

8. Кириллов В.В., Копейкин В.Н. Решение двумерного телеграфного уравнения с анизотропными параметрами // Изв. ВУЗов Радиофизика. 2002. Т. 45. №12. С. 1011-1025.

9. Кириллов В.В., Копейкин В.Н. Формирование резонансной структуры локальной индуктивности ионосферы в диапазоне 0,1–10 Гц // Изв ВУЗов Радиофизика. 2003. Т. 46. №1. С. 1-12.

10. Ляцкий В.Б. Мальцев Ю.П. Магнитосферно-ионосферное взаимодействие // М. Наука. 1983. 192 с.

11. Беляев П.П., Поляков С.В., Рапопорт В.О., Трахтенгерц В.Ю. Теория формирования резонансной структуры спектра атмосферного электромагнитного шумового фона в диапазоне короткопериодных геомагнитных пульсаций // Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1989, т. 32, №7, С. 802-810.

12. Беллюстин Н.С. Поляков С.В. О распространении низкочастотных электромагнитных волн в волноводе земля-ионосфера // Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1977, т. 20, №1, С. 87-97.

13. Ермакова Е.Н. Поляков С.В. Семенова Н.В. Исследование резонансных структур с разными частотными масштабами в спектре фонового КНЧ шума на средних широтах // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 2011. Т. 54. №12. С. 881-890.

Препринт № 552

ГРАНИЧНОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ИОНОСФЕРНОГО ТОКА НА ТЕРМИНАТОРЕ С УЧЕТОМ ЗАТЕКАНИЯ ЧАСТИ ТОКА В ВЕРХНЮЮ ИОНОСФЕРУ И МАГНИТОСФЕРУ

Поляков С.В.

Нижний Новгород

2013

Поляков С.В.

Граничное условие для нестационарного горизонтального ионосферного тока на терминаторе с учетом затекания части тока в верхнюю ионосферу и магнитосферу // Препринт №552. – Нижний Новгород: ФГБНУ НИРФИ, 2013. – с.16

В препринте рассматривается граничное условие для горизонтальных ионосферных токов на терминаторе с учетом возможности затекания части тока в верхнюю ионосферу (магнитосферу) или, другими словами, возможности излучения альвеновских волн. В теоретических моделях распространения крайне низкочастотных полей, представленных в литературе, полагается, что нормальная компонента ионосферного тока непрерывна на терминаторе. В качестве основы теоретических построений использовано граничное условие для альвеновских волн на горизонтально неоднородной ионосфере, которое широко используется в геофизике.

Теоретически обосновано существование ионосферного альвеновского резонатора на терминаторе (ИАРТ). Проанализированы вопросы расплывания и смещения волнового пакета в ИАРТ.

В качестве дальнейшего шага планируется теоретическое исследование прохождения полей через терминатор и рассеяния назад. Полученные результаты могут служить основой механизма формирования «тонкой» резонансной структуры спектра грозового электромагнитного шумового фона [13].

Литература

1. Блох П.В., Николаенко А.П., Филлипов Ю.Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости земля-ионосфера. – Киев. Наукова думка. 1977. – 200с.
2. Nickolaenko A.P., Hayakawa M. Resonances in the earth-ionosphere cavity. – Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, 2010, 375 с.
3. Беляев П.П., Поляков С.В., Рапопорт В.О., Трахтенгерц В.Ю. Экспериментальные исследования резонансной структуры спектра атмосферного электромагнитного шумового фона в диапазоне короткопериодных геомагнитных пульсаций // Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1989, т. 32, №6, с. 663-672.
4. Кириллов В.В. Двумерная теория распространения электромагнитных волн СНЧ-диапазона в волноводном канале Земля-ионосфера // Изв. ВУЗов Радиофизика. 1996. Т. 39. №9. С. 1103-1112.
5. Кириллов В.В., Копейкин В.Н., Муштак В.К. Электромагнитные волны СНЧ-диапазона в волноводном канале Земля-ионосфера // Геомагнетизм и аэрномия. 1997. Т. 37. №3. С. 114-120.
6. Кириллов В.В. Параметры двумерного телеграфного уравнения в диапазоне СНЧ // Радиотехника и Электроника. 1998. Т. 43. №7. С. 779-785.
7. Кириллов В.В. Двумерная теория распространения электромагнитных волн СНЧ- и КНЧ-диапазонов в волноводном канале Земля-ионосфера // Космическая радиофизика. М.: 1998. Вып. 3. С. 11-26.

