left(\kappa + \frac{1}{3} \mu \right) \text{grad div } \vec{u} - \mu \Delta \vec{u} = \vec{f}_V, \quad (1)$$

а возмущения плотности ρ'_1 , давления p' и скорости \vec{v}_1 в газе можно описывать системой уравнений гидродинамики, которые после линеаризации принимают вид [102]:

$$\frac{\partial \rho'_1}{\partial t} + \rho_1 \text{div } \vec{v}_1 = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + \frac{\nabla p'}{\rho_1} = 0, \quad (3)$$

$$p'_1 = c_1^2 \rho'_1. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что для естественных подповерхностных источников с плотностью силы $\vec{f}_V(\vec{R}, t)$ (очагов землетрясений) должны выполняться условия равенства нулю полной действующей силы и полного вращательного момента [31, 103]:

$$\vec{F} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}_V(\vec{R}, t) d^3 \vec{R} = 0, \quad (5)$$

$$\vec{M} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\vec{R} \times \vec{f}_V) d^3 \vec{R} = 0, \quad (6)$$

где $\vec{R} = (x, y, z)$ — радиус-вектор.

На границе раздела твердое тело — газ выполняются условия непрерывности перпендикулярных к границе компонент смещений и тензора напряжений, а также равенства нулю тангенциальных компонент тензора напряжений в твердом теле [53, 54]:

$$u_{1z} = u_{2z}, \quad z = 0, \quad (7)$$

$$\sigma_{zz}^{(2)} = -p', \quad \sigma_{xz}^{(2)} = \sigma_{yz}^{(2)} = 0, \quad z = 0 \quad (8)$$

($\sigma_{zz}^{(2)}$ — тензор напряжений, индекс “2” относится к твердому телу). Компоненты тензора напряжений связаны со смещениями формулой

$$\sigma_{ij}^{(2)} = \lambda \operatorname{div} \vec{u}_2 \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_{2i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{2j}}{\partial x_i} \right), \quad (9)$$

где $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3; \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ — символ Кронекера.

Пусть в твердом теле на единицу площади плоскости $z = h$ действует сила $\vec{f}(x, y, t)$. Таким образом, в (1)

$$\vec{f}_V(x, y, z, t) = \vec{f}(x, y, t) \delta(z - h), \quad (10)$$

где δ — дельта-функция Дирака.

На горизонте $z = h$ введем фиктивную границу и будем рассматривать волновые процессы в трех областях: $z \leq 0$ (I), $0 \leq z \leq h$ (II), $z \geq h$ (III). На границе раздела двух твердых тел выполняются условия равенства трех компонент вектора смещений и трех пар компонент тензора напряжений [53, 54, 99]:

$$u_{2x} = u_{3x}, \quad u_{2y} = u_{3y}, \quad u_{2z} = u_{3z}, \quad z = h, \quad (11)$$

$$\sigma_{zx}^{(2)} = \sigma_{zx}^{(3)}, \quad \sigma_{zy}^{(2)} = \sigma_{zy}^{(3)}, \quad \sigma_{zz}^{(2)} = \sigma_{zz}^{(3)}, \quad z = h \quad (12)$$

(индексы “2” и “3” относятся соответственно к областям II и III).

Нетрудно показать (см., например, [102, с. 391; 104, с. 275]), что интегрируя уравнение (1) с правой частью вида (10) по z в пределах от $h - \xi$ до $h + \xi$ и переходя к пределу $\xi \rightarrow 0$, можно получить граничные условия для компонент тензора напряжений на горизонте приложения силы $z = h$:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xz}^{(2)} - \sigma_{xz}^{(3)} &= f_x(x, y, t), \\ \sigma_{yz}^{(2)} - \sigma_{yz}^{(3)} &= f_y(x, y, t), \\ \sigma_{zz}^{(2)} - \sigma_{zz}^{(3)} &= f_z(x, y, t). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

При этом смещения в твердом теле будут описываться однородным уравнением Ламэ

$$\rho_2 \frac{\partial^2 \vec{u}_{2,3}}{\partial t^2} - \left(\kappa + \frac{1}{3} \mu \right) \text{grad div } \vec{u}_{2,3} - \mu \Delta \vec{u}_{2,3} = 0. \quad (14)$$

При решении системы (2)–(4), (14), (7), (8), (11), (13) необходимо также учесть условия излучения при $|z| \rightarrow \infty$ [105].

Возмущения в газе будем описывать с помощью потенциала смещений ψ_1 , а в твердом теле — с помощью скалярных $\psi_{2,3}$ и векторных $\vec{A}_{2,3}$ потенциалов таких, что смещения \vec{u}_1 и давление p' в газе и смещения $\vec{u}_{2,3}$ в твердом теле определяются выражениями

$$\vec{u}_1 = \text{grad } \psi_1, \quad p' = -\rho_1 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2}, \quad (15)$$

$$\vec{u}_{2,3} = \text{grad } \psi_{2,3} + \text{rot } \vec{A}_{2,3}, \quad \text{div } \vec{A}_{2,3} = 0. \quad (16)$$

Для потенциалов можно получить волновые уравнения

$$\begin{aligned} \Delta \psi_1 - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} &= 0, \\ \Delta \psi_{2,3} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \psi_{2,3}}{\partial t^2} &= 0, \\ \Delta \vec{A}_{2,3} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \vec{A}_{2,3}}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

которые необходимо решать совместно с граничными условиями (7), (8), (11), (13) и условиями излучения. Поскольку в области II есть волны, распространяющиеся как в положительном, так и в отрицательном направлении оси z , потенциалы при $0 \leq z \leq h$ представим в виде:

$$\psi_2 = \psi_2^{(+)} + \psi_2^{(-)}, \quad \vec{A}_2 = \vec{A}_2^{(+)} + \vec{A}_2^{(-)}, \quad (18)$$

где верхний индекс “(+)” означает, что волна распространяется в сторону возрастающих значений z , а индекс “(–)” означает, что волна распространяется в сторону убывающих значений z .

Для решения уравнений (17) воспользуемся методом преобразований Фурье. Введем интегральное представление источников \vec{f} :

$$\vec{f}(\vec{r}, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}} d\omega d\vec{k} \quad (19)$$

с формулой обращения

$$\vec{F}(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}(\vec{r}, t) e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}} dt d\vec{r}. \quad (20)$$

В (19), (20) $\vec{F}(\vec{k}, \omega)$ — пространственно-частотный спектр функции $\vec{f}(\vec{r}, t)$, $\vec{r} = (x, y)$ — двумерный радиус-вектор, а $\vec{k} = (k_x, k_y)$ — двумерный волновой вектор в плоскости xOy , $\vec{k}\vec{r} = k_x x + k_y y$, $d\vec{k} = dk_x dk_y$, $d\vec{r} = dx dy$. Решения уравнений (17) будем искать в следующем виде:

— область I ($z \leq 0$):

$$\psi_1(\vec{r}, z, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_1(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r} - i\kappa_1 z} d\omega d\vec{k}; \quad (21)$$

— область II ($0 \leq z \leq h$):

$$\psi_2^{(+)}(\vec{r}, z, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_2^{(+)}(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r} + i\kappa_1 z} d\omega d\vec{k}, \quad (22)$$

$$\vec{A}_2^{(+)}(\vec{r}, z, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{A}_2^{(+)}(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r} + i\kappa_1 z} d\omega d\vec{k}, \quad (23)$$

$$\psi_2^{(-)}(\vec{r}, z, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_2^{(-)}(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r} - i\kappa_1(z-h)} d\omega d\vec{k}, \quad (24)$$

$$\vec{A}_2^{(-)}(\vec{r}, z, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{A}_2^{(-)}(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r} - i\kappa_t(z-h)} d\omega d\vec{k}; \quad (25)$$

— область III ($z \geq h$):

$$\psi_3(\vec{r}, z, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_3(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r} + i\kappa_l(z-h)} d\omega d\vec{k}, \quad (26)$$

$$\vec{A}_3(\vec{r}, z, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{A}_3(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r} + i\kappa_t(z-h)} d\omega d\vec{k}. \quad (27)$$

В (21)–(27) $\kappa_1 = (k_1^2 - k^2)^{1/2}$, $\kappa_{l,t} = (k_{l,t}^2 - k^2)^{1/2}$, $k_1 = \omega/c_1$, $k_{l,t} = \omega/c_{l,t}$ — волновые числа звуковой, продольной и поперечной волн на частоте ω , $k = |\vec{k}|$. Для сходимости интегралов (21), (26), (27) при $|z| \rightarrow \infty$ необходимо определить аналитические функции κ_1 , κ_l и κ_t на комплексной плоскости k следующим образом:

$$(k_\alpha^2 - k^2)^{1/2} = i \left| (k^2 - k_\alpha^2)^{1/2} \right| \quad \text{при } k > \omega/c_\alpha,$$

где индекс “ α ” принимает значения 1, l и t . Вводя в среды малое затухание волн можно показать, что контур интегрирования по ω должен проходить выше особых точек подынтегральных выражений (например, точек ветвления $k = \pm k_\alpha$ аналитических функций κ_α), т. е. в области $\text{Im } \omega > 0$.