$$\tilde{\theta} = \arctg \alpha \quad (28)$$

В идеальной МГД ($g = 0$) в соответствии с (21) $\alpha = tg\theta$, то есть, $\tilde{\theta} = \theta$. Оценки показывают, что величина отклонения угла смещения пучка от направления магнитного поля при принятых в данной работе параметрах задачи составляет менее десяти процентов.

Вернемся к вопросу о пределах применимости граничного условия для тока на терминаторе (17) по частоте. Из процедуры вывода граничного условия (17) следует, что вывод является корректным, если оптическая толщина нижней ионосферы меньше единицы в той области терминатора, где расположена основная часть продольного тока. Очевидно, что предел применимости на частоте \bar{f} лежит в диапазоне частот

$$0,2 \text{ Гц} = \bar{f}_{\text{день}} < \bar{f} < \bar{f}_{\text{ночь}} = 20 \text{ Гц} \quad (29)$$

Выше было показано, что толщина слоя с продольным током l' мала по сравнению с шириной терминатора, и приведена оценка $l' \approx 27$ км для $l = 5$ км. Отсюда и из (9) для $g(l')$ получаем оценку $g(l') \approx 6,4$, то есть $\Sigma_p(l')/\Sigma_p = 6,4$. Здесь и ранее Σ_p – интегральная проводимость ночной нижней ионосферы. Отсюда и из (29) получаем оценку $\bar{f} = 20 \text{ Гц} / 6,4 = 3,1 \text{ Гц}$. То есть, эффекты, связанные с ИАРТ, могут наблюдаться на частотах $f < 3$ Гц. С другой стороны, эта оценка дает пределы применимости по частоте ранее развитой теории двумерного телеграфного уравнения (ДТУ).

4. Заключение

В работе на основе широко известного в геофизике граничного условия для альвеновской волны магнитосферного происхождения на ионосфере получено граничное условие для горизонтального ионосферного тока на терминаторе с учетом затекания части тока в верхнюю ионосферу и магнитосферу. При этом предполагается, что источники расположены в полости земля-ионосфера. Получена оценка пределов применимости граничного условия по частоте, которые в то же время являются пределами применения теории ДТУ.

Введение

Вопрос о влиянии сильных горизонтальных неоднородностей ионосферы (в первую очередь, терминатора) на регулярный грозовой шумовой фон в диапазоне крайне низких частот (КНЧ) до сих пор остается открытым. К настоящему времени известны две попытки построения общей теории распространения КНЧ волн вблизи Земли, учитывающей все основные качественные особенности среды (гиротропия, вертикальные и горизонтальные неоднородности ионосферы, сферическая геометрия).

Во-первых, отметим большой и последовательный цикл работ по теории шумановских резонансов, выполненный в Украине (см. [1,2] и цитируемую литературу). Здесь решение в полости земля-ионосфера строится в виде разложения по собственным функциям полости земля-ионосфера с идеально отражающими границами. При этом полагается, что поправки, связанные с учетом реальных параметров ионосферы, малы. В качестве малого параметра используется импеданс ионосферы. Для электрической поляризации импеданс ионосферы действительно очень мал (по отношению к импедансу полупространства земля – полость земля-ионосфера), чего нельзя сказать о магнитной поляризации. То есть, в общем случае гиротропной ионосферы метод возмущений должным образом не обоснован, а полученные решения, по нашему мнению, представляют только методический интерес. Сказанное подтверждается опытным фактом существования резонансной структуры спектра естественного шумового фона, связанной с ионосферным альвеновским резонатором [3], в котором магнитные поля электрической и магнитной поляризации соизмеримы между собой.

Далее, в работах [4-9] было предложено развивать теорию распространения КНЧ волн в полости земля-ионосфера на основе двумерного телеграфного уравнения. При этом в качестве динамических переменных выступают не поля, а напряжение между землей и ионосферой, токи в земле и ионосфере и поверхностные заряды. Подобный подход на КНЧ представляется естественным, и на его основе был решен целый ряд частных модельных задач, учитывающих сферичность земли, гиротропию и горизонтальную

неоднородность день-ночь ионосферы. Подчеркнем, что решение, одновременно учитывающее все названные свойства среды, до сих пор не получено. На основе решений частных задач были сделаны смелые обобщения и заявлено решение обсуждаемой задачи в общем случае.

Спорное звено обсуждаемых теоретических построений по учету горизонтальной ионосферной неоднородности день-ночь (терминатор) состоит в некорректном, по нашему мнению, граничном условии для ионосферного тока на терминаторе. Эта задача строго решена только для модели изотропной ионосферы, где полагается, что нормальная (к терминатору) горизонтальная компонента ионосферного тока непрерывна на терминаторе. При одновременном учете анизотропии и горизонтальной неоднородности ионосферы необходимо учитывать возможность затекания части тока в верхнюю ионосферу (магнитосферу) или, другими словами, возможность излучения альвеновских волн, что и является целью настоящей работы.

В качестве основы использовано граничное условие для альвеновских волн на горизонтально неоднородной ионосфере, которое широко применяется в геофизике [10]. Для модели терминатора в виде плавного перехода параметров ионосферы между днем и ночью получено искомое граничное условие для нормальной компоненты тока с учетом излучения альвеновских волн.

1. Исходные уравнения. Постановка задачи

Одним из важных результатов исследований в области магнитосферно-ионосферного взаимодействия является установление граничного условия для альвеновской волны магнитосферного происхождения на горизонтально неоднородной ионосфере [10]. Традиционная постановка обсуждаемой задачи, представленная в геофизической литературе, состоит в следующем. Рассмотрим плоско-слоистую модель среды с осью z , направленной вертикально вверх. Земное магнитное поле также полагаем направленным по вертикали. Проводящую нижнюю ионосферу считаем оптически тонкой и описываем тензором поверхностной проводимости $\hat{\Sigma}$, причем $\hat{\Sigma}$ может зависеть от горизонтальных координат. Пренебрегая током смещения,

Сделаем оценки. Рассмотрим среднеширотные условия, положим $\theta = \theta_0 = 19^\circ$, $\Omega_H = 200$ рад/с. В этом случае для частоты $f = 1$ Гц неравенство (23) выполняется, но с небольшим запасом. В соответствии с [12], k_z можно представить в виде разложения (18) при выполнении неравенства

$$\beta k_{\perp}^2 \ll nk_0 \quad (24)$$

Отсюда следует, что разложение (18) справедливо при $k_{\perp}^2 \ll k_{\perp max}^2$, где $k_{\perp max}^2$ дает формула

$$k_{\perp max}^2 = nk_0/\beta \quad (25)$$

Используя (22) и полагая, как и ранее, $\theta = 19^\circ$, $\Omega_H = 200$ рад/с, $f = 1$ Гц, $n = 10^3$, для $k_{\perp max}$ получаем

$$k_{\perp max} = 10^{-1} \text{ км}^{-1} \quad (26)$$

В соответствии с ранее сделанными оценками, горизонтальный размер (толщина) вертикального токового листа в верхней ионосфере составляет десятки километров.

Характерную длину Δz , на которой начинает проявляться расплывание волнового пучка, можно оценить, исходя из формулы

$$\beta k_{\perp}^2 \Delta z = \pi \quad (27)$$

При подстановке использованных выше значений параметров для β получаем оценку $\beta = 1,8$ км. Полагая $k_{\perp}^2 = 10^{-3} \text{ км}^{-2}$, получаем оценку $\Delta z_i = 1,7 \cdot 10^3$ км, то есть, в ионосфере возможно несколько пробегов волны между уровнями отражения в нижней и верхней ионосфере без значительного расплывания. В магнитосфере показатель преломления уменьшается, соответственно, увеличивается коэффициент β и уменьшается длина Δz . Для $n = 3 \cdot 10^2$ получаем $\Delta z_m = 5 \cdot 10^2$ км. Это означает, что эффекты, связанные с отражением волн от сопряженной ионосферы, в нашей задаче можно не учитывать.