Поля в областях I–III описываются тринадцатью неизвестными величинами: ψ_1 , $\psi_2^{(+)}$, $\vec{A}_2^{(+)}$, $\psi_2^{(-)}$, $\vec{A}_2^{(-)}$, ψ_3 и \vec{A}_3 . Для фурье-образов этих величин из граничных условий (7), (8), (11), (13), которые также необходимо переписать через фурье-образы, получим десять линейных алгебраических уравнений. Еще три уравнения получим из условий $\text{div } \vec{A}_2^{(+),(-)} = 0$, $\text{div } \vec{A}_3 = 0$, которые позволяют исключить z -компоненты фурье-образов векторных потенциалов. В результате для фурье-образов скалярных

потенциалов и горизонтальных компонент векторных потенциалов получаем следующую систему десяти линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} i\kappa_l \tilde{\psi}_1 + i\kappa_l \tilde{\psi}_2^{(+)} - ik_y \tilde{A}_{2x}^{(+)} + ik_x \tilde{A}_{2y}^{(+)} - i\kappa_l e^{i\kappa_l h} \tilde{\psi}_2^{(-)} - \\ - ik_y e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2x}^{(-)} + ik_x e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2y}^{(-)} = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\rho_1}{\rho_2} k_t^2 \tilde{\psi}_1 + (k_t^2 - 2k^2) \tilde{\psi}_2^{(+)} - 2\kappa_t k_y \tilde{A}_{2x}^{(+)} + 2\kappa_t k_x \tilde{A}_{2y}^{(+)} + \\ + (k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_t h} \tilde{\psi}_2^{(-)} + 2\kappa_t k_y e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2x}^{(-)} - \\ - 2\kappa_t k_x e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2y}^{(-)} = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} 2k_x \kappa_l \tilde{\psi}_2^{(+)} - 2k_x k_y \tilde{A}_{2x}^{(+)} + (2k_x^2 - k_t^2) \tilde{A}_{2y}^{(+)} - 2k_x \kappa_l e^{i\kappa_l h} \tilde{\psi}_2^{(-)} - \\ - 2k_x k_y e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2x}^{(-)} + (2k_x^2 - k_t^2) e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2y}^{(-)} = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} 2k_y \kappa_l \tilde{\psi}_2^{(+)} - (2k_y^2 - k_t^2) \tilde{A}_{2x}^{(+)} + 2k_x k_y \tilde{A}_{2y}^{(+)} - 2k_y \kappa_l e^{i\kappa_l h} \tilde{\psi}_2^{(-)} - \\ - (2k_y^2 - k_t^2) e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2x}^{(-)} + 2k_x k_y e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2y}^{(-)} = 0, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \kappa_l e^{i\kappa_l h} \tilde{\psi}_2^{(+)} - k_y e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2x}^{(+)} + k_x e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2y}^{(+)} - \kappa_l \tilde{\psi}_2^{(-)} - k_y \tilde{A}_{2x}^{(-)} + \\ + k_x \tilde{A}_{2y}^{(-)} - \kappa_l \tilde{\psi}_3 + k_y \tilde{A}_{3x} - k_x \tilde{A}_{3y} = 0, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \kappa_t k_x e^{i\kappa_t h} \tilde{\psi}_2^{(+)} - k_x k_y e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2x}^{(+)} - (k_y^2 + \kappa_t^2) e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2y}^{(+)} + \\ + \kappa_t k_x \tilde{\psi}_2^{(-)} + k_x k_y \tilde{A}_{2x}^{(-)} + (k_y^2 + \kappa_t^2) \tilde{A}_{2y}^{(-)} - \kappa_t k_x \tilde{\psi}_3 + \\ + k_x k_y \tilde{A}_{3x} + (k_y^2 + \kappa_t^2) \tilde{A}_{3y} = 0, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \kappa_t k_y e^{i\kappa_t h} \tilde{\psi}_2^{(+)} + (k_x^2 + \kappa_t^2) e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2x}^{(+)} + k_x k_y e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2y}^{(+)} + \\ + \kappa_t k_y \tilde{\psi}_2^{(-)} - (k_x^2 + \kappa_t^2) \tilde{A}_{2x}^{(-)} - k_x k_y \tilde{A}_{2y}^{(-)} - \kappa_t k_y \tilde{\psi}_3 - \\ - (k_x^2 + \kappa_t^2) \tilde{A}_{3x} - k_x k_y \tilde{A}_{3y} = 0, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned}
& -(k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_t h} \tilde{\psi}_2^{(+)} + 2\kappa_t k_y e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2x}^{(+)} - 2\kappa_t k_x e^{i\kappa_t h} \tilde{A}_{2y}^{(+)} - \\
& - (k_t^2 - 2k^2) \tilde{\psi}_2^{(-)} - 2\kappa_t k_y \tilde{A}_{2x}^{(-)} + 2\kappa_t k_x \tilde{A}_{2y}^{(-)} + \\
& + (k_t^2 - 2k^2) \tilde{\psi}_3 - 2\kappa_t k_y \tilde{A}_{3x} + 2\kappa_t k_x \tilde{A}_{3y} = \frac{F_z}{\mu}, \quad (35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2k_x \kappa_l e^{i\kappa_l h} \tilde{\psi}_2^{(+)} + 2k_x k_y e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2x}^{(+)} + (k_t^2 - 2k_x^2) e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2y}^{(+)} + \\
& + 2k_x \kappa_l \tilde{\psi}_2^{(-)} + 2k_x k_y \tilde{A}_{2x}^{(-)} + (k_t^2 - 2k_x^2) \tilde{A}_{2y}^{(-)} + 2k_x \kappa_l \tilde{\psi}_3 - \\
& - 2k_x k_y \tilde{A}_{3x} + (2k_x^2 - k_t^2) \tilde{A}_{3y} = \frac{F_x}{\mu}, \quad (36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2k_y \kappa_l e^{i\kappa_l h} \tilde{\psi}_2^{(+)} + (2k_y^2 - k_t^2) e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2x}^{(+)} - 2k_x k_y e^{i\kappa_l h} \tilde{A}_{2y}^{(+)} + \\
& + 2k_y \kappa_l \tilde{\psi}_2^{(-)} + (2k_y^2 - k_t^2) \tilde{A}_{2x}^{(-)} - 2k_x k_y \tilde{A}_{2y}^{(-)} + 2k_y \kappa_l \tilde{\psi}_3 + \\
& + (k_t^2 - 2k_y^2) \tilde{A}_{3x} + 2k_x k_y \tilde{A}_{3y} = \frac{F_y}{\mu}. \quad (37)
\end{aligned}$$

Решая систему уравнений (28)–(37) по правилу Крамера, получим выражения для фурье-образов волновых полей:

$$\begin{aligned}
\tilde{\psi}_1(\vec{k}, \omega) = & \frac{1}{\rho_2 c_t^2 \kappa_l S_0(k)} \left\{ \left[(k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_l h} - 2\kappa_l \kappa_t e^{i\kappa_t h} \right] (\vec{k}\vec{F}) - \right. \\
& \left. - \kappa_l \left[(k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_l h} + 2k^2 e^{i\kappa_t h} \right] F_z \right\}, \quad (38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\psi}_2^{(+)}(\vec{k}, \omega) = & -\frac{1}{2\rho_2 c_t^2 k_t^2 \kappa_l S_0(k)} \times \\
& \times \left\{ \left[S_{mm}(k) e^{i\kappa_l h} - 4\kappa_l \kappa_t (k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_t h} \right] (\vec{k}\vec{F}) - \right. \\
& \left. - \kappa_l \left[S_{mm}(k) e^{i\kappa_l h} + 4k^2 (k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_t h} \right] F_z \right\}, \quad (39)
\end{aligned}$$

$$\tilde{A}_2^{(+)} = \tilde{A}_{2SV}^{(+)} + \tilde{A}_{2SH}^{(+)}, \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2SV}^{(+)}(\vec{k}, \omega) &= \frac{(\vec{k} \times \vec{e}_z)}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_t S_0(k)} \times \\ &\times \left\{ \kappa_t \left[4k^2(k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_t h} + S_{mp}(k) e^{i\kappa_t h} \right] (\vec{k}\vec{F}) - \right. \\ &\left. - k^2 \left[4\kappa_t \kappa_t (k_t^2 - 2k^2) e^{i\kappa_t h} - S_{mp}(k) e^{i\kappa_t h} \right] F_z \right\}, \quad (41) \end{aligned}$$

$$\tilde{A}_{2SH}^{(+)}(\vec{k}, \omega) = \frac{\kappa_t \vec{k} - k^2 \vec{e}_z}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_t} (k_x F_y - k_y F_x) e^{i\kappa_t h}, \quad (42)$$

$$\tilde{\psi}_2^{(-)}(\vec{k}, \omega) = \frac{(\vec{k}\vec{F}) - \kappa_t F_z}{2\rho_2 c_t^2 k_t^2 \kappa_t}, \quad (43)$$

$$\tilde{A}_2^{(-)} = \tilde{A}_{2SV}^{(-)} + \tilde{A}_{2SH}^{(-)}, \quad (44)$$

$$\tilde{A}_{2SV}^{(-)}(\vec{k}, \omega) = -\frac{\kappa_t (\vec{k}\vec{F}) + k^2 F_z}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_t} (\vec{k} \times \vec{e}_z), \quad (45)$$

$$\tilde{A}_{2SH}^{(-)}(\vec{k}, \omega) = -\frac{\kappa_t \vec{k} + k^2 \vec{e}_z}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_t} (k_x F_y - k_y F_x), \quad (46)$$

$$\tilde{\psi}_3(\vec{k}, \omega) = \frac{(\vec{k}\vec{F}) + \kappa_t F_z}{2\rho_2 c_t^2 k_t^2 \kappa_t} + \tilde{\psi}_2^{(+)}(\vec{k}, \omega) e^{i\kappa_t h}, \quad (47)$$

$$\tilde{A}_3 = \tilde{A}_{3SV} + \tilde{A}_{3SH}, \quad (48)$$

$$\tilde{A}_{3SV}(\vec{k}, \omega) = \frac{\kappa_t (\vec{k}\vec{F}) - k^2 F_z}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_t} (\vec{k} \times \vec{e}_z) + \tilde{A}_{2SV}^{(+)}(\vec{k}, \omega) e^{i\kappa_t h}, \quad (49)$$

$$\tilde{A}_{3SH}(\vec{k}, \omega) = \frac{\kappa_t \vec{k} - k^2 \vec{e}_z}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_t} (k_x F_y - k_y F_x) + \tilde{A}_{2SH}^{(+)}(\vec{k}, \omega) e^{i\kappa_t h}. \quad (50)$$

В (40), (44), (48) учтено, что при наличии в среде плоских границ поперечную волну с произвольным направлением вектора смещений удобно представить в виде суммы волны, в которой вектор смещений параллелен границе (SH -волна), и волны, в которой вектор смещений имеет перпендикулярную к границе составляющую (SV -волна) [53].

В (38), (39), (41) введены обозначения:

$$S_0(k) = R_0(k) + \varepsilon k_t^4 \frac{\kappa_l}{\kappa_1},$$

$$R_0(k) = (k_t^2 - 2k^2)^2 + 4k^2 \kappa_l \kappa_t, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

$$S_{mm} = (k_t^2 - 2k^2)^2 - 4k^2 \kappa_l \kappa_t - \varepsilon k_t^4 \frac{\kappa_l}{\kappa_1},$$

$$S_{mp} = (k_t^2 - 2k^2)^2 - 4k^2 \kappa_l \kappa_t + \varepsilon k_t^4 \frac{\kappa_l}{\kappa_1},$$

$\vec{k} \times \vec{e}_z = k_y \vec{e}_x - k_x \vec{e}_y$, $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ — орты координатных осей.

Подстановка выражений (38)–(50) в соответствующие интегралы Фурье (21)–(27) позволяет записать решение рассматриваемой задачи в интегральном виде. Некоторые из этих интегралов Фурье имеют полюс, определяемый из решения уравнения $S_0(k) = 0$, и связанный с излучением поверхностных волн на границе раздела твердое тело – газ. При условии $c_1 < c_R$, где c_R — скорость рэлеевской волны на границе твердое тело – вакуум (соответствующее ей волновое число k_R определяется из уравнения Рэля $R_0(k) = 0$), уравнение $S_0(k) = 0$ имеет один действительный корень $k = k_S$, соответствующий поверхностной волне Стонели [53, 54].