Несколько слов о смещении пучка. Угол $\tilde{\theta}$, под которым смещается пучок, определяется формулой

магнитным полем и компонент тензора диэлектрической проницаемости ε , g , η в системе координат с осью z вдоль внешнего поля

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix} \quad (19)$$

В рамках идеальной магнитной гидродинамики $g = 0$, $\eta \rightarrow \infty$. Мы также будем полагать величину η бесконечной, но учтем конечное значение g .

Возвращаясь к нашей задаче с терминатором, отметим, что терминатор, как линия на глобусе, ориентирован, грубо говоря, с севера на юг, также как и земное магнитное поле. Отсюда следует, что в направлении поперек терминатора будет иметь место, в основном, распывание волнового пучка, определяемое коэффициентом β , а смещение пучка волн (коэффициент α) с соответствующим распыванием (коэффициент γ) будет происходить вдоль терминатора. Очевидно, что характерные масштабы изменения полей вдоль терминатора существенно больше характерных масштабов изменения полей поперек терминатора, то есть, $k_x^2 \gg k_y^2$. Это означает, что основным эффектом неидеальности задачи является распывание волнового пакета в направлении поперек терминатора. Используя результаты [12], запишем упрощенные приближенные выражения для интересующих нас коэффициентов разложения (18):

$$n^2 = \varepsilon \cdot \cos^2 \theta \cdot (1 + g^2 \varepsilon^{-2} \operatorname{ctg}^2 \theta) \quad (20)$$

$$\alpha = \operatorname{tg} \theta \cdot (1 - g^2 \varepsilon^{-2} \operatorname{ctg}^2 \theta \cdot \sin^2 \theta) \quad (21)$$

$$\beta = (2nk_0)^{-1} \cdot g^2 \varepsilon^{-2} \operatorname{ctg}^2 \theta \cdot \sin^2 \theta \quad (22)$$

Здесь $\varepsilon = n_A^2 = n^2$, n_A – альвеновский показатель преломления, $g^2 / \varepsilon^2 = (\omega / \Omega_H)^2$.

При выводе формул (20–22) использовано неравенство

$$\varepsilon^2 \sin^4 \theta \gg 4g^2 \cos^2 \theta. \quad (23)$$

запишем уравнение непрерывности на уровне выше максимумов ионосферных проводимостей h^* , где их величина существенно спадает

$$\operatorname{div} \mathcal{J} + j_z \Big|_{z=h^*} = 0 \quad (1)$$

Здесь j_z – плотность продольного тока, вытекающего из ионосферы, \mathcal{J} – поверхностная плотность горизонтального ионосферного тока. В соответствии с законом Ома

$$\mathcal{J} = \hat{\Sigma} \hat{E} \quad (2)$$

Полагая $E_z = 0$, из уравнений Максвелла несложно получить хорошо известное соотношение между продольным током j_z и электрическим полем \hat{E}

$$\frac{\partial j_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} \hat{E} \quad (3)$$

Дифференцирование (1) по времени и подстановка в него (2) и (3) позволяют получить известную запись обсуждаемого граничного условия

$$\operatorname{div} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\hat{\Sigma} \hat{E}) - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \hat{E}}{\partial z} \right]_{z=h} = 0 \quad (4)$$

Соотношение (4) представляет собой другую форму записи уравнения непрерывности и в общем виде для решения задачи отражения альвеновской волны от горизонтально неоднородной ионосферы практически бесполезно. В работе [10] показано, что для достаточно низких частот электрическое поле в формуле (4) можно отождествить с электрическим полем альвеновских волн (падающей и отраженной). Другими словами, электрическим полем трансформированной магнитозвуковой волны можно пренебречь. В этом случае электрическое поле в горизонтальной плоскости

потенциально, что позволяет с успехом решать задачи магнитосферно-ионосферного взаимодействия.