Полученное интегральное решение задачи позволяет сделать ряд общих выводов о возбуждении тех или иных типов волн источниками различных конфигураций. Если вертикальная составляющая силы отсутствует, $f_z = 0$, а распределение горизонтальных сил $f_{x,y}(\vec{r}, t)$ представляет собой соленоидальное поле ($\text{div } \vec{f} = 0$), то отличны от нуля только потенциалы $\vec{A}_{2SH}^{(+),(-)}$, \vec{A}_{3SH} . Такой источник возбуждает только поперечные волны, вектор смещений в которых лежит в горизонтальной плоскости (SH -волны). Акустические волны в газе, продольные волны в твердом теле, а также поверхностная волна Стонели в этом случае не возбуждаются.

Если приложенные к плоскости $z = h$ силы имеют вертикальную составляющую, или, в её отсутствие, и ротор, и дивергенция поля горизонтальных сил отличны от нуля, $\text{rot } \vec{f} \neq 0$, $\text{div } \vec{f} \neq 0$, то возбуждаются акустические волны в газе, продольные и поперечные (SV - и SH -поляризации) волны в твердом теле, а также поверхностная волна Стонели. Потенциальное поле горизонтальных сил ($\text{rot } \vec{f} = 0$) волны SH -поляризации не возбуждает.

Для гармонических силовых воздействий, когда

$$\vec{f}(\vec{r}, t) = \vec{f}_\omega(\vec{r}) e^{-i\omega_0 t},$$

где ω_0 — циклическая частота и $\vec{f}_\omega(\vec{r})$ — распределение сил по плоскости $z = h$, из соотношения (20) следует, что

$$\vec{F}(\vec{k}, \omega) = \delta(\omega - \omega_0) \vec{F}_\omega(\vec{k}), \quad (51)$$

где

$$\vec{F}_\omega(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}_\omega(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} \quad (52)$$

— пространственный спектр гармонического источника. Поля акустических и упругих волн, генерируемых таким источником, выражаются в виде двойных интегралов Фурье по x - и y -компонентам волнового вектора.

Отметим, что выражения (43)–(46) и первые слагаемые в формулах (47), (49), (50) описывают поля упругих волн, возбуждаемых силовыми источниками, распределенными по плоскости в безграничной твердой среде.

Из полученного решения следует ряд известных частных случаев. Если силовые источники находятся на границе раздела сред ($h = 0$), то выражения (38), (47)–(50) для $\vec{\psi}_1(\vec{k}, \omega)$, $\vec{\psi}_3(\vec{k}, \omega)$ и $\vec{A}_3(\vec{k}, \omega)$ соответствуют результатам, полученным в работе [92]. Если при этом газ над упругой средой отсутствует ($\rho_1 = 0$), то из (47)–(50) следуют формулы, полученные в работе [50].

Из выражений (38), (39), (41), (43), (45), (47) и (49) следует решение задачи о возбуждении сейсмоакустических волн точечным гармоническим силовым источником, находящимся в упругом полупространстве, граничащем с газом [98].

Дальнейшее рассмотрение ограничим случаем гармонических силовых источников. Средняя за период волны излучаемая мощность может быть вычислена двумя способами: путем подсчета потока энергии через окружающую источник поверхность, а также методом реакции излучения. Мощность излучения объемных волн (т. е. сферических продольной и поперечной волн в твердом теле и акустической волны в газе) более удобно вычислять первым способом. При этом следует методом стационарной фазы вычислить интегралы Фурье по горизонтальным компонентам волнового вектора (это даст асимптотики волновых полей на больших по сравнению с длинами излучаемых волн расстояниях от источника), затем вычислить плотность потока энергии, и, наконец, поток энергии через поверхность полусферы большого радиуса. Мощность излучения поверхностной волны удобнее вычислять методом реакции излучения.

Рассмотрим мощность излучения поверхностных волн. При действии на плоскость $z = h$ гармонических силовых источников с циклической частотой ω_0 средняя за период волны $T = 2\pi/\omega_0$ полная мощность излучения дается выражением:

$$W_{\text{tot}} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[i\omega_0 \iint_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}_\omega^*(\vec{r}) \vec{u}(\vec{r}, z) \Big|_{z=h} d\vec{r} \right], \quad (53)$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение. В формуле (53) удобно перейти к спектрам, переписав её в виде

$$W_{\text{tot}} = -2\pi^2\omega_0 \operatorname{Re} \left[i \iint_{-\infty}^{+\infty} \vec{U}_\omega(\vec{k}) \vec{F}_\omega^*(\vec{k}) d\vec{k} \right]. \quad (54)$$

В (54) введено обозначение $\vec{U}_\omega(\vec{k})$ для пространственного спектра

смещений плоскости $z = h$ в гармонической волне:

$$\vec{U}_\omega(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \vec{u}(\vec{r}, z) \Big|_{z=h} e^{-i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r}. \quad (55)$$

Компоненты вектора $\vec{U}_\omega(\vec{k})$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} U_{\omega x}(\vec{k}) = & \frac{ik_x}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_l S_0(k)} \times \\ & \times \left\{ \left[-k^2 S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + \kappa_l \kappa_t S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} + \right. \right. \\ & + 8k^2 \kappa_l \kappa_t (k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h} \Big] (\vec{k} \vec{F}_\omega) + \\ & + k^2 \kappa_l \left[S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} + \right. \\ & \left. \left. + 4(k^2 - \kappa_l \kappa_t)(k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h} \right] F_{\omega z} \right\} + \\ & + \frac{ik_x(k^2 + \kappa_l \kappa_t)(\vec{k} \vec{F}_\omega)}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_l} - \\ & - \frac{iky(k_x F_{\omega y} - k_y F_{\omega x})(1 + e^{2i\kappa_t h})}{2\rho_2 c_t^2 k^2 \kappa_t}, \quad (56) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{\omega y}(\vec{k}) = & \frac{iky}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_l S_0(k)} \times \\ & \times \left\{ \left[-k^2 S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + \kappa_l \kappa_t S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} + \right. \right. \\ & + 8k^2 \kappa_l \kappa_t (k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h} \Big] (\vec{k} \vec{F}_\omega) + \\ & + k^2 \kappa_l \left[S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} + \right. \\ & \left. \left. + 4(k^2 - \kappa_l \kappa_t)(k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h} \right] F_{\omega z} \right\} + \\ & + \frac{iky(k^2 + \kappa_l \kappa_t)(\vec{k} \vec{F}_\omega)}{2\rho_2 c_t^2 k^2 k_t^2 \kappa_l} + \\ & + \frac{ik_x(k_x F_{\omega y} - k_y F_{\omega x})(1 + e^{2i\kappa_t h})}{2\rho_2 c_t^2 k^2 \kappa_t}, \quad (57) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{\omega z}(\vec{k}) = & -\frac{i}{2\rho_2 c_t^2 k_t^2 \kappa_t S_0(k)} \times \\
& \times \left\{ \kappa_t \left[S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} + \right. \right. \\
& + 4(k^2 - \kappa_l \kappa_t)(k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h} \left. \right] (\vec{k} \vec{F}_\omega) + \\
& + \left[-\kappa_l \kappa_t S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + k^2 S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} - \right. \\
& - 8k^2 \kappa_l \kappa_t (k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h} \left. \right] F_{\omega z} \left. \right\} + \\
& + \frac{i(k^2 + \kappa_l \kappa_t) F_{\omega z}}{2\rho_2 c_t^2 k_t^2 \kappa_t}. \tag{58}
\end{aligned}$$

Выделить из общего выражения (54) мощности излучения всех типов волн не представляется возможным. Однако сравнительно легко можно получить формулу, описывающую мощность излучения поверхностной волны. Смещения в поверхностной волне в твердом теле представляют собой суперпозицию продольных P -волн и поперечных SV -волн. Отражением этого факта является наличие полюсов в соответствующих интегралах Фурье.

Выделим из формулы (54) для полной мощности излучения слагаемые, в которых имеются полюса подынтегральных выражений. Обозначая эти слагаемые W , запишем их в виде:

$$\begin{aligned}
W = & \frac{\pi^2}{\rho_2 \omega_0} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k^2 \kappa_l \kappa_t S_0(k)} \left\{ \kappa_t \alpha(k) (\vec{k} \vec{F}_\omega) (\vec{k} \vec{F}_\omega^*) + \right. \\
& + k^2 \kappa_l \kappa_t \beta(k) [(\vec{k} \vec{F}_\omega^*) F_{\omega z} - (\vec{k} \vec{F}_\omega) F_{\omega z}^*] - \\
& \left. - k^2 \kappa_l \gamma(k) |F_{\omega z}|^2 \right\} d\vec{k}. \tag{59}
\end{aligned}$$

В (59) введены обозначения

$$\begin{aligned}
\alpha(k) = & -k^2 S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + \kappa_l \kappa_t S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} + \\
& + 8k^2 \kappa_l \kappa_t (k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h}, \tag{60}
\end{aligned}$$

$$\beta(k) = S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} + 4(k^2 - \kappa_l \kappa_t)(k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h}, \quad (61)$$

$$\gamma(k) = -\kappa_l \kappa_t S_{mm}(k) e^{2i\kappa_l h} + k^2 S_{mp}(k) e^{2i\kappa_t h} - 8k^2 \kappa_l \kappa_t (k_t^2 - 2k^2) e^{i(\kappa_l + \kappa_t)h}. \quad (62)$$

Перейдем под интегралом в (59) к полярным координатам на плоскости $k_x O k_y$ в соответствии с формулами

$$k_x = k \cos \varphi, \quad k_y = k \sin \varphi.$$

Это позволяет представить величину W в виде:

$$W = \frac{\pi^2}{\rho_2 \omega_0} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_l \kappa_t S_0(k)} \left[\kappa_t \alpha(k) |F_{\omega r}|^2 + k \kappa_l \kappa_t \beta(k) (F_{\omega r}^* F_{\omega z} - F_{\omega r} F_{\omega z}^*) - \kappa_l \gamma(k) |F_{\omega z}|^2 \right] k dk, \quad (63)$$

где

$$F_{\omega r} = F_{\omega x} \cos \varphi + F_{\omega y} \sin \varphi. \quad (64)$$

При получении формулы (63) учтено, что

$$\vec{k} \vec{F}_{\omega} = k(F_{\omega x} \cos \varphi + F_{\omega y} \sin \varphi) = k F_{\omega r},$$

$$(\vec{k} \vec{F}_{\omega})(\vec{k} \vec{F}_{\omega}^*) = k^2 |F_{\omega r}|^2.$$

Отметим, что каждая из компонент вектора спектра силы может сложным образом зависеть от переменных интегрирования k и φ в (63).

Вклад в реальную часть интеграла (63) дают те области интегрирования, где подынтегральная функция действительна, а также полувычеты в лежащих на действительной оси полюсах подынтегрального выражения. Как отмечено выше, при условии $c_1 < c_R$ уравнение $S_0(k) = 0$ имеет действительный корень $k = k_S$, соответствующий поверхностной волне Стонели.

Мощность излучения волны Стонели пропорциональна полу-
вычету в полюсе $k = k_S$ в интеграле по k в (63):

$$\begin{aligned}
 W_S = & -\frac{2\pi^3 k_S}{\rho_2 \omega_0 \sqrt{k_S^2 - k_i^2} S_0'(k_S)} \left\{ k_S^2 \left[(k_i^2 - 2k_S^2) e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} + \right. \right. \\
 & + 2\sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2} e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} \left. \right]^2 \int_0^{2\pi} |F_{\omega r}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi + \\
 & + (k_S^2 - k_i^2) \left[(k_i^2 - 2k_S^2) e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} + 2k_S^2 e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} \right]^2 \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} |F_{\omega z}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi + 2k_S \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \left[(k_i^2 - 2k_S^2)^2 e^{-2\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} + \right. \\
 & + 4k_S^2 \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2} e^{-2\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} + 2(k_i^2 - 2k_S^2) \times \\
 & \times \left(k_S^2 + \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \right) e^{-(\sqrt{k_S^2 - k_i^2} + \sqrt{k_S^2 - k_i^2}) h} \left. \right] \times \\
 & \times \int_0^{2\pi} \text{Im} [F_{\omega r}^*(k_S, \varphi) F_{\omega z}(k_S, \varphi)] d\varphi \left. \right\}. \tag{65}
 \end{aligned}$$

В (65)

$$\begin{aligned}
 S_0'(k_S) = & \frac{dS_0}{dk} \Big|_{k=k_S} = 8k_S \left[2k_S^2 - k_i^2 - \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \right] + \\
 & + \frac{4k_S^3(k_i^2 + k_i^2 - 2k_S^2)}{\sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2}} - \varepsilon \frac{k_i^4 k_S (k_i^2 - k_i^2)}{\sqrt{k_S^2 - k_i^2} (k_S^2 - k_i^2)^{3/2}}.
 \end{aligned}$$

Вводя обозначения

$$\begin{aligned}
 a(k_S) = & k_S \left[(k_i^2 - 2k_S^2) e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} + \right. \\
 & \left. + 2\sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2} e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} \right], \tag{66}
 \end{aligned}$$

$$b(k_S) = \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \left[(k_i^2 - 2k_S^2) e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} + 2k_S^2 e^{-\sqrt{k_S^2 - k_i^2} h} \right], \quad (67)$$

выражение для мощности излучения поверхностной волны Сто-
нели можно представить в виде:

$$W_S = -\frac{2\pi^3 k_S}{\rho_2 \omega_0 \sqrt{k_S^2 - k_i^2} S'_0(k_S)} \left\{ a^2(k_S) \int_0^{2\pi} |F_{\omega r}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi + \right. \\ \left. + b^2(k_S) \int_0^{2\pi} |F_{\omega z}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi + \right. \\ \left. + 2a(k_S) b(k_S) \int_0^{2\pi} \text{Im} [F_{\omega r}^*(k_S, \varphi) F_{\omega z}(k_S, \varphi)] d\varphi \right\}. \quad (68)$$

Рассмотрим частные случаи формул (65), (68). Если источ-
ник находится на поверхности упругого полупространства, $h=0$,
то из (66), (67) следует, что

$$a(k_S) = k_S \left(k_i^2 - 2k_S^2 + 2\sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \right), \quad (69)$$

$$b(k_S) = k_i^2 \sqrt{k_S^2 - k_i^2}. \quad (70)$$

При этом выражение для мощности излучения волны Сто-
нели принимает вид:

$$W_S \Big|_{h=0} = -\frac{2\pi^3 k_S}{\rho_2 \omega_0 \sqrt{k_S^2 - k_i^2} S'_0(k_S)} \times \\ \times \left\{ k_S^2 \left(k_i^2 - 2k_S^2 + 2\sqrt{k_S^2 - k_i^2} \sqrt{k_S^2 - k_i^2} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \int_0^{2\pi} |F_{\omega r}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi + k_i^4 (k_S^2 - k_i^2) \int_0^{2\pi} |F_{\omega z}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + 2k_t^2 k_S \left(k_t^2 - 2k_S^2 + 2\sqrt{k_S^2 - k_t^2} \sqrt{k_S^2 - k_t^2} \right) \times \\
& \times \sqrt{k_S^2 - k_t^2} \int_0^{2\pi} \text{Im} \left[F_{\omega r}^*(k_S, \varphi) F_{\omega z}(k_S, \varphi) \right] d\varphi \left. \right\}. \quad (71)
\end{aligned}$$

Аналогичное выражение для W_S было ранее получено в работе [92]. Необходимо отметить, что в [92] в случае, когда к поверхности твердого тела приложена касательная сила ($f_{\omega z} = 0$), для мощности излучения волны Стонели было получено выражение (см. формулу (50) в [92]):

$$\begin{aligned}
W_S^{(r)} \Big|_{h=0} &= - \frac{2\pi^3 \omega_0^3 k_S}{\rho_2 c_t^4 \sqrt{k_S^2 - k_t^2} S_0'(k_S)} \times \\
& \times \left[\sqrt{k_S^2 - k_t^2} \sqrt{k_S^2 - k_t^2} - \varepsilon \left(k_S^2 - \sqrt{k_S^2 - k_t^2} \sqrt{k_S^2 - k_t^2} \right) \right] \times \\
& \times \int_0^{2\pi} |F_{\omega r}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi. \quad (72)
\end{aligned}$$

Из общей формулы (71) следует, что

$$\begin{aligned}
W_S^{(r)} \Big|_{h=0} &= - \frac{2\pi^3 k_S^3}{\rho_2 \omega_0 \sqrt{k_S^2 - k_t^2} S_0'(k_S)} \times \\
& \times \left(k_t^2 - 2k_S^2 + 2\sqrt{k_S^2 - k_t^2} \sqrt{k_S^2 - k_t^2} \right)^2 \int_0^{2\pi} |F_{\omega r}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi. \quad (73)
\end{aligned}$$

Эквивалентность формул (72) и (73) следует из соотношения $S_0(k_S) = 0$.

Если на глубине $z = h$ действует источник вертикальной силы, $f_{\omega z} \neq 0$, $f_{\omega x} = f_{\omega y} = 0$, то мощность излучения дается выражением:

$$W_S^{(z)} = W_S^{(z)}(0) \zeta_S^{(z)}(h), \quad (74)$$

где

$$W_S^{(z)}(0) = -\frac{2\pi^3 \omega_0^3 k_S \sqrt{k_S^2 - k_t^2}}{\rho_2 c_t^4 S_0'(k_S)} \int_0^{2\pi} |F_{\omega z}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi \quad (75)$$

— мощность волны Стонели, возбуждаемой поверхностным источником, и функция

$$\zeta_S^{(z)}(h) = \left[\left(2 \frac{k_S^2}{k_t^2} - 1 \right) e^{-\sqrt{k_S^2 - k_t^2} h} - 2 \frac{k_S^2}{k_t^2} e^{-\sqrt{k_S^2 - k_t^2} h} \right]^2 \quad (76)$$

характеризует зависимость излучаемой мощности от глубины расположения источника.

В случае точечного источника, когда

$$f_{\omega z} = f_0 \delta(x) \delta(y),$$

и

$$F_{\omega z}(k_S) = \frac{f_0}{4\pi^2}$$

(здесь f_0 характеризует амплитуду вертикальной силы), выражение для величины $W_S^{(z)}$ принимает вид:

$$W_S^{(z)}(0) = -\frac{f_0^2 \omega_0^2 k_S \sqrt{k_S^2 - k_t^2}}{4\rho_2 c_t^4 S_0'(k_S)}. \quad (77)$$

Формула (75) была ранее получена в [92], а выражения (74), (76) — в работе [98]. Мощность волны Стонели, излучаемой точечным поверхностным источником вертикальной силы, описываемая формулой (77), вычислена в [89].

Если на плоскости $z = h$ действует источник горизонтальной силы, т. е. $f_{\omega z} = 0$, $f_{\omega r} \neq 0$, то выражение для мощности

излучения волны Стонели имеет вид:

$$W_S^{(r)} = -\frac{2\pi^3\omega_0^3k_S^3}{\rho_2c_t^4\sqrt{k_S^2-k_t^2}S'_0(k_S)} \left[\left(1-2\frac{k_S^2}{k_t^2}\right)e^{-\sqrt{k_S^2-k_t^2}h} + \right. \\ \left. + 2\sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2}-n^2}\sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2}-1}e^{-\sqrt{k_S^2-k_t^2}h} \right]^2 \int_0^{2\pi} |F_{\omega r}(k_S, \varphi)|^2 d\varphi, \quad (78)$$

где $n = k_l/k_t = c_t/c_l$.

В случае точечного источника горизонтальной силы, действующей, например, вдоль оси x , когда

$$f_{\omega x} = f_0 \delta(x) \delta(y),$$

и

$$F_{\omega x}(k_S) = \frac{f_0}{4\pi^2}, \quad F_{\omega r}(k_S, \varphi) = \frac{f_0}{4\pi^2} \cos \varphi,$$

из (78) получаем:

$$W_S^{(x)} = -\frac{f_0^2\omega_0^3k_S^3}{8\rho_2c_t^4\sqrt{k_S^2-k_t^2}S'_0(k_S)} \left[\left(1-2\frac{k_S^2}{k_t^2}\right)e^{-\sqrt{k_S^2-k_t^2}h} + \right. \\ \left. + 2\sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2}-n^2}\sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2}-1}e^{-\sqrt{k_S^2-k_t^2}h} \right]^2. \quad (79)$$

Формулу (79) можно записать также в виде

$$W_S^{(x)} = W_S^{(x)}(0) \zeta_S^{(x)}(h), \quad (80)$$

где

$$W_S^{(x)}(0) = -\frac{f_0^2\omega_0^3k_S^3}{8\rho_2c_t^4\sqrt{k_S^2-k_t^2}S'_0(k_S)} \times \\ \times \left(1-2\frac{k_S^2}{k_t^2} + 2\sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2}-n^2}\sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2}-1}\right)^2 \quad (81)$$

представляет собой мощность излучения волны Стонели, возбуждаемой точечным источником поверхностной горизонтальной силы, и

$$\begin{aligned} \zeta_S^{(x)}(h) = & \left[\left(1 - 2 \frac{k_S^2}{k_t^2} \right) e^{-\sqrt{k_S^2 - k_t^2} h} + \right. \\ & \left. + 2 \sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2} - n^2} \sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2} - 1} e^{-\sqrt{k_S^2 - k_t^2} h} \right]^2 \times \\ & \times \left(1 - 2 \frac{k_S^2}{k_t^2} + 2 \sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2} - n^2} \sqrt{\frac{k_S^2}{k_t^2} - 1} \right)^{-2} \end{aligned} \quad (82)$$

— функция, характеризующая зависимость мощности излучения волны Стонели от глубины расположения источника.