Перейдем к заявленной задаче. Модель среды по оси z остается прежней, но мы будем полагать, что источники расположены в полости земля-ионосфера. Это позволяет по оси z перейти к внутренней задаче. Очевидно, что на уровне $z = h^*$ для альвеновской волны выполняются импедансные граничные условия:

$$\vec{E}_A = Z \left[\vec{H}_A \rho_0 \right] \quad (5)$$

Здесь Z – импеданс полупространства $z > h^*$, \vec{E}_A и \vec{H}_A – спектральные компоненты полей альвеновской волны. Зависимость от времени вида $e^{-i\omega t}$. Используя (5) и закон Фарадея, несложно получить

$$\frac{\partial \vec{E}_A}{\partial z} = \frac{i\omega\mu_0}{Z} \vec{E}_A \quad (6)$$

Далее, используя (6), запишем продольный ток (3)

$$j_z = Y \text{div} \vec{E} \quad (7)$$

где $Y = Z^{-1}$ – адмитанс полупространства верхняя ионосфера – магнитосфера. Мы полагаем адмитанс Y горизонтально однородным (см. ниже). В формуле (7) фигурирует полное поле, включая электрическое поле магнитозвуковой волны. Это оправдано, поскольку для магнитозвуковых волн формула (7) обнуляется.

Наконец, используя (2) и (7), запишем уравнение непрерывности (1) для внутренней задачи с источниками, расположенными в полости земля-ионосфера и для гармонических процессов

$$\text{div} \left[(\hat{\Sigma} + Y) \vec{E} \right]_{z=h^*} = 0 \quad (8)$$

Несколько слов о пределе применимости (8). В отличие от задач магнитосферно-ионосферного взаимодействия, в (8) мы учитываем поля как альвеновской, так и магнитозвуковой поляризации. По этой

верхней ионосферы по горизонтали очень мягкие. Естественно, мы полагаем, что выполняются условия для отражения альвеновских волн в верхней ионосфере. Грубо говоря, на терминаторе (точнее, на малой части терминатора с ночной стороны) мы имеем ИАР с дневной верхней ионосферой и с ночной нижней ионосферой. Соответственно, частотный интервал между соседними гармониками ИАРТ будет существенно меньше частотного интервала ИАР в ночной ионосфере.

Существование ИАРТ приведет к тому, что в граничном условии для ионосферного тока (17) параметр Y (адмитанс верхней ионосферы) будет являться комплексной величиной и иметь осциллирующий характер в зависимости от частоты.

Везде выше при описании волн в верхней ионосфере мы находились в рамках идеальной магнитной гидродинамики (МГД). Относительно малый горизонтальный размер токового листа требует оценки корректности этого приближения в рассматриваемой задаче. В приближении идеальной МГД ограниченный в пространстве пакет альвеновских волн без искажений распространяется вдоль внешнего магнитного поля с групповой скоростью, равной альвеновской скорости. При учете инерции ионов с учетом малого параметра ω/Ω_H , где Ω_H – гирочастота ионов, появятся отклонения от идеальной МГД. Во-первых, групповая скорость пакета альвеновских волн будет отклоняться от направления внешнего магнитного поля, и, во-вторых, пакет в процессе распространения будет расплываться.

Математический аппарат для описания обсуждаемых искажений был предложен в работе [12], где использовано разложение

$$k_z = k_{0n} + \alpha k_y + \beta k_x^2 + \gamma k_y^2 + \dots \quad (18)$$

Здесь k_x , k_y , k_z – волновые числа (пространственные гармоники) вдоль осей x , y , z . Ось z направлена по вертикали. В [12] учтен наклон земного магнитного поля. Полагается, что магнитное поле лежит в плоскости yz . Коэффициенты в (18), вообще говоря, комплексны; если они действительны, то первый член разложения в (18) определяет фазу, второй – смещение, квадратные члены – расплывание волнового пучка.