В ряде практически важных случаев упругая среда находится в контакте с разреженным газом, плотность которого на три–четыре порядка меньше плотности твердого тела. При этом можно пренебречь волновыми процессами в газе и приближенно считать, что твердая среда граничит с вакуумом.

В случае границы твердого тела с вакуумом в знаменателе подынтегрального выражения в формуле (63) следует заменить $S_0(k)$ на $R_0(k)$. При любых соотношениях между параметрами Ламэ упругой среды λ и μ уравнение $R_0(k) = 0$ имеет действительный корень, соответствующий поверхностной волне Рэлея.

Мощность излучения волны Рэлея пропорциональна полувычету в полюсе $k = k_R$ в интеграле, аналогичном (63):

$$\begin{aligned} W_R = & -\frac{2\pi^3 k_R}{\rho_2 \omega_0 R_0'(k_R)} \left\{ \alpha_0^2(k_R) \int_0^{2\pi} |F_r(k_R, \varphi)|^2 d\varphi + \right. \\ & + \beta_0^2(k_R) \int_0^{2\pi} |F_z(k_R, \varphi)|^2 d\varphi + \\ & \left. + 2\alpha_0(k_R) \beta_0(k_R) \int_0^{2\pi} \text{Im} [F_r^*(k_R, \varphi) F_z(k_R, \varphi)] d\varphi \right\}. \end{aligned} \quad (83)$$

В (83) введены обозначения:

$$\alpha_0(k_R) = \sqrt{q_l} \left[2k_R^2 e^{-q_l h} - (2k_R^2 - k_t^2) e^{-q_t h} \right],$$

$$\beta_0(k_R) = \sqrt{q_l} \left[(2k_R^2 - k_t^2) e^{-q_l h} - 2k_R^2 e^{-q_t h} \right],$$

$$q_{l,t} = \sqrt{k_R^2 - k_{l,t}^2},$$

$$R'_0(k_R) = \left. \frac{dR_0}{dk} \right|_{k=k_R} = \frac{2}{k_R(2k_R^2 - k_t^2)^2} \times \\ \times [k_t^6(4k_R^2 - k_t^2) - 8k_R^6(k_t^2 - k_t^2)].$$

Рассмотрим частные случаи формулы (83). Если силовой источник расположен на поверхности упругого полупространства, $h = 0$, из (83) получаем:

$$W_R = -\frac{2\pi^3 \omega_0^3 k_R \sqrt{k_R^2 - k_t^2}}{\rho_2 c_t^4 R'_0(k_R)} \int_0^{2\pi} |F_r(k_R, \varphi)|^2 d\varphi - \\ - \frac{2\pi^3 \omega_0^3 k_R \sqrt{k_R^2 - k_t^2}}{\rho_2 c_t^4 R'_0(k_R)} \int_0^{2\pi} |F_z(k_R, \varphi)|^2 d\varphi + \\ + \frac{4\pi^3 \omega_0^3 k_R (k_R^2 - k_t^2)^{1/4} (k_R^2 - k_t^2)^{1/4}}{\rho_2 c_t^4 R'_0(k_R)} \times \\ \times \int_0^{2\pi} \text{Im} [F_r^*(k_R, \varphi) F_z(k_R, \varphi)] d\varphi. \quad (84)$$

Ранее в работе [48] для мощности излучения волны Рэлея, возбуждаемой поверхностными силовыми источниками, было

получено выражение:

$$\begin{aligned}
W_R = & \frac{4\pi^3\omega_0^2\xi^2}{\rho_2c_t^3q^2} \left\{ \frac{(2\xi^2-1)^2(4\xi^2-3)}{2\sqrt{\xi^2-1}} + \frac{2\xi^2(\xi^2-1)[1+4(\xi^2-n^2)]}{\sqrt{\xi^2-n^2}} \right. \\
& - \frac{2(2\xi^2-1)\sqrt{\xi^2-1} \left[(1+4\xi^2-2n^2)\sqrt{\xi^2-1} + (4\xi^2-1)\sqrt{\xi^2-n^2} \right]}{\sqrt{\xi^2-n^2} + \sqrt{\xi^2-1}} \times \\
& \times \int_0^{2\pi} \left| F_{\omega r}(k_R \cos \varphi, k_R \sin \varphi) \right|^2 d\varphi + \\
& + \frac{4\pi^3\omega_0^2\xi^2}{\rho_2c_t^3q^2} \left\{ \frac{2\xi^2(\xi^2-n^2)(4\xi^2-3)}{\sqrt{\xi^2-1}} + \frac{(2\xi^2-1)^2[1+4(\xi^2-n^2)]}{2\sqrt{\xi^2-n^2}} \right. \\
& - \frac{2(2\xi^2-1)\sqrt{\xi^2-n^2} \left[(1+4\xi^2-2n^2)\sqrt{\xi^2-1} + (4\xi^2-1)\sqrt{\xi^2-n^2} \right]}{\sqrt{\xi^2-n^2} + \sqrt{\xi^2-1}} \times \\
& \times \int_0^{2\pi} \left| F_{\omega z}(k_R \cos \varphi, k_R \sin \varphi) \right|^2 d\varphi + \frac{8\pi^3\omega_0^2\xi(2\xi^2-1)}{\rho_2c_t^3q^2} \times \\
& \times \left\{ \xi^2 \left[\frac{\sqrt{\xi^2-1}(1+4\xi^2-4n^2)}{\sqrt{\xi^2-n^2}} + \frac{\sqrt{\xi^2-n^2}(4\xi^2-3)}{\sqrt{\xi^2-1}} \right] - \right. \\
& \left. - \frac{(2\xi^2-1) \left[(1+4\xi^2-2n^2)\sqrt{\xi^2-1} + (4\xi^2-1)\sqrt{\xi^2-n^2} \right]}{\sqrt{\xi^2-n^2} + \sqrt{\xi^2-1}} \right\} \times \\
& \times \int_0^{2\pi} \text{Im} [F_{\omega r}(k_R \cos \varphi, k_R \sin \varphi) F_{\omega z}^*(k_R \cos \varphi, k_R \sin \varphi)] d\varphi. \quad (85)
\end{aligned}$$

В (85) использовались обозначения:

$$\xi = \frac{k_R}{k_t} = \frac{c_t}{c_R}$$

— отношение скоростей поперечной и рэлеевской волн,

$$q = \frac{R'_0(k_R)}{k_t^3} = \frac{2}{\xi(2\xi^2 - 1)^2} [4\xi^2 - 1 - 8\xi^6(1 - n^2)].$$

Формула (85) была получена путем вычисления смещений в волне Рэля, плотности потока энергии и её интегрирования затем по поверхности полубесконечного цилиндра, который включает в себе источник, и образующая которого параллельна оси z . Эта формула довольно громоздка, и путь её дальнейшего преобразования не очевиден. В виде, аналогичном (85), были получены выражения для мощности излучения волны Рэля для более простых конфигураций поверхностных сил в широко цитируемых работах [39] и [43]. Использованный здесь метод реакции излучения позволяет получить для мощности рэлеевской волны гораздо более простое выражение (84). Численное сравнение коэффициентов при интегралах в (84) с соответствующими коэффициентами в (85) при различных возможных значениях отношения $n = c_t/c_l$ показало, что формулы (84) и (85) эквивалентны.

Для точечного подповерхностного силового источника, ориентированного вдоль оси x , мощность излучения волны Рэля дается выражением:

$$W_R^{(x)} = W_R^{(x)}(0) \zeta_R^{(x)}(h), \quad (86)$$

где

$$W_R^{(x)}(0) = -\frac{f_0^2 \omega_0^3 k_R \sqrt{k_R^2 - k_t^2}}{8\rho_2 c_t^4 R'_0(k_R)} \quad (87)$$

— мощность излучения рэлеевской волны в случае поверхностного источника и

$$\zeta_R^{(x)}(h) = \left[2\xi^2 e^{-k_t h \sqrt{\xi^2 - n^2}} - (2\xi^2 - 1) e^{-k_t h \sqrt{\xi^2 - 1}} \right]^2 \quad (88)$$

— функция, описывающая зависимость мощности излучения рэлеевской волны от глубины, на которой находится источник.

Если точечный подповерхностный силовой источник ориентирован вертикально, то для мощности излучения волны Рэлея имеем:

$$W_R^{(z)} = W_R^{(z)}(0) \zeta_R^{(z)}(h), \quad (89)$$

где

$$W_R^{(z)}(0) = -\frac{f_0^2 \omega_0^3 k_R \sqrt{k_R^2 - k_l^2}}{4 \rho_2 c_l^4 R_0'(k_R)} \quad (90)$$

соответствует случаю поверхностного источника, и

$$\zeta_R^{(z)}(h) = \left[2\xi^2 e^{-k_l h \sqrt{\xi^2 - 1}} - (2\xi^2 - 1) e^{-k_l h \sqrt{\xi^2 - n^2}} \right]^2 \quad (91)$$

есть зависимость мощности излучения от глубины расположения источника.

Отметим, что формула (90) была получена в работе [89], а зависимость $\zeta_R^{(z)}(h)$ (91) — в статье [98].

Подробный численный анализ распределения мощности излучения по типам упругих волн, возбуждаемых в твердом пространстве точечным гармоническим подповерхностным вертикально ориентированным силовым источником, выполнен в [97] (см. также [106]).