В работе [12] приведены общие громоздкие формулы для коэффициентов в (18) в терминах угла θ между вертикалью и внешним

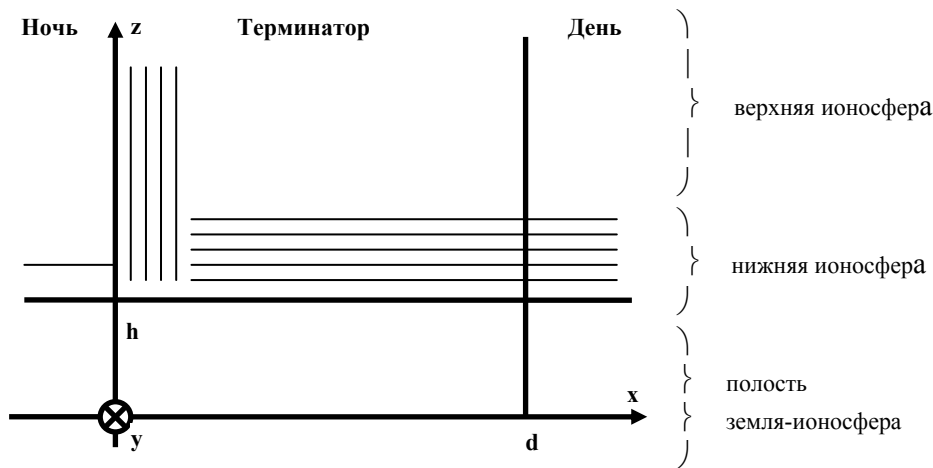


Рисунок 1 – Иллюстрация растекания токов на терминаторе

3. Ионосферный альвеновский резонатор на терминаторе (ИАРТ)

Широко известная Резонансная Структура Спектра (РСС), связанная с Ионосферным Альвеновским Резонатором (ИАР), наблюдается, как правило, в ночных условиях вне терминатора [3]. В механизме формирования РСС [11] полагается, что как ионосфера, так и электромагнитное поле от дальних грозных разрядов пространственно неоднородны на масштабе высоты полости земля-ионосфера, то есть, полагается, что РСС формируется структурой ионосферы в районе точки наблюдения (локальность). С традиционной точки зрения, название данного раздела выглядит парадоксальным. Так что же позволяет говорить об ИАРТ? Два обстоятельства. Во-первых, продольный ток, как следует из проведенных расчетов, существует вблизи ночной стороны терминатора, где при движении от ночной к дневной стороне терминатора происходит изменение условий освещенности нижней ионосферы. При этом условия освещенности верхней ионосферы, где происходят основные фазовые набег альвеновских волн, практически не меняются. Во-вторых, толщина слоя с вертикальным током, как следует из проведенных оценок, составляет десятки километров. То есть, требования к степени однородности

причине пределы применимости (8) по частоте определяются пределами применимости модели оптически тонкой нижней ионосферы (частота $f < 20$ Гц для ночной ионосферы, $f < 0,2$ Гц для дневной).

2. Продольные токи в районе терминатора. Граничное условие для тока на терминаторе.

В контексте данной работы под терминатором понимается линия (полоса) в проекции на земную поверхность, поперек которой проходит относительно резкое изменение величины интегральных проводимостей с дневных значений на ночные или наоборот (вечер или утро) за счет движения по высоте границы свет-тьнь. При этом условия освещенности верхней ионосферы над терминатором качественно не меняются. По этой причине в модели полагаем верхнюю ионосферу горизонтально однородной над терминатором. Далее, учтем, что максимум холмовской проводимости расположен ниже максимума педерсеновской проводимости. Это значит, что перестройка холмовской проводимости по отношению к перестройке педерсеновской проводимости по времени будет происходить ранее в вечерние часы и позднее в утренние. А интересующие нас процессы (продольные токи), как будет видно из дальнейшего изложения, имеют место быть вблизи ночной ионосферы. Исходя из сказанного, предлагается следующая модель пространственного распределения интегральных проводимостей в ночной стороне терминатора:

$$\Sigma_p(x) = \Sigma_p g(x); \quad \Sigma_H(x) = \Sigma_H = const(x)$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 1 + x/l, & x > 0 \end{cases} \quad (9)$$

Здесь Σ_p и Σ_H - ночные значения интегральных проводимостей, $x=0$ – условная граница терминатора с ночной стороны, l – характерная величина пространственного изменения интегральной проводимости. Величина l порядка нескольких километров, поскольку интегральные

проводимости меняются почти на два порядка на горизонтальном масштабе (200-300 км).

Перепишем (8) в явном виде. При этом полагаем, что $Y = const(x)$, а компонента поля E_y (вдоль терминатора) непрерывна на терминаторе:

$$\left[\Sigma_p(x) + Y \right] \frac{dE_x}{dx} + E_x \frac{d\Sigma_p(x)}{dx} = 0 \quad (10)$$

Решение уравнения (10) с учетом (9) запишется

$$E_x = \frac{C}{x + l'} \quad (11)$$

Здесь $l' = l(1 + Y/\Sigma_p)$.

Из (11) и (7) следует формула для плотности продольного тока:

$$j_z|_{x<0} = -\frac{CY}{(x + l')^2} \quad (12)$$

Оценим толщину токового слоя продольных токов $l' = l(1 + Y/\Sigma_p)$. Пусть $l = 5$ км. Положим для ночной ионосферы $\Sigma_p = 0,3 \text{ Ом}^{-1}$. Адмитанс верхней ионосферы при наличии отраженных волн от внешней части главного ионосферного максимума будет иметь осциллирующий характер. Для оценки положим, что отраженных волн нет, тогда $Y = n/Z_0$, где $Z_0 = 120\pi \text{ Ом}$ – импеданс вакуума, n – показатель преломления альвеновской волны в верхней ионосфере, $n \approx 500$. В итоге получаем $l' \approx 27$ км, то есть слой с продольным током очень тонкий по сравнению с горизонтальным масштабом терминатора. При этом $Y/\Sigma_p = 4,4$. Интегрируя (12) по координате x , запишем поверхностную плотность продольного тока:

$$J_z = \int_0^{\infty} j_z dx = -\frac{CY}{l'} \quad (13)$$

Введем обозначения: J_{np} – педерсеновский поверхностный ток в ночной ионосфере, текущий по нормали к терминатору по оси x . J_{dp} –

педерсеновский поверхностный ток в области терминатора правее токового листа J_z и также текущий по оси x . J_H – ионосферный холловский поверхностный ток, который в рамках рассматриваемой модели является константой. Наконiec J_n и J_d – полные ионосферные поверхностные токи, определенные аналогично J_{np} и J_{nd} . Используя (9) и (11), запишем J_d :

$$J_d = J_x|_{x \rightarrow \infty} = \Sigma_p(x)E_x(x) + \Sigma_H E_y|_{x \rightarrow \infty} = \frac{C\Sigma_p}{l} + \Sigma_H E_y = J_{dp} + J_H \quad (14)$$

В соответствии с первым правилом Кирхгофа:

$$J_n = J_d + J_z; \quad J_{np} = J_{dp} + J_z \quad (15)$$

Взяв за основу ночной ток J_{np} и используя (13), (14), (15), определяем константу C и поверхностный продольный ток:

$$C = \frac{J_{np} l'}{\Sigma_p}; \quad J_z = -J_{np} \frac{Y}{\Sigma_p} \quad (16)$$

Наконец, запишем искомое граничное условие для нормальной компоненты ионосферного тока на терминаторе

$$J_d - J_n = J_{np} \frac{Y}{\Sigma_p} \quad \text{или} \quad J_{dp} - J_{np} \left(1 + \frac{Y}{\Sigma_p} \right) = 0 \quad (17)$$

Типичная величина отношения $Y/\Sigma_p \approx 4-5$, то есть полученные граничные условия (17) радикально отличаются от случая изотропной ионосферы [4-9], где полагалось $J_d = J_n$. На рисунке 1 приведена иллюстрация растекания токов на терминаторе для случая $Y/\Sigma_p = 4$. Количество линий на рисунке пропорционально величине тока.