Рассмотрим подробнее зависимости мощности излучения волны Рэлея от глубины расположения источника. Вид функций $\zeta_R^{(x)}(h)$ и $\zeta_R^{(z)}(h)$ соответствует выражениям для горизонтальной и вертикальной компонент смещений в поверхностной волне. Эти выражения можно представить в виде (см. [53, с. 31; 28, с. 56])

$$u_x(x, z) = D \frac{k_l^2 - 2k_R^2}{2k_R} G_x(z) e^{ik_R x}, \quad (92)$$

$$u_z(x, z) = D \sqrt{k_R^2 - k_l^2} G_z(z) e^{i(k_R x + \frac{\pi}{2})}, \quad (93)$$

где безразмерные функции

$$G_x(z) = 2\xi^2 e^{-k_l z \sqrt{\xi^2 - n^2}} + (1 - 2\xi^2) e^{-k_l z \sqrt{\xi^2 - 1}}, \quad (94)$$

$$G_z(z) = (1 - 2\xi^2) e^{-k_t z \sqrt{\xi^2 - n^2}} + 2\xi^2 e^{-k_t z \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad (95)$$

описывают зависимости соответствующих компонент смещений от вертикальной координаты, и коэффициент D определяется конфигурацией волны. Для точечного поверхностного источника вертикальной силы

$$D = \frac{f_0}{\rho_2 c_t^2} \sqrt{\frac{k_R}{2\pi r}} \frac{k_t^2}{R'_0(k_R)} e^{i\frac{3\pi}{4}}, \quad (96)$$

где r — горизонтальное расстояние, причем символ “ x ” в (92), (94) следует заменить на r .

Переобозначая в (88), (91) $h = z$ видим, что функции $\zeta_R^{(x),(z)}$ и $G_{x,z}$ связаны соотношениями

$$\zeta_R^{(x),(z)}(z) = G_{x,z}^2(z). \quad (97)$$

Зависимости $G_{x,z}(z)$ хорошо известны. Здесь лишь отметим, что эти функции нетрудно исследовать аналитически. Например, $G_x = 0$ при

$$k_t h_0^{(x)} = \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - n^2} - \sqrt{\xi^2 - 1}} \ln \frac{2\xi^2}{2\xi^2 - 1}. \quad (98)$$

Это значит, что гармонический источник горизонтальной силы, расположенный на глубине $h_0^{(x)}$ под поверхностью упругого полупространства, не возбуждает волну Рэлея.

Функции $G_x(z)$ и $G_z(z)$ достигают своих максимумов соответственно при

$$k_t h_{\max}^{(x)} = \tilde{H} + k_t h_0^{(x)} \quad (99)$$

и

$$k_t h_{\max}^{(z)} = \tilde{H} - k_t h_0^{(x)}, \quad (100)$$

где

$$\tilde{H} = \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - n^2} - \sqrt{\xi^2 - 1}} \ln \frac{\sqrt{\xi^2 - n^2}}{\sqrt{\xi^2 - 1}}. \quad (101)$$

Зависимости безразмерных величин $\tilde{h}_0^{(x)} = h_0^{(x)}/\lambda_t$, $\tilde{h}_{\max}^{(x)}/\lambda_t$ и $\tilde{h}_{\max}^{(z)} = h_{\max}^{(z)}/\lambda_t$ (λ_t — длина поперечной волны) от параметра $n = c_t/c_l$ представлены на рис. 1. В частности, для $n = 1/\sqrt{3} \approx 0,577$ (при этом в твердой среде равны параметры Ламэ, $\lambda = \mu$) $h_0^{(x)} \approx 0,1747 \lambda_t \approx 0,19 \lambda_R$, $h_{\max}^{(x)} \approx 0,4243 \lambda_t \approx 0,4615 \lambda_R$, $h_{\max}^{(z)} \approx 0,0736 \lambda_t \approx 0,08 \lambda_R$ [53].

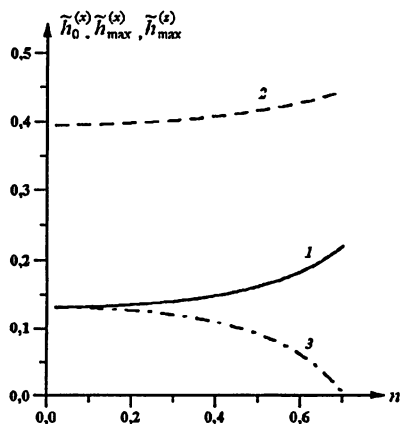


Рис. 1. Зависимости величин $\tilde{h}_0^{(x)}$ (1), $\tilde{h}_{\max}^{(x)}$ (2) и $\tilde{h}_{\max}^{(z)}$ (3) от параметра n

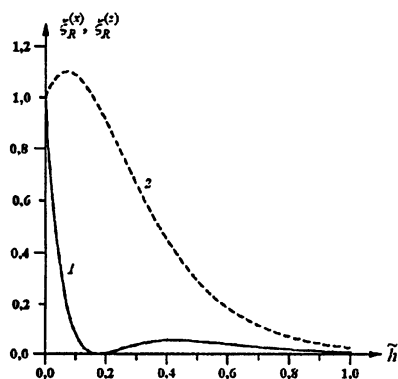


Рис. 2. Зависимости величин $\zeta_R^{(x)}$ (1) и $\zeta_R^{(z)}$ (2) от приведенной глубины источника $\tilde{h} = h/\lambda_t$ при $n = 1/\sqrt{3}$

Графики функций $\zeta_R^{(x)}$ и $\zeta_R^{(z)}$, характеризующих зависимости мощностей излучения рэлеевской волны, возбуждаемой горизонтальным и вертикальным силовыми воздействиями, от глубины расположения источника, представлены на рис. 2. Из рассмотрения рис. 2 следует, что мощность излучения волны Рэлея, возбуждаемой горизонтальной гармонической силой, максимальна в случае расположения источника на поверхности упругого полупространства. При увеличении глубины расположения источника мощность излучения рэлеевской волны резко падает и обращается в нуль при $h = h_0^{(x)}$. При дальнейшем удалении

источника от поверхности упругой среды, указанная мощность излучения нарастает и достигает относительного максимума при $h = h_{\max}^{(x)}$. При $n = 1/\sqrt{3}$ имеем

$$\zeta_R^{(x)} \left(\tilde{h}_{\max}^{(x)} \right) \approx 0,055.$$

При $h > h_{\max}^{(x)}$ мощность излучения волны Рэлея экспоненциально спадает.

Для вертикального силового воздействия мощность излучения волны Рэлея при удалении источника от поверхности полупространства нарастает, достигает максимума, а затем экспоненциально убывает. При $n = 1/\sqrt{3}$ имеем

$$\zeta_R^{(z)} \left(\tilde{h}_{\max}^{(z)} \right) \approx 1,101.$$

Величина абсолютных максимумов функции $\zeta_R^{(z)}$ и относительных максимумов функции $\zeta_R^{(x)}$ в зависимости от параметра n представлены на рис. 3.

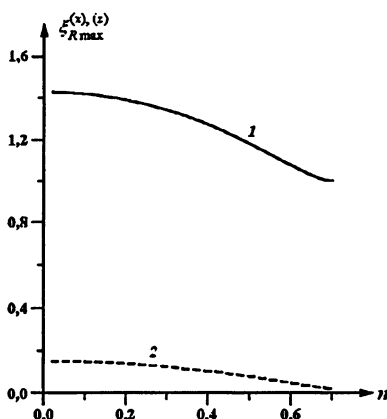


Рис. 3. Зависимости величин максимумов функции $\zeta_R^{(z)}$ (1) и $\zeta_R^{(x)}$ (2) от параметра n

Выполним количественные оценки мощности излучения волны Рэлея, возбуждаемой точечным гармоническим источником

горизонтальной силы. Для численных расчетов представим мощность излучения (87) в виде [39]

$$W_R^{(x)}(0) = \frac{f_0^2 \omega_0^2}{4\pi \rho_2 c_l^3} \widetilde{W}_R^{(x)}(0), \quad (102)$$

где

$$\widetilde{W}_R^{(x)}(0) = -\frac{\pi \xi \sqrt{\xi^2 - 1}}{2n^3 q(\xi)} \quad (103)$$

— безразмерный численный коэффициент. Для $n = 1/\sqrt{3}$ имеем

$$\widetilde{W}_R^{(x)}(0) = 0,7560.$$

При $n = 0,4$ и $n = 0,65$ получаем соответственно

$$\widetilde{W}_R^{(x)}(0) = 1,2562$$

и

$$\widetilde{W}_R^{(x)}(0) = 0,7789.$$

При данной амплитуде силы мощность рэлеевской волны, возбуждаемой вертикальным точечным поверхностным источником, всегда больше соответствующей мощности для горизонтального источника. На рис. 4 представлена зависимость величины

$$\delta = \frac{W_R^{(x)}(0)}{W_R^{(z)}(0)} = \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - n^2}} \quad (104)$$

от параметра n . Из рассмотрения рис. 4 следует, что даже для веществ, у которых значение параметра n близко к 0,7, указанные величины отличаются приблизительно в три раза. Это отличие еще более существенное при меньших значениях n . Например, при $n = 1/\sqrt{3}$ имеем $\delta \approx 0,232$.

Полученные результаты позволяют сделать ряд качественных выводов о характере рассеяния волны Рэлея на локализованной неоднородности, находящейся вблизи поверхности упругого полупространства (подповерхностном включении). Если

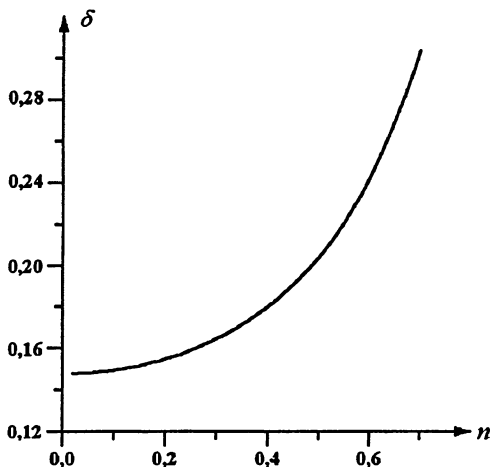


Рис. 4. Зависимость отношения мощности излучения волны Рэлея для источников горизонтальной и вертикальной сил от параметра n

размеры неоднородности много меньше длин упругих волн, то её приближенно можно считать точечной. При распространении по поверхности упругого полупространства рэлеевской волны неоднородность будет совершать горизонтальные и вертикальные колебания, порождая, тем самым, рассеянное волновое поле. Мощность излучения рассеянных волн будет определяться свойствами неоднородности и амплитудой падающей волны. В соответствии с выражениями (92)–(95) амплитуда такого эффективно вертикального силового источника всегда больше, чем горизонтального. Мощность излучения рассеянной рэлеевской волны пропорциональна квадрату этой амплитуды; она также связана соотношениями (86)–(91) с глубиной расположения неоднородности. Таким образом, мощность излучения при рассеянии рэлеевской волны в рэлеевскую волну $W_{RR}^{(x)}$ и $W_{RR}^{(z)}$ пропорциональна четвертой степени функций, описывающих зависимости горизонтальных и вертикальных компонент вектора смещений в

этой волне от глубины:

$$W_{RR}^{(x)} \sim \sigma_R^{(x)} = G_x^4(z), \quad W_{RR}^{(z)} \sim \sigma_R^{(z)} = G_z^4(z). \quad (105)$$

Зависимости $\sigma_R^{(x)}$ и $\sigma_R^{(z)}$ от приведенной глубины расположения рассеивателя при $n = 1/\sqrt{3}$ представлены на рис. 5.

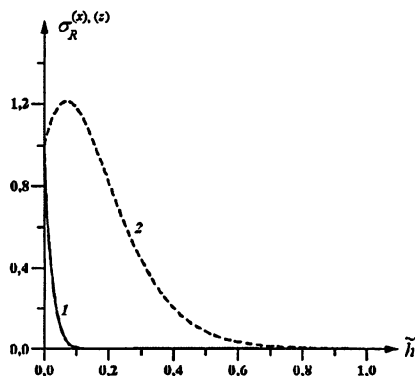


Рис. 5. Зависимости $\sigma_R^{(x)}(\tilde{h})$ (1) и $\sigma_R^{(z)}(\tilde{h})$ (2)

Из рассмотрения рис. 5 следует, что определяющий вклад в мощность излучения рассеянной волны Рэлея дают вертикальные колебания малой неоднородности в поле зондирующего сигнала. Связанная с горизонтальными колебаниями неоднородности мощность излучения рэлеевской волны резко падает при увеличении глубины расположения рассеивателя.

Рассеяние рэлеевской волны в рэлеевскую волну оказывается эффективным лишь в тех случаях, когда неоднородность находится на глубине, не превышающей приблизительно одной третьей части длины поперечной волны.

Список литературы

1. Blanc E. Observations in the upper atmosphere of infrasonic waves from natural or artificial sources. A summary // Ann. geophys. 1985. V. 3, № 5. P. 673–687.
2. Голицын Г. С., Кляцкин В. И. Колебания в атмосфере, вызванные движением земной поверхности // Изв. АН СССР. ФАО. 1967. Т. 3, № 10. С. 1044–1052.
3. Бреховских Л. М. Об излучении океанскими волнами инфразвука в атмосферу // Изв. АН СССР. ФАО. 1968. Т. 4, № 4. С. 444–450.
4. Орлов В. В., Уралов А. М. Реакция атмосферы на волну Рэлея, порожденную землетрясением // Исслед. по геомагнетизму, аэронамии и физике Солнца (Москва). 1987. № 78. С. 28–40.
5. Павлов В. А. Акустический импульс над эпицентром землетрясения // Геомагнетизм и аэронамия. 1986. Т. 26, № 5. С. 807–816.
6. Гармаш С. В., Линьков Е. М., Петрова Л. Н., Швед Г. М. Возбуждение колебаний атмосферы сейсмо-гравитационными колебаниями Земли // Изв. АН СССР. ФАО. 1989. Т. 25, № 12. С. 1290–1299.
7. Гошджанов М., Болтаев Д., Каррыев А., Кулиева Р. Н., Муханов М. Б., Хисматуллина Н. Р. Атмосферные эффекты землетрясений // Изв. РАН. Физика Земли. 1996. № 2. С. 90–95.
8. Афраймович Э. Л., Косоголов Е. А., Плотников А. В., Уралов А. М. Параметры ударно-акустических волн, генерируемых при землетрясениях // Физика Земли. 2001. № 6. С. 16–28.

9. Афраймович Э. Л., Астафьева Э. И., Кирюшкин В. В. Ионосферные возмущения в ближней зоне эпицентра землетрясения на острове Хоккайдо 25 сентября 2003 года // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 4. С. 299–313.
10. Goerke V. H., Young J. M., Cook R. K. Infrasonic observations of the May 16, 1963, volcanic explosion on the island of Bali // Jour. Geophys. Research. 1965. V. 70. P. 6017–6022.
11. Фирстов П. П., Сторчеус А. В. Акустические сигналы, сопровождающие извержение вулкана Ключевский в марте – июне 1983 г. // Вулканология и сейсмология. 1987. № 5. С. 66–80.
12. Фирстов П. П. Особенности акустических и сейсмических волн, сопровождающих извержение вулкана Безымянный в 1983–1985 гг. // Вулканология и сейсмология. 1988. № 2. С. 81–97.
13. Richie W. C., Chick D. R. Characteristics of long-range atmospheric infrasonic propagation // Journ. Acoust Soc. Amer. 1967. V. 41, № 5. P. 1377–1378.
14. Цейтлин Я. И., Смолий Н. И. Сейсмические и ударные волны промышленных взрывов. — М.: Недра, 1981.
15. Альперович Л. С., Гохберг М. Б., Дробжев В. И., Троицкая В. А., Федорович Г. В. Проект МАССА — исследование магнитосферно-атмосферных связей при сейсмоакустических явлениях // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 11. С. 5–8.
16. Альперович Л. С., Пономарев Е. А., Федорович Г. В. Моделируемые взрывом геофизические явления (обзор) // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 11. С. 9–20.
17. Дробжев В. И., Железняков Е. В., Идрисов И. К., Калиев М. З., Казаков В. В., Краснов В. М., Пеленицин Г. М.,

- Савельев В. Л., Салихов Н. М., Шингаркин А. Д. Ионосферные проявления акустической волны над эпицентром промышленного взрыва // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 12. С. 1436–1441.
18. Deacon E. L. The 1908 Tunguska explosion // Weather. 1982. V. 37, № 6. P. 171–176.
19. Гостинцев Ю. А., Иванов Е. А., Шацких Ю. В. Инфразвуковые и внутренние гравитационные волны в атмосфере при больших пожарах // Докл. АН СССР. 1983. Т. 271, № 2. С. 327–330.
20. Kuznetsov V. V., Plotkin V. V., Khomutov S. Y. Acoustic, electromagnetic and ionospheric disturbances during the vibroseismic sounding // Geophys. Res. Letters. 1999. V. 26, № 13. P. 2017–2020.
21. Кузнецов В. В., Плоткин В. В., Хомутов С. Ю. Акустические и электромагнитные явления в атмосфере при вибросейсмическом зондировании // Докл. РАН. 2000. Т. 370, № 2. С. 243–248.
22. Kuznetsov V. V., Plotkin V. V., Khomutov S. Y., Grekhov O. M., Pavlov A. F., Fedorov A. N. Powerful seismovibrators as a possible source of acoustic and electromagnetic disturbances // Phys. Chem. Earth (A) 2000. V. 25, № 3. P. 325–328.
23. Гуляев В. Т., Кузнецов В. В., Плоткин В. В., Хомутов С. Ю. Генерация и распространение инфразвука в атмосфере при работе мощных сейсмодвибраторов // Изв. РАН. ФАО. 2001. Т. 37, № 3. С. 303–312.
24. Гуляев В. Т., Кузнецов В. В., Плоткин В. В., Хомутов С. Ю. Тропосферные и стратосферные отражения акустических сигналов мощных сейсмодвибраторов // Изв. РАН. ФАО. 2002. Т. 38, № 4. С. 457–470.

25. Ковалевский В. В. Исследование акустических волновых полей, генерируемых поверхностными сейсмическими вибраторами // Акуст. журн. 2005. Т. 51. Приложение. С. 92–102.
26. Ewing W.M., Jardetsky W.S., Press F. Elastic waves in layered media. — New-York: McGraw-Hill Book Co., Inc., 1957. 380 p.
27. Петрашень Г. И. Основы математической теории распространения упругих волн. В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Вып. 18. — Л.: Наука (ленинград. отд-е), 1978. С. 1–248.
28. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. — Киев: Наукова думка, 1981. 284 с.
29. Партон В. З., Перлин П. И. Методы математической теории упругости. — М.: Наука, 1981. 688 с.
30. Петрашень Г. И., Молотков Л. А., Крауклис П. В. Волны в слоисто-однородных изотропных упругих средах (метод контурных интегралов в нестационарных задачах динамики). — Л.: Наука (ленинград. отд-е), 1982. 288 с.
31. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т. 1 / Пер. с англ. А. Л. Лёвшина. — М.: Мир, 1983. 520 с.
32. Чичинин И. С. Вибрационное излучение сейсмических волн. — М.: Недра, 1984. 224 с.
33. Поручиков В. В. Методы динамической теории упругости. — М.: Наука, 1986. 328 с.
34. Шерифф Р. Е., Гелдарт Л. П. Сейсморазведка. Т. 1, 2 / Пер. с англ. Ефимовой Е. А. (Т. 1), Ефимовой Е. А. и Стор М. А. (Т. 2) под ред. Калинина А. В. — М.: Мир, 1987. 448 с. (Т. 1), 400 с. (Т. 2).

35. Бабешко В. А., Глушков Е. В., Зинченко Ж. Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. — М.: Наука, 1989. 344 с.
36. Заславский Ю. М. Излучение сейсмических волн вибрационными источниками. — Н. Новгород: ИПФ РАН, 2007. 200 с.
37. Николаев А. В. Изучение Земли невзрывными сейсмическими источниками. В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками / Под ред. Николаева А. В. — М.: Наука, 1981. С. 5–29.
38. Miller G. F., Pursey H. The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1954. V. 223, № 1155. P. 521–541.
39. Miller G. F., Pursey H. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1955. V. 233, № 1192. P. 55–69.
40. Коган С. Я. О сейсмической энергии, возбуждаемой источником, находящимся на поверхности // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1963. № 7. С. 1000–1013.
41. Бабешко В. А., Калинин В. В., Селезнев М. Г. Обзор методов излучения волновых полей, возбуждаемых в упругих средах вибрирующими штампами. В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками / Под ред. Николаева А. В. — М.: Наука, 1981. С. 126–132.
42. Чичинин И. С., Кузьменко А. П. Теоретические модели сферических источников сейсмических волн. В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками / Под ред. Николаева А. В. — М.: Наука, 1981. С. 94–112.

43. Гуцин В. В., Докучаев В. П., Заславский Ю. М., Конюхова И. Д. О распределении мощности между различными типами излучаемых волн в полубезграничной упругой среде. В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками / Под ред. Николаева А. В. — М.: Наука, 1981. С. 113–118.
44. Гуцин В. В., Заславский Ю. М., Разин А. В. О перераспределении энергии упругого излучения по разным типам волн при изменении состояния среды. В кн.: Волны и дифракция / 8-й Всес. симпоз. по дифракции и распространению волн. — М.: Наука, 1981. Т. 2. С. 38–41.
45. Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid // Philos. Trans. Roy. Soc. London. 1904. V. A203. P. 1–42.
46. Бабешко В. А., Зинченко Ж. Ф. К теории направленных сейсмических антенн // Докл. АН СССР. 1980. Т. 251, № 6. С. 1350–1353.
47. Бабешко В. А., Глушков Е. В., Зинченко Ж. Ф. К расчету сейсмического источника с заданной направленностью излучения // Докл. АН СССР. 1982. Т. 262, № 4. С. 831–834.
48. Докучаев В. П., Разин А. В. Возбуждение упругих волн в однородном полупространстве поверхностными источниками // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990. № 10. С. 81–87.
49. Докучаев В. П., Разин А. В. Аналог принципа Сен-Венана для гармонических силовых источников упругих волн. В кн.: Волны и дифракция-90 // 10 Всес. симп. по дифракции и распростр. волн. Винница, 1990. — М.: Физич. об-во СССР, 1990. Т. 1. С. 386–389.

50. Орлов А. Л., Разин А. В. Возбуждение упругих волн в полупространстве нестационарными поверхностными источниками // Изв. РАН. Физика Земли. 1993. № 2. С. 78–82.
51. McNab A., Cochran A., Campbell M. A. The calculation of acoustic fields in solids for transient normal sources of arbitrary geometry and apodization // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 87, № 4. P. 1455–1465.
52. Чишко К. А. Акустическое излучение протяженных динамических источников внутренних напряжений, действующих у поверхности полубесконечной изотропной среды // Акуст. журн. 1999. Т. 45, № 4. С. 553–561.
53. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973. 343 с.
54. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. — М.: Наука, 1989. 416 с.
55. Roever W. L., Vining T. F., Strick E. Propagation of elastic wave motion from an impulsive source along a fluid/solid interface // Philos. Trans. Roy. Soc. London. 1959. V. 251, № 1000. P. 455–523.
56. Stoneley R. Elastic waves at the surface of separation of two solids // Proc. Roy. Soc. London. 1924. Ser. A. V. 106. P. 416–428.
57. Scholte J. G. J. The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. Geophysical Supplement. 1947. № 5. P. 120–126.
58. Викторов И. А. Типы звуковых поверхностных волн в твердых телах (обзор) // Акуст. журн. Т. 25, № 1. С. 1–17.
59. Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. — М.: Наука, 1981. 288 с.

60. Бирюков С. В., Гуляев Ю. В., Крылов В. В., Плесский В. П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. — М.: Наука, 1991. 416 с.
61. Гоголадзе В. П. Волны Рэлея на границе сжимаемой жидкой среды и твердого упругого полупространства // Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР. 1948. № 127. 87 с.
62. Смирнов В. И., Соболев С. Л. Новый метод решения плоской задачи упругих колебаний // Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР. 1932. № 20. С. 1–37.
63. Смирнов В. И., Соболев С. Л. О применении нового метода к изучению упругих колебаний в пространстве при наличии осевой симметрии // Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР. 1933. № 29. С. 43–51.
64. Cagniard L. Reflection et refraction des ondes seismiques progressives. — Paris: Gauthier-Villars, 1939.
65. Петрашень Г. И. О задаче Лемба в случае упругого полупространства // Докл. АН СССР. 1949. Т. 64, № 5. С. 649–652.
66. Петрашень Г. И., Марчук Г. И., Огурцов К. И. О задаче Лемба в случае полупространства // Уч. зап. ЛГУ. Сер. мат. 1950. № 35, вып. 21. С. 71–118.
67. Огурцов К. И., Петрашень Г. И. Динамические задачи для упругого полупространства в случае осевой симметрии // Уч. зап. ЛГУ. Сер. мат. 1951. № 149, вып. 24. С. 3–117.
68. Шемякин Е. И., Файншмидт В. Л. Распространение волн в упругом полупространстве, возбужденном поверхностной касательной силой // Уч. зап. ЛГУ. Сер. мат. 1954. № 148, вып. 28. С. 148–179.
69. Pinny E. Surface motion due to a point source in a semi-infinite elastic medium // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1954. V. 44, № 4. P. 571–596.

70. Pekeris C. L. The seismic surface pulse // Proc. Nat. Acad. Sci. US. 1955. V. 41. № 6. P. 469–480.
71. Огурцов К. И. Количественные исследования волновых процессов в упругом полупространстве при различных типах воздействий // Уч. зап. ЛГУ. Сер. мат. 1956. № 208, вып. 30. С. 142–219.
72. Pekeris C. L., Lifson H. Motion of the surface of a uniform elastic half-space produced by a buried pulse // J. Acoust. Soc. Amer. 1957. V. 29, № 11. P. 1233–1238.
73. Огурцов К. И., Бурова А. В. Об интенсивностях прямых продольных и поперечных волн, распространяющихся по границе полупространства // Изв. АН СССР. Сер. геофизич. 1958. № 2. С. 157–164.
74. De Hoop A. T. A modification of Cagniard's method for solving seismic pulse problems // Appl. Sci. Res. 1960. V. 8, № 4. P. 349–356.
75. De Hoop A. T. Theoretical determination of the surface motion of a uniform elastic half-space produced by a dilatational impulsive, point source // In: La propagation des ebranlements dans les milieux heterogenes. Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique. Marseille, 1961. P. 21–32.
76. Cagniard L. Reflection and refraction of progressive seismic waves / Trans. by Flinn E. A. and Dix C. H. — New York: McGraw Hill Book Co., 1962.
77. Mitra M. Disturbance produced in an elastic half-space by impulsive normal pressure // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1964. V. 60, № 3. P. 683–696.
78. Иванов И. Д. Об отражении сферического импульса от границы раздела жидкой и твердой сред // Акуст. журн. 1975. Т. 21, № 3. С. 415–420.

79. Иванов И. Д. Отражение единичного сферического импульса от границы раздела жидкой и твердой сред // Акуст. журн. 1975. Т. 21, № 4. С. 551–558.
80. De Hoop A. T., van der Hijden J. H. M. T. Generation of acoustic waves by an impulsive point source in a fluid/solid configuration with a plane boundary // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 75, № 6. P. 1709–1715.
81. De Hoop A. T., Hijden H. M. T. Seismic waves generation by an impulsive point source in a solid/fluid configuration with a plane boundary // Geophysics. 1985. V. 50, № 7. P. 1083–1090.
82. Разин А. В. Об отражении сферического акустического дельта-импульса от границы раздела газ – твердое тело // Акуст. журн. 1990. Т. 36, № 2. С. 338–343.
83. Разин А. В. Возбуждение звуковых волн нормальным к границе раздела газ – твердое тело импульсным силовым воздействием // Изв. РАН. Физика Земли. 1992. № 2. С. 89–94.
84. Разин А. В. Возбуждение упругих волн нормальным к границе раздела газ – твердое тело импульсным силовым воздействием // Изв. РАН. Физика Земли. 1992. № 4. С. 32–40.
85. Разин А. В. Возбуждение упругих волн импульсным звуковым источником, действующим на границе раздела газ – твердое тело // Акуст. журн. 1993. Т. 39, № 3. С. 530–536.
86. Разин А. В. Распространение сферического акустического дельта-импульса вдоль границы раздела газ – твердое тело // Изв. РАН. Физика Земли. 1993. № 2. С. 73–78.
87. Roberts R. A. Elastodynamic response of contacting fluid and solid half-spaces to a three-dimensional point load // Wave Motion. 1990. № 12. P. 583–593.
88. Заславский Ю. М. К оценке мощности инфразвука, побочно излучаемого в атмосферу при вибрационном просвечи-

вании Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1982. № 9. С. 86–89.

89. Разин А. В. Об излучении волн Стонели нормальным к границе газ–твердое тело гармоническим силовым источником // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. № 12. С. 100–104.
90. Разин А. В. Излучение поверхностной и вытекающей волн на границе раздела твердое тело–газ // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 4. С. 354–360.
91. Разин А. В. Особенности излучения поверхностной волны Стонели, возбуждаемой гармоническим силовым источником на границе раздела твердое тело–газ // Изв. Вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 4. С. 304–313.
92. Разин А. В. Излучение поверхностных волн Стонели распределенными силовыми источниками, действующими на границе раздела Земля–атмосфера // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2007. Т. 50, № 7. С. 624–637.
93. Johnson L. R. Green's function for Lamb's problem // Geophys. Journ. Roy. Astr. Soc. 1974. V. 37, № 1. P. 99–131.
94. Авербах В. С., Заславский Ю. М. Пространственно-угловые характеристики и энергетический баланс упругих волн, генерируемых заглубленным источником типа центр расширения // Физика Земли. 1998. № 1. С. 49–53.
95. Максимов Г. А. Распределение энергии между различными типами сейсмических волн, излучаемых при подземном взрыве в однородном полупространстве // Физика Земли. 1996. № 11. С. 31–48.
96. Максимов Г. А., Меркулов М. Е., Кудрявцев В. Ю. Распределение энергии между различными типами сейсмических волн, излучаемых источником с произвольной диа-

граммой направленности в упругом полупространстве // Акуст. журн. 2003. Т. 49, № 3. С. 389–399.

97. Разин А. В. Мощность излучения упругих волн, возбуждаемых в твердом полупространстве подповерхностным гармоническим источником // Акуст. журн. 2009. Т. 55, № 2. С. 226–231.
98. Разин А. В. Возбуждение акустической и вытекающей волн в атмосфере подповерхностным сейсмическим источником // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 7. С. 577–592.
99. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Наука, 1987. 248 с.
100. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. — М.: Наука, 1973. 536 с.
101. Демидов С. П. Теория упругости. — М.: Высшая школа, 1979. 432 с.
102. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. 736 с.
103. Докучаев В. П. Энергетические характеристики излучения упругих волн сейсмическими силовыми источниками // Физика Земли. 1996. № 1. С. 75–80.
104. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. — М.: Наука, 1983. 304 с.
105. Фелсен С., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. / Пер. с англ. под ред. М. Л. Левина. — М.: Мир, 1978. 551 с.
106. Разин А. В. Распределение мощности излучения по типам упругих волн, возбуждаемых в твердом полупространстве подповерхностным гармоническим силовым источником / Препринт НИРФИ № 497. — Н. Новгород: НИРФИ, 2005. 19 с.

Разин Андрей Владимирович

**Излучение волн Рэля и Стонели распределенными
подповерхностными силовыми источниками**

Подписано в печать 26. 10. 2009 г. Формат 60 × 84/16.

Бумага писчая. Объем 3,21 усл. п. л.

Тираж 50. Заказ 5591

Отпечатано в НИРФИ

Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25